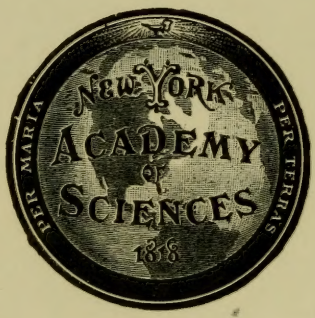


Library

FOR THE PEOPLE
FOR EDVCATION
FOR SCIENCE

LIBRARY
OF
THE AMERICAN MUSEUM
OF
NATURAL HISTORY
BY GIFT OF
OGDEN MILLS

Bound at
A.M.N.H.

NATURAL HISTORY

ATTI

DELLA

5.06(45.1)T

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOLUME TRENTUNESIMO

1895-96

New York Academy of Sciences
Rec'd. 28 July--12 Sept. 1896

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1895

PROPRIETÀ LETTERARIA

29-113142-Aug19

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 17 NOVEMBRE MDCCCXCV.

PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Dottore aggregato e Preside della Facoltà di Leggi, Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro del Consiglio Superiore della Istruzione Pubblica, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ✻, Comm. ☒.

VICE-PRESIDENTE

COSSA (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola, e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Presidente della Reale Accademia di Agricoltura di Torino, e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✻, ☒, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

Tesoriere

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

D'Ovidio (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore, e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ❋, Comm. ☞.

Segretario

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ❋, ☞.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, e della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ⊛, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto.*

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Membro del Consiglio Superiore delle Miniere, Gr. Uffiz. ⊛; Comm. ✠, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Socio Corrispondente del R. Istituto Lom-

bardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc. Uffiz. ✻ e Gr. Uffiz. ⊞.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino; Professore di Fisica tecnica e Direttore del Laboratorio di Elettrotecnica nel R. Museo Industriale Italiano, Prof. di Fisica nella R. Scuola di Guerra, Membro del Comitato Internazionale dei pesi e delle misure e della Commissione Superiore metrica; Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino; Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, Membro onorario della Società di Fisica di Francoforte sul Meno, e dell'Associazione degli Ingegneri elettricisti dell'Istituto Montefiore di Liegi; Uff. ✻; Comm. ⊞, dell'O. di Franc. Gius. d'Austria e dell'O. reale della Corona di Prussia.

Naccari (Andrea), *predetto.*

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, ecc. ecc., ✻, Comm. ⊞.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ⊞.

Gibelli (Giuseppe), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Botanica e Direttore dell'Orto botanico della R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, ⊂⊃.

Giacomini (Carlo), Dottore aggregato in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia umana, descrittiva, topografica ed Istologia, Corrispondente dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino e Direttore dell'Istituto Anatomico della Regia Università di Torino, ✻, ⊂⊃.

Camerano (Lorenzo), *predetto.*

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ⊂⊃.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* „ del Messico, Socio e Membro del Consiglio direttivo del Circolo Matematico di Palermo.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica, Professore di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, ⊂⊃.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli, ⊂⊃.

Foà (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, ⊂⊃.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Menabrea (S. E. Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella R. Università di Torino, Tenente Generale, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), Membro Onorario del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Lettere e Scienze di Modena, Uffiziale della Pubblica Istruzione di Francia, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cr. e Cons. ❋, Cav. e Cons. ⚜, Gr. Cr. ✠, ✠, dec. della Medaglia d'oro al Valor Militare e della Med. d'oro Mauriziana; Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di S. Alessandro Newski di Russia, di Danebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zähringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ordine del Salvatore di Grecia, Gr. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Gr. Cr. dell'Ordine della L. d'O. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, di S. Giuseppe di Toscana, Dottore in Leggi, *honoris causa*, delle Università di Cambridge e di Oxford, ecc., ecc.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Presidente della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Istituto di Bologna, ecc., Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, di Pietroburgo, del Belgio, di Praga, di Erlangen, ecc., Dottore *ad honorem* delle Università

di Heidelberg e di Dublino, Membro delle Società Matematiche di Parigi e di Londra e delle Filosofiche di Cambridge e di Manchester, Gr. Cord. ❋, della Legion d'Onore; ⊕, ⊕, Comm. dell'O. di Cr. di Port.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera e della Società Reale di Londra, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ⊕; ⊕.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca e della Società astronomica di Londra, Gr. Cord. ⊕; Comm. ❋; ⊕.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana; Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna; Uff. ❋, Comm. ⊕, Cav. del Merito Militare di Spagna.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Presidente della Società

Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente delle Reali Accademie di Berlino e di Lisbona, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ✻, Gr. Cord. ⊕, Cav. e Cons. ⊕.

Beltrami (Eugenio), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Roma, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio effettivo del R. Istituto Lombardo e della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio estero della R. Accademia di Gottinga, Socio Corrispondente della R. Accademia di Berlino, della Società Reale di Napoli, dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Meccanica), della Società Matematica di Londra, Comm. ✻; ⊕, ⊕.

ACCADEMICI STRANIERI

Hermite (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

Weierstrass (Carlo), Professore nell'Università di Berlino.

Thomson (Guglielmo), Professore nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

Virchow (Rodolfo), Professore nell' Università di Berlino.

Koelliker (Alberto von), Professore nell' Università di Würzburg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova . . . . . *Firenze*

CANTOR (Maurizio), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di . . . . . *Gottinga*

KLEIN (Felice), Professore nell'Università di *Gottinga*

DINI (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di . . . . . *Pisa*

DARBOUX (G. Gastone), dell'Istit. di Francia *Parigi*

POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istit. di Francia *Parigi*

NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di . . . . . *Erlangen*

BIANCHI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

LIE (Sophus), Professore nella R. Università di . . . . . *Lipsia.*

SEZIONE

DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL' INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Fergola (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . . *Roma*

Fasella (Felice), Direttore della Scuola navale Superiore di . . . . . *Genova*

Hopkinson (Giovanni), della Società Reale di *Londra*

Zeuner (Gustavo), Profes. nel Politecnico di *Dresda*

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

Lorenzoni (Giuseppe), Prof. nella R. Università di . . . . . *Padova*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in . . . . . *Charlottenburg*

Cornu (Maria Alfredo), dell'Istit. di Francia *Parigi*

Felici (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Roiti (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

Wiedemann (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Bologna*

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Bartoli (Adolfo), Professore di Fisica nella R. Università di . . . . . *Pavia*

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Istitution* „ di . . . . *Londra*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

Bonjean (Giuseppe) . . . . . *Chambéry*

Plantamour (Filippo), Prof. di Chimica . *Ginevra*

Will (Enrico), Professore di Chimica . . *Giessen*

Bunsen (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . . *Heidelberg*

Berthelot (Marcellino), dell'Istit. di Francia *Parigi*

Paternò (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . . *Palermo*

Körner (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola super. d'Agricoltura in *Milano*

Friedel (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Fresenius (Carlo Remigio), Professore a . *Wiesbaden*

Baeyer (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

Kekule (Augusto), Prof. nell'Università di *Bonn*

Williamson (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . . . *Londra*

Thomsen (Giulio), Prof. nell'Università di . *Copenaghen*

Lieben (Adolfo), Professore nell'Università di *Vienna*

Mendelejeff (Demetrio), Professore nell'Imp. Università di . . . . . *Pietroburgo*

Hoff (J. H. van't), Prof. nell'Università di *Amsterdam*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Prof. nell'Università di *Heidelberg*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della Reale Accademia delle Scienze di . . . . . *Stoccolma*

Daubrée (Gabriele Augusto), dell' Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere a . . . . . *Parigi*

Zirkel (Ferdinando), Professore a . . . *Lipsia*

Des Cloizeaux (Alfredo Luigi Oliviero Legrand), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

Capellini (Giovanni), Professore nella Regia Università di . . . . . *Bologna*

Tschermak (Gustavo), Prof. nell'Università di *Vienna*

Arzruni (Andrea), Professore nell'Istituto tecnico sup. *(technische Hochschule)* . . . . *Aquisgrana*

Klein (Carlo), Professore nell'Università di *Berlino*

Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica . . . . . *Londra*

Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio e membro dell' Istituto di Francia *Parigi*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Trévisan de Saint-Léon (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . *Milano*

Gennari (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . . *Cagliari*

Caruel (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . . *Londra*

Sachs (Giulio von), Prof. nell'Università di *Würzburg*

Delpino (Federico), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Pirotta (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . . . . *Roma*

Strasburger (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bonn*

Mattirolo (Oreste), Professore nella R. Università di . . . . . *Bologna*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . *Liegi*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

Golgi (Camillo), Professore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

HAECKEL (Ernesto), Prof. nell'Università di *Jena*

SCLATER (Filippo LUTLEY), Segretario della Società Zoologica di . . . . . *Londra*

FATIO (Vittore), Dottore . . . . . *Ginevra*

KOVALEWSKI (Alessandro), Professore nell'Università di . . . . . *Odessa*

LOCARD (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . . *Lione*

CHAUVEAU (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia Professore alla Scuola di Medicina di . . . . . *Parigi*

FOSTER (Michele), Profess. nell'Università di *Cambridge*

HEINDENHAIN (Rodolfo), Professore nell'Università di . . . . . *Breslavia*

WALDEYER (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

GUENTHER (Alberto), Direttore del Dipartimento zoologico del Museo Britannico di . . *Londra*

FLOWER (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale . . . . . *Londra*

EDWARDS (Alfonso Milne), Membro dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro della Commissione conservatrice dei monumenti di antichità e belle arti della Provincia ecc., Comm. ❋, Gr. Uffiz. ☞.

Segretario

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Consigliere della Giunta Superiore per la Storia e l'Archeologia, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico e della Società Nazionale degli Antiquarii di Francia, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Rep. di S. Marino, ☞.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ❋, Uffiz. ☞.

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Letteratura latina nella Regia Università di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Accademico d'onore della Romana Accademia delle Belle Arti di San Luca, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia Romana di Archeologia, del Circolo Filologico di Torino, della Società Emulatrice per le Scienze e le Arti in Italia (Napoli), della R. Accademia Palermitana di Scienze, Lettere ed Arti, della Società storica di Dallas Texas (America del Nord), Presidente onorario dell'Accademia Dante Allighieri di Catania, Gr. Cord. ❋ e Comm. ☙, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Claretta (Barone Gaudenzio), *predetto.*

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Vice-Direttore del R. Museo di Antichità a riposo, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della Società per gli Studi biblici in Roma, ☙.

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ☙, Cav. d'on. e devoz. del S. O. M. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria

per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ❋, Comm. ⊞.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato alle Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia antica nella R. Università di Torino, Comm. ❋, e ⊞.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ⊞.

Ferrero (Ermanno), *predetto.*

Carle (Giuseppe), *predetto.*

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, Uff. ❋, ⊞.

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore di Economia politica nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e della R. Accademia dei Georgofili, ❋, Comm. ⊞.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ❋ e ⊞.

Boselli (S. E. Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio della R. Accademia

di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Ministro delle Finanze, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Uffiz. ❋, Gr. Cord. ⚭, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia e dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ⚭.

Brusa (Emilio), Dottore in Legge, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), effettivo dell'Istituto di Diritto internazionale, Onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e di altre. Comm. dell'Ordine di San Stanislao di Russia, *Officier d'Académie* della Repubblica francese, ❋, Uffiz. ⚭.

Perrero (Domenico), Dottore in Leggi, Membro della R. Deputazione sovra gli Studi di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia.

Allievo (Giuseppe), Dottore in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio Onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo e dell'Accademia cattolica panormitana, Comm. ⚭, ❋.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc. Gr. Uffiz. ❋ e ⊕, Cav. e Cons. ⊕, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ❋.

Ricci (Marchese Matteo), Senatore del Regno, Socio Residente della Reale Accademia della Crusca, Uffiz. ❋.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico, Comm. ❋, e Gr. Croce ⊕, Cav. ⊕, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedettino Cassinese, Vice Archivista degli Archivi Vaticani.

Berti (S. E. Domenico), Primo Segretario di S. M. pel Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano, Cancelliere dell'Ordine della Corona d'Italia, Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito delle RR. Università di Torino, di Bologna, e

di Roma, Socio Nazionale della Regia Accademia dei Lincei, Socio Corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro delle RR. Deputazioni di Storia patria del Piemonte e dell'Emilia, Gr. Cord. ❋, e ; Cav. e Cons. ⚜, Gr. Cord. della Leg. d'O. di Francia, dell'Ordine di Leopoldo del Belgio, dell'Ordine di San Marino, ecc. ecc.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Membro del Consiglio Superiore di Pubblica Istruzione, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Vice-presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, della R. Accademia Ungherese, Dott. in Legge della Università di Edimburgo e di Halle, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ❋ e , Cav. ⚜, Cav. del Merito di Prussia, ecc., ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto Veneto, della R. Accademia delle Scienze di Napoli e dell'Accademia della Crusca, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e della R. Accademia delle Scienze di Monaco, Uff. ❋, Comm. , Cav. ⚜.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro), Professore nella Regia Università di Berlino.

Müller (Massimiliano), Professore nell'Università di Oxford.

Meyer (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell'*Écoles des Chartes* a Parigi.

Paris (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Arneth (Alfredo von), Direttore dell'Archivio imperiale di Vienna.

Maspero (Gastone), Profess. nel Collegio di Francia, Parigi.

Curtius (Ernesto), Professore nell'Università di Berlino.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI SCIENZE FILOSOFICHE

Rendu (Eugenio) . . . . . *Brécourt*

Bonatelli (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . . *Padova*

SEZIONE

DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Vicenza*

Serafini (Filippo), Senatore del Regno, Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Serpa Pimentel (Antonio di), Consigliere di Stato . . . . . *Lisbona*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . . . . *Malagà*

Schupfer (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Cossa (Luigi), Professore nella R. Università di *Pavia*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

SEZIONE

DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Haulleville (Prospero de) . . . . . *Bruxelles*

De Leva (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . . *Padova*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . . *Parigi*

Willems (Pietro), Professore nell'Università di *Lovanio*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . . *Londra*

Capasso (Bartolomeo), Sovrintendente degli Archivi Napoletani . . . . . *Napoli*

Wattenbach (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

Chevalier (Canonico Ulisse) . . . . . *Romans*

De Simoni (Cornelio), Direttore del R. Archivio di Stato in . . . . . *Genova*

Duchesne (Luigi), Direttore della Scuola Francese in . . . . . *Roma*

SEZIONE

DI ARCHEOLOGIA

Palma di Cesnola (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a . . . . . *New-York*

Fiorelli (Giuseppe), Senatore del Regno . . *Napoli*

Lattes (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . *Milano*

Poggi (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . . *Savona*

Pleyte (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . . *Leida*

Palma di Cesnola (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di . . . . . *Londra*

Mowat (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia . . . . . *Parigi*

Nadaillac (Marchese I. F. Alberto de) . . *Parigi*

Brizio (Eduardo), Professore nell'Università di *Bologna*

Barnabei (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano . . . . . *Roma*

SEZIONE

DI GEOGRAFIA ED ETNOGRAFIA

Negri (Barone Cristoforo), Console generale di I^a Classe, Consultore legale del Ministero degli Affari esteri . . . . . *Torino*

Kiepert (Enrico), Professore nell'Università di *Berlino*

Pigorini (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Della Vedova (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Marinelli (Giovanni), Professore nel R. Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

SEZIONE

DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

Krehl (Ludolfo), Professore nell'Università di *Dresda*

Sourindro Mohun Tagore . . . . . *Calcutta*

Ascoli (Graziadio), Senatore del Regno, Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di *Milano*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

Kerbaker (Michele), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Marre (Aristide) . . . . . *Vaucresson* (Francia)

Oppert (Giulio), Prof. nel Collegio di Francia *Parigi*

Guidi (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Amelinau (Emilio), Professore nella " *École des Hautes Études* „ di . . . . . *Parigi*

Foerster (Wandelin), Prof. nell'Università di *Bonn*

SEZIONE

DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

Bréal (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

Negroni (Carlo), Senatore del Regno . . . *Novara*

D'Ancona (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Nigra (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . . . *Vienna*

Rajna (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . *Firenze*

Del Lungo (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 18 Novembre 1894 al 17 Novembre 1895.

ELEZIONI

SOCI

Berti (S. E. Domenico). Su dichiarazione della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche in seduta del 9 Dicembre 1894, passato fra i Soci *Nazionali non residenti* (art. 22 dello Statuto).

Siacci (Francesco). Su dichiarazione della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali in seduta del 16 dicembre 1894, passato dalla Categoria dei Soci *Nazionali residenti* in quella dei *Nazionali non residenti.*

Carle (Giuseppe), eletto Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi unite del 13 Gennaio, ed approvato con R. Decreto del 3 Febbraio 1895.

Brusa (Emilio), Professore di Diritto e Procedura penale nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 13 Gennaio, ed approvato con R. Decreto del 3 Febbraio 1895.

Perrero (Domenico), Membro della R. Deputazione sopra gli Studi di Storia Patria per le antiche Provincie e la Lombardia eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 13 Gennaio, ed approvato con R. Decreto del 3 Febbraio 1895.

Allievo (Giuseppe), Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 13 Gennaio, ed approvato con R. Decreto del 3 Febbraio 1895.

Volterra (Vito), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 3 Febbraio, ed approvato con R. Decreto 17 Febbraio 1895.

Jadanza (Nicodemo), Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 3 Febbraio, ed approvato con R. Decreto 17 Febbraio 1895.

Foà (Pio), Professore di Anatomia patologica nella R. Università di Torino, eletto Socio Nazionale residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 3 Febbraio ed approvato con R. Decreto 17 Febbraio 1895.

D'Ovidio (Enrico), rieletto Direttore della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 3 Febbraio, ed approvato con R. Decreto 17 Febbraio 1895.

Naccari (Andrea), eletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 3 Febbraio 1895, ed approvato con R. Decreto 17 febbraio 1895.

Lie (Sophus), Professore nell'Università di Lipsia, nominato Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Matematiche pure) nell' adunanza del 3 Febbraio 1895.

Lorenzoni (Giuseppe), Professore nella R. Università di Padova, id. id. (Sezione di Matematiche applicate, Astronomia e Scienza dell'Ingegnere civile e militare) id. id.

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo Strutt), Professore nella " Royal Institution ", e Segretario della Società Reale di Londra, id. id. (Sezione di Chimica generale e sperimentale) id. id.

Fouqué (Ferdinando Andrea), dell'Istituto di Francia, nominato Socio della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia) nella seduta del 3 Febbraio 1895.

Mattirolo (Oreste), Professore di Botanica nella R. Università di Bologna, id. id. (Sezione di Botanica e Fisiologia vegetale) id. id.

Edwards (Alfonso Milne), dell'Istituto di Francia, id. id. (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) id. id.

Claretta (Barone Gaudenzio), eletto Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 24 Febbraio, ed approvato con R. Decreto 7 Marzo 1895.

Cossa (Alfonso), eletto Vice-Presidente dell'Accademia nell'adunanza a Classi unite del 31 Marzo, ed approvato con R. Decreto dell'11 Aprile 1895.

Camerano (Lorenzo), eletto Tesoriere dell'Accademia nell'adunanza a Classi unite del 31 Marzo, ed approvato con R. Decreto dell'11 Aprile 1895.

Curtius (Ernesto), Professore nell'Università di Berlino, eletto Socio Straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 28 Aprile, ed approvato con R. Decreto del 16 Maggio 1895.

Amelineau (Emilio), Professore nella " *École des Hautes Études de Paris* ", nominato Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Linguistica e Filologia orientale) nell'adunanza del 28 Aprile 1895.

Barnabei (Felice), Direttore del Museo Nazionale romano, id. id. (Sezione di Archeologia) id. id.

Dalla Vedova (Giuseppe), Professore nella R. Università di Roma, id. id. (Sezione di Geografia ed Etnografia) id. id.

Desimoni (Cornelio), Direttore dell'Archivio di Stato di Genova, nominato Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche) nell'adunanza del 28 Aprile 1895).

Duchesne (Direttore della Scuola Francese di Roma, id. id. (Sezione di Scienze Storiche) id. id.

Foerster (Wandelin), Professore nell'Università di Bonn, id. id. (Sezione di Filologia) id. id.

Marinelli (Giovanni), Professore nel R. Istituto di Studii superiori pratici, e di perfezionamento in Firenze, id. id. (Sezione di Geografia ed Etnografia) id. id.

MORTI

25 Gennaio 1895.

Carini (Mons. Isidoro), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

26 Gennaio 1895.

Cayley (Arturo), Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

4 Marzo 1895.

Pertile (Antonio), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze giuridiche e sociali).

11 Marzo 1895.

Cantù (Cesare), Socio nazionale non residente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

16-17 Marzo 1895.

Ferri (Luigi), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione Scienze filosofiche).

14 Aprile 1895.

Dana (Giacomo), Socio straniero della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 Aprile 1895.

Ludwig (Carlo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata).

22 Luglio 1895.

Gneist (Enrico Rodolfo), Socio straniero della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

28 Luglio 1895.

Basso (Giuseppe), Socio residente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

1° Agosto 1895.

Sybel (Enrico Carlo Ludolfo von), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

17 Settembre 1895.

Linati (Conte Filippo), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Filologia, Storia letteraria e Bibliografia).

22 Ottobre.

Bonghi (Ruggero), Socio Corrispondente della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze filosofiche).

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 17 Novembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore di Classe, Ferraris, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente (23 giugno 1895).

Il Socio Segretario partecipa le molte condoglianze giunte all'Accademia nella dolorosa circostanza della morte del Socio Basso.

Il Presidente fa l'elogio del compianto collega, e rammenta le benemerenze di lui verso l'Accademia.

Ricorda pure come durante il periodo delle ferie sia mancato ai vivi Luigi Pasteur, illustre scienziato, membro dell'Istituto di Francia, cui l'Accademia assegnò il premio Bressa pel quadriennio 1883-86.

Indi il Socio Ferraris legge una sua *Commemorazione* del Socio defunto Giuseppe Basso, che sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio Camerano legge la *Commemorazione* del presidente Michele Lessona, il Socio Gibelli quella del Socio Delponte e il Socio Spezia quella del Socio Straniero James Dwight Dana. La prima sarà inserita nei volumi delle *Memorie*, le altre due negli *Atti*.

Fra le pubblicazioni inviate in dono all'Accademia il Segretario segnala le seguenti: " *Faune des vertébrés de la Belgique* ", del sig. A. Dubois; " *Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse* ", del sig. C. R. Fresenius; " *Systematische Phylogenie der Wirbelthiere* (Vertebrata) ", del sig. E. Haeckel; " *Plantas nuevas Chilenas* ", del sig. R. A. Philippi; " *Ricerche di anatomia e morfologia intorno allo sviluppo del fiore e del frutto della* Trapa Natans ", dei sigg. G. Gibelli e F. Ferrero; " *Zum feineren Baue des Zwischenhirns und der Regio hypotalamica* ", del sig. A. von Koelliker; " *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* ", del sig. M. Cantor; la " *Commemorazione di Arturo Cayley* ", di M. Noether, e " *Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine* ", del sig. M. Rosenbuch.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° " *Sull'inversione degli integrali definiti nel campo reale* "; nota del Dr. Tullio Levi Civita, presentata dal Socio Segre per incarico del Socio Volterra;

2° " *Sulla compressibilità dell'ossigeno a basse pressioni* "; nota del Dr. Adolfo Campetti, presentata dal Socio Naccari;

3° " *Sulla trasmissione della elettricità da un conduttore all'aria nel caso di piccole differenze di potenziale* "; nota del Socio Naccari.

Vengono poi presentati per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* gli scritti seguenti, ciascuno dei quali viene affidato per esame ad una speciale Commissione:

1° " *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine* "; memoria del Prof. Icilio Guareschi, presentata dal Socio Cossa;

2° " *Sulle leggi del tono muscolare nell'uomo* "; memoria del Dr. A. Benedicenti, presentata dal Socio Mosso;

3° " *Sulle equazioni di quinto grado* "; memoria del Prof. F. Giudice, presentata dal Socio Peano;

4° " *Flora della Sardegna in continuazione di quella del Moris* (*Orchidee*) "; memoria del sig. Ugolino Martelli, presentata dal Socio Gibelli.

LETTURE

GIUSEPPE BASSO

Commemorazione letta dal Socio GALILEO FERRARIS.

COLLEGHI,

L' onesta e cara figura di Giuseppe Basso sta in questo momento davanti alla mente e nel cuore di tutti noi; e nessuno di noi saprebbe in questo giorno accingersi al consueto lavoro se prima non sia stato rivolto un pensiero al collega che per la prima volta manca alla nostra seduta, e che non rivedremo mai più. Ebbene, io vi domando che a me sia concesso di prendere la parola per dire ciò che ognuno ha nel cuore, per parlare di Lui. Questo privilegio io vi chiedo perchè a me egli, assai prima di essere collega, fu amico affettuoso e consigliere ne' primi passi della carriera. Prima ancora che io sapessi di essere da lui conosciuto il suo grande cuore palpitava con quello de' miei più cari; e la prima volta che a me giovanetto egli strinse la mano, la sua parola sgorgante calma e serena da un' anima profondamente amorosa scendeva nell' anima mia indimenticabile balsamo in una grande angoscia.

Giuseppe Basso nacque il 9 Novembre 1842 in Chivasso da onesti ed umili artigiani. Suo padre esercitava il mestiere del sarto, e nel modesto laboratorio di lui lavorava tutta la povera famiglia. Il piccolo Giuseppe, cresciuto fra le pareti del domestico opifizio, partecipava, naturalmente, al lavoro comune, dedicando ad apprendere il maneggio dell' ago tutto il tempo a lui concesso dalla scuola. Ma nella scuola il suo profitto era straordinario, e fin dai primi anni egli emergeva su tutti i suoi compagni. La tenacia del suo volere e l'affetto de' suoi maestri indussero i genitori ad affrontare i sacrifizi necessari ed a lasciare ch' egli seguisse la via, a cui lo chiamava il grande

amore dello studio. Compiuti con straordinaria distinzione i corsi ginnasiali nel collegio della nativa Chivasso, venne a Torino, e qui, superando con vero e proprio eroismo strettezze incredibili, compiè gli studi liceali. Finalmente nel 1857, all'età di quindici anni, vinse il concorso per un posto nel Collegio Carlo Alberto per gli studenti delle provincie, e così fu in porto: con quel posto egli ebbe il mezzo d'intraprendere i corsi universitari. Però solo per due anni potè godere del benefizio del convitto. Questo infatti fu chiuso nell'estate del 1859, ed agli allievi fu assegnata, in luogo dell'alloggio e del vitto, l'attuale pensione mensile. Come con questa pensione, senz'altro sussidio, egli riuscisse non solo a campare, ma a soccorrere parenti ed amici, come l'arte appresa nell'opifizio paterno lo aiutasse a diminuire qualcuna delle sue piccole spese, come a quell'arte egli ritornasse, a sollievo del padre, durante le vacanze ch'egli passava in Chivasso, egli, ancora ne' suoi ultimi giorni, amava talvolta narrare con schietta compiacenza e non senza un legittimo orgoglio. Seguì nella nostra Università i corsi della facoltà di Scienze, riportando, fra le molte distinzioni, una lode speciale nella fisica matematica, e conseguì la laurea di Dottore in fisica nel luglio del 1862, prima di aver compiuto i venti anni. La dissertazione " Sulla luce polarizzata circolarmente e sulle sue applicazioni ", castigata nella forma, bene ordinata, nettamente inquadrata e chiarissima, preludeva mirabilmente alla direzione ed all'indole della attività scientifica e didattica del giovane Dottore.

Egli cominciava bene. La riputazione che si era conquistata fra gli studenti, l'alta stima e l'affetto che gli portavano i suoi professori, alcuni dei quali avevano insegnato, od insegnavano ancora nella Accademia Militare, gli valsero a trovar subito la cosa per lui allora più agognata ed urgente: un posto per cominciare a guadagnarsi la vita. Poche settimane dopo del giorno della laurea egli veniva infatti nominato professore aggiunto nella R. Accademia Militare. Bastare a sè stesso e prepararsi a ricompensare i parenti de' sacrifizi per lui sopportati era il supremo obbiettivo. Quindi egli accettò e cumulò col modesto impiego, che ho nominato, l'incarico di insegnare in vari istituti privati d'istruzione secondaria. La non comune attitudine didattica rese ben presto ricercatissima l'opera sua; ed egli ne approfittò così, che in breve

tempo ei divenne uno dei più laboriosi insegnanti della nostra città. La sua resistenza alla fatica dell'insegnamento era, a ragione, oggetto di ammirazione. Perchè importa notare che in quel tempo la sua complessione non era quella, in apparenza così florida, colla quale noi da parecchi anni ci eravamo abituati a vederlo. Al contrario, egli era gracilissimo, ed a volte aveva sofferenze, le quali davano luogo alle più serie apprensioni. Tuttavia le numerose lezioni quotidiane non assorbivano tutta la sua attività: nel 1864, due anni dopo la laurea, trascorso appena il tempo legale, egli si presentava a quello, che qui allora si soleva ancora da molti considerare come il battesimo necessario per avere accesso alla carriera dell'insegnamento superiore, al concorso per l'Aggregazione. Vinceva la prova con uno splendido esame. La sua dissertazione era " Sul lavoro interno prodotto dal calore nei corpi ", verteva adunque sulla scienza che qui, appunto in quei giorni, quando il Matteucci ne discorreva nelle sue memorabili lezioni popolari, ed il Saint Robert si accingeva a consegnare alle stampe la prima edizione dei suoi principii di termodinamica, attraeva a sè la massima attenzione degli studiosi.

Coll' aggregazione cominciava pel Basso veramente la carriera scientifica. Entrato infatti nella Facoltà, egli ebbe presto l' occasione di provarsi nello insegnamento universitario supplendo a più riprese nella scuola di fisica sperimentale il professore Gilberto Govi. E maggiore ventura egli ebbe nella amicizia affettuosa di quel coltissimo scienziato, mercè la quale potè essere ammesso a frequentare il gabinetto di fisica della Università, ed avere così, per alcuni anni, qualche mezzo per tentare alcune modeste ricerche sperimentali. Laboratorio propriamente non c' era in quel tempo, nè il Professore Govi si occupava in quei giorni di ricerche quantitative, od aveva i mezzi per istradare altrui nella tecnica delle medesime; ma almeno v' erano strumenti, e v' era un autorevole amico che poteva dare qualche consiglio.

E intanto, proprio in quei giorni, nel 1866, un decreto del Ministro della Guerra poneva il giovane professore aggiunto dell'Accademia Militare in aspettativa per riduzione d'impiego. Questi ebbe così, per qualche mese, maggior agio per valersi dei mezzi, che erano messi a sua disposizione, e offrire un primo saggio dei suoi studi pubblicando nei volumi della nostra

Accademia una " Nota intorno alla determinazione di temperature molto elevate mediante un procedimento calorimetrico analogo a quello seguito da Byström „. In tale nota erano esposti i risultati di alcuni esperimenti diretti a determinare col metodo calorimetrico la temperatura nelle varie parti di una fiamma ad alcool a doppia corrente, e quella dell' acqua nello stato sferoidale.

Ma il benefico alleggerimento di lavoro didattico prodotto dalla aspettativa nella Accademia Militare veniva tosto eliso da un incarico, che per alcuni anni occupò in misura assai maggiore il tempo e la forza del giovane professore. Egli veniva incaricato dell'insegnamento della fisica matematica nell'Università. Quell'insegnamento, che fino allora era stato dato dal Professore Felice Chiò, presentava in quel momento, pel nuovo incaricato, una difficoltà affatto speciale, quella di conciliare il vecchio col nuovo. Il Chiò, occupando nel 1854 l'antica cattedra dell'Avogadro, aveva da principio conservato al suo corso di fisica matematica il programma ed il carattere che al medesimo era stato dato da quell' illustre professore. Quel corso non comprendeva le materie che oggi si sogliono comprendere nel nome di fisica matematica; era più propriamente fisica, era un corso elementare, ma generale, di fisica teoretica come quello classico del Mossotti. Quel corso formava per gli studenti di fisica il complemento necessario di quello, allora molto modesto, di fisica sperimentale. Ma negli ultimi anni il tempo assegnato a quell' insegnamento, e quindi anche il programma e l' importanza del medesimo, erano stati notevolmente ridotti. Dal 1865 il Chiò era stato nominato professore di Analisi e di Geometria superiore, ed alternava l'insegnamento di queste scienze con quello della fisica matematica. Quest' ultimo non comprendeva ormai più che qualche arido brano di ottica geometrica. Il Basso, assumendo l'incarico di tale insegnamento, non poteva, per deferenza al suo vecchio Maestro, tutto mutare d' un tratto; ma voleva nel tempo stesso introdurvi qualche cosa di più vivo, ed iniziare una graduale trasformazione, per la quale il corso a lui affidato potesse col tempo contribuire più efficacemente alla coltura necessaria ai giovani studiosi delle scienze fisiche. E siccome egli, per la natura del suo ingegno e de' suoi studi prediletti, e per la tradizione della cattedra, perseverava nello intento di

completare col suo corso l'insegnamento della Fisica, così concretava il programma della progettata trasformazione col sostituire gradatamente alla esposizione dell' ottica geometrica, di sua natura arida e rinchiusa, quella più feconda e più larga dell' ottica fisica. Daccanto a questa, che doveva formare il nucleo principale del corso ed essere insegnata tutti gli anni, egli introduceva poi man mano varie monografie su altri rami della fisica, le quali si alternavano di anno in anno. Non è qui il luogo di discutere se l' aver cercato di colmare con un corso di fisica complementare una lacuna, che nelle nostre scuole di fisica generale, per la strettezza del tempo, è inevitabile, potesse compensare il danno derivante dalla esclusione di quelle discipline per le quali propriamente è istituito l'insegnamento della fisica matematica. Certo è però che il lavoro per la preparazione del nuovo insegnamento deve aver distolto per qualche tempo il giovane professore dal frequentare coll' antica assiduità il gabinetto di fisica e dal tentare ricerche. E ciò spiega come nel corso di alcuni anni le sue pubblicazioni si sieno limitate a tre brevissime note. La prima di queste: " Sulla deviazione massima dell' ago calamitato sotto l'azione della corrente elettrica „ pubblicata fra la memorie della nostra Accademia nel 1870, e la terza: " Nuova bussola reometrica „, pubblicata nel volume del 1871, dànno la teoria di un semplice apparecchio di misura per le correnti elettriche, sul quale il Basso ritornava poi più tardi con una speciale predilezione. La seconda: " Determinazione della velocità del suono nell' aria per mezzo di un' eco polifona, inserita nel 1870 nei nostri " Atti „, contiene la descrizione di alcune esperienze eseguite sull' eco polifona del Ponte Mosca con un procedimento suggerito dal Govi e non privo di eleganza.

Nel 1871 moriva il professore Chiò, ed alla fine dell' anno successivo Giuseppe Basso veniva elevato al grado di professore straordinario di fisica matematica. Ma intanto, appunto nel 1872, il Govi era stato nominato membro della commissione internazionale dei pesi e delle misure, e dovendo per tale carica risiedere quasi di continuo a Parigi, cessava, pur conservando il titolo dell' uffizio, di dare lezioni nella nostra università. La supplenza veniva allora affidata al professore Basso, il quale per tale modo ebbe a dare per una serie di anni, daccanto all' inse-

gnamento della fisica matematica, anche quello della fisica generale. L' incarico della supplenza, rinnovato di anno in anno, gli era mantenuto anche quando nel 1876 Gilberto Govi abbandonava definitivamente la nostra città per passare alla direzione della biblioteca Vittorio Emanuele in Roma. Esso non cessava se non alla fine dell'anno scolastico 1877-78, quando l'università torinese faceva l' invidiato acquisto del chiaro professore attuale, del nostro collega Naccari.

Gli ultimi due anni della cennata supplenza furono pel Basso quelli della massima attività didattica. Imperocchè nel gennaio 1876 egli era stato richiamato in servizio nell'Accademia militare e frattanto continuava e raggiungeva il suo colmo il lavoro dell'insegnamento privato. E tuttavia, appunto in quel tempo, si iniziava anche il periodo della massima sua attività scientifica. Ciò derivava principalmente dal fatto che durante la vacanza della cattedra di fisica sperimentale egli aveva avuto più libero l' uso del gabinetto. Veramente i mezzi dei quali egli disponeva erano di parecchio inferiori a quelli che sarebbero occorsi per intraprendere lavori sperimentali di qualche importanza; perchè, come ho già detto, vero laboratorio allora non c' era, nè il Basso, come semplice supplente, poteva avere completa libertà d'azione, o aiuto di assistenti. Quindi era impossibile che egli intraprendesse ricerche di lunga lena, complesse e coordinate, o lavori pei quali fossero necessari appositi impianti, od anche solo adattamenti speciali di apparecchi richiedenti l'opera od il sussidio di meccanici o di coadiutori. Erano adunque solamente brevi lavori isolati quelli che egli poteva tentare, nei quali la maggiore difficoltà consisteva il più delle volte nel trovare disposizioni acconcie per far servire a misure apparecchi fatti semplicemente per le esperienze da scuola. Ma questi lavori furono parecchi, e comparvero negli atti e nei volumi della nostra Accademia nell' intervallo tra il 1877 ed il 1880. Io qui ne ricordo principalmente tre, i quali più particolarmente hanno carattere di ricerca originale. Il primo è un lavoro " Sull' allungamento dei conduttori filiformi attraversati dalla corrente elettrica ". Edlund dapprima, e poi Streintz, avevano creduto di poter dedurre da alcune loro esperienze questo fatto: che un filo percorso da una corrente elettrica subisce, oltre all'allungamento termico dovuto al calore prodotto per l'effetto

di Joule, anche un allungamento " galvanico „ dovuto direttamente alla corrente, indipendentemente dal riscaldamento. Exner e Blondot deducevano invece dalle loro esperienze la inesistenza del fatto. Il lavoro del Basso descrive i risultati di esperienze fatte con metodo diverso, i quali anch' essi, dimostrano essere per lo meno improbabile l'esistenza di una dilatazione puramente galvanica. Gli altri due lavori che debbo ricordare sono: una nota inserta negli atti dell'Accademia del 1879, col titolo: " Fenomeni che accompagnano l'elettrolisi dei composti metallici „, ed una nota inserta nel volume delle memorie del 1880 col titolo: " Sugli effetti meccanici della elettrolisi „. In questi due lavori il Basso mette in evidenza e studia con due diversi procedimenti il fenomeno, già dimostrato dal Signor Mills, dello stringimento elettrico, consistente in questo, che, quando uno strato metallico si va deponendo per via galvanica su di un elettrodo, lo strato manifesta una notevole tensione, per la quale, se esso avviluppa completamente l'elettrodo, si esercita sulla superficie di questo una pressione considerevole. In entrambi questi lavori, e specialmente nel secondo, si rivela l'attitudine dello sperimentatore nell'impiego di quegli artifici ingegnosi di ricerca qualitativa, che erano caratteristici della scuola del Govi.

I lavori dei quali ho parlato, benchè pubblicati soltanto nel 1879 e nel 1880, si riferiscono a ricerche eseguite nel gabinetto di fisica dell'Università negli ultimi anni nei quali il Basso aveva tenuto la supplenza dell'insegnamento della fisica sperimentale. La cessazione di questa segnò l' inizio di un nuovo indirizzo della attività scientifica del nostro compianto collega. Ed io soggiungo subito: essa segnò l'inizio di un periodo migliore, di ricerche più omogenee, meglio coordinate e più feconde. Dedicatosi intieramente, con maggior agio e con maggiore calma, alle discipline formanti la principale materia del suo corso di fisica matematica, il Basso cominciò a dirigere nel campo di esse le sue ricerche; d'allora in poi la maggior parte dei suoi lavori ebbero per oggetto questioni di ottica fisica. Dopo di avere esordito con una breve " Contribuzione alla teoria dei fenomeni di diffrazione „, egli dava nello stesso anno 1880 al volume delle nostre memorie accademiche una notevole memoria intitolata: Fenomeni di polarizzazione cromatica in aggregati

di corpi birifrangenti „. Questo lavoro teorico e sperimentale ha un carattere pratico che lo rende singolarmente importante. Esso tratta dei fenomeni di polarizzazione cromatica presentati da aggregati regolari di piccoli elementi birifrangenti , e propriamente da una classe speciale di aggregati, ai quali l'autore dà il nome di *sistemi raggiati.* Aggregazioni di tale classe si trovano in natura, e molte si possono ottenere artificialmente. La facoltà posseduta da molte sostanze di assumere, cristallizzando, la forma raggiata fu studiata, oltrechè da altri, dallo Scacchi, ed alcuni dei fenomeni ottici caratteristici di tale forma furono notati e nettamente descritti dal nostro A. Cossa in alcune concrezioni da lui avvertite nel suo studio microscopico della diorite di Cossato. Il Basso nel suo lavoro studia dapprima teoricamente i fenomeni di polarizzazione cromatica che si debbono presentare quando una sottile lamina di struttura raggiata è esaminata fra due Nicol con luce parallela, o con luce convergente. Studia questi fenomeni, non nella forma più generale, ma per una serie di numerosi casi particolari più direttamente controllabili coll'esperienza. Descrive poi le esperienze, colle quali egli ha verificato in molti aggregati cristallini le più salienti proprietà ottiche previste colla teoria. Questa era la tendenza costante del suo ingegno, la quale si manifesta in tutti i suoi lavori, questa: di far procedere sempre a lato della ricerca teorica il controllo sperimentale. E questa tendenza, la quale imprime a tutti i suoi lavori un carattere speciale, spiega anche e giustifica la scelta del programma dello insegnamento, della quale ho dianzi tenuto parola.

La memoria che ho esaminato fu a breve intervallo seguita da una nota contenente la " Dimostrazione di una proprietà geometrica (non prima conosciuta) dei raggi rifratti straordinari nei mezzi birifrangenti uniassi „, e poi subito da una nuova memoria di considerevole mole intitolata: " Studi sulla riflessione cristallina „. Questi " Studi „ furono un ardito tentativo: quello di dare una teoria generale della ripartizione della luce fra i raggi rifratti ed il raggio riflesso alla superficie di un cristallo birifrangente, una teoria, la quale, meglio di quelle già tentate da Cauchy, da F. E. Neumann, da Mac-Cullagh e da Cornu, si conciliasse coi principii ammessi da Fresnel nella sua teoria della riflessione sui corpi isotropi. Io non so se l'ipotesi relativa alla

densità dell'etere, posta dal Basso a base della sua teoria si possa accettare senza almeno dare alla medesima una interpretazione fisica diversa da quella corrispondente all'enunciato letterale; ma certo è che le formole, alle quali la teoria conduce, applicate ad alcuni casi speciali accessibili all'esperienza, si accordano approssimativamente colle risultanze sperimentali. Il controllo dell'esperienza è anche qui fatto dal Basso medesimo, che alla descrizione delle esperienze dedica l'ultimo paragrafo della sua memoria. E qui il merito di aver tentato un tale controllo apparisce anche maggiore che nel lavoro di cui ho parlato poc'anzi, se si pensa alle difficoltà che il povero nostro collega deve aver superato per riuscire a sperimentare in casa, in una materia difficile, con pochissimi mezzi e senza aiuto di sorta.

Sul problema della riflessione cristallina il Basso ritornò in seguito più volte, e nel 1885 ne tentò la trattazione colla teoria elettromagnetica della luce. In un lavoro pubblicato in quell'anno negli " Atti dell'Accademia", col titolo: " Fenomeni di riflessione cristallina interpretati secondo la teoria elettromagnetica della luce ", egli studiò col mezzo della teoria Maxwelliana alcuni dei casi speciali, dei quali si era anteriormente occupato nella memoria del 1881. Il nuovo metodo ha il merito di non richiedere l'uso di alcuna ipotesi della natura di quella sulla densità dell'etere, sulla quale io ho dovuto or ora esprimere delle riserve; perciò il confronto delle sue risultanze con quelle del lavoro precedente presentava uno speciale interesse. Il confronto dimostrò che l'accordo delle dette risultanze non era generale; esso era perfetto in due dei casi trattati, ma non poteva essere altro che approssimativo negli altri casi. Però, tenuto conto dei valori numerici delle costanti de' cristalli effettivi sperimentati, l'accordo approssimativo tra l'esperienza e la teoria constatato nel lavoro del 1881 risultava sufficientemente spiegato.

Colla teoria elettromagnetica della luce, la quale si presta particolarmente bene alla trattazione dei fenomeni che si presentano al passaggio della luce da un mezzo all'altro, il Basso studiò ancora la ripartizione della luce fra i due raggi rifratti nei cristalli birifrangenti, e pubblicò su questo argomento nel 1886 e nel 1887 due note: " Sulla legge di ripartizione dell'intensità luminosa fra i raggi birifratti da lamine cristalline "

e " Sulla legge ottica di Malus detta del coseno quadrato „. Colla prima di queste egli giustifica in teoria il fatto già affermato da Haidinger e poi trovato sperimentalmente dal Wild e riconfermato dal dottor Simmler, che la legge di Malus sul rapporto tra le intensità dei due raggi rifratti non è esatta in modo assoluto, ma è semplicemente approssimativa. Colla seconda egli tratta più da vicino il caso pratico che si presenta nell'impiego dei prismi polarizzatori di Nicol, e pone in evidenza l'ordine di grandezza delle discrepanze tra i valori delle intensità luminose calcolati colla legge del coseno quadrato e quelli previsti dalla teoria elettromagnetica.

E a questa teoria elettromagnetica, la quale è andata acquistando di giorno in giorno tanta sicurezza e tanta importanza, la mente del Basso rimase costantemente rivolta sino alla fine. L'ultimo lavoro scientifico da lui pubblicato tratta ancora di quella teoria. Essa è una nota inserta nei nostri " Atti „ del 1893, nella quale egli dimostra per mezzo delle formole stabilite ne' suoi lavori precedenti " un carattere di reciprocità proprio della luce riflessa dai mezzi cristallini „, che il Potier aveva segnalato deducendolo dalla teoria di Mac Cullagh.

La serie dei lavori di ottica fisica, dei quali ho fatto una rapida enumerazione, è quella che definisce ed assegna a Giuseppe Basso il suo vero posto nella schiera dei nostri lavoratori della scienza: un posto, la cui importanza apparirà evidente a chi pensi al deplorevole abbandono nel quale qui come altrove, nelle scuole come nei laboratori, è presentemente lasciato il bellissimo ramo della fisica che il Basso prediligeva. Importa tuttavia notare come daccanto a questi lavori, i quali assorbirono la parte migliore della sua attività scientifica, egli abbia continuato a produrre anche altre pubblicazioni. Ed io cito fra queste: tre nuove note presentate all'Accademia nel 1882 e nel 1884 intorno alla teoria ed alla costruzione del suo reometro a massima deviazione, un trattato elementare di meccanica ad uso dei licei pubblicato nel 1882, due monografie popolari " Sulla polarizzazione della luce diffusa del cielo „ e " Sulle unità di misura delle grandezze elettriche „ inserite nell'Annuario meteorologico della Società meteorologica italiana, e finalmente una lunga serie di cenni biografici e di commemorazioni.

Frattanto, meno eccessivo che nei primi anni, ma pur sempre

intenso e grave, era continuato pel professore Basso il lavoro didattico. Nel 1879, ossia nel primo anno in cui egli si trovava esonerato dalla supplenza alla cattedra universitaria di fisica sperimentale, egli era promosso nell'Accademia militare al grado di professore aggiunto di prima classe; e due anni dopo, nel 1881, vi occupava, come professore titolare di fisica, il posto lasciatovi dal professore Luvini, nel quale posto, percorsi man mano tutti i gradi, egli rimaneva poi sino alla fine. Nella università, dopo di avere occupato la cattedra di fisica matematica per dieci anni come professore straordinario, veniva promosso professore ordinario nel 1882. E fu allora, solamente allora, che egli potè cominciare a ridurre a più sopportabile misura le sue fatiche, rinunziando gradualmente ai vari insegnamenti privati che prima era stato costretto a cumulare. La sua carriera come professore sarà tutta narrata, se dopo di avere ricordato, come ho fatto, queste poche date e con esse i criteri e gli intendimenti che determinarono la scelta dei programmi e l'indole dei suoi insegnamenti, io ricorderò ancora con quale cura onesta ed amorevole egli si adoperasse a rendere chiara ed accessibile a tutti la sua esposizione; con quale arte egli riuscisse ad accoppiare alla chiarezza la castigatezza, e talora anche l'eleganza del discorso; con quale zelo assiduo e scrupoloso egli adempisse il suo ministero.

La bontà dell'animo, l'onestà degli intenti, l'abitudine della più assoluta obbedienza al dovere furono, del resto, gli elementi direttori di tutti gli atti della sua vita. Della quale la maggior parte trascorse fra le fatiche ed i sacrifizi, sorretta unicamente dalla coscienza del dovere compiuto.

Soddisfazioni e premi egli ebbe: ne ebbe nella onorata carriera universitaria; ne ebbe nella nostra Accademia, che fin dal 1877 lo inscrisse fra i suoi Soci, che due volte, nel 1888 e nel 1892, lo elevò alla carica di Segretario della nostra classe, che a più riprese lo volle membro della giunta pel premio Bressa e che ultimamente lo annoverava fra i suoi consiglieri di amministrazione. Inoltre nel 1891 egli era stato eletto membro della Società degli Spettroscopisti italiani, e nel 1893 era stato ascritto come Socio nella Reale Accademia di Agricoltura di Torino. Ma il premio direttamente ambito era per lui l'intima compiacenza di chi ha fatto del bene. V'hanno eroismi ignorati

fuori delle pareti domestiche, i quali non hanno premio di onori, ma fruttano impareggiabili gaudii dell'anima. E tali gaudii egli aveva conseguito. Cresciuto fra le più dure strettezze, egli era riuscito a restituire ai parenti il frutto dei loro sacrifizi; il padre aveva chiuso la vita operosa coll' onesto riposo di una vecchiaia agiata e tranquilla; la madre, contenta nella modesta sufficienza di ogni cosa, lo benediceva; i nipoti riconoscenti progredivano negli studi con mezzi e con comodi che egli giovanetto aveva ignorato.

Col balsamo di questi pensieri nel cuore, poco altro egli sapeva desiderare. A lui bastava il culto della Scienza, alla quale, come alla sua Dea, ricorreva negli intervalli di riposo per ritemprare le forze esauste dalle fatiche del pesante lavoro quotidiano, e la tranquilla e serena gaiezza della consueta passeggiata e del consueto ritrovo, dove fra pochi amici egli portava nei geniali colloqui il contributo della larga e varia sua coltura. E siccome la giornata faticosa gli faceva naturalmente prediligere la forma più tranquilla del riposo, così questa si era fatta uniforme e si alternava con immutabile costanza col lavoro ugualmente monotono de' suoi uffizi. Quindi la sua vita fu caratteristicamente metodica. Sotto la calma uniformità di quella vita pareva si nascondesse l'effetto di una continua violenza volontaria, di un perseverante proposito di negare a sè stesso i conforti e gli agi non compresi in un angusto programma prestabilito. La calda giovialità della sua anima pareva che egli comprimesse schivando paurosamente i contatti col mondo; all' elevato e puro sentimento del bello, che pure albergava in lui, egli negava i godimenti offerti dai teatri e dalle altre istituzioni artistiche cittadine; al cuore, col quale egli aveva dedicato ai suoi cari la maggior parte dei frutti del suo lavoro, egli negava il conforto della vita in famiglia. Ma violenza non v'era, v'era solo l' abito del sacrifizio e la modestia dei desideri. Pago delle pure gioie dell' intelletto e della coscienza, egli trascorse, sempre uguale a se stesso, sempre calmo e sereno, la vita appartata e modesta.

Sempre uguale a sè stesso, sempre calmo e sereno, la sera del 27 luglio egli stringeva ancora, rincasando, la mano agli amici, e loro diceva il solito: " a rivederci ", l' ultimo " a rivederci ". Il giorno dopo egli ci aveva lasciati!

Da quel giorno la vecchia madre attende invano il saluto consueto. E noi, ancora attoniti e dubitosi, oh! quante volte sentiamo nel cuore un sussulto e nelle vene un brivido se di sera, alla svolta della strada, ci si presenti nell'ombra una figura che ci ricordi quella che sempre ci aspettiamo di vedere, la figura amica del nostro povero Basso!

ELENCO *delle pubblicazioni del Prof.* Giuseppe Basso.

1862. Dissertazione sulla luce polarizzata circolarmente e sulle sue applicazioni ad alcune questioni di chimica. — Dissertazione di laurea.

1864. Sul lavoro interno prodotto dal calore nei corpi. — Dissertazione pel concorso ad un posto di dottore aggregato alla facoltà di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'Università di Torino.

1865. Sull'uffizio della matematica nelle scienze sperimentali. — Discorso pel solenne accoglimento nella facoltà. (*Rivista italiana delle scienze, lettere ed arti*, anno 6°, n. 236, 3 aprile).

1867. Nota intorno alla determinazione di temperature molto elevate mediante un procedimento calorimetrico analogo a quello seguito da Byström. (*Mem. Acc. Sc. di Torino*, Serie II, Tom. XXII).

1870. Sulla deviazione massima dell'ago calamitato sotto l'azione della corrente elettrica. (*Mem. Acc. Sc. di Torino*, Serie II, Tom. XXVI).

— Determinazione della velocità del suono nell'aria per mezzo di un'eco polifona. (*Atti Acc. delle Sc. di Torino*, Vol. VI).

1871. Nuova bussola reometrica. (*Mem. Acc. delle Sc. di Torino*, Serie II, Tom. XXVI).

1877. Fenomeni di magnetismo osservati nel radiometro. (*Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino*, Vol. XII).

1878. Parole di commemorazione di Vittorio Regnault. (*Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino*. Adunanza 27 gennaio 1878).

— Sulle correnti elettriche d'induzione generate per mezzo di moti oscillatori. (*Atti dell'Acc. Sc. di Torino*, Vol. XIII).

— Sull'uso delle bussole reometriche per correnti elettriche di breve durata. (*Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino*, Vol. XIII).

1879. Sull'allungamento dei conduttori filiformi attraversati dalla corrente elettrica. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XIV).

— Fenomeni che accompagnano l'elettrolisi dei composti metallici. (*Atti Acc. delle Sc. di Torino*, Vol. XV).

1880. Silvestro Gherardi. — Cenno biografico. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XV).

— Sugli effetti meccanici della elettrolisi. (*Memorie dell'Acc. delle Sc. di Torino*, Serie II, Tom. XXXII).

— Contribuzione alla teoria dei fenomeni di diffrazione. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XV).

— Fenomeni di polarizzazione cromatica in aggregati di corpi birifrangenti. (*Memorie Acc. Sc. di Torino*, Serie II, Tom. XXXIV).

— Intorno alla vita ed agli studi di Giambattista Beccaria. Conferenza tenuta alla Filotecnica. (*Atti della Filotecnica*).

1881. Dimostrazione di una proprietà geometrica dei raggi rifratti straordinari nei mezzi birifrangenti uniassi. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVI).

— Riflessione della luce polarizzata sulla superficie dei corpi birifrangenti. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVI).

— Il Conte Amedeo Avogadro di Quaregna. Lettura alla Società Filotecnica, 24 aprile 1881. (*Atti della Filotecnica*, Anno IV, Vol. IV, 121).

— Studi sulla rifrazione cristallina. (*Memorie Acc. Sc. di Torino*, Serie II. Tom. XXXIV).

1882. Sopra un caso particolare d'equilibrio per un solenoide soggetto all'azione magnetica terrestre ed a quella d'una corrente elettrica. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVII).

— Apparato reometrico a massima deviazione (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVII).

— Nozioni di meccanica ad uso specialmente dei licei. (Paravia, Torino).

1883. Sopra un caso particolare di riflessione cristallina. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVIII).

— Sul fenomeno ottico detto " Nodus Rosi „, relazione. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XVIII).

1884. Sopra un modo di misurare l'intensità delle correnti elettriche. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XIX).

— Appareil rhéométrique à déviation maximum. (Torino, *Stamperia Reale-Paravia*).

1885. Fenomeni di riflessione cristallina interpretati secondo la teoria elettromagnetica della luce. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XX).

— Relazione del Socio Giuseppe Basso, Segretario della Giunta per il IV premio Bressa. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXI).

1886. Commemorazione di Giulio Jamin. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXI).

— Sulla legge di ripartizione dell'intensità luminosa fra i raggi birifratti da lamine cristalline. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXI).

1887. Sulla legge ottica di Malus detta del coseno quadrato. (*Atti Acc. Sc. di Torino.* (Vol. XXII).

— In commemorazione di Gustavo Roberto Kirchhoff. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXIII).

1888. In commemorazione di Rodolfo Clausius. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXIII).

1889. Sulla polarizzazione della luce diffusa dal cielo. (*Annuario meteorologico pubblicato per cura del comitato direttivo della Società meteorologica italiana;* anno IV).

— In commemorazione del Conte Paolo Ballada di Saint-Robert. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXIV).

— In commemorazione di Gilberto Govi. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXV).

— Giacomo Prescott Joule, parole di commemorazione. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXV).

1890. Sulle unità di misura delle grandezze elettriche. (*Annuario meteorologico della Società meteorologica italiana*, anno V).

1891. In commemorazione di Guglielmo Weber. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXVII).

— Giuseppe Pisati. — Parole commemorative. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXVII).

1892. Parole in commemorazione di Enrico Betti. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXVIII).

— Di un carattere di reciprocità proprio della luce riflessa dai mezzi cristallini. (*Atti Acc. Sc. di Torino*, Vol. XXVIII).

1893. La ricerca delle leggi fisiche. — Discorso letto nella solenne apertura degli studi nella R. Università di Torino.

G. B. DELPONTE

Commemorazione letta dal Socio GIUSEPPE GIBELLI.

Nacque in Monbaruzzo (circondario d'Aqui) il 2 Agosto 1812, da G. G. Delponte, medico di vaglia, già direttore delle Terme d'Aqui, e da Giovanna Prato, figlia di Alessandro, professore di Leggi in questa Università.

Dopo i soliti corsi classici ed universitarii conseguì la laurea dottorale in Medicina nel Maggio 1832.

Stretto dal bisogno, malgrado l'appassionata tendenza agli studi botanici, attese per sette anni all'esercizio pratico della Medicina.

Nel 1839 ottenne finalmente la carica di assistente all'Orto Botanico; il che gli permise d'abbandonare la pratica medica, e di dedicarsi tutto quanto allo studio della scienza, che fu l'unica passione della sua vita. Fino d'allora dovette attendere con fervore all'insegnamento, sia colle ripetizioni agli scolari, sia colle frequenti supplenze al prof. Moris.

Nel 1841, in seguito alla presentazione di tre tesi (*De Polline plantarum — Varietates humani generis — De Rhabarbaro*) ottenne l'aggregazione al Collegio medico di questa Università.

Nel 1848, il celebre prof. Moris, nominato senatore, occupatissimo nei lavori dell'alta sua carica, deferiva l'insegnamento della Botanica al dott. Delponte, il quale perciò otteneva il titolo di *Professore sostituto* in questa disciplina. In tale occasione il Ministro della Pubblica Istruzione fece sentire al Delponte, che l'erario pubblico, in gravi distrette per la guerra dell'Indipendenza, non poteva disporre di alcuna somma in compenso dei suoi servigi. Il Delponte rispose, *che il pretendere in tali contingenze una ricompensa sarebbe stato indizio di poco amore alla Patria.* E così per ben venti anni prestò gratuitamente l'opera sua all'istruzione: il che basta a designare la nobiltà di carattere di questo bravo uomo.

Morto nel 1869 il prof. Moris, il Delponte ebbe il regolare incarico dell'insegnamento della Botanica nell'Università nostra e finalmente anche l'assegno, che gli competeva.

Nel 1870, in seguito a regolare concorso, conseguì la cattedra e il titolo di Professore ordinario. Diè quindi opera alle lezioni ed alle ricerche scientifiche fino al 1878.

Nel 1879, travagliato da lenta malattia dei centri nervosi, dovette desistere dal lavoro con suo grande dolore; chiese il ben meritato riposo e si ritirò nel villaggio nativo, dove lentamente si spense il 18 Maggio 1884.

Il Delponte fu nominato Socio residente di questa R. Accademia nel 1867. Fu membro della R. Accademia d'Agricoltura, corrispondente della *Cesareo-Leopoldina Naturae curiosorum,* della *Società dei Naturalisti di Cherbourg.* Per le sue benemerenze scientifiche e didattiche fu insignito di alti gradi di più ordini cavallereschi.

Della sua operosità scientifica fanno fede le numerose pubblicazioni, delle quali aggiungiamo l'elenco in fine. Le principali, e che gli dànno fama di vero scienziato, sono pubblicate nelle Memorie di questa R. Accademia.

Aveva il Delponte un ingegno eletto; amava la scienza e le ricerche scientifiche per sè stesse, perchè erano le uniche sue gioie intellettuali, senza la minima preoccupazione di notorietà. Non sentiva vanità di sorta: invidia, meno che mai. Lavorava sempre, deliziandosi nello studio delle forme e delle trasformazioni vegetali, senza darsi pensiero che le sue scoperte fossero divulgate.

E infatti l'opera sua più importante *Specimen Desmidiacearum,* che gli dà un titolo perenne di benemerenza scientifica, fu pubblicata soltanto per aderire alle prementi insistenze dell'illustre De Notaris, che altamente apprezzava il Delponte.

In quest'opera sono descritte e nitidamente figurate ben 175 specie, delle quali 77 nuove. Essa resterà come un caposaldo, al quale dovranno ricorrere tutti coloro, che vorranno occuparsi di queste elegantissime alghe microscopiche.

Il Delponte era estremamente coscienzioso, meticoloso, per la mania di perfezionare il suo lavoro; non sapeva mai staccarsene, nè dargli il tratto finale. — Ecco il perchè giacciono inedite due poderose memorie, illustrate da molte tavole, una

sulle *Zygnemacee,* l'altra sulle *Pediastreae*, e perchè di parecchie altre restano voluminosi manoscritti, o furono pubblicati soltanto frammenti. Certo è che chi volesse accingersi ad uno studio sistematico e morfologico delle Alghe d'acqua dolce del Piemonte, troverebbe una miniera ricchissima e preziosa di materiali già vagliati dal bravo Delponte.

Per la sistematica delle Fanerogame sono importanti due sue memorie col titolo l'una di: *Stirpium exoticarum pugillus*, l'altra *Un ricordo botanico del Prof. Defilippi,* nelle quali si illustrano 36 specie, e di queste 7 nuove.

Notiamo anche che insieme al compianto A. Gras aveva apprestato una ingente copia di materiali per una nuova Flora Piemontese, ai quali potranno attingere con molto profitto i volonterosi, che volessero ritentare l'impresa.

Oltre alla passione eminente per la Botanica, il Delponte ebbe gusto finissimo d'artista per ciò che è bello in tutte le sue forme. Conosceva a fondo il latino e lo scriveva con eleganza. Era versatissimo nella letteratura del rinascimento italiano e de' suoi grandi poeti da Dante all'Ariosto. Apprezzava assai anche i moderni suoi coetanei, meritamente celebrati. Negli ultimi suoi anni, quando dalla mente gli svanivano a poco a poco i nomi e i fatti della Botanica, gli restò vivace il ricordo dei classici latini e italiani; sicchè, ultimo suo conforto, sapeva deliziarsi declamando a memoria i brani più commoventi dell'*Eneide*, gli eroici canti del Tasso, le sonanti ballate del Prati. Delponte nel suo cuore ingenuo non ricettò astio per nessuno; non ebbe nemici; amici pochi ma amatissimi.

Ai genitori fino agli ultimi suoi giorni prestò culto di profondo affetto. Nella sua camera da letto aveva raccolto entro una nicchia gli oggetti che di loro serbavano più commovente ricordo. Morì serenamente contemplando quell'altare del suo nobilissimo cuore!

Indice cronologico delle pubblicazioni di G. B. Delponte.

De Polline Plantarum. (Taurini, ex Typis Regiis, 1841).

Elementi di botanica e fisiologia vegetale. — Trad. di Adr. Jussieu con nozioni preliminari e appendice. (Stamperia Pomba, 1846).

Cenno storico sull'Orto botanico di Torino dalla sua origine sino al 1849. (*Mondo Illustrato*, Tom. I, pag. 811, e suppl., pag. 838, con disegni intercalati nel testo).

Elogio storico di Luigi Colla. (*Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, Ser. II, Tom. XII, 1850).

Saggio di alcuni esperimenti georgici fatti negli anni 1851-52; letto in adunanza 16 aprile 1853; stampato negli *Annali della R. Accademia d'Agricoltura*, vol. VI.

Catalogo delle piante coltivate nel giardino e nel Parco del sig. Marchese di Breme. (Torino, 1854).

Stirpium exoticarum rariorum, vel forte novarum, Pugillus. (Taurini, ex Officina Regia, 1854).

L'Igname Patata coltivata nell'Orto sperimentale della R. Accademia di Agricoltura di Torino. (Adunanza del 17 novembre 1855).

Sulle Muffe di Valdieri. (Torino, Tipografia Nazionale di G. Biancardi, 1857).

Nuove opere e miglioramenti introdotti nella primavera del 1859. (Estr. dagli *Annali d'Agricoltura*. — Torino, Stamperia dell'Unione Tip-Editrice, 1861).

Sull'Armiscillo della Nuova Granata. (Estr. *Reale Accademia di Medicina di Torino*, N. 17, 1862).

Cenno intorno alle principali piante economiche poste a prova nel 1862 nell'Orto sperimentale della R. Accademia d'Agricoltura di Torino. (Letto nelle Adunanze 17 dicembre 1862 e 23 febbraio e 4 giugno 1863).

Cenno intorno alle piante più notevoli poste ad esperimento nell'Orto Agrario della R. Accademia d'Agricoltura di Torino l'anno 1856. (Letto nell'Adunanza del 18 febbraio 1866).

Studi intorno alle piante economiche. Memoria prima, sui Frumenti. (Letta ed approvata nell'Adunanza del 4 maggio 1867).

Un ricordo botanico del sig. Prof. Filippo Defilippi. (Stamp. Reale, 1869).

Cenno intorno ad alcuni saggi di Cereali e Legumi dell'Orto sperimentale della Crocetta presentati all'Esposizione Agraria del 1869 in Torino. (Torino, Tipografia e Litografia Foa, 1869).

Elementi di Botanica. Organografia e fisiologia vegetale colle applicazioni più importanti alle Industrie, alla Medicina ed alle Arti. (Stamperia Pomba, 1871).

Studi intorno alle piante economiche. Memoria seconda: Sui Formentoni. (Letta ed approvata nell'Adunanza del 16 giugno 1871).

Le piante in relazione colla materia e coll'incivilimento. Discorso pel riaprimento degli studi nella R. Università di Torino. (Stamperia Reale, 1873).

Guida allo studio delle piante coltivate nelle aiuole di piena terra nell'Orto botanico di Torino. (Torino, 1874).

Specimen Desmidiacearum Subalpinarum. (Taurini, 1873-77).

Giuseppe De Notaris — Commemorazione di G. Delponte e M. Lessona. (Torino, Stamperia Reale, 1877).

NB. — Del Delponte sono tutti gli articoli botanici contenuti nella Enciclopedia popolare italiana del Pomba.

JAMES DWIGHT DANA

Commemorazione letta dal Socio GIORGIO SPEZIA.

James Dwight Dana, socio di questa Accademia, nacque in Utica N. Y. il 12 febbraio 1813 e morì a New Haven il 14 aprile di quest'anno.

Le scienze naturali perdettero nel Dana uno di quei cultori che oggi sono rarissimi, perchè lo sviluppo scientifico, originato dalla suddivisione del lavoro, permette soltanto ad un eccezionale ingegno di potere estendere le sue investigazioni simultaneamente a varii rami della scienza con vantaggio di essa.

Il Dana nella sua gioventù mostrò speciale predilezione per la chimica e nel 1836 fu assistente al laboratorio del prof. Silliman; ma in pari tempo coltivò lo studio dei minerali e nel 1837 comparve la prima edizione del suo trattato *A system of mineralogy*, il quale doveva rendere il suo nome così popolare ed in alta stima fra i mineralogi.

Nel 1838 poi il Dana ebbe l'occasione di dovere applicarsi ad altri studi; poichè, chiamato a far parte del viaggio scientifico di esplorazione dell'Oceano Pacifico ordinato dal governo degli Stati Uniti, non potè a meno di essere attratto dalle interessantissime osservazioni che in fatto di zoologia e geologia offrono simili viaggi. E fu dopo tale viaggio, continuato per circa 4 anni, che il Dana, oltre la mineralogia, coltivò anche la zoologia e la geologia con risultati così eminenti, che quasi non si saprebbe ora dire se le scienze naturali debbano piangere la mancanza di un mineralogo o di un zoologo o di un geologo.

La maggior gratitudine che ogni mineralogo deve al Dana emerge dal suo trattato *A system of mineralogy* col quale egli seppe mantenere la mineralogia col progresso scientifico. Ed uno dei vantaggi principali di tale opera fu di avere ottenuto che nella classificazione dei minerali fosse dato posto essenziale ai caratteri chimici, i quali non erano tenuti in gran conto dalla generalità dei precedenti mineralisti che seguivano le orme di Mohs.

Però il Dana raggiunse il suo scopo col riconoscere che il progresso delle scienze ausiliarie della mineralogia doveva influire sul cambiamento d'indirizzo dello studio dei minerali; ed egli stesso che colla prima edizione ammetteva ancora in parte il sistema di Mohs, riconobbe più tardi che esso non era soddisfacente. Perciò l' abbandonava in base ad un principio fondamentale per lo sviluppo di ogni scienza, e che egli esprimeva nella edizione del 1850 con queste parole: " Il mutare ha sempre l'apparenza d'incostanza. Ma il non mutare col progresso della scienza è peggio, è una persistenza nell'errore ".

Oltre alla indicata classica opera, la mineralogia deve al Dana una serie di lavori e brevi studii, i quali, se provano l'alto valore del mineralogo, dimostrano eziandio come egli volesse disporre del tempo anche per gli altri studii naturali ai quali si era pure dedicato.

La zoologia infatti deve annoverare il Dana fra i suoi cultori per una serie di scritti, fra i quali sono dai zoologi ritenute classiche e dotate di originalità l'opera sui crostacei e quella sui zoofiti.

Ma se il numero delle pubblicazioni in un dato ramo scientifico può esprimere il maggiore amore che uno scienziato abbia

per una scienza, si deve conchiudere che la geologia fu quella che attirò la maggior simpatia del Dana.

D'altronde chi da giovane era chimico e che poi passò ad essere eminente nelle scienze mineralogiche e zoologiche, non poteva a meno di possedere tutte le condizioni scientifiche necessarie per trattare argomenti geologici di qualsivoglia natura e con quella sintesi scientifica alla quale difficilmente arriva uno specialista assoluto. Per un intelletto poi come quello del Dana, in cui lo studio delle dette scienze aveva stimolato il pensiero filosofico delle origini delle cose, era ovvio che la geologia dovesse apparirgli come il campo più attraente per l'applicazione della sua grande sagacia nell'osservare e nel dedurre, massime che il suo paese presentava ancora moltissimi problemi geologici degni del suo studio.

Anche per la geologia il Dana credette utile di scrivere un *Manual of geology* il quale, se fra i trattati di geologia forse non ha il primato che possiede il *System of mineralogy* fra quelli di mineralogia, attesta tuttavia come l'autore fosse in magistrale possesso della scienza. Di speciale importanza sono poi le opere che hanno per titolo: *Corals and coral Island, Characteristics of volcanoes* e *The four rocks of the New Haven region.*

Oltre tali opere il Dana fornì la geologia di un numero grandissimo, e molto maggiore di quello degli scritti di mineralogia e zoologia, di studii ed osservazioni, dalle quali risulta evidente come gli fossero famigliari gli argomenti di stratigrafia, di paleontologia, dell'origine delle montagne, dei fenomeni glaciali, di oceanografia e del vulcanismo.

Rispetto a quest'ultimo è degno di nota un breve scritto che porta il titolo di: *On the condition of Vesuvius in July 1834.* È un lavoro essenzialmente descrittivo, ma nel quale appare già il carattere filosofico, di coordinare gli effetti colle cause, al quale il Dana informò generalmente i suoi lavori geologici; inoltre ha il pregio, per la geologia italiana, di essere stato il primo pubblicato in quella numerosa serie di svariati scritti che onorarono la vita scientifica del grande naturalista americano.

Sull'inversione degli integrali definiti nel campo reale;

Nota di TULLIO LEVI-CIVITA.

In alcune ricerche di analisi pura e in moltissimi problemi di fisica e di meccanica fa d'uopo invertire qualche integrale definito. Si può anzi affermare che non v'è ramo della fisica matematica, in cui non si incontrino difficoltà di questa natura. Con tutto ciò, per quanto almeno è a mia cognizione, non fu ancora dedicata a siffatto problema alcuna indagine sistematica; se ne considerarono soltanto, in causa del frequente loro apparire, alcuni casi particolari, per la cui trattazione furono da varii autori proposti disparati artifizii.

A tacere di alcune formule di Cauchy, che pur rientrano in quest'ordine di studii, Abel, per il primo, da taluna ricerca sul moto brachistocrono venne condotto ad un teorema di inversione, che porta il suo nome e che, come mise in chiara luce il Prof. Beltrami (1), è suscettibile di forme svariatissime, tanto che ad esso (finchè si resta nel campo reale (2)) quasi unicamente possono riportarsi i casi di inversione, che gli altri autori hanno ritrovato.

Molti di questi tuttavia presentano grande interesse per la questione, che ne vien risolta e basterà ricordare tra i più notevoli il teorema di Schlömilch (sugli sviluppi in serie procedenti per funzioni cilindriche di argomenti multipli) e le molteplici applicazioni dello stesso Prof. Beltrami.

Se io non mi inganno, eccedono il teorema di Abel soltanto una generalizzazione di esso riportata da Sonine nelle sue " Re-

(1) " Intorno ad un teorema di Abel „ (Rend. dell'Istituto Lombardo, ser. II, vol. XIII). — " Sulla teoria della attrazione degli ellissoidi „ (Mem. dell'Acc. di Bologna, ser. IV, tom. I).

(2) Nel campo complesso la questione fu già discussa sotto aspetto più generale da Abel e da Riemann; venne poi recentemente ripresa dal Prof. Pincherle, dal sig. Hj. Mellin e da me stesso.

cherches sur les fonctions cylindriques „ (1) e una breve, ma importantissima nota del Prof. Volterra (2), la quale costituisce forse il primo ed unico esempio di un criterio generale di inversione; il risultato è di ricondurre la questione ad altra più semplice della stessa natura, sì che talora anche riesce di raggiungere lo scopo definitivo.

Ciò accade del pari nel presente scritto; esso si informa (salvo le necessarie modificazioni, dovute alla maggior generalità delle funzioni, con cui si opera) allo stesso concetto fondamentale, che esposi già nella nota " I gruppi di operazioni funzionali e l'inversione degli integrali definiti „ (3).

Il primo § è destinato a dare il profilo generale di un metodo, che può condurre alla determinazione di $v(y)$ dalla formula:

$$u(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, y)\ v(y)\, dy,$$

dove $u(x)$ e $v(y)$ si intendono funzioni integrabili e $f(x,y)$ soddisfa ad una equazione lineare a variabili separate del tipo:

$$\sum_{0}^{n}{}_r\, p_r(x)\ \frac{\partial^{n-r} f(x,y)}{\partial x^{n-r}} + \sum_{0}^{m}{}_s\, q_s(y)\ \frac{\partial^{m-s} f(x,y)}{\partial y^{m-s}} = 0,$$

che chiamo equazione caratteristica; i §§ seguenti sono dedicati alle applicazioni. Io ho considerato esclusivamente il caso che la equazione caratteristica in f sia del primo ordine, nella quale ipotesi si può ridursi senza difficoltà alla forma canonica:

$$u(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x - y)\ v(y)\, dy.$$

Il procedimento accennato riesce completamente per due casi particolari molto interessanti, cioè:

---

(1) Math. Annalen, B. XVI.

(2) " Sopra un problema di elettrostatica „ (Acc. dei Lincei, Transunti, Ser. 3ª, vol. VIII).

(3) Rend. dell'Ist. Lombardo, ser. II, vol. XXVIII.

$$u(x) = \int_a^x f(x-y)\, v(y)\, dy \text{ e } u(x) = \int_a^b f(x-y)\, v(y)\, dy \text{ } (a \text{ e } b \text{ costanti}).$$

Per la prima di queste relazioni, ammessa press'a poco soltanto l'integrabilità della u e della f, immaginando data $u(x)$ in un intervallo qualunque (ab), assegno una espressione analitica (cioè formata cogli ordinarii simboli di calcolo) atta a rappresentare $v(y)$ nello stesso intervallo; come casi particolari ritrovo il teorema di Abel e la generalizzazione indicata da Sonine. Per la seconda formula invece, giungo ad un risultato utile, soltanto quando la $u(x)$ è nota ed integrabile in tutto l'intervallo $(-\infty\, \infty)$.

Quanto alle equazioni caratteristiche d'ordine superiore al primo, debbo rimetterne lo studio ad altra comunicazione, per non oltrepassare i giusti limiti della presente.

Spero che nel frattempo mi si offra anche occasione di applicare lo stesso metodo a qualche problema di fisica.

1. — Data l'equazione:

$$(1) \qquad u(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, y)\; v(y)\; dy,$$

dove $a(x)$, $b(x)$, $f(x, y)$, $u(x)$ si suppongono funzioni conosciute (le prime tre finite, continue e derivabili quanto occorre e la $u(x)$ integrabile in un intervallo pur dato), il problema di inversione consiste nel determinare una funzione $v(y)$ atta all'integrazione, per cui la (1) riesca identicamente soddisfatta.

Ogni qualvolta la funzione $f(x, y)$, che si può chiamare *caratteristica*, soddisfaccia ad una equazione *caratteristica* a derivate parziali e variabili separate del tipo:

$$(2) \qquad \{ \Delta_x^{(n)} + \Theta_y^{(m)} \} f = 0$$

$\left(\Delta_x^{(n)} f \equiv \sum_0^n {}_r p_r(x) \frac{\partial^{n-r} f}{\partial x^{n-r}},\ \Theta_y^{(m)} \equiv \sum_0^m {}_s q_s(y) \frac{\partial^{m-s} f}{\partial y^{m-s}} \right.$ essendo forme differenziali lineari qualunque in x, y dell'ordine rispettivo n, m $\Big)$,

si può seguire per l'inversione della (1) un criterio direttivo, che permette in qualche caso di andare in fondo.

Gioverà premettere alcune brevi osservazioni.

Formiamo l'equazione:

$$\{ \Delta'^{(n)}_x - \chi(\tau) \} \mu(x) = 0, \tag{3}$$

dove Δ'^{n}_x è la forma aggiunta a Δ^{n}_x e $\chi(\tau)$ è una funzione, che si può scegliere a piacere, di un parametro τ; e poniamo:

$$\nu_\tau(y) = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x, y)\, \mu_\tau(x)\, dx, \tag{4}$$

essendo $\mu_\tau(x)$ una soluzione determinata della (3). Sarà:

$$\{ \Theta^{(m)}_y + \chi(\tau) \} \nu_\tau(y) = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} \{ \Theta^{(m)}_y + \chi(\tau) \} f(x,y) \,.\, \mu_\tau(x)\, dx + \text{termini}$$

provenienti dalla derivazione dei limiti.

Ma, in causa della (2): $\Theta^{(m)}_y f(x,y) = - \Delta^{(n)}_x f(x,y)$, e, per la definizione stessa di forma aggiunta:

$$- \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} \Delta^{(n)}_x f(x,y) \,.\, \mu_\tau(x)\, dx = + \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y) \,.\, \Delta'^{(n)}_x \mu_\tau(x) \,.\, dx + \text{termini}$$

ai limiti.

Chiamando complessivamente $\Omega(y,\tau)$ i termini fuori dell'integrale, che sono perfettamente conosciuti, e avendo riguardo alla (3), si conclude che le funzioni $\nu_\tau(y)$ definite dalla (4) soddisfanno, qualunque sia il valore di τ, ad una equazione differenziale del tipo:

$$\{ \Theta^{(m)}_y + \chi(\tau) \} \nu = \Omega(y, \tau), \tag{5}$$

la quale le individua completamente, purchè le costanti di integrazione si determinino attribuendo ad y nella (4) valori particolari.

Ciò posto, riprendiamo l'equazione (1) e integriamo rispetto ad x fra certi limiti c e d, dopo aver moltiplicato ambo i membri per una funzione F da determinarsi, dipendente da x e, ove convenga, da altre variabili ausiliarie z, t, ecc.

Avremo:

$$\int_c^d F \,.\, u(x)\, dx = \int_c^d F\, dx \,.\, \int_{a(x)}^{b(x)} f(x,y)\; v(y)\, dy.$$

Supponendo di poter in qualche modo invertire le due integrazioni rispetto ad x e ad y, la relazione precedente assumerà l'aspetto:

$$\int_c^d F \,.\, u(x)\, dx = \int_\gamma^\delta v(y)\, dy \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y)\; F\, dx. \tag{6}$$

Si tratta ora (e a ciò si trova ricondotta tutta la difficoltà della questione) di operare in modo che il secondo membro della (6) divenga una rappresentazione integrale della funzione $v(y)$; in tale ipotesi infatti, il primo membro, che potrà riguardarsi conosciuto, fornirà l'inversione richiesta.

In generale è noto (1) che:

$$\int_0^\infty dt \int_\gamma^\delta \Psi \{ t(y-z) \}\; v(y)\, dy = v(z) \qquad (\gamma < z < \delta),$$

essendo $v(y)$ generalmente finita e continua, ed integrabile nell'intervallo $(\gamma\delta)$ e Ψ funzione *fluttuante*.

Se dunque si giunge a conoscere una funzione $F(x, z, t)$ tale che:

$$\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x,y)\; F(x,z,t)\, dx = \Psi\,(t\,(y-z)),$$

(1) Hamilton, " On fluctuating function „ (Transaction of the Royal Irish Academy, vol. XIX, 1843. — Du Bois-Reymond, " Ueber die allgemeinen Eigenschaften der Klasse von Doppelintegralen, zu welcher das Fourier'sche Doppelintegral gehört „ (Crelle's Journal, B. LIX, 1868). — C. Neumann, " Ueber die nach Kreis-Kugel- und Cylinder-Funktionen fortschreitenden Entwickelungen „, Leipzig, 1881; veggasi in particolare, cap. 3, § 6. — Kronecker, " Vorlesungen über Mathematik „, Erster Band, Leipzig, 1894, pag. 77.

basta poi integrare il primo membro della (6) fra o e ∞ per avere una rappresentazione analitica della funzione v.

Ciò vale qualunque sia la funzione caratteristica $f(x,y)$; l'ipotesi restrittiva da noi introdotta, che essa soddisfaccia ad una equazione del tipo (2), permette di fare un passo più avanti e di riportare la questione, che ci occupa, ad altra, se non risoluta, certo più studiata e in qualche caso già nota.

Infatti, dato il sistema di funzioni $\nu_\tau(y)$ $(\tau=1,2,\ldots,\infty)$ definite dalla (5), dico essere sufficiente per lo scopo nostro che si sappia sviluppare una funzione àssegnata $\varphi(y)$ in serie procedente per funzioni $\nu_\tau(y)$ del sistema (6), si possa cioè, per quanto con restrizioni sulla natura di $\varphi(y)$, porre:

$$\varphi(y) = \sum_0^\infty {}_\tau C_\tau \nu_\tau(y),$$

colle C_τ indipendenti da y.

Per provare questo asserto, si scelga una qualunque funzione fluttuante, che soddisfaccia alle volute restrizioni (ve ne ha certamente, perchè anzi le forme più note sono addirittura funzioni analitiche) e si avrà per $\Psi(t(y-z))$, risguardata come funzione della sola y coi due parametri t e z, una identità del tipo:

$$\Psi\{t(y-z)\} = \sum_0^\infty {}_\tau C_\tau(t,z)\,\nu_\tau(y). \tag{7}$$

Se quindi si pone nella (6):

$$F(x,z,t) = \sum_0^\infty {}_\tau C_\tau(t,z)\,\mu_\tau(x),$$

tenendo presente la (4) e la (7), si ha:

$$\int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} F(x,z,t)\, f(x,y)\, dx = \Psi\{t(y-z)\},$$

e per conseguenza, in base a quanto si è osservato a proposito della (6) stessa:

$$(8) \qquad v(z) = \int_0^\infty dt \int_c^d \sum_0^\infty {}_\tau C_\tau(t,z)\, \mu_\tau(x) \,.\, u(x)\, dx \qquad (\gamma < z < \delta).$$

Le condizioni di effettiva validità per il procedimento formale qui indicato sono manifestamente pochissimo restrittive; il discuterle partitamente ci porterebbe molto in lungo con scarso profitto, essendo assai più semplice riconoscerle nei casi singoli.

Mi pare degna di nota la seguente circostanza: Ogniqualvolta i coefficienti dell'equazione differenziale (5) sono analitici (il che per es. accade certamente, quando lo sieno le $q_s(y), \alpha(y)$, $\beta(y), f(x,y)$), il problema di invertire la (1) si riduce ad una questione concreta nel campo analitico, alla sviluppabilità di una data funzione in serie procedente per funzioni del sistema (5) (1).

2. — Passiamo ora a considerare con qualche dettaglio il caso che l'equazione caratteristica in f sia del primo ordine.

Avremo:

$$(9) \qquad u(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x,y)\, v(y)\, dy$$

con:

$$(10) \quad \{\Delta_x^{(1)} + \Theta_y^{(1)}\} f(x,y) \equiv p_0(x) \frac{\partial f}{\partial x} + p_1(x) f + q_0(y) \frac{\partial f}{\partial y} + q_1(y) f = 0,$$

alle quali, ove si ponga:

$$(11) \quad \begin{cases} x_1 = \displaystyle\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{p_0(x)}, \; y_1 = \int_{y_0}^{y} \frac{dy}{q_0(y)}, \; f_1(x_1,y_1) = f(x,y) \,.\, e^{\int_{x_0}^{x} \frac{p_1(x)}{p_0(x)} dx + \int_{y_0}^{y} \frac{q_1(y)}{q_0(y)} dy} \\ u_1(x_1) = u(x) \,.\, e^{\int_{x_0}^{x} \frac{p_1(x)}{p_0(x)} dx}, \quad v_1(y_1) = v(y) \,.\, q_0(y) \,.\, e^{-\int_{y_0}^{y} \frac{q_1(y)}{q_0(y)} dy} \\ a_1(x_1) = \displaystyle\int_{y_0}^{a(x)} \frac{dy}{q_0(y)}, \; b_1(x_1) = \int_{y_0}^{b(x)} \frac{dy}{q_0(y)}, \end{cases}$$

(1) Veggansi a tale proposito alcune considerazioni generali utili in

si attribuisce la forma canonica (1):

$$u_1(x_1) = \int_{a_1(x_1)}^{b_1(x_1)} f_1(x_1, y_1)\, v_1(y_1)\, dy_1$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} = 0.$$

Scrivendo nuovamente x, y,....., al posto di x_1, y_1,....., ed osservando che l'integrale generale di $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ è $f(x-y)$, le due precedenti equazioni si possono sostituire con:

$$(12) \qquad u(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x-y)\, v(y)\, dy,$$

dove f è simbolo di funzione arbitraria.

Finchè i limiti di integrazione $a(x)$ e $b(x)$ rimangono indeterminati, il criterio generale di inversione, indicato nel precedente §, non si lascia applicare alla (12) in modo da raggiungere un risultato definitivo; si possono però trattare esaurientemente due casi notevoli ($a = cost$, $b(x) = x$; $a, b = cost$), che molto spesso si incontrano nell'analisi applicata.

A questi due casi limiteremo il nostro studio, occupandoci successivamente di determinare $v(y)$ dalla equazione:

$$(13) \qquad u(x) = \int_{a}^{x} f(x-y)\, v(y)\, dy,$$

ovvero dalla:

$$(14) \qquad u(x) = \int_{a}^{b} f(x-y)\, v(y)\, dy.$$

---

molti casi, contenute nella memoria del Prof. Pincherle: " Sopra alcuni sviluppi in serie per funzioni analitiche „ (Mem. dell'Acc. di Bologna, ser. IV, tom. III.

(1) Con ovvie modificazioni delle (11) si perviene a questo stesso risultato, anche quando $p_0(x)$ o $q_0(y)$ sieno nulli.

La ricerca consterà di due parti: 1° Ammessa l'esistenza della funzione $v(y)$, determinarne una espressione analitica. 2° assegnare per questa espressione le condizioni di effettiva validità.

3. — Riferendosi alla (13) (1), suppongasi $u(x)$ atta all'integrazione dell'intervallo $(a\,\infty)$, si moltiplichino ambo i membri della (13) per $\cos \pi t\,(x-z)\,dx$ e si integri fra a ed ∞. Verrà:

$$\int_a^\infty \cos \pi t\,(x-z)\,.\,u(x)\,dx = \int_a^\infty \cos \pi t\,(x-z)\,dx \int_a^x f(x-y)\,v(y)\,dy,$$

od anche, invertendo le integrazioni colla regola di Dirichlet:

$$\int_a^\infty \cos \pi t\,(x-z)\,.\,u(x)\,dx = \int_a^\infty v(y)\,dy \int_y^\infty f(x-y) \cos \pi t\,(x-z)\,dx.$$

Se nell'integrale interno del secondo membro si assume $\lambda = x - y$ come variabile di integrazione e si pone:

$$h(t) = \int_0^\infty f(\lambda) \cos \pi t \lambda\,.\,d\lambda \tag{15}$$

$$k(t) = \int_0^\infty f(\lambda) \operatorname{sen} \pi t \lambda\,.\,d\lambda, \tag{16}$$

si ha immediatamente:

$$\int_a^\infty \cos\, \pi t(x-z)\; u(x)\,dx =$$

$$h(t) \int_a^\infty \cos \pi t\,(y-z)\,v(y)\,dy - k(t) \int_a^\infty \operatorname{sen} \pi t\,(y-z)\,v(y)\,dy.$$

---

(1) Nella (13) si è scritto $\int_a^x$, supponendo, tanto per fissare le idee, $a<x$; i risultati, che stabiliremo in appresso si dovranno senz'altro ritenere estesi anche agli integrali del tipo $\int_x^b$ $(x<b)$. Basterà infatti scambiare x in $-x$, y in $-y$, b in $-a$, $f(\lambda)$ in $f(-\lambda)$, ecc., per essere ricondotti al primo caso.

In modo analogo:

$$\int_a^\infty \operatorname{sen} \pi t\,(x-z)\; u(x)\; dx =$$

$$k(t) \int_a^\infty \cos \pi t\,(y-z)\; v(y)\; dy + h(t) \int_a^\infty \operatorname{sen} \pi t\,(y-z)\; v(y)\; dy,$$

da cui, purchè $h(t)$ e $k(t)$ non si annullino contemporaneamente:

$$\int_a^\infty \cos \pi t\,(y-z)\; v(y)\; dy = \int_a^\infty u(x)\; \frac{h(t) \cos \pi t\,(x-z) + k(t) \operatorname{sen} \pi t\,(x-z)}{h(t)^2 + k(t)^2}\; dx.$$

Integrando ambo i membri rispetto a t fra o e ∞, qualora $v(y)$ sia funzione generalmente finita e continua, atta all' integrazione fra o e ∞ e dotata soltanto di un numero finito di massimi e minimi, o più generalmente tale che le si possa applicare la rappresentazione integrale di Fourier (1), si riconosce che dovrà aversi *generalmente* (ciò che basta per il nostro scopo):

$$(17) \quad \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(x)\; \frac{h(t) \cos \pi t\,(x-z) + k(t) \operatorname{sen} \pi t\,(x-z)}{h(t)^2 + k(t)^2}\; dx = v(z) \qquad (z > a)$$

$$(18) \quad \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(x)\; \frac{h(t) \cos \pi t\,(x-z) + k(t) \operatorname{sen} \pi t\,(x-z)}{h(t)^2 + k(t)^2}\; dx = 0 \qquad (z < a)$$

Per stabilire queste due formule noi ci siamo appoggiati alle relazioni:

$$\int_y^\infty f(x-y) \cos \pi t\,(x-z)\; dx = h(t) \cos \pi t\,(y-z) - k(t) \operatorname{sen} \pi t\,(y-z),$$

$$\int_y^\infty f(x-y) \operatorname{sen} \pi t\,(x-z)\; dx = k(t) \cos \pi t\,(y-z) + h(t) \operatorname{sen} \pi t\,(y-z),$$

---

(1) D'ora innanzi chiamerò brevemente *funzioni di Fourier* quelle, che si possono *generalmente* rappresentare mediante il noto integral doppio scoperto da questo autore. Veggasi in proposito: Du Bois-Reymond, " Die Theorie der Fourier'schen Integrale und Formeln „ (Math. Annalen, B. IV).

che si giustificano un semplice cambiamento della variabile di integrazione; non è tuttavia fuor di luogo il notare come esse si ritrovino, seguendo il concetto direttivo esposto a § 1. Abbiamo infatti, applicando le notazioni di allora al caso presente ed assumendo $\chi(\tau) = i\pi t$: $\frac{d\mu}{dx} - i\pi t\mu = 0$ e $\frac{d\nu}{dy} + i\pi t\nu = 0$, ossia $\nu_t(y) = g(t)e^{i\pi ty}$, la costante $g(t)$ potendosi determinare col fare $y = 0$ nella: $\nu_\tau(y) = \int_y^\infty f(x-y)\,\mu_t(x)\,dx$, ciò, che, prendendo $\mu_t(x) = e^{i\pi tx}$, dà: $g(t) = \int_0^\infty f(x)\,e^{i\pi tx}\,dx$. Ora, se si pone: $g(t) = h(t) + ik(t)$, le funzioni $h(t)$, $k(t)$ coincidono con quelle definite dalle (15), (16) e, scindendo la $\nu_t(y) = \int_y^\infty f(x-y)\,\mu_t(x)\,dx$ nelle sue parti reale ed immaginaria, si ottengono le identità:

$$\int_y^\infty f(x-y)\cos\pi tx\,.\,dx = h(t)\cos\pi ty - k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi ty$$

$$\int_y^\infty f(x-y)\,\mathrm{sen}\,\pi tx\,.\,dx = k(t)\cos\pi ty + h(t)\,\mathrm{sen}\,\pi ty,$$

donde agevolmente le due riferite sopra. L'artificio, usato precedentemente nel dedurle, presenta il vantaggio di non esigere la derivabilità della funzione $f\,(x-y)$, che si presuppone invece nel metodo generale.

Ritenuto ciò, converrà riprendere l'espressione trovata sopra per $v(y)$ e verificarla mediante diretta sostituzione nella (13). Finora infatti noi abbiamo stabilito che:

— Se esiste una funzione di Fourier $v(y)$ atta all'integrazione fra a e ∞, che rende $\int_a^x f(x-y)\,v(y)\,dy = u(x)$, essendo $u(x)$ pure integrabile nell'intervallo $(a\,\infty)$; se la f, risguardata come funzione di un argomento λ, è generalmente finita e continua e integrabile in ogni intervallo finito, e se di più hanno significato i due integrali: $h(t) = \int_0^\infty f(\lambda)\cos\pi t\lambda\,d\lambda$, $k(t) = \int_0^\infty f(\lambda)\,\mathrm{sen}\,\pi t\lambda\,d\lambda$ e non si annullano contemporaneamente per

alcun valore di t compreso fra 0 e ∞, — sussiste la duplice relazione (17), (18), ossia, più comodamente, cambiando x in z e z in y:

$$(17') \quad \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z) \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2} dz = v(y) \quad (y>a)$$

$$(18') \quad \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z) \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2} dz = 0 \qquad (y<a).$$

Reciprocamente importa di ricercare se, per una f, che soddisfaccia alle condizioni sopra dichiarate, data ad arbitrio una funzione integrabile u (e ci converrà qui aggiungere di Fourier) il primo membro della (17′) (di cui prescindendo dall'ipotesi preventiva dell'esistenza di v, nulla potrebbe dirsi), sostituito al posto di v nella (13), la renda identicamente verificata.

Sarà per questo necessario, in conformità a quanto si è detto sopra, che la (17′) definisca una funzione di Fourier e che sussista la (18′). D'altra parte però, come ora vedremo, queste condizioni sono anche sufficienti.

Avremo infatti dalle (17′) e (18′). moltiplicandone ambo i membri per $f(x-y)$ ed integrando, rispetto ad y fra $-\infty$ ed x:

$$\int_a^x f(x-y) v(y) dy = \int_{-\infty}^x f(x-y) dy \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z) \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2} dz$$

$$= \int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z) \frac{h(t) \int_{-\infty}^x f(x-y) \cos \pi t(z-y) dy + k(t) \int_{-\infty}^x f(x-y) \operatorname{sen} \pi t(z-y) dy}{h(t)^2 + k(t)^2} dz;$$

ponendo nei due integrali interni $x-y=\lambda$, e ricordando le (15) e (16) si ha immediatamente:

$$\int_{-\infty}^x f(x-y) \cos \pi t(z-y) dy = h(t) \cos \pi t(z-x) - k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-x)$$

$$\int_{-\infty}^x f(x-y) \operatorname{sen} \pi t(z-y) dy = k(t) \cos \pi t(z-x) + h(t) \operatorname{sen} \pi t(z-x),$$

donde segue:

$$\int_a^x f(x-y)\, v(y)\, dy = \int_0^\infty dt \int_a^\infty \cos \pi t(z-x)\, u(z)\, dz,$$

ossia, applicando alla u il teorema di Fourier:

$$u(x) = \int_a^x f(x-y)\, v(y)\, dy. \tag{13}$$

In questa dimostrazione, è bene notarlo, non sarebbe necessaria per $v(y)$ la restrizione d'essere funzione di Fourier, ma basterebbe la integrabilità; tuttavia noi abbiamo aggiunto, come faremo anche in seguito, tale restrizione, perchè, ricordando quanto si è visto al principio di questo §, siamo così in grado di asserire che *quando esiste una soluzione della* (13), *essa è necessariamente esprimibile per mezzo della* (17′) *e quindi unica.*

L'inversione della (13) offerta dalla (17′) è suscettibile di una modificazione assai notevole, la quale permette di assegnare la incognita funzione $v(y)$ per valori di y compresi in un intervallo prefissato (ab), *mediante la sola conoscenza dei valori di* $u(x)$ *relativi allo stesso intervallo.*

Suppongasi infatti data $u(x)$ fra a e b; si può immaginarne una estensione fittizia oltre b, ponendo per es. $u(x) = 0$, $x > b$. La funzione $u(x)$ riesce così determinata in tutto l'intervallo $(a\ \infty)$ e vi soddisfa alle condizioni di Fourier: quindi, ogniqualvolta esista una funzione $v(y)$, per cui: $\int_a^x f(x-y)\, v(y)\, dy = u(x)$, $(a < x < b)$, e $\int_a^x f(x-y)\, v(y)\, dy = 0$, $(x > b)$, sappiamo già che dovrà essere:

$$\int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z)\, \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = v(y) \qquad (y > a)$$

$$\int_0^\infty dt \int_a^\infty u(z)\, \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0, \qquad (y < a)$$

cioè, nel caso nostro:

$$(19)\quad \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = v(y) \quad (y>a)$$

$$(20)\quad \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0; \quad (y<a)$$

inversamente poi si prova come sopra che, qualora la (20) sia soddisfatta e la (19) definisca una funzione di Fourier $v(y)$, essa $v(y)$, per x compreso fra a e b, verifica la (13).

Noi abbiamo così stabilite le condizioni necessarie e sufficienti affinchè sia invertibile la (13) *per una determinata funxione u nota fra a e b e supposta nulla oltre b.* Tuttavia può ancora accadere che, per qualche funzione u data fra a e b, la (19), la quale presuppone l'accennata estensione oltre b, non abbia alcun significato, mentre invece esista una $v(y)$, che rende soddisfatta la (13). Di ciò daremo un effettivo esempio nel § seguente.

Sotto le solite ipotesi vi hanno altresì (e queste presentano il maggior interesse) funzioni caratteristiche f, per cui la (13) è invertibile, *comunque si assegni la funzione u nell'intervallo* $(a\infty)$: Vediamo in qual modo si possa riconoscere codesta insigne proprietà.

Si osservi che, se u può essere fissato a piacere, dovrà sussistere la (20), anche prendendo $u(z) = 0$ $(a < z < c)$, $u(z) = 1$ $(c < z < d)$, $u(z) = 0$ $(z > d)$, qualunque sieno c e d. Ciò dà:

$$(21)\quad \int_0^\infty dt \int_c^d \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0 \quad (y < a),$$

o se si vuole, eseguendo l'integrazione rispetto a z e tenendo presente la (19):

$$\int_0^\infty \frac{h(t)\,\{\operatorname{sen} \pi t(d-y) - \operatorname{sen} \pi t(c-y)\} - k(t)\,\{\cos \pi t(d-y) - \cos \pi t(c-y)\}}{\pi t\,\{h(t)^2 + k(t)^2\}}\, dt = 0$$

$$(y < c).$$

Reciprocamente però, come ora vedremo, la (20) si trova soddisfatta per ogni funzione u di Fourier, qualora sia verificata la (21) per una qualunque coppia di numeri c e d maggiori di a: Sarà questo pertanto il criterio cercato.

Noi ci limiteremo per brevità a considerare nella dimostrazione il caso che u sia generalmente finita e continua, integrabile e senza infiniti massimi o minimi; il risultato si intenderà senz'altro esteso a qualunque funzione di Fourier mediante il metodo seguito dal Du Bois-Reymond (1).

In primo luogo sia u finita in tutto l'intervallo $(a\,b)$; avendosi ammesso che essa è generalmente continua e dotata di un numero infinito di massimi e minimi, si potrà scindere l'intervallo $(a\,b)$ in un numero finito di segmenti tali che entro ciascuno di essi sia $u(z)$ continua e mai crescente o decrescente.

Dicasi generalmente $(\gamma\,\delta)$ uno di questi segmenti; potremo scrivere:

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\,\frac{h(t)\cos\pi t(z-y)+k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi t(z-y)}{h(t)^2+k(t)^2}\,dz =$$

$$\sum \int_0^\infty dt \int_\gamma^\delta u(z)\,\frac{h(t)\cos\pi t(z-y)+k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi t(z-y)}{h(t)^2+k(t)^2}\,dz.$$

In ciascun intervallo $(\gamma\,\delta)$, essendo $u(z)$ finita e mai crescente o decrescente e l'altro fattore (trigonometrico) integrabile, è lecito applicare il secondo teorema della media, dal che si trae:

$$\int_\gamma^\delta u(z)\,\frac{h(t)\cos\pi t(z-y)+k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi t(z-y)}{h(t)^2+k(t)^2}\,dz =$$

$$u(\gamma)\int_\gamma^j \frac{h(t)\cos\pi t(z-y)+k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi t(z-y)}{h(t)^2+k(t)^2}\,dz +$$

$$u(\delta)\int_j^\delta \frac{h(t)\cos\pi t(z-y)+k(t)\,\mathrm{sen}\,\pi t(z-y)}{h(t)^2+k(t)^2}\,dz \qquad (\gamma<j<\delta)$$

(1) Loco citato.

e quindi:

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \frac{\cos \pi t(z-y)\, h(t) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz =$$

$$\sum u(\gamma) \int_0^\infty dt \int_\gamma^j \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz +$$

$$\sum u(\delta) \int_0^\infty dt \int_j^\delta \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz,$$

dove il secondo membro è nullo in causa della (21), come si era asserito. Allo stesso risultato si giunge poi anche se la funzione u, pur mantenendosi integrabile, diviene infinita in qualche punto α dell'intervallo (ab): infatti, escludendo questi punti α mediante piccoli intorni $(\alpha'\alpha'')$ si può fare in modo che la porzione di integrale (20), relativa al complesso di tali intorni, sia in valore assoluto minore di una quantità ϵ prefissata arbitrariamente piccola: dividendo poi l'intervallo totale (ab), esclusi gli intorni $(\alpha'\alpha'')$, in segmenti $(\gamma\delta)$, si trova, ragionando come sopra, che i relativi integrali si annullano, quindi il primo membro della (20) può rendersi in valore assoluto minore di ϵ, per quanto si scelga piccolo ϵ. Ciò basta per potere, anche nel caso presente, concludere giusta l'enunciato.

Sarà opportuno riassumere quanto si è trovato finora nel seguente:

Teorema. — *Sia $f(\lambda)$ funzione dell'argomento λ finita e continua in tutto l'intervallo $(0\ \infty)$, integrabile in ogni intervallo finito e tale che riescano convergenti i due integrali $h(t) = \int_0^\infty f(\lambda) \cos \pi t \lambda d\lambda$, $k(t) = \int_0^\infty f(\lambda) \operatorname{sen} \pi t \lambda d\lambda$ e non si annullino contemporaneamente per alcun valore finito di t; sia $u(x)$ funzione di Fourier nell'intervallo (ab); è necessario e basta affinchè, ponendo:*

$$(19) \quad v(y) = \int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \frac{h(t) \cos \pi t(z-y) + k(t) \operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz \quad (a<y<b),$$

riesca soddisfatta la (13), *che:*

1° *Il secondo membro della* (19) *rappresenti nell'intervallo* (ab) *una funzione di Fourier.*

2° *Si abbia, per* $y<a$:

$$(20)\quad \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0.$$

La (20) *si trova verificata identicamente, qualunque sia la funzione di Fourier* $u(z)$, *le quante volte, per ogni coppia* c, d *compresa fra* a *e* b *e per* $y<a$, *sussista la relazione:*

$$(21)\qquad \int_0^\infty dt \int_c^d \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0.$$

Tenuto conto delle ipotesi restrittive da noi introdotte, si ha ancora, per $b=\infty$ (pag. 15), *oppure, per* b *qualunque, quando sia soddisfatta la* (21): *Se esiste una funzione* $v(y)$, *che soddisfaccia alla* (13), *essa è unica e rappresentabile sotto la forma* (19).

In sostanza, prescindendo dalla continuità, integrabilità ecc., la (20) può risguardarsi come la condizione necessaria e sufficiente per l'invertibilità della (13), qualunque sia u.

In modo del tutto analogo (veggasi la nota al principio di questo §) si stabilisce che, per soddisfare all'equazione:

$$u(x) = \int_x^b f(x-y)\, v(y)\, dy,\ (d<x<b),$$

basta porre:

$$h(t) = \int_{-\infty}^0 f(\lambda)\cos \pi t\lambda\, d\lambda\,,$$

$$k(t) = \int_{-\infty}^0 f(\lambda)\operatorname{sen} \pi t\lambda\, d\lambda,$$

$$v(y) = \int_0^\infty dt \int_a^b \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, u(z)\, dz,$$

purchè si abbia per $y>b$:

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, \frac{h(t)\cos \pi t(z-y) + k(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h(t)^2 + k(t)^2}\, dz = 0;\ \text{ecc.}$$

Come caso particolare si potrà poi fare in queste formule o nelle precedenti $a = \infty$, o $b = -\infty$, o insieme $a = \infty$, $b = -\infty$.

Giova osservare altresì che (quando l'intervallo (ab) è finito) entrano nella (13) valori della funzione f relativi esclusivamente all'intervallo $(o, b-a)$ e che quindi la f stessa potrà essere o risguardarsi data soltanto in questo intervallo; per la applicazione del nostro teorema, basterà poi poterne assegnare una qualunque estensione fittizia, che ottemperi alle condizioni sopra enumerate.

4. — Comincio con un esempio, che, se presenta per sè scarso o punto interesse, mi sembra nondimeno utile illustrazione delle cose dette.

Sia $f(\lambda) = e^{-\lambda}$ e quindi:

$$(15_1) \qquad h(t) = \int_0^\infty e^{-\lambda} \cos \pi t \lambda \, d\lambda = \frac{1}{1 + \pi^2 t^2},$$

$$(16_1) \qquad k(t) = \int_0^\infty e^{-\lambda} \operatorname{sen} \pi t \lambda \, d\lambda = \frac{\pi t}{1 + \pi^2 t^2},$$

le quali non si annullano contemporaneamente per alcun valore finito di t.

Secondo il precedente §, posto:

$$(19_1) \quad v(y) = \int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \{ \cos \pi t (z-y) + \pi t \operatorname{sen} \pi t (z-y) \} \, dz,$$
$$(a < y < b),$$

si dovrà constatare in primo luogo se $v(y)$ è funzione di Fourier; dopo ciò, se si avrà:

$$(20_1) \quad \int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \{ \cos \pi t (z-y) + \pi t \operatorname{sen} \pi t (z-y) \} \, dz = 0, \quad (y < a),$$

la $v(y)$ soddisferà all'equazione:

$$(13_1) \qquad u(x) = \int_a^x e^{-(x-y)} v(y) \, dy, \quad (a < x < b).$$

Perchè le volute condizioni sieno effettivamente verificate,

converrà nel caso presente aggiungere l'ipotesi che la funzione $u(x)$ si annulli per $x=a$ e per $x=b$, sia in tutto l'intervallo (ab) finita e continua e ammetta in ogni punto derivata prima soddisfacente alle condizioni di Fourier. Avremo allora:

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u'(z) \cos \pi t(z-y)\, dz = u'(y), \quad (a < y < b),$$

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u'(z) \cos \pi t(z-y)\, dz = 0, \quad (y < a).$$

Integrando per parti rispetto a z ed osservando che i termini ai limiti svaniscono, verrà:

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \,.\, \pi t \,.\, \text{sen}\, \pi t(z-y)\, dz = u'(y), \quad (a < y < b),$$

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \,.\, \pi t \,.\, \text{sen}\, \pi t(z-y)\, dz = 0, \quad (y < a).$$

Questi valori, portati nella (20_1), ove si abbia ancora riguardo al teorema di Fourier, la verificano identicamente, di più la (19_1) diviene:

$$(19'_1) \qquad v(y) = u(y) + u'(y)$$

e sotto questa forma è manifesto che $v(y)$ sarà funzione di Fourier.

Alla $(19'_1)$ si poteva arrivare più semplicemente in modo diretto, partendo dalla (13_1). Infatti, moltiplicando per e^x e derivando, si ottiene:

$$\frac{d(e^x u(x)}{dx} = e^x v(x),$$

ossia precisamente $v(x) = u(x) + u'(x)$, la quale, come si verifica subito, purchè sia $u(a) = 0$, soddisfa alla (13_1). È interessante osservare che in questo modo non occorre affatto supporre $u(b) = 0$, mentre prescindendo da tale ipotesi, la soluzione espressa dalla (19_1) perde ogni significato. Ove infatti il secondo membro della (19_1) rappresentasse una funzione generalmente finita, essendo

$$v(y) = u(y) + \int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \,.\, \pi t \,.\, \text{sen}\, \pi t\,(z-y) \,.\, dz,$$

lo stesso dovrebbe accadere per l'integrale doppio

$$\int_0^\infty dt \int_a^b u(z) \,.\, \pi t \,.\, \text{sen}\, \pi t\,(z-y)\, dz$$

e, siccome si ha:

$$u'(y) = \int_0^\infty dt \int_a^b u'(z) \cos \pi t\,(z-y)\, dz,$$

si dedurrebbe, integrando come sopra per parti, la convergenza di

$$u(b) \int_0^\infty \cos \pi t\,(b-y)\, dt,$$

ciò che è assurdo.

Si ha con ciò un esempio della possibile esistenza di una funzione di Fourier $v(y)$, che soddisfa alla (13) in un intervallo *finito* (1) $(a\,b)$ e non è rappresentabile mediante l'espressione (20). Questa circostanza può presentarsi, come risulta dal precedente §, soltanto per quelle funzioni caratteristiche f, che *non* soddisfanno alla (21). Qui infatti il primo membro non soltanto non si annulla, ma non ha nemmeno un senso determinato; segue in particolare che non si può risolvere la (13_1) per una funzione $u(x)$, che sia 1 in un certo segmento $(c\,d)$ e nulla al di fuori.

5. — Poniamo, come seconda applicazione, nella (13), $f(\lambda) = \frac{1}{\lambda^p}$, p essendo compreso fra 0 e 1.

La funzione $\frac{1}{\lambda^p}$ è integrabile in ogni intervallo positivo finito, finita e continua ovunque, eccettuato soltanto il punto 0; di più i due integrali $\int_0^\infty \frac{\cos \pi t \lambda}{\lambda^p}\, d\lambda$, $\int_0^\infty \frac{\text{sen}\, \pi t \lambda}{\lambda^p}\, d\lambda$ sono convergenti

(1) Per un intervallo infinito $(a\,\infty)$, sappiamo invece che ciò non può accadere.

e non si annullano contemporaneamente per alcun valore finito di t, poichè si ha, come è ben noto:

$$(15_2) \qquad h(t) = \int_0^\infty \frac{\cos \pi t \lambda}{\lambda^p} \cdot d\lambda = \frac{\Gamma(1-p)}{\pi^{1-p}} \frac{\operatorname{sen} p \frac{\pi}{2}}{t^{1-p}},$$

$$(16_2) \qquad k(t) = \int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} \pi t \lambda}{\lambda^p} d\lambda = \frac{\Gamma(1-p)}{p^{1-p}} \frac{\cos p \frac{\pi}{2}}{t^{1-p}}, \quad t>0,$$

Γ essendo, al solito, simbolo della funzione euleriana di seconda specie.

In questo caso, a differenza dell'esempio precedente, la (21) è soddisfatta.

Il primo membro infatti, svolta la integrazione interna, assume qui l'aspetto:

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \left\{ \operatorname{sen} p \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} \pi t (d-y) - \operatorname{sen} \pi t (c-y)}{\pi t^p} dt - \right.$$

$$\left. \cos p \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \frac{\cos \pi t (d-y) - \cos \pi t (c-y)}{\pi t^p} dt \right\},$$

e, siccome

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} \pi t \, | d-y |}{t^p} dt = \frac{\Gamma(1-p)}{\pi^{1-p}} \frac{\cos p \frac{\pi}{2}}{| d-y |^{1-p}},$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos \pi t \, | d-y |}{t^p} dt = \frac{\Gamma(1-p)}{\pi^{1-p}} \frac{\operatorname{sen} p \frac{\pi}{2}}{| d-y |^{1-p}}, \text{ ecc.},$$

dovendo essere $y < a < c < d$, così le relazioni precedenti valgono anche togliendo il segno di valore assoluto e quindi effettivamente:

$$(21_2) \qquad \frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \int_0^\infty dt \int_c^d t^{1-p} \left\{ \operatorname{sen} p \frac{\pi}{2} \cos \pi t (z-y) + \right.$$

$$\left. \cos p \frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t (z-y) \right\} dz \equiv 0, \quad (y < a).$$

Ne viene che, ponendo:

$$(19_2) \qquad v(y) = \frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, t^{1-p} \left\{ \operatorname{sen} p\,\frac{\pi}{2} \cos \pi t (z-y) + \right.$$

$$\left. \cos p\,\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t\,(z-y) \right\} dz,$$

purchè sia $v(y)$ funzione di Fourier, necessariamente soddisfa alla:

$$(13_2) \qquad u(x) = \int_a^x \frac{v(y)}{(x-y)^p}\, dy, \quad (a < x < b).$$

Per riconoscere in $v(y)$ le dette proprietà e per attribuirle una forma praticamente più utile, giova aggiungere l'ipotesi che $u(x)$ ammetta nell'intervallo (ab) derivata integrabile.

Partendoci dalle identità:

$$\int_0^\infty \frac{\cos \pi t \mid z-y \mid}{t^p}\, dt = \frac{\Gamma(1-p)}{\pi^{1-p}} \frac{\operatorname{sen} p\,\frac{\pi}{2}}{\mid z-y \mid^{1-p}},$$

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} \pi t \mid z-y \mid}{t^p}\, dt = \frac{\Gamma(1-p)}{\pi^{1-p}} \frac{\cos p\,\frac{\pi}{2}}{\mid z-y \mid^{1-p}},$$

avremo:

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \int_0^\infty \frac{dt}{t^p}\, u'(z) \left\{ \cos p\,\frac{\pi}{2} \cos \pi t (z-y) - \operatorname{sen} p\,\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t (z-y) \right\} =$$

$$\begin{cases} \operatorname{sen} p\pi \dfrac{u'(z)}{\mid z-y \mid^{1-p}}, & (z < y) \\ 0, & (z > y) \end{cases},$$

da cui, integrando rispetto a z fra a e b ed osservando che nel primo membro si possono invertire le integrazioni:

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \int_0^\infty dt \int_a^b u'(z) \left\{ \frac{\cos p\,\frac{\pi}{2} \cos \pi t (z-y) - \operatorname{sen} p\,\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t\,(z-y)}{t^p} \right\} dz =$$

$$\operatorname{sen} p\pi \int_a^y \frac{u'(z)}{(y-z)^{1-p}}\, dz, \quad (a < y < b).$$

In quest'ultima formula è ancora lecita (a sinistra) una integrazione per parti rispetto a z, ciò, che porge:

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)}\, u(b) \int_0^\infty dt\, \frac{\cos p\frac{\pi}{2} \cos \pi t(b-y) - \operatorname{sen} p\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t(b-y)}{t^p} -$$

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)}\, u(a) \int_0^\infty dt\, \frac{\cos p\frac{\pi}{2} \cos \pi t(a-y) - \operatorname{sen} p\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t(a-y)}{t^p} +$$

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \cdot \pi \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, t^{1-p} \Big\{ \operatorname{sen} p\frac{\pi}{2} \cos \pi t(z-y) +$$

$$\cos p\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t(z-y) \Big\}\, dz = \operatorname{sen} p\pi \int_a^y \frac{u'(z)}{(y-z)^{1-p}}\, dz.$$

D'altra parte, per essere $b > y$, il coefficiente di $u(b)$ è nullo, mentre il coefficiente di $u(a)$, essendo $a < y$, si riduce immediatamente a $-\frac{\operatorname{sen} p\pi}{(y-a)^{1-p}}$, quindi:

$$\frac{\pi^{1-p}}{\Gamma(1-p)} \cdot \pi \int_0^\infty dt \int_a^b u(z)\, t^{1-p} \Big\{ \operatorname{sen} p\frac{\pi}{2} \cos \pi t(z-y) +$$

$$\cos p\frac{\pi}{2} \operatorname{sen} \pi t(z-y) \Big\}\, dz = \operatorname{sen} p\pi \Big\{ \frac{u(a)}{(y-a)^{1-p}} + \int_a^y \frac{u'(z)}{(y-z)^{1-p}}\, dz \Big\}.$$

Confrontando colla (20_2) si ricava:

$$(20'_2) \qquad v(y) = \frac{\operatorname{sen} p\pi}{\pi} \Big\{ \frac{u(a)}{(y-a)^{1-p}} + \int_a^y \frac{u'(z)}{(y-z)^{1-p}}\, dz \Big\}, \quad (a<y<b),$$

o finalmente, come si può stabilire con un facile passaggio al limite:

$$v(y) = \frac{\operatorname{sen} p\pi}{\pi} \frac{d}{dy} \int_a^y \frac{u(z)}{(y-z)^{1-p}}\, dz, \quad (a<y<b).$$

La $(20'_2)$ costituisce una generalizzazione, del resto già

nota, di un celebre teorema di Abel. Il Sonine (1) le attribuisce l'aspetto, solo apparentemente diverso, di una rappresentazione integrale della funzione u; per ricavarla, basta sostituire la precedente espressione di $v(y)$ nella (13_2), ciò, che dà:

$$u(x) = \frac{\operatorname{sen} p\pi}{\pi} u(a) \int_a^x \frac{dy}{(x-y)^p (y-a)^{1-p}} + \frac{\operatorname{sen} p\pi}{\pi} \int_a^x \frac{dy}{(x-y)^p} \int_a^x \frac{u'(z)}{(y-z)^{1-p}} dz.$$

Ponendo $\frac{y-a}{x-a} = s$, l'integrale $\int_a^x \frac{dy}{(x-y)^p (y-a)^{1-p}}$ diviene $\int_0^1 \frac{ds}{s^{1-p} (1-s)^p} = \int_0^1 s^{p-1} (1-s)^{1-p-1} ds$, cioè, per definizione $B(p, 1-p)$, B designando la funzione euleriana di prima specie; ma, per una nota proprietà di queste trascendenti, $B(p, 1-p) = \Gamma(p)\Gamma(1-p) = \frac{\pi}{\operatorname{sen} p\pi}$; quindi:

$$u(x) - u(a) = \frac{\operatorname{sen} p\pi}{\pi} \int_a^x \frac{dy}{(x-y)^p} \int_a^y \frac{u'(z)\, dz}{(y-z)^{1-p}},$$

che è la forma, cui si alludeva sopra e che immediatamente si potrebbe ridurre a quella assegnata da Sonine.

Come caso particolare, per $p = \frac{1}{2}$, si hanno le due relazioni equivalenti:

$$\begin{cases} u(x) = \displaystyle\int_a^x \frac{v(y)}{\sqrt{x-y}} dy \\ v(y) = \dfrac{1}{\pi} \dfrac{d}{dy} \displaystyle\int_a^y \frac{u(z)}{\sqrt{y-z}} dz, \end{cases}$$

cioè il teorema di Abel.

---

(1) Loco citato; art. 48.

Per stabilirlo, si ricorre ordinariamente ad artificii, semplici, finchè si vuole ed eleganti, ma inadatti, per quanto mi pare, a metterne in luce la vera natura; a ciò risponde forse il nostro procedimento, che permette di presentarlo quale corollario di una formula generale di inversione, dovuta ad un criterio direttivo bene determinato.

6. — Veniamo ora al secondo problema, di cui a § 2, proponiamoci cioè di invertire l'equazione:

$$u(x) = \int_a^b f(x-y)\, v(y)\, dy. \tag{14}$$

Il metodo è sostanzialmente identico a quello tenuto precedentemente, quindi mi limiterò ad un rapido cenno, tanto più che la maggior copia dei dati richiesti lo rendono meno vantaggioso.

Sieno f (1) ed u funzioni integrabili in tutto l'intervallo $(-\infty, \infty)$ e si sappia che esiste una funzione di Fourier $v(y)$, la quale soddisfa alla (14).

Avremo, in seguito a simile ipotesi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \pi t(x-z)\, u(x) dx = \int_a^b v(y)\, dy \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y) \cos \pi t(x-z)\, dx,$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sen} \pi t(x-z)\, u(x)\, dx = \int_a^b v(y)\, dy \int_{-\infty}^{\infty} f(x-y) \operatorname{sen} \pi t(x-z)\, dx,$$

donde, ponendo:

$$h_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \cos \pi t \lambda d\lambda \tag{22}$$

$$k_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) \operatorname{sen} \pi t \lambda d\lambda\,, \tag{23}$$

---

(1) Più propriamente basta rispetto ad f l'ipotesi che sia integrabile in ogni intervallo finito e che renda convergenti i due integrali $h_1(t)$ e $k_1(t)$.

e operando come a § 3, collo scambio di x in z e di z in y, senza difficoltà si deduce:

$$(24)\quad \int_0^\infty dt \int_{-\infty}^\infty u(z)\, \frac{h_1(t)\cos \pi t(z-y) + k_1(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h_1(t)^2 + k_1(t)^2}\, dz = 0, \qquad (y<a)$$

$$(25)\quad \int_0^\infty dt \int_{-\infty}^\infty u(z)\, \frac{h_1(t)\cos \pi t(z-y) + k_1(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h_1(t)^2 + k_1(t)^2}\, dz = v(y), \quad (a<y<b)$$

$$(26)\quad \int_0^\infty dt \int_{-\infty}^\infty u(z)\, \frac{h_1(t)\cos \pi t(z-y) + k_1(t)\operatorname{sen} \pi t(z-y)}{h_1(t)^2 + k_1(t)^2}\, dz = 0, \qquad (y>b).$$

Dunque, se esiste una funzione di Fourier, atta a verificare la (14), essa è necessariamente rappresentabile sotto la forma (25); oltre a ciò debbono valere le due relazioni identiche (24) e (26). Inversamente, se queste relazioni sono soddisfatte e se la (25) definisce una funzione di Fourier, portandola nella (14), con riduzioni analoghe a quelle indicate per la (13), si riproduce effettivamente la funzione $u(x)$.

In questo modo non soltanto si è risoluta l'equazione funzionale (14), ma si è anche trovato un criterio per decidere della sua possibilità.

Il procedimento presenta però il gravissimo inconveniente di esigere la conoscenza e l'integrabilità della funzione $u(x)$ in tutto l'intervallo $(-\infty, \infty)$, mentre nelle applicazioni accade il più delle volte di conoscere la funzione $u(x)$ *unicamente* nell'intervallo di integrazione $(a\, b)$.

Si potrebbe bensì ricondursi a questo caso, con una condizione addizionale, come si è fatto nell'altro problema (formula (21)), ma la pratica applicabilità di questo espediente sarebbe ora pressochè nulla. Giova dunque, rispetto alle questioni di analisi applicata, riservare il metodo per il caso che l'intervallo di integrazione sia $(-\infty, \infty)$, nella quale ipotesi la funzione $u(x)$ viene ad essere conosciuta, come è per noi necessario, in tutto il campo reale; di più le due condizioni (24) e (26) relative alla possibilità del problema vengono a mancare e la $v(y)$, definita dalla (25), purchè dotata delle volute proprietà, soddisfa certamente alla (14).

Quantunque esca dall'ordine di idee, in cui ci siamo posti, stimo necessario di accennare ancora ad un importante risultato stabilito dal Prof. Volterra *(loco citato)* relativamente alla determinazione di $v(y)$ da relazioni del tipo:

$$u(x) = \int_a^b f(x,y)\, v(y)\, dy, \quad (a < x < b), \tag{27}$$

dove i limiti si suppongono costanti e $f(x,z)$ è funzione simmetrica rispetto alle due variabili x ed y. Il metodo del Prof. Volterra non inceppa nell'inconveniente ora lamentato della necessità di conoscere $u(x)$ fuori dell'intervallo $(a\, b)$, e consiste nel ricondurre tutti gli infiniti problemi di inversione, che, al variare di $u(x)$, risultano dalla (29), ad una questione unica, alla ricerca cioè di una funzione $\lambda(x,z)$ tale che, per $a < y < z < b$, $\int_a^z \lambda(y,z)\, f(x,y)\, dy$ riesca indipendente da z.

Il vantaggio di una tale riduzione si palesa specialmente in molte questioni elettrostatiche, dove si può *a priori* asserire (in virtù del principio di Dirichlet) l'esistenza della funzione λ e in alcuni casi anche determinarla effettivamente.

Non sarà da ultimo fuor di luogo il notare come, fin dal primo §, si è qui pure indicato un mezzo per rendere i problemi di inversione indipendenti dalla natura della funzione u, supposta nota soltanto nell'intervallo $(a\, b)$. Basta a tal uopo trovare una funzione $F(x,z,t)$ tale che, per una conveniente scelta di α, β $(a < \alpha < \beta < b)$, $\int_\alpha^\beta F(x,z,t)\, f(x,y)\, dx$ riesca eguale a $\Psi(t(y-z))$ con Ψ funzione fluttuante.

Sulla compressibilità dell'ossigeno a basse pressioni;

Nota del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

1. — La legge con cui varia il volume di una data massa gassosa ad una temperatura costante col variare della pressione (legge di Boyle-Mariotte) è stata oggetto di molti e noti lavori di Regnault, Amagat etc. ed i risultati sperimentali si presentano come sicuri sino a che la pressione non è molto bassa. Ma per pressioni assai inferiori a quella di un'atmosfera, le divergenze fra i risultati dei varii sperimentatori sono molto notevoli, di guisa che niente si può affermare con certezza su questo punto assai importante per la teoria dei gas.

Per dare un cenno storico relativo a quest'argomento, ricorderò che per il primo Siljeström (*) esaminò il comportamento dell'aria (tra la pressione di un'atmosfera e quella di 7 millimetri), dell'ossigeno, dell'idrogeno e dell'anidride carbonica (tra un'atmosfera e 18 millimetri), rispetto alla legge di Boyle. Egli faceva uso di un apparecchio composto di due recipienti metallici comunicanti tra loro mediante un tubo munito di robinetto. Dopo aver riempiuti i due recipienti di uno stesso gas e misurata la pressione si chiudeva il robinetto, si produceva in uno dei due recipienti una data rarefazione, poi si apriva di nuovo il robinetto e si misurava la pressione risultante. Dai dati ottenuti Siljeström conchiude come probabile (specie per l'aria) che al disotto di un'atmosfera la compressibilità è maggiore di quello che porti la legge di Boyle.

I risultati di Siljeström furono messi in dubbio da Mendelejeff (**) che, in seguito a numerose esperienze eseguite in col-

(*) Siljeström, *Pogg. Ann.*, 151.

(**) Mendelejeff, *Comptes Rendus*, LXXXII. — Mendelejeff et Kirpistschoff, Mendelejeff et Hemilian, *Ann. de Chimie et de Physique*, 1876.

laborazione con Kirpitschoff ed Hemilian giunse a conclusioni perfettamente opposte a quelle di Siljeström.

L'apparato di Mendelejeff consisteva principalmente di un recipiente ovoidale contenente il gas, munito inferiormente di un tubo per il quale si poteva introdurre o togliere del mercurio dal recipiente e comunicante con un manometro che serviva a leggere la pressione: il volume si determinava dal peso del mercurio uscito.

Le esperienze del Mendelejeff però, come anche quelle del Siljeström, lasciano luogo a molti dubbi, come osservò l'Amagat (*), specialmente per quel che riguarda la misura delle pressioni: sembra infatti impossibile misurare, come si richiede per la validità dei risultati del Mendelejeff, delle pressioni molto basse con un errore inferiore a 1/10000 del loro valore, per cui l'Amagat conclude che i risultati così ottenuti debbano considerarsi come illusori.

Egli poi, adoperando la massima cura nella costruzione del suo apparecchio (del tipo di quello di Siljeström) e specialmente del manometro e di uno speciale catetometro per la lettura del manometro, arriva alla conclusione che per basse pressioni, l'aria, l'idrogeno e l'anidride carbonica non si allontanano dalla legge di Boyle od almeno le deviazioni sono di ordine inferiore a quello degli errori sperimentali. Le sue esperienze vanno per l'aria sino a una pressione di 2/10 di millimetro, per l'anidride carbonica e l'idrogeno solo fino a 2 e 3 millimetri rispettivamente.

Posteriormente Krajewitsch (**) esaminò pure l'elasticità dell'aria a pressioni molto basse, cioè fino a circa 3/10 di millimetro con un metodo diverso consistente nel leggere con due manometri la differenza di pressione all'estremità superiore e inferiore di un lunghissimo tubo verticale contenente il gas rarefatto. Egli arriva ad una conclusione perfettamente diversa da quella di Amagat: e cioè che " a basse pressioni l'elasticità " di un gas si abbassa molto più rapidamente della sua densità ",

---

(*) Amagat, *C. R.*, LXXXII. — *Ann. de Chimie et de Physique*, VIII, 1876. — *C. R.*, XCV, 1882.

(**) Krajewitsch, *J. russ. chem.-phys.*, XIII e XIV, 1882. — *Fortschritte der Physik*, 1882.

di guisa che il prodotto *p. v.* della pressione per il volume diminuisce rapidamente colla pressione.

Per contro Fuchs (*) con una serie di esperienze molto accurate, trova che l'idrogeno segue sensibilmente le leggi di Boyle: l'aria e l'anidride carbonica se ne discostano leggermente: la minima pressione alla quale egli è arrivato è però di 250 millimetri.

Nel 1889 Van der Ven (**) cominciò una lunga serie di esperienze relative alla compressibilità dell'aria a bassa pressione: ed alla fine delle sue ricerche concluse nel senso di Amagat, vale a dire nel senso che, entro i limiti di precisione compatibili colle condizioni sperimentali, per l'aria a bassa pressione vale sensibilmente la legge di Mariotte.

Molto interessanti sono le esperienze di Bohr (***) relative all'ossigeno, eseguite con un apparecchio consistente in due campanelle graduate rovesciate sopra due vaschette comunicanti piene di mercurio e delle quali una conteneva il gas da studiare, l'altra serviva da canna barometrica. Egli arriva alla conclusione che verso la pressione di mill. 0,70 il prodotto della pressione per il volume subisce un rapido cambiamento, quasi un salto (come se nel gas accadesse un qualche fenomeno molecolare) ed assume un valore minore di quello che aveva prima.

A questi lavori si collegano quelli diretti a determinare il coefficiente di dilatazione termica dei gas a basse pressioni.

Melander (****) trova che i coefficienti di dilatazione dell'aria, dell'anidride carbonica e dell'idrogeno, tra 0° e 100° determinati a bassa pressione variano un poco con questa: il senso della variazione però non è lo stesso per tutti i gas studiati.

Infine Ramsay e Baly (*****) in un lavoro apparso di recente si sono occupati pure della determinazione dei coefficienti di dilatazione a basse pressioni, e cioè fino a circa un decimo di millimetro, per l'idrogeno, l'ossigeno, l'azoto e l'anidride carbonica. Essi troverebbero differenze nel coefficiente di dilatazione, sia

---

(*) Fuchs, *Wied. Ann.*, 1888, 3-35.

(**) Van der Ven, *Archiv Musée Teyler*, 1890-1891-1892.

(***) Bohr, *Wied. Ann.*, 1886, 1-27.

(****) Melander, *Wied. Ann.*, 1892, XLVII.

(*****) Baly e Ramsay, *Philosophical Magazine*, 1894, vol. 38.

tra gas e gas, sia variando la pressione: in particolare il coefficiente di dilatazione dell' ossigeno mostrerebbe irregolarità verso 0,70 mill. di pressione.

Riassumendo, si può dire che le esperienze più numerose, che sono relative all'aria, conducono a conclusioni molto diverse: tenuto conto però delle condizioni in cui le esperienze sono state eseguite sembra, almeno per l'aria e per l'idrogeno, che debba accordarsi maggior fiducia alle conclusioni dell'Amagat e del Van der Ven secondo i quali, se divergenze vi sono dalla legge di Mariotte, queste sono dell'ordine di grandezza degli errori di osservazione.

Mancano invece esperienze per l'anidride carbonica e l'ossigeno (se si eccettuino quelle di Bohr) e però mi è sembrato opportuno di occuparmi di tale questione, anche nell' intento di verificare se l'anomalia osservata dal Bohr venisse confermata.

In questo lavoro mi limito alle esperienze relative all'ossigeno: se ne avrò opportunità mi occuperò in altro lavoro della compressibilità dell'anidride carbonica.

2. — A causa delle difficoltà che presentano le esperienze di questo genere, specialmente per la misura delle pressioni, mi sono limitato a confrontare il comportarsi dell'ossigeno, con quello dell'idrogeno facendo uso di due apparecchi gemelli prossimamente uguali, giacchè in tal modo molte cause d'errore possono essere eliminate.

L'apparato adoperato consisteva principalmente di due recipienti di vetro (Vedi Figura) A, A, di forma cilindrica terminati inferiormente in un tubo lungo circa 5 centimetri e superiormente da un tubo ripiegato due volte ad angolo retto e di diametro interno molto piccolo: la capacità di ciascun recipiente era di circa 200 cent. cubi.

Ciascuno di questi recipienti era fissato solidamente con mastice a perfetta tenuta sopra un tubo di ferro B lungo circa 80 centimetri e munito alla parte inferiore di un robinetto C. I due apparecchi venivano fissati parallelamente sul piatto metallico D D sostenuto da una mensola ben solida: e per evitare ogni scossa i tubi B erano pure fissati ad un' altra mensola più bassa. Al disotto dei robinetti C i tubi potevano essere riuniti alla parte inferiore G dell'apparecchio, stringendo con due morse

(non indicate nella figura) i piccoli piatti *a*, *b* l'uno contro l'altro: i due tubi E, E comunicano fra loro mediante il tubo inferiore F e questo alla sua volta mediante un tubo di gomma con il recipiente cilindrico H, al quale si poteva fare eseguire una corsa verticale di più di un metro. Sui tubi di vetro in *m* ed *n* erano tracciati varii segni orizzontali per poter misurare il volume dell'apparecchio. Per avere una temperatura il più possibile costante, i due recipienti A, A erano immersi nell'acqua contenuta in un grosso recipiente di vetro e i tubi B fasciati con una lista di piombo che andava dall'uno all'altro e difesi dall'irradiazione con una camicia di cartone: del resto la temperatura nell'ambiente variava lentamente e di pochissimo. Il volume dei tubi *m* ed *n* si determinò calibrandoli con una colonnetta di mercurio: per il volume dei recipienti A si è proceduto così: Riunite le due parti dell'apparecchio, si versava una quantità sufficiente di mercurio in H e alzando convenientemente il corsoio che sostiene H si riempivano i vasi A di mercurio sino ad un dato segno tracciato sul tubo *m:* poi si chiudevano i robinetti C, si staccava la parte inferiore dell'apparecchio e, se si aveva avuto cura di non lasciare bolle d'aria, si avevano così i due apparati pieni di mercurio. Allora con un catetometro si prendeva di mira il segno superiore di un recipiente: poi, dopo aver lasciata effluire una certa quantità di mercurio, si mirava il menisco del mercurio nel recipiente A e si leggeva al catetometro la differenza di altezza: ripetendo molte volte questa operazione e pesando il mercurio raccolto ogni volta, si aveva una tavola che dava per ciascun apparecchio il volume interno in funzione della distanza del menisco del mercurio dal segno superiore. La lettura corrispondente al menisco del mercurio si faceva con grande esattezza disponendo dietro il vaso uno schermo nero superiormente e bianco inferiormente e facendo in modo che la linea di separazione (orizzontale) delle due parti bianca e nera superasse di poco l'altezza del menisco. Facendo in questo modo e ripetendo più volte le esperienze si ebbero risultati molto bene concordanti, poichè si aveva cura di tenere il catetometro nella stessa posizione rispetto ai due recipienti. Questi erano immersi nell'acqua contenuta nel grosso vaso cilindrico e due termometri confrontati con un campione servivano a indicare la temperatura ed a render sicuri che essa fosse uni-

forme in tutto il recipiente. Le letture dei volumi si facevano col mercurio in presenza dell'aria: ora è possibile che la forma del menisco sia diversa a seconda che il mercurio si trova in presenza dell'aria alla pressione ordinaria o dell'aria o di altro gas molto rarefatto: ma si deve osservare nelle esperienze eseguite, che, primo, il diametro dei recipienti cilindrici essendo molto grande, la forma del menisco ha poca influenza, e in secondo luogo i due recipienti contenevano gas rarefatti circa alla medesima pressione: l'errore dipendente dalla forma del menisco sarebbe dunque circa uguale in ambedue e non influirebbe sensibilmente sui risultati finali.

Quando i due recipienti contenevano gas rarefatti, la pressione esterna doveva produrre una diminuzione nel volume loro: di questa diminuzione si tenne conto in questo modo. Si riempì il recipiente di mercurio sino ad uno dei segni praticati sul tubo *m*, poi chiuso il robinetto C si produsse una rarefazione sopra il mercurio: questo saliva allora nel tubetto e siccome esso è calibrato, si aveva la diminuzione di volume.

Si ebbe così per uno dei recipienti che chiamerò *primo:* Diminuzione di volume per 10 centimetri di pressione esterna cent. cubi 0,0159 — e per il secondo recipiente 0,0169.

Quanto ai gas da introdurre nei recipienti si preparavano così. L'idrogeno si otteneva colla solita reazione dell'acido solforico puro su zinco granulato commercialmente puro: il gas veniva lavato con idrato sodico, poi attraversava due tubi con pietra pomice imbevuta di nitrato d'argento e di potassa caustica: dopo di che veniva raccolto in una bottiglia sopra acqua disareata coll'ebollizione: l'ossigeno si preparava dal clorato di potassa e dopo ripetuto lavaggio attraverso soluzione di idrato potassico, era raccolto, come l'idrogeno, in una grossa bottiglia.

Il gas, prima di essere introdotto nei recipienti dell'apparecchio, attraversava una boccia con acido solforico, poi un tubo essiccante pure ad acido solforico ed infine entrava in una boccia ad anidride fosforica, in contatto della quale il gas si teneva sempre un certo tempo prima di essere adoperato.

Naturalmente si adoperarono tutte le precauzioni necessarie perchè il gas fosse puro, e perchè i recipienti fossero, come il gas, perfettamente secchi: a tale scopo si introduceva ripetutamente in ciascuno di essi una piccola quantità del gas secco,

se ne riduceva con una macchina pneumatica la pressione a pochi millimetri, poi chiuso il tubo in *n* si abbassava il livello del mercurio nel recipiente, ottenendosi così una grande rarefazione: questa precauzione è indispensabile anche per distaccare dalle pareti tutti i gas che possono restare aderenti sino a basse pressioni. Dopo aver tenuto per più di un giorno il recipiente in queste condizioni, si faceva salire di nuovo il mercurio sino alla parte superiore e allora soltanto si poteva mettere il recipiente in comunicazione coll'esterno.

Ciò posto, le esperienze si eseguivano così. Introdotta in uno degli apparecchi una quantità di gas che occupasse solo un piccolo volume, se ne riduceva convenientemente la pressione, mettendo in comunicazione la parte inferiore del tubo *n* con una macchina pneumatica mediante un tubo di gomma che passava attraverso il fondo di un bicchierino pieno di mercurio: quando si giudicava che la rarefazione fosse sufficiente, si abbassava lentamente il bicchierino; allora si staccava il tubo di gomma dalla estremità del tubo *n*, la quale perciò restava immersa nel mercurio, che saliva così per una certa altezza nel tubo stesso. Si aveva così nell'apparecchio rinchiusa una certa massa gassosa in contatto di solo mercurio: lo stesso si faceva per l'altro recipiente.

Allora si abbassava il recipiente H fino a che nei vasi A il gas avesse un volume dai 20 ai 30 cent. cubi: e siccome si tratta qui solo di confrontare l'andamento dell'ossigeno rispetto all'idrogeno e non è quindi necessario di avere il valore assoluto della pressione con una grandissima esattezza, così si leggeva la differenza di livello tra il mercurio nel recipiente contenente l'idrogeno e il vaso H e da questo dato e dalla pressione esterna si aveva con sufficiente esattezza la pressione a cui si trovava l'idrogeno.

Leggendo allora la differenza di altezza del mercurio nei due vasi A ed abbassando successivamente il livello del mercurio, si può avere, conoscendo il volume, la pressione dell'idrogeno considerato come normale, da questa dedurre la pressione dell'ossigeno e calcolare per esso i prodotti *pv*.

Nella maggior parte delle esperienze si procedeva in senso inverso, vale a dire, si abbassava prima il mercurio sino alla parte più bassa dei recipienti e poi alzando successivamente il

vaso H si tornava a far salire, eseguendo il numero di osservazioni opportune.

La lettura della differenza di livello del mercurio nei recipienti A poteva essere falsata dalle irregolarità del vetro frapposto; a tale scopo si fece una lunga serie di osservazioni, lasciando aperti i tubi in *m* ed *n* e quindi il mercurio alla stessa pressione, e leggendo il livello nei due recipienti; si costruì così una tavola di correzione per le letture delle altezze del mercurio nei due recipienti; lo stesso si fece per la correzione delle differenze di livello lette tra il mercurio in H e nei vasi A.

Le esperienze eseguite sono divise in tre serie: le prime tra 20 e 5 millimetri circa, le seconde tra 5 millimetri e 1 millimetro circa, le ultime fino a qualche decimo di millimetro. In ciascuna serie, una parte delle esperienze era eseguita ponendo nell'un vaso l'idrogeno, nell'altro l'ossigeno, un'altra parte invertendo la disposizione.

Quanto all'esattezza e al valore che si può attribuire ai risultati, osserviamo anzitutto che gli errori che potrebbero provenire da poca precisa determinazione dei volumi e delle temperature sono trascurabili di fronte a quelli che provengono dalle osservazioni della pressione. Che infatti un catetometro permetta di leggere il millesimo di millimetro, nessuna difficoltà, ma che effettivamente si possa con questo strumento avere una pressione con un errore minore di 1/1000 di millimetro, questo non appare probabile; difatti l'Amagat, ponendosi nelle migliori condizioni, crede di aver ottenuto un'esattezza sino a 1/200 di millimetro; per conseguenza un accordo tra le cifre ottenute che vada più in là dell'errore di osservazione, a meno che si tratti di medie di molte esperienze, può indicare piuttosto che un errore costante ricopre le oscillazioni dovute agli errori accidentali.

Nelle esperienze seguenti, come si rilevava dalla concordanza dei dati numerici, si poteva ritenere certamente che le differenze di pressione tra i due recipienti fossero misurate a meno di un centesimo di millimetro; per conseguenza, in ogni singola esperienza, sarebbe inutile tener conto di un numero troppo grande di cifre.

I. *Serie.* — Riporto per intero i dati della prima esperienza: la prima tabella contiene nella prima colonna il volume del-

l'idrogeno nel secondo recipiente, la seconda le pressioni calcolate dalla prima, considerando l'idrogeno come normale, la terza colonna i volumi occupati dall'ossigeno nel primo recipiente e la quarta le pressioni cui è sottoposto dedotte dalla differenza di livello del mercurio nei due recipienti letta col catetometro, la quinta la temperatura, la sesta i prodotti *p v*, la settima la media dei valori trovati per *pv:*

I. — 1° *recipiente ossigeno* — 2° *recipiente idrogeno.*

v	*p*	V	P	*t*	PV	(PV)
20,892	23,30	26,247	22,71	20,7	596,0	596,0
36,454	13,355	44,500	13,39	20,7	595,8	595,9
37,329	13,040	45,550	13,08	20,6	595,9	
53,026	9,180	63,116	9,44	20,5	595,9	595,9
53,972	9,020	64,199	9,28	21,0	595,8	
85,355	5,705	99,109	6,02	20,8	596,5	596,0
87,330	5,575	101,113	5,89	20,8	595,5	
102,160	4,760	117,374	5,08	20,8	596,2	595,9
104,165	4,670	119,606	4,98	20,8	595,6	
116,928	4,160	133,882	4,45	20,7	595,8	596,2
118,478	4,110	135,584	4,40	20,7	596,5	

Per le altre esperienze, per brevità, trascrivo solo la pressione P e il volume V dell'ossigeno, la temperatura *t*, i prodotti P V e le medie (P V). I valori di P V sono riferiti alla prima temperatura dell'esperienza e le temperature sono qui

indicate solo per mostrarne la piccola variazione; osservando che quand'anche a queste pressioni i coefficienti di dilatazione dell'idrogeno e dell'ossigeno fossero assai differenti tra loro e del valore noto 1/273, i nostri risultati numerici non verrebbero a cambiare, poichè le variazioni di temperatura durante l'esperienza sono soltanto di pochi decimi di grado.

II. — 1° *Recipiente* O. — 2° *Recipiente* H.

V	P	*t*	PV	(PV)
41,181	14,72	20,0	606,3	605,9
42,140	14,37	19,9	605,5	
60,130	10,00	20,0	604,9	605,6
61,186	9,91	20,0	606,3	
78,879	7,68	19,9	605,8	605,7
80,020	7,57	19,9	605,6	
97,665	6,20	19,9	605,5	605,5
98,765	6,13	19,7	605,5	
116,124	5,22	19,6	605,5	606,1
117,124	5,18	19,6	606,6	
133,906	4,53	19,4	606,6	605,9
134,806	4,49	19,4	605,3	
140,426	4,31	19,3	605,1	606,0
141,507	4,29	19,3	607,0	

Nelle due esperienze che seguono, l'ossigeno era nel secondo e l'idrogeno nel primo recipiente:

III.

V	P	*t*	PV	(PV)
21,850	23,76	20,7	519,2	519,2
34,785 36,230	14,94 14,33	20,7 20,7	519,8 519,2	519,5
50,714 52,980	10,25 9,81	20,7 20,7	519,7 519,7	519,7
68,218 69,595	7,62 7,46	20,6 20,6	519,8 519,2	519,5
85,125 85,936	6,10 6,04	20,6 20,6	519,2 519,0	519,1
102,220 103,185	5,08 5,03	20,6 20,6	519,3 519,0	519,2

IV.

V	P	T	PV	(PV)
22,893	28,72	20,6	657,4	657,4
34,692 35,990	18,93 18,30	20,5 20,5	656,7 658,7	657,7
51,780 52,252	12,72 12,54	20,4 20,4	658,6 655,2	657,0
85,630 86,612	7,67 7,60	20,4 20,3	656,8 658,2	657,5
101,111 102,285	6,51 6,44	20,3 20,3	658,1 658,7	658,4
114,784 118,420	5,73 5,56	20,2 20,2	657,7 658,4	658,0

II. *Serie.* — Esperienze al disotto di 5 millimetri.

Le prime due esperienze sono eseguite ponendo l'ossigeno nel primo recipiente e l'idrogeno nel secondo:

I.					II.				
V	P	*t*	PV	(PV)	V	*t*	P	PV	(PV)
26,755	4,57	24,9	122,3	122,3	26,880	24,8	4,50	121,0	121,0
35,155	3,48	24,8	122,3	122,5	34,665	24,8	3,50	121,4	121,6
36,302	3,38	„	122,6		36,041	24,7	3,38	121,8	
44,364	2,77	24,7	122,9	122,5	42,459	24,7	2,855	121,2	121,3
45,581	2,68	„	122,1		44,837	24,6	2,705	121,3	
61,058	2,00	24,6	122,1	122,2	62,604	24,5	1,940	121,4	121,5
62,998	1,94	24,5	122,2		64,114	24,4	1,895	121,5	
80,779	1,515	24,4	122,4	122,4	80,217	24,3	1,510	121,1	121,1
81,879	1,495	„	122,4		81,767	24,3	1,480	121,0	
99,502	1,230	24,3	122,4	122,7	99,318	24,2	1,220	121,2	121,2
100,716	1,220	24,2	122,9		100,588	24,2	1,205	121,2	
117,816	1,035	24,2	122,6	122,4	117,688	24,2	1,030	121,2	121,2
118,524	1,030	24,1	122,1		118,704	24,1	1,020	121,1	

Nelle due esperienze seguenti l'ossigeno si trova invece nel secondo recipiente e l'idrogeno nel primo:

III.					IV.				
V	P	*t*	PV	(PV)	V	P	*t*	PV	(PV)
20,649	4,59	25,4	94,78	94,78	21,028	5,64	25,2	118,6	118,6
29,253	3,24	25,3	94,77	94,77	28,130 29,330	4,22 4,05	25,1 25,0	118,7 118,2	118,5
36,232 37,336	2,61 2,54	25,2 „	94,56 94,84	94,70	36,093 37,216	3,29 3,18	24,9 „	118,7 118,4	118,6
52,904 54,165	1,79 1,75	25,1 „	94,69 94,79	94,74	51,853 52,835	2,31 2,25	„ „	119,7 118,9	119,3
86,124 87,340	1,000 1.085	25,0 24,9	94,74 94,76	94,75	86,540 87,325	1,38 1,37	24,7 24,6	119,4 119,3	119,4
102,897 103,440	0,925 0,920	24,9 24,8	95,18 95,12	95,15	102,194 103,880	1,16 1,14	24,5 „	118,6 118,4	118,5

III. *Serie.* — In queste esperienze la pressione discende fino a qualche decimo di millimetro; per conseguenza nei numeri che dànno il prodotto pv non si può aspettare un andamento così regolare come nelle esperienze precedenti; tuttavia è manifesto che verso la pressione di 0,70 millimetri il prodotto $p\,v$ presenta un salto: nelle tabelle che seguono i valori di $p\,v$ che presentano questa discontinuità sono sottolineati:

I. — 1° *recipiente ossigeno.* II. — 2° *recipiente idrogeno.*

V	P	*t*	PV	(PV)	V	P	*t*	PV	(PV)
21,22	1,67	25,0	35,44	35,44	26,88	1,52	24,2	40,86	40,86
28,03 28,94	1,27 1,23	24,8 24,6	35,60 35,60	35,60	35,79	1,15	24,2	41,15	41,15
35,90 37,03	1,02 0,99	24,6 24,6	36,62 36,66	36,64	44,04 45,07	0,935 0,915	24,1 24,0	41,18 41,25	41,21
52,79 54,15	0,725 0,710	24,5 24,4	38,27 38,44	38,36	61,70 63,64	0,630 0,620	24,0 23,9	38,89 39,46	39,16
85,84 86,73	0,420 0,410	24,1 24,0	36,05 35,54	35,05	80,85 82,35	0,475 0,470	23,8 23,8	38,40 38,72	38,56
102,87 103,85	0,345 0,335	23,9 23,8	35,59 34,89	35,24	99,70 100,82	0,395 0,390	23,7 23,7	39,18 39,31	39,25

Nelle quattro esperienze seguenti l'idrogeno sta invece nel primo recipiente e l'ossigeno di conseguenza nel secondo:

III. IV.

V	P	*t*	PV	(PV)	V	P	*t*	PV	(PV)
27,86	1,40	22,7	39,00	39,00	28,00	0,95	24,2	26,60	26,60
36,40 35,32	1,08 1,12	23,0 „	39,31 39,45	39,38	36,89 35,48	0,75 0,78	24,3 „	27,77 27,63	27,70
45,99 44,95	0,855 0,870	23,1 23,2	39,32 39,10	39,21	46,38 45,64	0,55 0,56	„ 24,4	25,50 25,56	25,53
64,23 63,37	0,580 0,590	23,3 „	37,25 37,49	37,37	63,92 62,59	0,40 0,41	24,5 24,6	25,57 25,65	25,61
82,53 80,89	0,450 0,450	23,4 „	37,13 36,80	36,97	82,46 81,08	0,315 0,325	„ 24,7	26,09 26,36	26,24

V.					VI.				
V	P	*t*	PV	(PV)	V	P	*t*	PV	(PV)
27,51	1,35	24,3	37,14	37,14	44,67 43,08	1,025 1,065	23,3 „	45,79 45,87	45,86
43,30 45,06	0,835 0,830	24,2 „	36,16 36,50	36,33	60,57 61,95	0,700 0,685	22,2 22,1	42,40 42,43	42,42
62,54 64,06	0,605 0,590	24,1 „	37,89 37,80	37,85	79,64 81,10	0,525 0,520	„ „	41,81 42,17	41,99
81,28 82,62	0,445 0,440	24,0 „	36,17 36,13	36,15	98,95 99,79	0,425 0,420	22,0 21,9	42,05 41,91	41,98
98,53 100,06	0,365 0,360	23,8 „	35,96 36,51	36,23	116,96 118,27	0,350 0,350	„ „	40,93 41,40	41,16

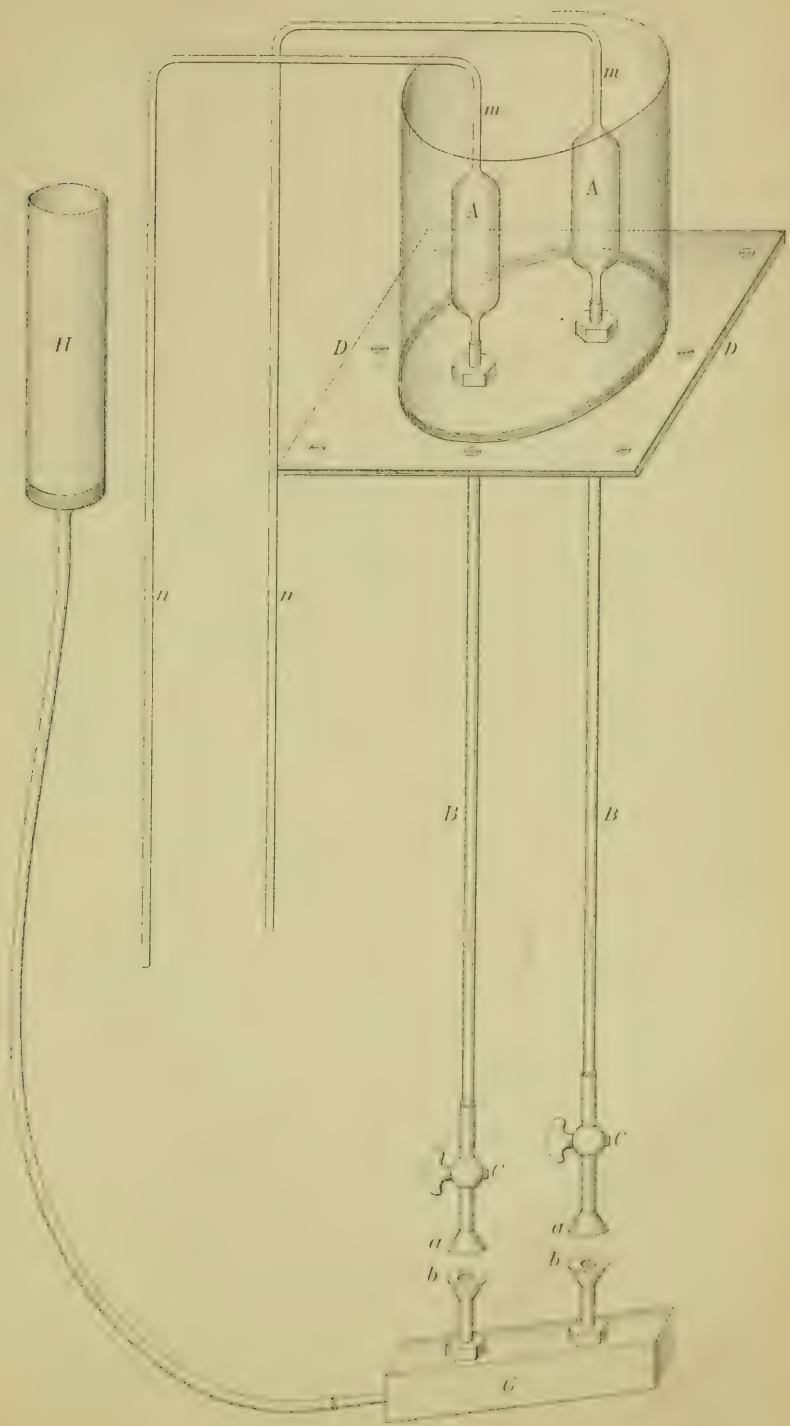
Dall'esame delle tabelle precedenti risulta:

1° Tra 25 millimetri di pressione *l'ossigeno si comporta come l'idrogeno* rispetto alla legge di Boyle od almeno le divergenze sono di ordine inferiore a quello degli errori sperimentali.

2° Al disotto di un millimetro e precisamente ad una pressione non molto lontana da 0,70 millimetri il prodotto della pressione per il volume presenta un cambiamento rapido: l'andamento appare analogo a quello trovato dal Bohr, da cui riporto una delle esperienze che meglio pongono in luce il fenomeno:

Pressione	1,82	1,795	1,79	0,88	0,70	0,70	0,62	0,48
pv	36,242	36,258	36,111	34,029	36,688	32,899	35,773	35,323

In tutte le esperienze da me eseguite si presenta un cambiamento rapido nel valore del prodotto *p v:* si confronti per esempio questa tabella del Bohr colla esperienza V: siccome le



L. I. Salussolia

osservazioni della pressione sono fatte ad intervalli di qualche decimo di millimetro non in tutte appare completamente l'andamento del fenomeno: però in tutte si presenta un anomalia verso 0,70. E tenendo conto delle esperienze del Bohr e anche di quelle del Ramsay (l. c.) che, alla stessa pressione trovò irregolare il coefficiente di dilatazione dell'ossigeno, sembra molto probabile che questa anomalia debba piuttosto attribuirsi all'ossigeno che all'idrogeno. Se poi questa specie di discontinuità dipenda da un cambiamento nella costituzione molecolare del gas, oppure dalla presenza del mercurio e del vetro del recipiente, le esperienze finora eseguite non sono in grado di decidere, per quanto la prima ipotesi appaia molto più probabile.

È mia intenzione di confrontare in avvenire, qualora ne abbia opportunità, l'andamento dell'idrogeno con quello dell'azoto e dell'anidride carbonica; giacchè, per il primo le esperienze mancano, per la seconda se ne hanno alcune dell'Amagat, ma poco numerose ed entro limiti di pressione molti ristretti.

Intanto rendo grazie al ch. Prof. Andrea Naccari che mi fornì mezzi e consigli opportuni a compiere queste esperienze.

Sulla trasmissione della elettricità da un conduttore all'aria nel caso di piccola differenza di potenziale;

Nota del Socio ANDREA NACCARI.

1. Per spiegare la trasmissione della elettricità da un conduttore che sia a basso potenziale all'aria circostante si suol ricorrere principalmente a due ipotesi, che hanno l'una e l'altra molta verosimiglianza. Secondo una di queste ipotesi servirebbero alla trasmissione le minutissime particelle solide natanti nell'aria: secondo l'altra, che fu sostenuta specialmente dal Giese (1), gli atomi dissociati che stanno nel gas, da cui è circondato il conduttore, hanno parte principale nella scarica del conduttore.

(1) Giese, *Wied. Ann.*, XVII, 1, 236, 519; XXXVIII, 403.

Finalmente v'è chi ammette che anche le molecole del gas possano elettrizzarsi. L'esperienze, che descrivo, vennero eseguite con l'intento di contribuire alla ricerca della vera causa del fenomeno.

2. Molte indagini vennero fatte sulla dispersione della elettricità. Il Coulomb dedusse dalle sue esperienze che se δ è la densità elettrica superficiale di un conduttore sferico al tempo t, la quantità

$$\frac{1}{\delta}\frac{d\delta}{dt}$$

rimane costante coll'andare del tempo, purchè non mutino le condizioni igrometriche e la temperatura dell'aria.

Se ne deduce la legge

$$\delta = \delta_0 e^{-mt}$$

dove δ_0 è la densità superficiale all'origine del tempo. Il coefficiente m di dispersione non dipenderebbe, secondo il Coulomb, nè dalla natura del conduttore, nè dalla forma, nè dalla grandezza.

Da un giorno all'altro il valore di m fu trovato dal Coulomb molto diverso, il che fu da lui attribuito ad ignoti elementi che esisterebbero nell'aria e sarebbero diversamente atti a trasmettere la elettricità. Sperimentarono sull'argomento il Matteucci, il Riess, il Warburg ed altri. Sono particolarmente notevoli l'esperienze del Warburg (1).

Egli dimostrò che non si possono ottenere risultati concordanti, se non si ha cura che i fili di sospensione, i sostegni e in generale tutti gli isolanti che sono a contatto con i conduttori, sui quali si sperimenta, siano mantenuti a lungo in comunicazione con corpi elettrizzati in modo che si saturino di quella stessa elettricità di cui son carichi quei conduttori. Il Warburg verificò l'esattezza della legge del Coulomb, l'eguaglianza della dispersione delle due elettricità e il fatto che la

---

(1) Warburg, *Pogg. Ann.*, CXLV, 578 (1872).

dispersione diminuisce quando diminuisce la pressione. Egli osservò che l'umidità non esercita influenza e che ne esercita la natura del gas. Nell'idrogeno la dispersione è più lenta che non nell'aria e nell'acido carbonico.

3. *Apparecchi adoperati.* — Per avere qualche indicazione intorno alla causa della dispersione, stimai opportuno verificare anzi tutto la legge del Coulomb e poi esaminare come la forma, la grandezza e la natura del conduttore e le condizioni speciali, in cui esso si trova, influiscono sul valore del coefficiente numerico contenuto nella formula che rappresenta il fenomeno. Nelle esperienze citate dianzi il conduttore elettrizzato, del quale si esaminava la perdita di elettricità, era la palla mobile o disco mobile di una bilancia di torsione. Gli spostamenti dell'asta mobile della bilancia indicavano le variazioni di stato elettrico. Anzichè seguir questo metodo tenni sempre distinto il conduttore elettrizzato dall'elettrometro e ciò per poter meglio variare la forma, la grandezza e la capacità del conduttore, per poter avere maggiore sensibilità in certi casi e in generale misure più esatte. Anche altri sperimentatori seguirono questo sistema, ma, durante la trasmissione della elettricità dal conduttore all'aria, non staccarono l'elettrometro dal conduttore, il che mi parve necessario per il fine che io m'avevo proposto.

Il potenziale del conduttore veniva misurato con un elettrometro a quadranti del modello del Mascart costruito dal Carpentier. La pila applicata all'elettrometro era una pila a colonna del Volta con dischi di carta asciutti in luogo dei panni bagnati. Dopo lunghi tentativi preferii questa pila ad ogni altra, e ne fui sempre soddisfatto nel corso dell'esperienze. Essa è di facile costruzione, occupa pochissimo spazio, dura inalterata per mesi e mesi e si presta anche bene, quando sia opportunamente costruita, per poter prendere un numero diverso di coppie a seconda del grado di sensibilità che si vuole.

Per verificare se le deviazioni dell'elettrometro fossero proporzionali alle differenze di potenziale e per caricare i conduttori mi servii di una pila Daniell di 200 coppie. Ciascuna coppia di questa era composta di due piccole bottiglie congiunte con un sifone di vetro molto sottile. Quando gli orli delle bottiglie sieno rivestiti con paraffina e si aggiunga di tratto in tratto del-

l'acqua nelle bottiglie dove sta lo zinco, la pila si mantiene a lungo nelle stesse condizioni.

4. *Precauzioni relative ai sostegni.* — I conduttori adoperati furono sfere e dischi di ottone: in qualche caso usai un cilindro di latta. Il solo modo opportuno di sostenere i conduttori mi parve l'uso di fili di seta quanto più sottili e meno numerosi era possibile. Verificai che anche con questa disposizione la perdita di elettricità per i sostegni non era affatto soppressa. Ad ottener ciò non trovai altro partito veramente efficace se non quello che ora descriverò.

Il capo superiore del filo di sospensione venne attaccato mediante un uncino di rame ad un sostegno di vetro verniciato. Valendomi d'un'apposita pila io mantenni prima di ogni esperienza e nel corso di questa il detto uncino ad un potenziale, il cui valore era prossimamente il medio aritmetico fra il potenziale iniziale e il finale del conduttore sospeso. Parecchie ore prima di cominciare l'esperienze io sospendevo il conduttore e lo ponevo e mantenevo al potenziale medio sopra indicato, il cui valore veniva determinato con qualche speciale esperienza per approssimazioni successive.

Essendo nulla la media differenza di potenziale fra i due capi del filo nel corso di un' esperienza, essendo pessimo conduttore il filo stesso, e per di più essendo rimasto a lungo prima dell'esperienza anche il capo inferiore al medio potenziale che aveva il conduttore durante la esperienza stessa, si può esser sicuri di eliminare così la perdita di elettricità attraverso il filo, che è la precipua causa di errore in tali esperienze.

5. *Modo di osservare la dispersione.* — Il conduttore, su cui si sperimentava, veniva portato prima dell'esperienza ad un potenziale V_0. Essendo esso congiunto con l'elettrometro mediante un filo metallico isolato, che se ne poteva allontanare col far girare un sostegno, osservavo quel potenziale, indi separavo dall'elettrometro il conduttore e cominciavo da quell'istante a contare il tempo. Alla fine dell'esperienza osservavo l'elettrometro per conoscere il potenziale di questo, poi stabilivo la comunicazione fra l'elettrometro e il conduttore e osservavo dopo il contatto il potenziale comune. Conoscendo il rapporto fra la

capacità dell'elettrometro e quella del conduttore avevo quanto occorreva per calcolare il potenziale del conduttore prima del contatto. La perdita di elettricità avvenuta durante l'esperienza va interamente attribuita alla trasmissione all'aria, perchè la perdita attraverso il filo si può ritenere affatto soppressa.

6. *Esperienze sulla legge del Coulomb.* — Feci molte esperienze per verificare questa legge. Tengo conto soltanto delle ultime fatte con una sfera collocata entro una campana di vetro tutta rivestita di stagnola nell'interno. La campana aveva alla sua sommità un foro del diametro di 5 cm., attraverso al quale passava un grosso filo di ottone ripiegato ad uncino con una pallina d'ottone all'estremità. Questa era sostenuta da un filo di seta. Esaminai in tre serie d'esperienze a qual potenziale si riducesse il conduttore elettrizzato inizialmente al potenziale di 43,7 Volta, dopo 30 minuti, dopo 60 e dopo 90. Nelle tabelle che seguono sono indicati quei potenziali con P_{30}, P_{60}, P_{90}.

P_{30}	medio	P_{60}	medio	P_{90}	medio
32,0		23,3		17,3	
32,2		23,9		17,5	
	32,1		23,8		17,6
32,3		24,3		17,3	
32,0		23,8		18,5	

I rapporti fra i valori P_0, P_{30}, P_{60}, P_{90} presi ordinatamente a due a due, dovrebbero per la legge del Coulomb essere eguali fra loro. Dalle esperienze si hanno per i tre rapporti questi valori:

1,361 1,345 1,358

Possiamo dunque dire che la legge si verifica con sufficiente approssimazione almeno per deboli potenziali, come quelli usati in queste esperienze.

Per potenziali molto più alti (250 Volta circa), mi parve che i risultati si scostassero alquanto dalla legge nel senso che le variazioni di potenziale fossero meno rapide di quel che la legge richiederebbe, ma le difficoltà di misure precise in quelle condizioni erano tali che non posso asserire la cosa con sicurezza.

Per un dato conduttore possiamo scrivere la legge del Coulomb così:

$$V = V_0 e^{-at}$$

dove V_0 è il potenziale iniziale e V il potenziale al tempo t. Se si vuol estendere la formula ad un conduttore qualunque, il coefficiente a dovrà essere diverso a seconda della capacità del conduttore e della grandezza della superficie.

Nell'equazione

$$dV = - aV dt,$$

da cui la precedente è dedotta, la variazione di potenziale dovrà essere, a parità di tutte l'altre condizioni, in ragione inversa della capacità e dipenderà dalla grandezza della superficie poichè la perdita di elettricità non avviene per altra via. Potranno influire la forma, lo stato della superficie, la diversa distribuzione della elettricità per l'induzione dei corpi vicini ed altre condizioni ancora, ma potremo assumere come formula da verificarsi la seguente

$$dV = - k \frac{S}{C} V dt,$$

dove k dovrebbe essere un coefficiente costante qualora sul fenomeno non si esercitasse alcuna delle secondarie influenze testè accennate, ed S e C sono la superficie esterna e la capacità del conduttore.

7. *Determinazioni del coefficiente di dispersione per diversi valori della capacità e della superficie.* -- Se si fanno l'esperienze tenendo il conduttore elettrizzato nell'aria libera, benchè nelle varie esperienze le condizioni sembrino le stesse, si hanno spesso dei risultati molto discordanti.

Ecco quelli di alcune esperienze fatte in sei giorni successivi con una sfera d'ottone del raggio di 10 cm. In ciascuna esperienza il potenziale iniziale fu 44,7 Volta. Dopo una mezz'ora il potenziale aveva il valore indicato qui sotto:

27	Giugno	29,5	29	Giugno	25,3	31	Giugno	25,8
„	„	27,6	„	„	31,0	„	„	28,9
„	„	31,2	„	„	23,8	„	„	31,4
„	„	32,0	„	„	24,0	„	„	31,8
28	„	30,4	30	„	26,3	1	Luglio	27,6
„	„	31,5	„	„	26,2	„	„	25,9
„	„	32,4	„	„	27,2	„	„	24,0
„	„	34,3	„	„	25,8	„	„	28,2

Quando il conduttore stia in un recipiente chiuso o almeno comunicante con l'aria per una piccola apertura, le discordanze si attenuano.

L'esperienze delle quali do più innanzi i risultati, vennero fatte quasi tutte con l'una o con l'altra delle due disposizioni seguenti:

1° Un cilindro di latta alto 20 cm. circa e del diametro di 25 cm., posto in comunicazione col suolo, conteneva il conduttore da studiarsi. Il cilindro veniva chiuso superiormente con un coperchio, nel quale erano un foro circolare ed un taglio nel piano verticale di un raggio del coperchio stesso che permetteva di applicare il coperchio anche quando il conduttore stava dentro il cilindro sostenuto dal filo di seta.

2° Una campana di vetro quasi cilindrica con un foro di 5 cm. di diametro alla sommità, del diametro interno di 19 cm. nella parte cilindrica inferiore, tutta rivestita di stagnola internamente, veniva appoggiata sopra una lastra metallica posta in comunicazione col suolo. Nello spazio interno doveva collocarsi il conduttore attaccato ad un grosso filo metallico, che passava attraverso il foro della campana ed era sostenuto da un filo di seta. Per difendere con maggior sicurezza il conduttore dall'influenza della elettrizzazione del vetro, posi entro la campana un cilindro di ottone del diametro di 17 cm. e dell'altezza di 29 cm. aperto superiormente e chiuso al disotto. Nelle tabelle che seguono indico con C la capacità del conduttore entro l'inviluppo, con S la superficie esterna del conduttore, con V_1 il potenziale finale d'ogni esperienza, vale a dire dopo

trenta minuti dacchè il conduttore fu isolato. Il potenziale iniziale V_0 fu sempre di 47,0 Volta. Il valore di k venne sempre calcolato dai dati dell'esperienze con la formula

$$k = \frac{C}{30\,S} \frac{\log V_0 - \log V_1}{\log C}.$$

I valori di C sono espressi in unità elettrostatiche, quelli dei potenziali in Volta, quelli di S in cm^2.

Per ogni determinazione di k riferisco i valori di V_1, dei quali s'introdusse il medio aritmetico nella formula. Le prime undici esperienze furono fatte ponendo i conduttori entro il cilindro di latta testè descritto al n. 1: le altre con la campana di vetro.

I. 29 *V* 1893. Disco A di zinco: diam. 21 cm.; grossezza 1 cm.; orlo arrotondato; manico cilindrico metallico del diametro di 1 cm., lungo 17,5:

$C = 17{,}56 \quad S = 825 \quad V_1 = 36{,}0;\ 37{,}1;\ 38{,}0 \quad k = 170.10^{-6}$

II. 30 *V*. Disco A, sospeso a lungo, filo di rame:

$C = 19{,}16 \quad S = 842 \quad V_1 = 36{,}2;\ 35{,}5;\ 35{,}7 \quad k = 209.10^{-6}$

III. 31 *V*. Disco A, senza filo di rame:

$C = 17{,}25 \quad S = 825 \quad V_1 = 35{,}7;\ 94{,}4;\ 35{,}5 \quad k = 197.10^{-6}$

IV. 31 *V*. Disco A più prossimo al fondo:

$C = 23{,}7 \quad S = 825 \quad V_1 = 38{,}5;\ 38{,}8 \quad k = 190.10^{-6}$

V. 1 VI. Disco A ancor più prossimo al fondo:

$C = 30{,}4 \quad S = 825 \quad V_1 = 42{,}2;\ 43{,}5;\ 43{,}5 \quad k = 103.10^{-6}$

VI. 2 VI. Disco B di zinco; diam. 11,7; altezza 02; manico lungo 30,5; diam. 0,3:

$C = 11{,}06 \quad S = 251 \quad V_1 = 37{,}3;\ 39{,}1;\ 37{,}7;\ 39{,}7 \quad k = 293.10^{-6}$

VII. 2 VI. Disco di rame C, eguale per dimensioni a B:

$C = 10{,}93 \quad S = 251 \quad V_1 = 37{,}7;\ 38{,}8;\ 38{,}6;\ 39{,}3 \quad k = 283.10^{-6}$

VIII. 3 VI. Due dischi di rame eguali a C infilati sullo stesso asse, a 1 cm. di distanza:

$C = 10.26$ $S = 466$ $V_1 = 34,8; 35,1; 37,0; 36,2$ $k = 197.10^{-6}$

IX. 2 VI. Gli stessi dischi a contatto:

$C = 10,32$ $S = 258$ $V_1 = 37,5; 38,0; 40,0; 38,6$ $k = 261.10^{-6}$

X. 5 VI. Disco d'ottone, eguale per dimensioni ad A:

$C = 27,7$ $S = 825$ $V_1 = 40,8; 39,7; 40,4$ $k = 171.10^{-6}$

XI. 5 VI. Disco A, novamente pulito e levigato:

$C = 28,2$ $S = 825$ $V_1 = 41,7; 43,7\ 43,5; 42,0; 42,0$ $k = 115.10^{-6}$

XII. 14 VI. Due dischi di rame eguali a C, a contatto, infilati sullo stesso asse:

$C = 10,31$ $S = 258$ $V_1 = 39,7; 39,5; 39,7$ $k = 224.10^{-6}$

XIII. 14 VI. Gli stessi dischi alla distanza di 6,5 cent.:

$C = 13,30$ $S = 466$ $V_1 = 40,4; 38,9; 40,4$ $k = 152.10^{-6}$

XIV. 15 VI. Gli stessi dischi a 3 cm. di distanza:

$C = 11,2$ $S = 466$ $V_1 = 39,1; 40,4; 39,8$ $k = 131.10^{-6}$

XV. 15 VI. Gli stessi dischi a 1 cm. di distanza:

$C = 10,2$ $S = 466$ $V_1 = 38,6; 38,6; 38,8$ $k = 145.10^{-6}$

XVI. 16 VI. Gli stessi dischi alla distanza di 3 mill.:

$C = 9,8$ $S = 466$ $V_1 = 39,5; 38,0; 37,7; 37,1$ $k = 147.10^{-6}$

XVII. 19 VI. Gli stessi dischi a contatto:

$C = 12,0$ $S = 258$ $V_1 = 35,5; 38,6; 37,1; 38,0; 37,3$ $k = 297.10^{-6}$

XVIII. 22 VI. Disco B:

$C = 10,39$ $S = 251$ $V_1 = 39,5; 38,6; 48,0$ $k = 265.10^{-6}$

XIX. 24 VI. Palla A di ottone; raggio 5 cm.:

$C = 12,2$ $S = 314$ $V_1 = 43,5; 40,4; 43,3; 42,0$ $k = 131.10^{-6}$

XX. 24 VI. Due palle eguali alla A:

$C = 21$ $S = 638$ $V_1 = 40,6; 41,7; 41,7$ $k = 143.10^{-6}$

XXI. 24 VI. Palla d'ottone B; raggio 4,3:

$C = 11,1 \quad S = 252,5 \quad V_1 = 42,2;\ 43,3;\ 43,3 \quad k = 149.10^{-6}$

XXII. 28 VI. Cilindro di latta, diam. 6,3, altezza 18:

$C = 19,59 \quad S = 569 \quad V_1 = 42,2;\ 41,5;\ 40,8;\ 42,0 \quad k = 138.10^{-6}$

Esaminando questi risultati si vede che sono particolarmente grandi i valori di k dati dalle esperienze VI, VII, IX, XII, XVII e XVIII. In esse si adoperarono dei dischi che non avevano gli orli arrotondati ed aveano piccola grossezza. Forse è dovuto a ciò il maggior valore di k, che si ebbe tanto con l'inviluppo di latta quanto con la campana.

È vero che quei dischi furono adoperati anche in altre esperienze che diedero valori di k non molto alti, ma è da osservarsi che in queste altre esperienze i due dischi non erano a contatto e che nell'intervallo fra questi lo scarso movimento dell'aria e forse anche l'andamento delle superficie equipotenziali dovevano contribuire a diminuire la dispersione e a compensare almeno in parte l'influenza degli orli.

Anche il grande valore di k trovato nella II esperienza può spiegarsi con l'influenza del filo di rame usato per la sospensione. Fra gli altri risultati merita attenzione quello della V esperienza ottenuta con un disco di zinco vicinissimo al fondo. Pare che la difficoltà a rinnovarsi che incontra l'aria tra la superficie inferiore del disco ed il fondo spieghi questo risultato, che fu confermato da molte altre esperienze che non ho riferite. I valori rimanenti di k variano da 115 a 197.10^{-6} e certamente questa differenza dei limiti è molto grande, ma se si tien conto della natura del fenomeno e delle varietà delle condizioni, quella differenza apparirà forse più piccola di quanto si poteva prevedere.

La formula può dirsi verificata entro i limiti di queste esperienze, benchè applicata a conduttori di diversa capacità e superficie.

8. *Effetto del pulviscolo dell'aria.* — Feci parecchie esperienze comparative determinando nel modo descritto il valore del coefficiente k con un conduttore circondato da aria libera, ora nelle condizioni ordinarie, ora mentre dei corpi polverosi venivano

agitati e battuti in vicinanza. Non osservai alcuna influenza che si potesse attribuire alla polvere.

Cercai di liberare l'aria dalla polvere per esaminare se poi avveniva egualmente la perdita di elettricità. Il conduttore stava dentro un cilindro di lamina d'ottone e sotto la campana di vetro già menzionata. Spalmai con glicerina secondo il suggerimento del Tyndall le pareti ed il fondo del cilindro perchè la polvere precipitandosi lentamente vi rimanesse attaccata. Posi l'uncino di rame, a cui il capo superiore del filo di seta, che sosteneva il conduttore, era appeso ad un potenziale costante eguale al potenziale iniziale del conduttore. Così per la via dei sostegni poteva forse venire qualche minima quantità di elettricità al conduttore, ma questo non poteva perderne. Tenendo a lungo l'apparecchio nelle condizioni descritte io non mi avvidi mai che col tempo la dispersione si rallentasse. Parrebbe quindi che si potesse concludere che il pulviscolo atmosferico non ha gran parte nella trasmissione della elettricità.

9. *Influenza della temperatura del conduttore* — Preso un cilindro di latta con coperchio, lo empii di acqua calda, lo sospesi con fili di seta e determinai successivamente il valor di k con parecchie esperienze alternate quando l' acqua aveva la media temperatura di 90^0 e quando aveva la temperatura ordinaria. Non riscontrai differenza sensibile, il che è conforme a quanto trovarono il Narr (1) e il Giese (2).

10. *Influenza dei prodotti della combustione.* — Questi, come è noto, affrettano molto la perdita di elettricità. La sola fiamma dell'elettrometro produce grandissimo effetto, quando si opera con un conduttore posto nell'aria libera. Così mentre in tre esperienze fatte senza alcuna fiamma il potenziale di una palla sospesa nell' aria libera da 47,9 Volta scese in 30^m a 35,4, quando invece la fiamma dell'elettrometro rimase accesa, scese in pari tempo a 14,5.

Non si può avere regolarità nell' esperienze fatte con la

(1) Narr, *Wied. Ann.*, XLIV, 133.
(2) Giese, *Wied. Ann.*, XVII, 529.

fiamma accesa, perchè l'azione dei prodotti varia con le correnti d'aria che li trasportano a contatto del conduttore.

Ancorchè raffreddati i prodotti agiscono egualmente, purchè non sia trascorso troppo tempo dacchè la combustione è avvenuta. Se si pone una fiamma al di sotto della bocca inferiore di un serpentino circondato da acqua fredda e si fa che l'estremità superiore stia sotto il conduttore elettrizzato, la perdita di elettricità viene fortemente accelerata, ancorchè il serpentino abbia la lunghezza di 2 m. e i prodotti escano affatto raffreddati. Ma se si raccolgono in una campana i prodotti della combustione di una fiamma e poi si mandano contro il conduttore, non si ha effetto alcuno. L'attitudine ad accelerare la dispersione è dunque temporanea e pare legata allo stato particolare delle molecole e degli atomi, che accompagna la combustione o le tiene dietro. L'anidride carbonica, appositamente sviluppata, non produce effetto alcuno; del vapore acqueo si dirà poi.

Fu notato da R. Helmholtz che mentre i prodotti della combustione agiscono in generale sopra un getto di vapore condensandolo e facendone mutare l'aspetto e togliendone la trasparenza, una fiamma d'alcool puro, non luminosa, non produce tale effetto. Io esaminai se alcun che di simile si verificasse rispetto alla dispersione della elettricità, ma ebbi un forte aumento di questa anche con la fiamma d'alcool puro non luminosa.

Esaminai se qualche altro fenomeno chimico producesse un effetto simile a quello della combustione. Non ne ebbi alcuno da un getto di ozono e da uno di gaz ammoniaco, che s'incontravano un po' al di sotto del conduttore elettrizzato. Nessun effetto produce l'ozono solo, nè l'idrogeno appena sviluppato. Dell'azione del fosforo dissi già prima d'ora (1).

11. *Influenza delle punte.* — Una punta metallica applicata a un conduttore nelle condizioni delle descritte esperienze non accelera la dispersione.

12. *Influenza del movimento dell'aria* — Una corrente d'aria, che vada a batter contro il conduttore, non accelera la disper-

(1) *Atti dell'Accademia di Torino*, XXIV, 195; XXV, 384.

sione, anzi talvolta produce un aumento di carica. Che però un movimento d'aria continua e lento agisca accelerando la dispersione, è cosa che risulta manifesto da un gran numero delle mie esperienze, e specialmente da quelle ch'eseguii nel modo seguente.

Il disco A già menzionato sopra era sospeso entro un cilindro di latta. Le due basi di questo avevano un foro centrale, quello di sopra rimaneva sempre aperto, l'altro veniva ora tenuto aperto ora chiuso con una lamina di latta. In ciaschedun caso il valore di V_1 è dedotto da quattro esperienze fatte nelle stesse condizioni e alternate con quelle fatte nell'altra.

Foro aperto	$C = 36,9$	$V_1 = 37,7$	$k = 321.10^{-6}$
„ chiuso	40,4	42,2	171.10^{-6}
Foro aperto	$C = 28,2$	$V_1 = 35,6$	$k = 314.10^{-6}$
„ chiuso	„	40,3	168.10^{-6}
Foro aperto	$C = 35,1$	$V_1 = 37,6$	$k = 305.10^{-6}$
„ chiuso	„	42,3	141.10^{-6}

Quest'esperienze dimostrano come il coefficiente di dispersione fosse notevolmente più grande nei casi in cui, essendo aperto il foro del fondo del cilindro, l'aria che toccava la superficie inferiore del disco, poteva più facilmente moversi e rinnovarsi.

13. *Influenza dei vapori* — In una serie di esperienze intorno all'influenza delle piccole scintille sulla dispersione (1) io avevo osservato che i vapori di trementina, di etere e di alcool attenuavano grandemente l'effetto delle scintille. Esaminai se i vapori attenuassero anche l'effetto dei prodotti della combustione e riscontrai che avviene così. Descrivo qui alcune fra l' esperienze eseguite.

Una piccola fiamma a gas stava al di sotto d' un imbuto metallico capovolto, al quale era applicato un tubo verticale di 80 cm. circa. All'estremità superiore di questo era applicato mediante un tappo un altro tubo ripiegato orizzontalmente che

(1) *Atti dell'Accademia di Torino*, XXV, 1890.

conduceva i prodotti della combustione ad una piccola bottiglia. In questa si poneva la sostanza liquida, con i vapori della quale si voleva che i prodotti della combustione si mescolassero. Il liquido occupava una piccola parte della bottiglia. Il tubo, di cui si è detto, entrava, attraversando il tappo, nella bottiglia, ma non s'immergeva nel liquido. Un altro tubo attraversava il tappo, diritto, verticale, aperto ai due capi; non s'immergeva nemmeno esso nel liquido. I prodotti della combustione mescolati con i vapori salivano per esso ed entravano nello spazio dove stava il conduttore, la cui perdita di elettricità si studiava.

Quando si voleva che i prodotti giungessero a quello spazio e non si mescolassero con vapori, si sostituiva a quella bottiglia un' altra eguale che invece del liquido volatile conteneva un egual volume di mercurio e ciò perchè tutte le altre condizioni dell'esperienze che si confrontavano, fossero eguali.

L'esperienze vennero fatte con una sfera di ottone di 10 cm. di diametro, sospesa mediante un filo di seta lungo 80 cm. ad un sostegno di vetro e congiunta stabilmente all'elettrometro. La sfera stava entro un cilindro metallico col fondo forato. Una campana di vetro rivestita internamente di stagnola circondava il cilindro. Essa aveva un foro alla sommità, per la quale passava il filo di seta e il filo di rame che congiungeva la sfera all'elettrometro. Si portava il potenziale della sfera ad un valore corrispondente a circa 350 divisioni, poi lo si faceva discendere fino a 225, il che nelle condizioni in cui si trovava allora l'elettrometro corrispondeva a circa 32 Volta. Si cominciava a contare il tempo e dopo 15 minuti si osservava la posizione della striscia luminosa sulla scala dell'elettrometro. Nelle due figure son posti nella stessa colonna verticale, e nell'intervallo tra due linee orizzontali i numeri spettanti all'esperienze che si possono comparare direttamente fra loro. Quei numeri rappresentano il medio spostamento della striscia luminosa per un minuto. Nell'ultima colonna verticale stanno i valori medii. La lettera *P* indica i prodotti della combustione. Così ad esempio nella prima esperienza con i prodotti soli s'ebbe uno spostamento medio di 3, 4 parti, nell'esperienza successiva fatta con i prodotti misti a vapori d'alcool 2, 7: la terza fu fatta con i soli prodotti e diede 3,05, la quarta con prodotti misti a vapori d'alcool diede 2,55:

				medio
P	3,40	3,10	4,01	3,51
	3,05		4,00	
P + Alc.	2,70	2,70	4,00	2,99
	2,55			

						medio
P	4,00	4,46	3,33	3,60	3,11	
	3,70	3,45	3,33	2,87	3,20	3,45
		3,47		2,93		
P + Etere	3,70	2,95	2,70	2,60	2,38	
	3,50	3,25	2,83	2,40	2,46	2,87
		2,85				

				medio
P	4,81	5,31	5,27	5,14
	4,53	5,76		
P + Aq.	4,26	5,60	4,93	4,87
	4,26	5,31		

			medio
P	3,90	4,47	4,26
	4,29	4,40	
P + Clorof.	3,10	3,91	3,30
	2,90		

			medio
P	4,26	5,46	
		5,53	5,09
		5,11	
P + Ammon.ª	3,60	4,74	
		4,40	4,44
		5,00	

È da notarsi che l'acqua usata nell'esperienze aveva la temperatura di 50° circa. Con l'acqua alla temperatura ordinaria non si notò alcun effetto. Se si dispongono i medii risultati ottenuti in ordine decrescente, si trova che la massima attenuazione dell' attitudine che hanno i prodotti della combustione

d'accelerare la dispersione fu prodotta dall'etere, poi vengono il cloroformio, l'alcoòl, l'ammoniaca e l'acqua. Ho anche esaminato se nell'aria mista ai vapori medesimi la dispersione avvenisse più lentamente che non nell'aria atmosferica ordinaria. Ho determinato il valore del coefficiente k alternativamente nelle due condizioni, ma non son riuscito a riconoscere alcun effetto costante e sicuro dei vapori.

14. *Esperienze nell'aria rarefatta.* — Tentai di studiare la dispersione nell'aria rarefatta. La necessità di chiudere lo spazio in cui sta il conduttore, rendeva molto difficile l'ottener precisione. Circondai il filo che doveva servire a congiungere il conduttore con l'elettrometro e passava attraverso le pareti dello spazio chiuso, con una sostanza coibente e poi con una guaina metallica che mediante una apposita pila cercavo di tenere allo stesso potenziale del conduttore. Speravo così di sopprimere le perdite di elettricità che non avvenissero per l'aria, ma la sostanza coibente posta a contatto di quel conduttore si carica di elettricità e si comporta in modo da togliere ogni precisione.

Studiai invece qual fosse nell'aria rarefatta l'influenza delle scintille elettriche. In un tubo di vetro di circa 5 cm. di diametro introdussi due elettrodi di ottone che terminavano in due dischi piani affacciati l'uno all'altro. Le aste che portavano i dischi passavano attraverso due tappi di sovero applicati agli estremi del tubo. Attraverso uno di questi passavano pure due elettrodi, le cui estremità nell'interno del tubo stavano alla distanza di pochi mill. Dei primi due elettrodi l'uno era destinato ad essere congiunto con l'elettrometro, l'altro con un polo d'una pila, l'altro polo della quale era in comunicazione col suolo. Gli altri due dovevano congiungersi ai poli d'un piccolo rocchetto d'induzione. Un tubo di vetro attraversava pure uno dei tappi e metteva alla macchina pneumatica. Mediante ceralacca si chiuse ogni altra comunicazione fra l'interno e l'esterno. Un disco di rete metallica congiunto al suolo stava fra i secondi elettrodi e i primi in modo da difendere questi da ogni azione elettrostatica quando le scintille scorrevano fra gli altri due.

La pila che era in comunicazione con uno dei dischi era atta a produrre una deviazione di 240 parti circa. Se non scoccavano scintille, la elettricità non passava da un disco all'altro, se le

scintille scoccavano e l'aria era rarefatta, il passaggio avveniva, tanto nel caso in cui il disco congiunto alla pila era positivo, quanto nel caso opposto.

Con la distanza di 1 cm. fra i dischi occorreva ridurre la pressione a meno di 20 cm. per aver effetti considerevoli. S'aveva un massimo effetto alla pressione di circa 1 mm.; a pressioni inferiori l'effetto diminuiva.

Quando vennero posti nel tubo due dischi di cartone che stessero fra le scintille e i dischi, e fossero alla distanza di 1 cm. circa l'uno dall'altro, il passaggio della elettricità fra i dischi nell'aria rarefatta venne grandemente attenuato, ma anche in queste condizioni l'influenza delle scintille sulla dispersione della elettricità tanto positiva quanto negativa apparve manifesta.

15. — Se esaminiamo i risultati delle esperienze descritte per trarne qualche conclusione in favore dell'una o dell'altra ipotesi, vediamo che in favore di quella che attribuisce la dispersione della elettricità agli atomi dissociati sta il fatto che l'aria resa ad arte polverosa non produce effetto maggiore. Lo stesso va detto dell'altro fatto che spalmando le pareti con glicerina, e lasciando tranquilla l'aria non si osserva che la dispersione si rallenti.

L'azione dei prodotti della combustione, del fosforo, delle scintille elettriche e dei corpi incandescenti può spiegarsi nei due modi perchè secondo l'Aitken in tutti questi casi si produce una gran quantità di pulviscolo e d'altra parte è probabile che nei casi stessi le molecole dei gas possano venir dissociati.

I vapori attenuano la dispersione prodotta dalle scintille elettriche e dai prodotti della combustione. Questo fatto mi pare favorevole all'ipotesi che la dispersione sia dovuta agli atomi liberi anzichè al pulviscolo, essendo più probabile che la presenza dei vapori diminuisca il numero di questi atomi o li renda inattivi, anzichè faccia un consimile effetto sopra il pulviscolo. Dall'insieme di queste esperienze risulta adunque che l'ipotesi del pulviscolo ha minore verosimiglianza dell'altra.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 24 Novembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Sain-Pierre, Nani, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Presidente commemora il defunto Socio Basso, ricordandone i servigii resi alla scienza ed all'insegnamento e le particolari benemerenze verso l'Accademia, della cui Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali fu Segretario. Ricorda le perdite di Socii fatte dalla Classe durante le ferie accademiche, cioè del Socio Straniero Enrico Rodolfo Gneist, dei Socii Corrispondenti Enrico von Sybel, Filippo Linati. Accenna all'opera scientifica di essi ed annuncia che per suo incarico, il Socio Cipolla nell'adunanza stessa commemorerà il Socio Corrispondente Sybel, ed affida rispettivamente ai Socii Brusa e Claretta l'incarico di commemorare i Socii Gneist e Linati in prossime adunanze. Da ultimo annuncia alla Classe la morte del Socio Corrispondente Ruggero Bonghi, avvenuta il 22 ottobre scorso, e nell'impossibilità di ricordarne anche solo in parte gli scritti e le opere, si limita a commemorare con brevi parole la vasta

e mirabile operosità di lui dimostrata negli studii storici, politici, filologici e filosofici, che di esso ha fatto una delle figure più spiccate e più geniali nella storia politica e letteraria del nostro risorgimento.

Fra le pubblicazioni pervenute alla Classe durante le ferie il Socio Ferrero segnala le seguenti: " *Francesco Bacone alla Corte d'Inghilterra* ", del Socio Giuseppe Allievo (Torino, 1896); " *La moneta ed il rapporto dell'oro all'argento* ", del Socio Corrispondente Cornelio Desimoni (Roma, 1895); " *Friedrich Diez* ", del Socio Corrispondente Wendelin Foerster (Berlin, 1895); " *La passione in Canavese* ", pubblicata e commentata dal Socio Corrispondente Costantino Nigra in unione col sig. Delfino Orsi (Torino, 1895); " *Vocabulaire français-malgache* ", del Socio Corrispondente Aristide Marre (Paris, 1895); " *Historia e civilisaçao* ", del Socio Corrispondente Antonio de Serpa Pimentel (Lisbona, 1895); " *Pope's Universal Prayer* ", del Socio Corrispondente Sourindro Mohun Tagore (Calcutta, 1894).

Il Presidente, a nome dell'autore, prof. Giuseppe Zuccante, offre le opere: " *Saggi filosofici* " (Torino, 1892); " *La dottrina della coscienza morale nello Spencer* " (Lonigo, 1895).

Il Direttore della Classe Claretta presenta in omaggio il volume VI degli " *Atti della Società di archeologia e belle arti per la provincia di Torino* ".

Il Socio Segretario presenta una fotografia, donata dal Prefetto della biblioteca nazionale di Torino, del busto di Gaspare Gorresio, riprodotto in marmo dall'originale posseduto dall'Accademia e collocato in una delle sale di studio della biblioteca, riservata, fra altre persone, ai membri dell'Accademia.

Presenta poi l'opera postuma di Enrico Bianchetti: " *I sepolcreti di Ornavasso* " (Torino, 1895), di cui fa dono la vedova dell'autore signora Clara Bianchetti-Sella.

Il Socio Segretario informa che l'Accademia è stata rappresentata dal Socio Boselli al VI Congresso storico italiano,

riunitosi in Roma nel passato settembre, e presenta gli ordini del giorno approvati dal Congresso e mandati dalla Presidenza di esso. Comunica pure l'invito diretto all'Accademia di farsi rappresentare all'XI Congresso degli americanisti a Messico.

Il Socio Cipolla legge una commemorazione del Socio non residente Cesare Cantù e del Socio Corrispondente Enrico von Sybel, che è pubblicata negli *Atti* accademici.

È presentato un lavoro manoscritto inviato per la stampa dal signor Giovanni Frigeri ed intitolato: " *La filosofia di Giovanni Pico della Mirandola* ". A riferire intorno ad esso in una prossima adunanza sono delegati dal Presidente i Socii Peyron, Brusa ed Allievo.

Il Socio Segretario legge una nota del Socio Corrispondente prof. Elia Lattes: " *Il vino di Naxos in un'iscrizione preromana dei Leponzii in Val d'Ossola* ", ed un'altra del prof. Carlo Pascal: " *L'iscrizione sabellica di Castignano* ". Queste note sono inserite negli *Atti*.

Il Socio Cipolla presenta un lavoro manoscritto del Dottore Luigi Schiaparelli: " *Le origini del comune di Biella* ", di cui l'autore desidera la pubblicazione nelle *Memorie* accademiche.

Il Presidente delega il Socio presentante ed i Socii Bollati di Saint-Pierre e Perrero a riferire intorno a questo lavoro.

LETTURE

CESARE CANTÙ ed ENRICO von SYBEL

Cenni commemorativi del Socio CARLO CIPOLLA.

La morte ci tolse nell'ultimo anno accademico e nelle ferie testè trascorse due dei nostri soci più illustri, Cesare Cantù ed Enrico von Sybel. Morì il primo, addì 11 marzo 1895 a Milano. Il 1° d'agosto mancò ai vivi il secondo. L'uno e l'altro furono scrittori fecondissimi, ma solo delle principali loro pubblicazioni mi sarà dato di far cenno, commemorando oggi brevemente la memoria venerata dei due grandi storici.

Il Cantù morì vecchissimo. Nato addì 8 dicembre 1804 a Brivio, nella provincia di Como, aveva celebrato pochi mesi prima di morire, il suo novantesimo anniversario; in quel dì di festa era contornato non solo dai suoi ammiratori, ma da uno stuolo di fanciulli, suoi piccoli amici. Il Cantù amò sempre la compagnia ingenua dei fanciulli, quantunque nel suo spirito ci fosse qualche cosa di sdegnoso; ma il suo sguardo si rasserenava, quando egli lo posava sui fanciulli o sui fiori.

Festeggiavasi l'ultimo suo anniversario, quando la *N. Antologia* pubblicò un articolo del Cantù sul viaggio del Montesquieu in Italia. Quel vecchio vigoroso volle morire colla penna in mano, volle eseguire fino all'ultimo il programma di lavoro ch'egli stesso si era tracciato nel 1874, commemorando nell'*Archivio Storico Lombardo* il Guizot. Egli vi lodò il grande storico francese per molti rispetti, ma un encomio speciale gli tributò per la tenacità nel lavoro, continuato senza riposo sino all'ultima vecchiaia. E additò ai giovani nel Guizot un alto esempio da imitare. Non minore esempio lasciò a noi il Cantù in sè medesimo.

Il Cantù dovette tutto a se stesso. Rimasto orfano in giovanissima età, assunse l'educazione dei fratelli, tra' quali Ignazio levò di sè bella fama, come scrittore. Cesare Cantù insegnò dapprima a Sondrio, poi a Como, poi a Milano. Lasciò quindi

i pubblici officî per dedicarsi tutt'intero alla storia, e per conservare integra la libertà della parola. Ai primi suoi anni risale il poemetto *Algiso e la Lega Lombarda*, che poi ristampò nell'età più tarda (1880). In quel poema, abbellì la storia colla veste della poesia, e quale letterato si schierò tra i romantici. Non fu nemico alle rime anche nell'età inoltrata, quantunque questo non fosse il suo campo: scrisse un inno alla Croce, che recitò pur sul letto di morte.

La sua vera strada la trovò peraltro assai presto e nel 1829 pubblicò il primo volume della *Storia di Como*, di cui il secondo vide la luce nel 1831. Con questa monografia, il Cantù tentò un metodo nuovo, svincolandosi dal legame annalistico al quale avevano obbedito gli imitatori dell'incomparabile Muratori. La tela su cui si svolge la storia, lo si capisce, è sempre la cronologia; nè è possibile fare diversamente, che seguirla con diligenza. Ma non per questo è in tutti i casi necessario di ridurre la storia ad annali. Il Cantù raggruppa i fatti della storia Comasca secondo l'ordine logico, e alla narrazione delle battaglie e delle vicende politiche, annoda la esposizione di quello che riguarda il costume, la letteratura, le arti, il commercio, l'industria, la legislazione. Di tutto ciò egli si giova per costituire un complesso saggiamente ordinato, e per comporre un libro vivo, scritto con efficacia e calore. Nella prefazione al secondo volume, dice che egli si era deciso a dedicarsi alla storia quando giunsero a lui le memorande parole del Foscolo: " O Italiani, io vi esorto alla storia. „ Se trasse l'ispirazione dal brano di Foscolo, che comincia con queste parole, si comprende come per lui la storia non potesse essere una fredda narrazione di ciò che è avvenuto, ma dovesse essere uno studio psicologico e politico dell'uomo in genere, e in particolare dell'italiano. I tempi nei quali il Cantù viveva, non chiedevano di meno. Nella *Storia di Como* il Cantù manifestò i più bei pregi della sua mente. Egli vi espose le vicende della sua città sopra lo sfondo della storia italiana, e questo sfondo è tutto originale, e dimostra nell'autore, ancora così giovane, una erudizione incredibilmente vasta. A lui non isfuggono le più disparate questioni, ed è bello il vedere (vol. I, p. 167) com'egli additi lo studio delle lingue, quale una disciplina promettitrice di larghi risultati scientifici. Eppure correva il 1829 e Federico Diez non

aveva allora che 16 anni! Il Cantù si rivolge al popolo, e nega che la Storia debba ridursi a celebrare la gloria di chi comanda, ma vuole che essa cerchi " quanto fossero felici i popoli, quanto ai godimenti ed alle speranze del cittadino giovasse la gloria dei capi „ (vol. I, p. 18). Dichiara (I, 19): " L'imparzialità, la verità poi furono sempre la mia mira „. Sdegna le opinioni correnti, quando le trova destituite di prove; lo dice e lo fa, siccome avviene, p. e., dove (I, 296-7) combatte il Sismondi nello assegnare le cause dell'origine dei Comuni. In materia così grave, il Cantù, sottrattosi completamente alle influenze della scuola, precorre, con felice intuizione, alcune moderne ricerche, e all'iniziativa popolare attribuisce direttamente l'origine dei nostri Comuni.

Quantunque appena pochi anni fossero passati dal trattato di Vienna, già romoreggiava la burrasca, che poneva in pericolo il governo Austriaco in Lombardia. Il Cantù agognava l'indipendenza, e il governo Austriaco non s'ingannò del tutto sospettando di lui. Nella *Storia di Como* (I, p. 292) avea accennato alla " libertà d'Italia „; i suoi scritti, che si seguivano con foga incredibile in quegli anni, accrescevano fama alla persona e autorità alle sue parole. Il Cantù poteva essere pericoloso al governo, e quindi fu chiuso in carcere, dove restò dal novembre del 1833 all'ottobre dell'anno seguente. I carcerieri gli sottraevano i mezzi di scrivere, ma egli — si narra — usando di uno stuzzicadenti per penna, e del fumo per inchiostro, compose in prigione il suo celebre romanzo storico (modellato quanto alla materia storica sul *Marco Visconti,* quanto alla individualizzazione dei caratteri, sui *Promessi Sposi*) *Margherita Pusterla.* Egli si rivolgeva dunque ancora una volta al popolo, nè a far ciò aveva uno scopo puramente letterario. Stigmatizzando le crudeli azioni dei Visconti, velatamente parlava dello stato delle cose nei tempi suoi (1). Liberato dal car-

(1) Mio fratello Francesco richiamava di questi giorni la mia attenzione su questo passo della *Conclusione.* Il Cantù dopo avere accennato l'alternarsi delle dominazioni passate sopra Milano, scrive così: " Nessuno ignora le vicende che da quel punto *(da quando cioè l'imperatore donò Milano ai Visconti)* corse il ducato, ora preda degl'ingordi, or rapina dei prepotenti, ora trastullo degli scaltriti, ora dote di donne, come i mobili

cere, si sottopose ad un lavoro così immane da spaventare ogni cuore meno gagliardo del suo. Il Pomba, che allora dava vita a Torino ad una potente propaganda letteraria, a mezzo della tipografia da lui fondata, offerse al giovane Cantù l'incarico di scrivere una *Storia Universale*. Oggidì questo nome di *Storia Universale* non giunge a fare sopra di noi quella impressione, che doveva produrre sessant'anni or sono. Di *Storie* di tal fatta abbondiamo, fatte più o meno bene. Ma allora la preparazione era scarsa.

La *Storia Universale* del Bianchini fu una intuizione geniale, ma non fu quello che il titolo poteva far supporre. La *Storia universale scritta da una compagnia di letterati inglesi* ebbe diffusione anche in Italia, mercè la versione, che se ne cominciò a Venezia sino dal 1765. È un'opera colossale, abbondante di erudizione, straricca di notizie. Ma è inorganica. Gli autori cercarono piuttosto di accontentare la curiosità del lettore, che di nutrirlo di cibo sostanzioso. Troppa parte vi si dà alla storia malsicura di certi periodi vetustissimi, e di nazioni lontane. Il medioevo e il rinascimento sono periodi quasi affatto trascurati. Nella storia moderna, predominano quelle parti che hanno interesse diretto per l'Inghilterra. Bisognava adunque che il Cantù si formasse egli un concetto nuovo, e che lo colorisse. Era un'impresa da spaventare chiunque. Eppure egli non esitò, e la pubblicazione principiata nel 1838 ebbe il suo compimento nel 1846. La *Storia Universale*, in prima edizione, consta di 35 volumi.

In un'opera di così immensa comprensione sarebbe ingiustizia l'andar discutendo sopra alcuni particolari. Bisogna considerarla nel suo insieme grandioso. Infinite questioni egli propone e discute; non tutte le scioglie. Egli nè voleva, nè poteva pronunciare l'ultima parola su tutte le questioni storiche. Ma volle e potè scrivere un'opera immensa, che diede una potente scossa al pensiero italiano; fu tradotta nelle lingue più dotte, e non una volta soltanto, e così lasciò profonda traccia di sè anche presso gli stranieri. Il Cantù non si limitò in questo libro alla nuda nar-

---

e le mandre, finchè traverso a lunghi e indecorosi dolori, potè arrivare a quel riposo e a quella felicità che ciascuno vede „. Comincia col rimprovero, termina coll'ironia.

razione dei fatti vincolati l'uno all'altro dalla sola ragione cronologica. Egli si propose di scrivere la storia dell'umanità, considerata nella sua unità e come una sola famiglia. Nè riguardò la storia coll'occhio di Democrito, *che il mondo a caso pose*, ma la considerò siccome la realizzazione del pensiero divino. Così tale *Storia* assunse un carattere tutto suo proprio, e risultò un'opera filosofica e letteraria ad un tempo. Quelle non furono pagine morte, pregevoli solamente per l'abbondanza dell'erudizione. Sono invece pagine animate sempre da un pensiero superiore, che mantiene sollevata in alto la mente di chi legge, e che di continuo ne conforta l'animo. Non è il nulla, ma è per contro un santo ideale, lo scopo a raggiungere il quale l'umanità lavora, e per il quale patisce. Di qui il valore morale di quest'opera, di qui eziandio la ragione precipua della efficacia che essa esercitò. Dissi ragione *precipua,* non *unica;* perchè la *Storia Universale*, considerata anche soltanto sotto il rispetto dell'erudizione, ebbe una grande azione sull'indirizzo intellettuale italiano, e ridestò tra noi l'amore agli studi storici. Una sintesi, così larga, così potente, destava il desiderio di nuove analisi, apriva nuovi orizzonti agli studi, svelava i punti più interessanti e fino allora meno chiariti.

Il Cantù associò la storia politica alla religiosa, alla letteraria, alla scientifica, anzi non solo avvicinò queste materie tra loro, ma in certa guisa le fuse assieme, coll'intento di mostrare come una agisca sull'altra. Colla prova del fatto, egli dimostrò ingannarsi coloro i quali intendevano la storia nel puro e semplice significato politico o militare. Mantenne pertanto anche in questo lavoro quel sistema che aveva adottato per la *Storia di Como*. A ciò fare lo induceva un concetto, che gli fu direttivo in ogni suo libro storico, e che egli ripete di sovente con vera compiacenza. Per lui la storia non si riduce alla biografia dei grandi, ma deve tener conto anche del popolo. Educato, com'egli scrive, ad una scuola che disprezzava, per opinione preconcetta, l'età media, egli " si svincolò delle false opinioni che aveva imbevute nella sua giovinezza ", poichè dinanzi al duomo di Milano, a S. Marco, a S. Maria del Fiore, comprese che degna di studio e di rispetto era stata l'epoca delle " municipali libertà ". Restituì il medioevo all'onore dovutogli, ma peraltro senza costituirlo come un punto, verso il quale l'umanità debba

retrocedere. Anzi egli disse: " il nostro non sarà mai un culto d'idoli quatriduani „. L'effetto che egli si propose, l'ottenne con maggior efficacia introducendo a grandi intervalli alcuni *discorsi* nei quali scolpisce il carattere della storia dell'umanità in generale o quello di alcuni dei suoi periodi. Il discorso sul medioevo mi sembra il migliore, per densità di pensiero, per varietà di argomenti trattati, per schiettezza di forma.

Il Cantù non abbandonò il massimo prodotto del suo ingegno, ma andò ritoccandolo mano mano che di esso si rendevano necessarie nuove edizioni. Nel 1884 ne imprese l'ultima, alla quale attese, con giovanile perseveranza, nell'ultimo decennio della sua vita, e potè godere il compiacimento di vederla finita.

Dopo di lui, Giorgio Weber pubblicò la sua *Storia del mondo* il cui primo volume uscì nel 1857, e l'ultimo nel 1880. La coordinazione della materia, non dico nei particolari, ma nel supremo principio direttivo, è abbastanza simile a quella del Cantù. Naturalmente il Weber fa poca parte alla storia italiana. Leopoldo Ranke ebbe un pensiero affatto diverso, e non mantenne la dovuta proporzione tra le diverse parti dell'immensa sua opera. Non posso paragonare alla *Storia* del Cantù le enciclopedie storiche di Onken, e di altri: sono monografie avvicinate l'une alle altre, non sono la storia dell'umanità.

Attorno alla *Storia Universale* si aggirano e con essa si connettono molti fra gli altri scritti del Cantù. La *Storia dei cent'anni,* e *Gli ultimi trent'anni,* sono da annoverarsi in questo gruppo, e così pure le storie di alcune letterature, sia dell'età antica, che della moderna. Tra il 1892 e il 1894 rifuse la sua *Storia della letteratura italiana* (Firenze, 1865), componendone due volumi, che aggiunse come appendice alla *Storia Universale,* e che intitolò *Della letteratura italiana esempi e giudizi.* Nessuno dirà che tutti questi scritti siano egualmente studiati e approfonditi; eppure in tutti più o meno si fa palese la straordinaria potenza sintetica del loro autore.

Ben maggiore importanza ha la *Storia degli italiani,* in quattro volumi, ch'egli forse aveva meditato prima ancora di accingersi alla *Storia Universale.* Infatti nella prefazione egli dice che sino da giovinetto conobbe la necessità di una storia siffatta, che fosse " un preparare alla nazione un altro pegno d'unità e di fiducia „. Si propone di chiarire nelle sue varie

manifestazioni il " progresso cristiano „, e dichiara (vol. II, p. 153, dell'ed. II): " noi veneriamo la libertà dovunque un lampo ce n'appaia „. Scrisse questa *Storia* quando vide che il Balbo, dopo avervi posto mano, se ne ritrasse sfiduciato per l'incuria del pubblico. L'epoca più recente dal 1795 al 1870, più ampiamente narrò in un'opera separata, col titolo *Cronistoria dell' indipendenza italiana*, che uscì in tre grossi volumi dal 1872 al 1877. Narrando la storia nostra dalla prima spedizione italica di Bonaparte alla unione di Roma al regno d'Italia, entra nelle questioni più agitate e più scottanti dei nostri giorni. A lui non era certo abituale una forma condita col miele. Non è a meravigliare quindi che l'opera abbia suscitato polemiche.

Scrisse di cose attinenti alla politica, ma alla vita politica della nazione egli partecipò pochissimo ne' suoi anni maturi. Fu per una legislatura deputato, quando il parlamento sedeva a Torino, e in quel breve tempo vi prese parte attiva alle discussioni. Poscia, volente o nolente, si ritrasse sull'Aventino. Ma l'inazione come uomo pubblico, pareggiò la sua azione quale scrittore. Visse gli ultimi vent'anni di sua vita nell'archivio di stato di Milano, romitaggio tranquillo, che lo sottraeva alla vista del mondo, e gli facilitava i suoi studi.

Quantunque il suo genio sintetico lo chiamasse ai lavori d'insieme, non isfuggì anche le monografie, alcune delle quali per altro riuscirono così vaste, che quasi si possono annoverare tra i lavori sintetici, piuttosto che fra gli analitici. Tra le maggiori monografie annovero la Storia di Venezia e quella di Milano, che egli scrisse per la *Grande illustrazione del Lombardo-Veneto*. Sotto questo titolo si pubblicarono a Milano negli anni 1857 e seguenti, le monografie delle provincie componenti il così detto regno Lombardo-Veneto. Il suo sentimento religioso e popolare egli scolpisce nella storia di Venezia, là dove scrive: " un comune e un santo; ecco gli elementi di cui gli Italiani componevano la loro libertà „. Discorrendo della difesa dell'ultima repubblica veneziana nel 1848, egli osserva che " diciassette mesi di resistenza ben redensero l'obbrobrio dell'altra caduta senza ostacolo „. Di minore importanza è la storia compendiata della Brianza.

Sta tra il lavoro storico ed il romanzo la monografia " Ezelino da Romano, storia d'un ghibellino esumata da un guelfo „, che fu stampata per la prima volta a Milano nel 1854.

Contemporaneamente all' *Ezelino* comparve *La Lombardia nel secolo XVII,* commento storico ai *Promessi Sposi.* Non è un libro saldamente organato, ma è una preziosa raccolta di studi, condotti su documenti nuovi, intorno ad argomenti toccati dal Manzoni. Sugli untori al tempo della peste, sui costumi, sul governo spagnuolo, debole e spavaldo ad un tempo, il Cantù fornisce notizie larghe, precise, documentate. Più profittevoli ancora sono le contribuzioni date dal Cantù alla storia della Lombardia durante il secolo scorso nelle due monografie, che tolgono il titolo dal Beccaria e dall'abate Parini. Nel Beccaria studiò il Cantù la società lombarda nei primi decenni della dominazione austriaca, mentre di mezzo ad essa si desta lo spirito delle riforme, non senza che vi avessero azione le teorie degli enciclopedisti francesi. Il Beccaria fu tra coloro, che, pur tenendo lo sguardo fisso a Parigi, seppero guardarsi da certe esagerazioni giacobine, che potevano compromettere anche le riforme più razionali e più oneste. Il Cantù sviluppa a lungo le teorie economiche e filosofiche del Beccaria, e, senza tutto encomiare, assegna all'illustre statista il posto che gli spetta nella storia lombarda. D' altra indole è il libro sul Parini, nel quale la parte biografica è povera di fatti posta in confronto colla descrizione minuta e penetrante della società tra cui visse il poeta. Lo sfondo su cui si stacca, forse non sempre rigidamente modellata, la figura del poeta, è colorito con vera potenza di erudizione e di stile. Nel carattere del Parini, pare che il Cantù voglia disegnare il proprio ideale; poichè ce lo mette innanzi sdegnoso, inflessibile; un sorriso, fieramente sarcastico, sfiora talvolta le sue labbra. Egli è un " austero contradditore ", " tenace amatore del bene pubblico ", odiato dalla " bordaglia tumultuante ", dagli " ambiziosi colleghi ", dai " despoti mascherati ". Al libro sul Beccaria serve di appendice l'edizione critica dell'opuscolo *Dei delitti e delle pene;* l'edizione critica del *Giorno* chiude lo studio sull'abate Parini.

Può considerarsi quale un seguito a questi due scritti, il libro sopra *Vincenzo Monti e l'età che fu sua.* La vita del protagonista si intreccia col racconto dei fatti politici e letterari, ch' ebbero luogo al tempo della Rivoluzione, del dominio Napoleonico, della Restaurazione. Anche qui la storia della Lombardia è trattata più largamente, che la vita del protagonista. Nel vo-

lume *Il Conciliatore ed i carbonari* la storia della Lombardia è ricercata nei tentativi rivoluzionari, al tempo del primo periodo austriaco, dopo il trattato di Vienna. Anche questo libro è più che altro un complesso di quadri, non dico indipendenti l' uno dall' altro, ma pur tali che potrebbero in qualche modo stare da sè. Commovente è la descrizione dei casi di Federico e di Teresa Confalonieri.

In quasi tutte queste monografie storiche, e in ispecie in quelle sul *Monti* e sul *Conciliatore*, che furono compilate quando gli archivi non erano più ermeticamente chiusi, il Cantù fece largo uso di fonti inedite. Non voglio significare con ciò, che egli esaurisse i sussidî archivistici; anzi debbo dire che non era questo il suo intento. Specie di codice diplomatico per lo studio dell'età francese, è il libro della *Corrispondenza di diplomatici della Repubblica e del Regno d'Italia 1796-1814* (Milano, Agnelli, 1884). Ma il pubblico non favorì la pubblicazione. All'età susseguente spetta lo scritto sull'*arciduca Massimiliano*.

Visitando nel 1856 e nel 1860 i grandi archivi di Venezia e di Firenze, notò in ambidue — in quelli di Venezia specialmente — alcune serie di documenti, che servivano per l'illustrazione della storia lombarda. Pubblicò i suoi risultati in un volume dal titolo *Scorsa di un lombardo negli archivi di Venezia* (Milano-Verona, 1856), e in una nota, *Notizie sopra Milano spigolate negli archivi di Firenze*, letta il 12 luglio 1860 all'Istituto Lombardo. Sono appunti di viaggio, presi in fretta, ma con sagacia.

Un numeroso gruppo di lavori dedicò il Cantù alla storia religiosa. Fermo nelle credenze cattoliche, volle nella esposizione di questa storia, per natura sua delicatissima, mantenersi equanime verso tutti, amici e nemici. La sua *Storia degli eretici d'Italia* (3 vol., Torino, 1865), è fra noi il primo, e finora il solo lavoro di tal genere. Non è un libro di polemica, poichè l'autore mira all'esposizione oggettiva dei fatti. Ma i fatti non sono naturalmente messi innanzi così che il lettore possa sospettare nello storico l'indifferenza propria soltanto di chi non comprende la gravità degli argomenti che tratta. Comincia il racconto colle età più antiche, ma per esse è magro assai. La narrazione si allarga col secolo XIII e col seguente, quando comprende il nascere e lo scomparire dei Patareni, dei Fraticelli, ecc. Assume proporzioni maggiori, appena si tocca l'età della Riforma pro-

testante e della Controriforma cattolica. Il Cantù vi discorre non solo della religione in senso stretto, ma anche di ogni movimento intellettuale, che abbia attinenza colla religione e colla morale: sicchè la sua opera dà assai più che non prometta. Prepararono e contornarono quest'opera, varie monografie: *Erasmo e la Riforma in Italia, Il card. Giovanni Morone, La Guglielmina Boema e su Pietro Tamburini.* Questi tre titoli denotano altrettante comunicazioni fatte, in diversi tempi, all'Istituto Lombardo. Ai primi anni del suo lavoro intellettuale appartiene l'opuscolo *Rivoluzione della Valtellina nel sec. XVII* (Como, 1831), nel quale si sviluppano alcuni punti diggià toccati nel II volume della *Storia di Como* e a lungo si discorre delle fiere lotte religiose, che in quella piccola valle vennero allora combattute tra cattolici e protestanti.

Alla storia letteraria contemporanea il Cantù dedicò due volumi di *Reminiscenze* manzoniane, che non parvero scevri di inesattezze, ma che pur furono giudicati utili ai biografi del Manzoni.

Assai stimata dai filologi è la dissertazione *Sull'origine della lingua italiana,* colla quale il Cantù rispose ad un quesito proposto dall'Accademia Pontaniana di Napoli. La dissertazione fu approvata dall'Accademia, ed uscì per la stampa a Napoli nel 1865. Il Cantù, che nei giovani anni aveva fermata la sua attenzione al problema linguistico, non ne allontanò lo sguardo nell'età provetta; e in questo libro, piccolo di mole, ma importante per condensata sostanza, egli dà un lunghissimo spoglio (pp. 79 segg.) delle forme volgari, che si incontrano in documenti italiani anteriori al Mille, studia lo sfasciarsi del latino, il costituirsi della nuova lingua, negando che sopra di questa, pur nelle sue origini, abbiano avuta gagliarda azione le parlate tedesche.

Fu sdegnoso verso i potenti, fossero signori o demagoghi, e mai scevro di sospetto verso di essi, quasi sempre temesse che essi abusassero di loro forza. Quindi alle opinioni correnti si opponeva volontieri e bruscamente. Tale era il suo carattere. Invece si compiaceva di parlare benevolo al popolo e alla gioventù. Questa nota caratteristica della sua mente si fa palese in tutte, per così dire, le sue opere; ma non in tutte si manifesta ad un modo, nè il popolo al quale parlava il Cantù era sempre il medesimo. Talvolta è il popolo colto,

talvolta è il popolo che, senza esser colto, desidera di divenirlo. Ma anche per l'operaio egli scrive, e una lunga serie di scritti educativi egli ci ha lasciato: " Il giovinetto drizzato alla bontà, al sapere, all'industria ", " Carlambrogio di Montevecchio ", " Il galantuomo, libro di morale popolare ". " Il buon fanciullo, racconto ", " Buon senso e buon cuore, conferenze popolari ", " Portafoglio d'un operaio ". Questi libri si ristamparono più e più volte, e ciò dimostra che lo scopo prefissosi dal Cantù era stato raggiunto. Egli sapeva parlare il linguaggio del cuore.

Diverso fu il carattere, diverse le convinzioni religiose, non identiche le opinioni politiche, differente la vita di Enrico von Sybel. Nato il 2 dicembre 1817, morì il 1° agosto 1895, nell'età di 78 anni; era adunque di dodici anni meno vecchio del Cantù. Il Sybel visse lungamente fra le lotte politiche, e per molti anni frequentò le sale delle assemblee legislative. Sin da giovane desiderò la sua Germania rinnovata, unificata e potente; uomo provetto, vide con compiacenza realizzato il suo ideale. Nell'ultimo periodo di sua vita si trovò accanto agli uomini di Stato, che ressero il nuovo impero germanico.

Siccome nei suoi libri poco si occupò dell'Italia, così di lui dirò brevemente, accontentandomi di notare quanto egli abbia contribuito, coll'opera costante di tutta la vita, a fortificare in Germania l'ardore per gli studi storici, ardore destatosi subito dopo l'espulsione dei francesi, quando si volle rialzare lo spirito nazionale dei tedeschi, ad essi ricordando il loro glorioso passato.

Il giovane Sybel si recò a Berlino, dove sotto la disciplina del Ranke studiò le materie storiche fra il 1834 e il 1838. Leopoldo Ranke viene meritamente riguardato come il maestro dei moderni storici tedeschi, poichè i numerosi e valentissimi allievi, che uscirono dalla sua scuola, in ogni parte della Germania portarono, insieme col nome del maestro, anche il suo severo metodo di indagine critica. Il Sybel ricopiò il Ranke anche in ciò che egli preferì l'esposizione spigliata e distesa, alla raccolta dei documenti. Nei suoi ultimi anni egli fu chiamato a far parte della direzione dei *Monumenta Germaniae Historica*. Meritamente senza dubbio, quantunque forse non armonizzasse colle disposizioni della sua mente il noioso compito della restituzione dei testi antichi, e la lenta e fredda compilazione dei codici diplomatici medioevali.

Il Sybel si presentò ai dotti nel 1841 con un lavoro di importanza capitale, la *Storia della prima crociata* (2 ediz. 1881); vi dimostrò sicurezza di giudizio e ardimento, poichè non dubitò di andar contro all'opinione diffusa, diminuendo l'importanza storica di Pier l'Eremita, e ponendo sotto nuova e meno splendente luce Guglielmo di Buglione. Fece invece risaltare l'opera di Raimondo da Taranto. Nel 1844 si recò all'università di Bonna, e vi cominciò il suo insegnamento: subito dopo (1845) pubblicò l'altra sua opera *Formazione della monarchia tedesca* (2ª ediz., 1881), capolavoro di finissima analisi, dove non dimostrò minore sagacia critica, o erudizione men vasta. L'argomento interessa lontanamente anche l'Italia, poichè la nostra storia si congiunge con vincoli strettissimi a quella delle antiche schiatte germaniche. Secondo il Sybel, l'origine della monarchia germanica va cercata non nella intimità dello spirito germanico, ma nell' influenza romana, quantunque sia vero che i germani nel loro *dux* possedevano in qualche modo un embrione del monarca. Questa è l'opinione del Sybel, cui si contrappone quella di altri dotti, secondo i quali la monarchia fu anche presso i germani una istituzione di origine indigena. Infatti Giorgio Waitz gli si oppose, ma il Sybel non mutò opinione. Tuttavia trattò con singolare cortesia di modi il suo contradditore, al quale dedicò la seconda edizione del suo libro, con una lettera squisitamente gentile. Teodoro Mommsen, non è molto, parlando di questo libro del Sybel, con una frase incisiva disse che esso è un'oasi nell'arso deserto delle pubblicazioni su tale argomento. Di qui apparisce quale distanza egli ponga tra il Sybel e gli altri critici che tentarono l'ardua questione.

Da Bonna il Sybel passò poi (1845) professore a Marburgo. Ma ben presto mescolò le cure della scuola e dello studio, alle preoccupazioni politiche, ed entrò nella vita pubblica. Il nuovo indirizzo che egli diede alla sua vita, si rispecchia anche nella qualità degli studi, cui dedicossi in allora. Rivolto lo sguardo dal medioevo e dall'antichità, lo fissò sulla storia della Rivoluzione di Francia, cioè sull'avvenimento da cui deriva, per non piccola parte, l'atteggiamento assunto dai popoli Europei nel secolo nostro. Il Sybel visitò gli archivi di Parigi, di Berlino, di Vienna, di Londra, di Monaco, dell'Aja, di Bruxelles, di Napoli, e nella sua *Storia dell' epoca rivoluzionaria 1789-1800*

considerò la Rivoluzione nelle sue cagioni profonde, nelle condizioni economiche e sociali del popolo, piuttosto che nelle esteriori apparenze. Mirò a disfare la leggenda rivoluzionaria, e richiamò l'attenzione del lettore sulla storia delle altre nazioni e sopratutto della germanica. Poichè al racconto dei fatti della Rivoluzione connesse la esposizione di quanto avveniva negli altri Stati; anzi a questa egli pose attenzione maggiore, così che per lui la nazione francese ebbe, a così dire, importanza secondaria. Il Thiers aveva fatto l'opposto, poichè egli aveva lumeggiata assai la storia della Francia, ed aveva curato molto la parte drammatica delle lotte parlamentari, non a sufficienza studiando le ragioni profonde della Rivoluzione. Oltre a questo aveva lasciato in penombra la storia degli altri Stati europei. A complemento della *Storia* di cui parliamo, il Sybel pubblicò anche una monografia speciale col titolo *Austria e Germania nella guerra della Rivoluzione;* uscì a Düsseldorf nel 1868. Il Sybel precedette quindi le ricerche del Taine e del Sorel, che negli ultimi anni, come ognuno sa, approfondirono cotali questioni, con largo sussidio di documenti nuovi. Il Sybel cominciò la pubblicazione di questa sua opera nel 1853. Tre anni dopo egli era a Monaco, dove lo aveva chiamato Massimiliano II, re protettore delle lettere e delle arti.

A Monaco il Sybel attese con raddoppiato calore all'insegnamento, e vi fondò il primo seminario storico, che fu poi imitato nelle altre università tedesche ed austriache. Vi ebbe parte viva nella Commissione storica promossa da Massimiliano II. Ma dopo alcuni anni, nel 1861, lasciò quella città per ritornare a Bonna. Egli era divenuto un uomo politico di battaglia, e nella capitale della Baviera questo non poteva piacere. È ben vero che a Monaco si usava molta larghezza per tutte le opinioni, e al Giesebrecht, p. e., nessuno recava molestia, anzi professavano tutti stima e rispetto. Ma il Sybel era uomo di pensiero insieme e d'azione, e perciò finì per lasciare la Germania meridionale. Della sua dimora a Monaco rimane, durevole ricordo, la *Historische Zeitschrift,* che egli fondò nel 1856, con intenti scientifici ad un tempo e politici.

Così adunque si trovò di nuovo ingolfato nella vita politica, anzi vi si dedicò allora di maniera da lasciare per qualche momento diminuita la sua attività scientifica. All'assemblea della

Confederazione Germanica, nel 1867, combattè nelle file del partito denominato dei liberali-nazionali. L'unione della Germania era stato il suo voto, fino dagli anni giovanili; tant'è che ne trattò nell'opuscolo *I partiti politici nella regione Renana* pubblicato nel 1847. Salutò con giubilo nel 1871 la realizzazione del suo ideale. Anzi dopo d'allora seguì così dappresso la politica del nuovo impero, che in certo modo ne divenne lo scrittore aulico. Fra gli uomini di lettere che circondarono il governo imperiale, il Sybel fu senza dubbio uno dei più dotti. D'allora in poi egli mira sopra tutto a difendere coi suoi scritti la gloria della Prussia, rendendo grandi servigi al governo.

Nel 1875 Ottone di Bismarck affidò a lui, siccome ad amico fedele e sicuro, la direzione dell'Archivio Regio di Prussia. Proprio intorno a quel tempo l'Accademia di Berlino, che alcuni decenni prima aveva curata la splendida edizione delle opere letterarie di Federico II il Grande, determinò di metterne in luce i dispacci e gli altri documenti di natura strettamente politica e militare. Del nuovo lavoro affidò la direzione a G. G. Droysen, a M. Duncker e al Sybel. Il primo volume della nuova opera comparve nel 1879, e comincia con una lettera del re, datata dal 3 giugno 1740. Finora uscirono venti volumi di questa raccolta, con oltre 13 mila documenti, che abbracciano un periodo di più che vent'anni.

Il Sybel diresse anche un'altra collezione, della quale, sotto il titolo *Pubblicazioni del r. Archivio di Stato Prussiano,* uscirono ormai numerosi volumi, contenenti ciascuno una serie di documenti sopra un oggetto o un periodo attinente alla storia Prussiana. Più che il Medioevo e la Rinascenza, sono naturalmente gli ultimi secoli quelli che ricevono lume da queste collezioni di documenti.

Sotto il titolo *Kleine historische Schriften* raccolse parecchi brevi articoli, alcuni dei quali hanno riferimento alla storia d'Italia, come sono quelli in cui si tratta di Eugenio di Savoia, di Giuseppe De Maistre, di Napoleone III. La sua estesa biografia di Guglielmo I, considerato come fondatore del nuovo impero germanico, non ha per noi interesse diretto. A proposito di questo lavoro narrasi un aneddoto, che non è senza significato. Il principe di Bismarck gli permise l'uso delle carte più segrete della recente storia prussiana, perchè egli potesse compilare

quest'opera; ma dopo i primi volumi non trovando che essa corrispondesse pienamente a tutte le sue viste politiche, gli tolse il permesso concessogli. Tuttavia l'opera non si interruppe.

L'indirizzo nuovo che Sybel diede ai suoi studi, non lo distolse peraltro interamente dalle sue indagini sulla storia medioevale, colle quali egli si era aperta la via della gloria. Nel 1880 (*Histor. Zeitschrift*, vol. XLIV) e di nuovo nel 1893, in occasione di un articolo da Paolo Kehr inserto nella *Historische Zeitschrift* egli si occupò delle donazioni Carolingiche ai papi, e più di una volta discorse della storiografia Carolingica (*Histor. Zeitschrift*, vol. XLII, XLIII).

Quale direttore degli archivi, diresse insieme con Teodoro von Sickel la monumentale pubblicazione *Kaiserurkunden in Abbildungen*, la quale in numerosissime tavole, eseguite con una meravigliosa diligenza, riproduce una serie completa di diplomi imperiali, in servizio della storia, della paleografia, e della diplomatica. È un'opera arditamente concepita, e condotta a termine in modo ammirabile, mercè l'aiuto di dottissimi collaboratori. In quest'opera gigantesca, ogni imperatore tedesco viene rappresentato da parecchi dei suoi diplomi o delle sue lettere, con diffuse e profonde spiegazioni paleografiche. Vuolsi avvertire che vi si pubblicano soltanto documenti usciti dalla cancelleria germanica di ciascuno di quegli antichi monarchi; questi ebbero, è vero, anche la loro cancelleria italiana, ma delle carte pubblicate da quest'ultima il Sybel e il Sickel non credettero di occuparsi nell'opera di cui parliamo. In ogni modo, questa riesce oltremodo utile anche per i cultori della storia italiana, giacchè tra le cancellerie non c'è distacco assoluto.

Enrico von Sybel forse era ormai l'unico superstite della scuola gloriosa del Ranke, cui la Germania deve gratitudine veramente grande per il progresso degli studi storici. Se partecipando vivamente alla vita politica egli non imitò il suo maestro, se pur nei suoi libri lasciò trasparire la forma assunta dal suo animo e dal suo pensiero, nel metodo storico egli fu illustre seguace del suo grande maestro, e in molte cose riuscì anche ad essere originale.

La fisonomia del Cantù, come storico, si disegna diversamente; egli non appartiene a una scuola. Fu sotto ogni riguardo

figlio di sè medesimo. Non uscì da una scuola, non fondò una scuola. Alla vita politica di rado partecipò. Preferì vivere a sè medesimo, sdegnoso di amicizie potenti, quasi facesse suo il verso foscoliano: " avverso al mondo, avversi a me gli eventi ".

Il 'vino di Naxos' in un'iscrizione preromana dei Leponzii in Val d'Ossola;

Nota del Socio Corrispondente ELIA LATTES.

La splendida pubblicazione dei 'sepolcreti di Ornavasso' (1), dovuta in molta parte, causa la morte immatura del tanto benemerito scopritore e descrittore Enrico Bianchetti, alla diligenza erudita del collega Ferrero, torna di non piccolo interesse anche per l'epigrafia e le parlate dell'Italia superiore preromana, come quella che ci fa conoscere alquante nuove epigrafi, diverse nella scrittura e nella lingua dalle latine. La più lunga fra esse, graffita da destra a sinistra in un vaso a trottola del sepolcreto (tomba n. 84) di S. Bernardo (n. 7), — vaso nel corpo del quale in tre diversi luoghi leggonsi anche altre parole staccate (n. 16) —, suona (p. 69):

MO⋈ΛΜ ⁝ MOΜIV ⁝ ƎΜIΛXVƧΜΛƨ ⁝ IVƊΛMΛVXΛИ

latumarui ⁝ *sapsutaipe* ⁝ *uinom* ⁝ *nas'om*

La lettura non fa difficoltà e non ne fece già al Bianchetti, salvo quanto all'elemento fra *A* e *O*, da lui trascritto, qui ed altrove (n. 16), con lieve inesattezza (2), *S* anzichè *S'*. Non valse però probabilmente per l'autore dell'epigrafe a puntino nè *s*,

(1) Alla esimia gentildonna sig. Clara Sella ved. Bianchetti, che con insigne liberalità la regalò agli studiosi delle antichità paleoitaliche, sia lecito qui a me, per la mia parte, rinnovare l'espressione della mia gratitudine.

(2) Trattasi dell'elemento ⋈ o ⋈ e sue varietà, pel *M*, ossia *s'*, dei testi euganeo-veneti, dei reto-etruschi, degli etruschi e dei campano-etruschi: elemento caratteristico (cfr. n. 5 con n. 3) di quello stesso alfabeto nord-

nè *s'*: giacchè, se in *uinom* riconosceremo, come senz'esitazione parmi doversi, il lat. *vinum* (3), subito forse per *nas'om* penseremo all'isola di Nasso (4), famosissima, come ognun sa, pel suo vino, e all'etnico Νάξιος -ον, bene rappresentato dal gall. *Nas'om* per *Naxom*, come lo *sas'-* di *Sas'adis* nell'isc. di Voltino (Fab. 13) (5)

---

etrusco, al quale mancò il *V*, in esso rappresentato dall'*U*, come appunto accade nei cimelii letterati di Ornavasso. Fra' documenti di quel segno, raccolti diligentemente dal Pauli (Venet. 157-160), ricordo la voce *kos'*, circa il quale gli sfuggì, come già nelle Iscr. paleol. 111 si fosse proposto di riconoscervi l'ebr. *kos'* ' bicchiere '.

(3) Per *V* s'ha costantemente *U*, come nei cimelii testè detti (n. 2) di Ornavasso, così in tutti quelli dell'alfabeto nord-etrusco di Sondrio e di Lugano (cfr. n. 5), oltrecchè poi nelle iscrizioni falische; a quello spettano così le epigrafi preromane di Milano e Novara, come le leggende monetali anteromane della Provenza e della Svizzera. V. Pauli, Die Inschr. nordetr. Alphabets p. 56-59; e cfr. il *Ualaunal* della posteriore iscrizione di Mesocco (Boll. Stor. della Svizz. ital. XV 1893 p. 106-108), di base non diversa dal nome del re bretone *Cassi-velaunus* e della fortezza *Vellauno-dunum*.

(4) V. i testi allegati dal Bursian (Geogr. II 489, n. 5), dal Blümner (Griech. Privatalt. 231 n. 1) e dal Marquardt (Röm. Privatl. II 438). Fu anzi Nasso sede principale del culto di Dionysos; ed ivi anzi di solito costui, catturato da' pirati Etruschi-Enotri, ossia dai Tirreno-Pelasgi (Due iscr. prer. 117 sg.), desiderò essere condotto (Müller-Deecke, Etr. I 73). — Se a *Nas'om* non precedesse *uinom*, il pensiero prima che a Νάξος, trattandosi d'epigrafe, come si vedrà, gallica, si volgerebbe forse a *Nasium* (Naix) di Lorena, città dei Leuci, nota per copiosi trovamenti monetali appunto gallici (V. Duhn e Ferrero, Mon. gall. 43 sg.).

(5) Questa bilingue, ancora parzialmente indecifrata sia presso il Pauli (Nordetr. 15. 30 e 86-90), sia presso lo Stokes (Bezzenberger's Beitr. XI 118-120), deve leggersi (Due iscr. prer. 90 n. 51): *Tetumus Sexti, Dugiava Sas'adis, S'omezeclai* (cfr. etr. *Θufiθicla Laiscla*), *Obalzana* (cfr. etr. *Caialzna* e *Uφalesa*), *S'ina* (cfr. Saggi e App. isc. d. Mumm. 218-241 etr. *Zina Tina*, insieme col *Mars Toutatis Sinatis* della n. 11, Due iscr. prer. p. 75 sg. *Pitiave Rupinu Velχanu*, e Iscr. di Narce, Riv. di filol. XXIV 1895-96, p. 83 n. 77 con Rendic. Ist. Lomb. 1894 p. 642 n. 20). Risulta quindi sempre più manifesto, che a torto il Pauli (Nordetr. 56-58), da me non meno a torto altrove seguito (Due iscr. prer. 10), omise nell'alfabeto di Sondrio il segno ⋈, e lo riservò a quello di Lugano: esso trovasi infatti non solo nella parte latino-gallica dell'epigrafe (il che già basterebbe perchè si dovesse assegnare all'alfabeto di questa), ma sì occorre due volte punteggiato nella parte gallica, epicoria. Sola differenza fra l'alfabeto di Sondrio e quello di Lugano resta adunque la forma del *L* (S. ⋎, L. Λ); e così si conferma che i quattro alfabeti dell'Italia superiore preromana, anzichè di provenienza

ridanno le isc. latino-galliche ora con *sax-*, ora con *saxs-*, ora con *sass-*, ora con *sas-*, in *Saxo Saxsio Sassius Sasius* (6).

Nessun dubbio pertanto che codesto *nas'om* sia, se mai, quanto alla base, d'origine greca, e nuovo documento de' commerci italo-ellenici; ma di certo non è greco il suo *-m*, nè quello di *uinom*, nè anzi questo per intero. Tutto ciò per contro bene sta, qualora si porti nel quadro delle parlate galliche, secondo che ci consigliano le tradizioni istoriche del luogo di origine, confortate per giunta da ciò che in esso, e precisamente nello stesso sepolcreto di S. Bernardo, ed anzi nella medesima tomba (p. 145), si rinvennero monete galliche, quali s'incontrano « anche presso Berna, Basilea, Soleure e al Gran S. Bernardo », e più raramente nell'alta Italia (7).

In effetto a *uinom Nas'om* fa riscontro per l'uscita *useilom* o *usellom* (8) della bilingue incisa sopra uno dei tre altari gallo-

---

diversa, sono mere varietà locali, comunque originate, dell'unico alfabeto greco-etrusco (Due iscr. prer. 70-72 n. 43). Il segno di cui si tratta occorre una volta anche nei testi veneti (Pa. 1. cfr. p. 182), simultaneamente con *M* = *s'*; e sarà caso analogo a quello dei due *S'* o dei due Θ delle tavole di Gubbio, o dei due Θ nell'*Hurθuθiu* d'un'iscr. umbro-etrusca d'Ameria (cfr. Planta, Gr. d. osk. umbr. Dial. I 47): de' due *S'* umbri, uno occorre in parola (*s'eritu*) ivi scritta ben 31 volte con *S* puro e semplice. — In una fra le epigrafi d'Ornavasso (Bianch. 69-19 *Ues'ama*, cfr. n. 15 qui appresso), la figura ⋈ mostra le asticine laterali prolungate inferiormente; sicchè si conferma l'antica conghiettura (Corss. I 12), prima approvata, poi combattuta dal Pauli (Ven. 154), che il *M-s'* fu mera variazione grafica di quella.

(6) Pauli, Ven. 158, cfr. 179, *Coxsinus Cossus, Doxa Dosso, Trexa Tresus, Axillus Assenio* ecc., e cfr. sopratutto *Alixie* nell'is. di Bourges per *Alisiia* in quella di Alise; s'ha persino (Becker in Kuhn e Schl. Beitr. III, 211) *Alanux Atimetux* all. ad *Alanus Atimetus*.

(7) Bianchetti 84 con 108. 129. 145 (cfr. 217. 228), e v. Von Duhn e Ferrero, Mon. Galliche, p. 84. — Il sepolcreto di S. Bernardo sta « alla distanza di poco più di un chilometro dalle ultime case di Ornavasso (all'estremità meridionale della Valle dell'Ossola, nell'Alto Novarese), presso la ferrovia Novara-Domodossola » (Bianchetti, p. 1 e 3). Siamo adunque fra' Leponzii; circa i quali, e nel Ticino e nell'Ossola, cfr. D'Arbois de Jubainville, Revue Celtique XI 1890, p. 163, con Pauli, Nordetr. 75, 90-95; e v. in generale De Vit, la prov. rom. dell'Ossola (Firenze, 1892).

(8) Stokes. Bezzenberger's Beitr. XI 138, probabilmente **uxelom* ' altare ' *uxellos* ' alto '. Cfr. anche *urdum* nell'is. di Todi, secondo Stokes ib. 113 sg., dove però il Pauli, Nordetr. 84 legge *sepulcrum*; e cfr. altresì Pauli, Ven. 153 *as'oum*.

romani di Notre Dame dai ' nautae Parisiaci ' in onore di Tiberio Cesare Augusto: o come poi « irl. *fell* ' horse ' points to a protoceltic *villos* » e irl. *faith* a protoc. *vati-s* l. *vates,* così irl. *fin finn* ' vino ' (9) ci riporta a *vinom,* quale appunto offre il nostro cimelio. Qualsiasi esitanza toglie poi la prima delle due precedenti parole, cioè *Latumarui,* come quella che quasi combacia col Λιτουμαρεος di St-Remy (Nîmes) (10); e ci richiama al *Viridomarus* di Cesare e a' cento e cento nnpr. gallici composti con *-maro* ' grande ' (11): fra' quali ricordo l'epiteto di Giove Ottimo Massimo *Bus.su-maro,* in un'epigrafe dalmata (C. I. L. III 1033), perchè così esso, come, non molto lontano, la *Saplia Belatumara* del Norico (ib. 5589), giovano forse a chiarire il seguente *Sapsutaipe.* Come *Latumarui,* sarà cioè pur questo sicuramente npr. di persona, foggiato appunto al modo del predetto *Bus-su-maro* (cfr. *Bussu Busu Bussulus*) e del *Catu-su-alis,* letto sopra terracotta olandese, trovata a Voorburg, presso la Haye (12).

Ma quale si stimerà la relazione sintattica delle due prime voci colle due ultime, da cui vedonsi divise, come inciso a sè, mediante quattro punti in colonna (n. 14), laddove fra le due parole di ciascun inciso stanno tre soli punti? Sono cioè quelle

---

(9) Stokes ib. 74. 123 e Zeuss-Ebel 53.

(10) Stokes ib. 127. 10; cfr. C. I. L. III 4724 *Lutumarus* con *Lutarius* duce dei Galati in Liv. XXXVIII 16 (non però XXII 6, insieme da altri allegato, perchè ivi ora si legge *Ducario*), ecc. (n. 16).

(11) D'Arbois de Jubainville, Les noms Gaulois dans César, p. 24. 188. Quanto a *Latu-*, primo membro del composto, gl'indici del C. Inss. Latin. ci offrono *Lattius* e *Latto* nella Gallia Narbonese, e *Lattio* (fem.) con una dea *Lati* nella Britannia, dove occorre menzione altresì di un *Mars Toutatis,* che nel Norico più compiutamente si addimanda ' *Mars Latobius Harmogius Toutatis Sinatis Mogennius* ', mentre poi la Dalmazia dà nuovamente una dea *Latra.*

(12) D'Arbois de Jubainville, Op. cit. p. 25 ' dans le combât – bienagréable '. — Per *Sap-* ricordo anche *sapo Saponius, Sapidius Sapulo Sapula Sappo*; per *-taipe,* non so pensare se non a *Ta(m)pios Tampius, Tappius Tapponius.* Cfr. del resto le raccolte onomastiche latino-galliche del Creuly e del Thédenat nei vol. III, VIII, XII-XIV della Revue Celtique, dove però mancano *Lutumarus* (n. 10) e *Lati* (n. 11), si cita inesattamente (XIII 316) un *Litumarus* che non trovo, e forse per errore di stampa s'ha *L. Tioutati* per (n. 11) *L. Toutati,* quale risulta dal confronto del C. I. L. III 5320 con VII 84.

in caso nominativo o genitivo o dativo, i tre soli cui permette pensare l'interpretazione qui sopra documentata di *uinom Nas'om*? Risposta sodisfacente mi pare suggerita dal confronto della nostra epigrafe colle seguenti, tutte scritte, com'essa, coll'alfabeto di Lugano:

Pivonei : *Tekialui* : *lala* (Pa. 14 Sorengo-Lugano);
Tisiui : *Pivotialui* : *pala* (Pa 11[b] ib);
Slaniai : *Verkalai* : *pala* (Pa 11[a] Davesco-Lugano);
. . . . . [*Sl*]*aniui* : *p*[*ala*] } (Pa. 13[d] Arano-Lugano);
. . . . . [*Ma*]*tionei* : *p*[*ala*] }

nelle quali le voci in *-ui* (13) *-ai -ei* si reputano genitivi, da nominativi in *-os -es* (14). Conghietturo quindi in *Sapsutaipe* (15) aversi *-e* per *-ei*; e interpreto:

Latumarui Sapsutaipe uinom Nas'om

con

Latumari Sapsutapii vinum Naxium.

Resta ancora il quesito, che cosa al postutto siasi voluto dire con una siffatta epigrafe (16).

---

(13) Pauli, Nordetr. p. 70. 73. Cfr. ib. p. 5, 7. anche *Kasiloi* (su moneta d'oro di Port Valais, lago di Ginevra) e 6, 9 *Pirakoi* (su monete d'argento dei Grigioni, Burwein); cfr. inoltre il *mucoi* ' nepotis ' (?) di tre iscrizioni ogamiche (Stokes 146. 6, 149. 13. 14).

(14) Pauli, Nordetr. 70-73, in parte conforme a Corssen, Etr. I 947; quanto a *pala*, verisimilmente ' sepolcro ', v. ib. 74 sg. — I quattro punti dell'isc. di Ornavasso trovano riscontro, anche rispetto all'ufficio, due volte in una delle isc. di Narce (Riv. di filol. XXIII 508 sg. con 493 = estr. 66 sg. con 51); disposti come qui a colonna, occorrono nel titoletto F. 2614 quat. di Moncalieri e altrove; a due a due in quadrato, s'hanno essi quattro punti in Pa. 27 = F.[1] 2 (Tresivio-Sondrio).

(15) Forse torna lecito ricordare per esso anche l'ant. irl. *tuaithe* ' populi ' dal nom. *tuath*.

(16) Nessuna precisa risposta a tale quesito sembrami potersi sperare, dalle parole staccate che in tre diversi luoghi dello stesso vaso s'incontrano (Bianchetti p. 69 sg.):

tuni : *inovea* *luto* : *iu*

Salvo l'ultima, *iu*, che s'ha forse anche nella già citata iscrizione di Me-

Ora, ben sapendosi che gli antichi usarono libare col vino ai defunti (17), e, almeno in Italia, agli dei inferi (18), sembra probabile che una cotale libazione contenne il vaso di Ornavasso e che a ricordo di essa le riferite parole vennero in quello graffite; allo stesso modo che, a parer mio, per simili cause,

---

socco (Bollett. stor. della Svizzera italiana, XV 1893 p. 108, *iocui utono-iu* : *ris'adi*), e per la quale oso io ricordare etr. *iue iui iiu-laθi eu-lat eu-s' eu* (Saggi e App. 114. 126 con C. I. Etr. 144, Due iscr. prer. 44-47, Oss. crit. Rendic. Ist. Lomb. 1894 p. 640-642 e Isc. di Narce p. 85), non so vedervi che dei nomi propri, forse delle persone che posero il vaso e parentarono con esso il defunto, o forse meglio di dei (cfr. le triadi registrate nelle Oss. crit. l. cit. n. 20 e nella Riv. di filol. XXIII 1895 p. 525. 527 e sup. n. 5 quanto a Voltino e alla Rezia). Per *tuni*, cfr. lat. *Tunnius*, etr. *Tuna Tunial*, *tuna* θ*una* (lat. *duonus*) con Θ*uplθa* (la dea ' Doppietta ' o *Cemna* lat. *Gemna gemina*); per *Inovea*, cfr. gall. *Anarevis'eos Condilleos dugeonteo Villoneos Illiakeos* (però Ernault, Revue Celt., VII, 106 *-akos*) *Litumareos Senoneus* (Stokes 123. 132 con Becker 187) e lat. *Inuus*; per *lutou*, cfr. *prikou* (su mon. aurea di Colombey nel cantone di Vaud, che forse c'insegna a leggere il ΔΙΚΟΛ di parecchie mon. gall. di bronzo [v. Duhn e Ferrero p. 12. 54]) e lat. gall. *Lutumarus Luttius Lut*[*t*]*o Luttacus Lutarius* (n. 10) *Lutonia Lutevus*, insieme con etr. *lut* pl. *lu*[*t*]*er*. — Quanto alle altre epigrafi preromane di Ornavasso, noto: Bianch. 69. 17 *Uasamus* e 19 (cfr. sup. n. 5) *Ues'ama* (non *Vesama*), che richiamano gall. *Vitamu* (F. 24 = Pa. 36, Vadena-Bolzano) *Aramo Trigisamo* (Pa. Nordetr. 107) *Cunatami Cunotami Uddami* (Stokes 145. 146), e, men da vicino, il *Tetumus* di Voltino; inoltre 69. 18 *Uasekia*, 69. 9 *kia* (cfr. Iscr. pal. 92 prenest. *Cio*), 68. 12 *pou* (cfr. sup. *prikou*), 68. 10 *kri* (cfr. Iscr. pal. 92 n. 124 etr. *cri*, corretto però dal C. I. Etr. 1564 in *crei* per *Creicial*). — V. del resto, in generale, circa i documenti epigrafici etruschi delle relazioni fra gli Etruschi e i Galli, la mia dichiarazione dell'isc. etrusco-gallica incisa sopra un semisse romano di Arezzo (Riv. Ital. di Numism. V, 1892, p. 42-44): *Criuepene•Areuizies*.

(17) Marquardt, röm. Sacralalt. tr. fr. II 374: Stengel, griech. Sakralalt. 101 ecc. — Io penso pur sempre che *inferium vinum*, malgrado di solito con buon fondamento si rannodi a *ferre*, siasi in origine denominato così dagl'*inferi*: nè credo poi destituita senz'altro di ragione la etimologia di Pa. Fest. 113 M. = 80 Th. ' quod in sacrificando infra labrum ponebatur '. Perchè non ammetteremmo anche in questo caso, secondo i tempi, concetti diversi e diverse interpretazioni, popolarmente compenetrate nello stesso vocabolo?

(18) Cfr. Saggi e App. 88-92 (*Maris* ossia ' Marte '), 109 num. 160 (dea *Vesia* fiesolana); ib. 154 con 63 n. 91 (*Zili Mlaχ*); Isc. di Narce p. 62 = Riv. di filol. 1895 XXIII p. 504 (dea Θ*anra*); St. ital. di filol. IV p. 323 (*Ava*); Due isc. prer. 87 sg. con Isc. Narce 33 = Riv. cit. 475 (' dea salutare Retia ', cfr. qui n. 20). In tutt'i quali testi insieme col nome della deità occorre *rena-s*

sopra cimelii etruschi si scrissero epigrafi in cui occorrono le parole *vin ven vena vena-s vene-s mul-vene-ke* (19) (' melle et vino fecit') *mul-ven-i* (letter. ' mellivinia '); così pure in due veneti, *veno* e *vi*[*no*] (20).

(' vini ') o *mulu-vani-ke* o *mul-vanni-ce* o *mul-ven-i* o *mulu* (n. 19); ed altri parecchi si potrebbero aggiungere, offerti dalla Mummia, dove nomi di deità occorrono associati a *vinum, etnam, vinum trinum* (cfr. etr. ret. *vinutalina trinaχe*), *lena* ecc. — Per la Grecia, nega le libazioni vinarie quanto agli dei inferi, lo Stengel (Festschrift per L. Friedländer, p. 419) con fatti e argomenti di molto riguardo, ma forse non decisivi per tutt'i luoghi e tempi, secondochè del resto risulta dalla sua stessa conclusione (p. 432) della originaria identità fra il culto degli dei inferi e quello dei defunti.

(19) Cfr. Saggi e App. 34. 52. 63 n. 91 e ' Vinum ' 4-10 = Atti Acc. di Torino XXVIII 1892-93 p. 244-250. Vuolsi però correggere quanto negli Atti cit. notai intorno a *mul-ven-e-ke* e sue varianti, riguardo agli oggetti sui quali esse voci leggono: i quali sono (cfr. già Pauli, Etr. St. III 58-61, e prima Deecke, Bezzenb. Beitr. I 102-104 e Müller-Deecke II 425) di due maniere, cioè vasi cinerarii e patere e tazze libatorie; alla prima classe spetta, oltre alle già classificate, la nuova iscrizione delle Not. 1895 p. 26 (*muluvanike*); alla seconda, quella (*mulu*) pubblicata e commentata dal Poggi (Mus. It. I 363) e quella del vasetto di Vetulonia (Saggi 126). — La parola *vin* in lettere etrusche leggesi in mezzo ad una tazza trovata a Talamone (Gam. 68); la parola *ven* sta scritta da sola per tutto epitafio in F. 2000, come per tutto epitafio abbiamo altrove (Saggi 51 n. 71) *an farθn*(*a*) e *an farθnaχe* ' en parentavit ', sottinteso il nome della persona defunta e, se mai, del parentatore, abbastanza indicati dal luogo del sepolcro e dalla sua normale destinazione gentilizia; così (Saggi 127) *naχ* ' denicalis ' e *siθu* ' situs ' da soli e per tutto epitafio. Quanto a *vena*, sta esso in fine dell'epitafio F. 830 *Ar*(*nθ*) *Eip*(*ine*) *vena* (cfr. F.[3] 119 *Eipine* e Pauli, Nordetr. 103 *Ipianus*). Naturalmente, chi preferisca, può vedere in *vin* e *vena* dei nomi propri, e mandare *vin* con *Vinal* e *ven* con *Veni* (Gam. 753).

(20) Due isc. prer. 87 sg. Batte altra strada il Thorp, Indog. Forsch. V 206 (ven. *veno* e messap. *veinan* ' suo ', cfr. got. *meina* ' mio ' ecc., base *ve*-Fϵ); ma nè tocca egli dei testi etruschi, nè meno ancora naturalmente dell'ornavassese, venuto d'improvviso a rincalzarne l'interpretazione: anche per mess. *veinan*, penserei io oggi piuttosto a lat. *vinea*. Accetto invece la bella spiegazione del Thorp circa ven. *op voltiio* ' libenter ' (base *vel*-), premesso in ambo i testi a *veno vi*[*no*]; e mi rallegro che anch'egli consenta con G. Meyer e con me circa il valore metrico dell'*h* veneto, valore su cui poggia la dichiarazione di ven. *s'ahnateh Rehtiiah* con ' sanatis Retiae ' (n. 18). — Torna infine assai notevole a proposito di etr. *vena* ven. *veno* ecc. anche il *venavtun* di un epitafio frigio, se, come il Pauli (Altit. Forsch. II 2 [Isc. tirr. di Lemn.] 64) interpreta, significa ' rallegrare (il defunto) con libazioni vinarie '.

L'iscrizione sabellica di Castignano;

Nota di CARLO PASCAL.

Il fac-simile della iscrizione di Castignano fu pubblicato la prima volta dal chiaro Cav. G. Gabrielli, nelle *Notizie degli Scavi di antichità*. 1890, p. 183. Ma il primo che cominciò a disvelarne il mistero fu il Comm. Elia Lattes, che da tanti anni tenta la Sfinge etrusca, e le strappa a quando a quando qualche segreto. Egli pubblicò sulla nostra iscrizione sabellica, una dotta memoria nei Rendiconti dell'Istituto Lombardo, 1891, p. 155 segg. Il Lattes ha il merito di aver fissato la lettura dell'iscrizione; ma i risultati ermeneutici furono sfortunatamente bene scarsi, come può vedersi dalla conclusione sua, che qui riportiamo (p. 182):

" Nulla adunque di certo so io dire quanto al concetto della iscrizione di Castignano; nè, per quel che m'è dato vedere, possiamo, per ora, intenderne gran fatto più, che delle altre sabelliche; pure, volendo e dovendo tuttavia sommare in una sola le precedenti incertezze, oserei conghietturare che essa contenga una prescrizione religiosa gentilizia dei Pomponii, conforme alla quale chi certa cosa facesse o dicesse o disdicesse all'ara domestica con le proprie mani, doveva esser poi di cert'altra cosa o persona, come della madre o del padre.

Vale a dire, letteralmente, all'incirca:

Pomponiorum sacra haec —

ad aram suis manibus

—

esto —ris — — — ut

matris patris — — „.

*
* *

Diamo ora il testo dell'epigrafe, secondo la lettura nostra, che è identica a quella del Lattes, quasi in tutto:

Púpúnum ⁝ esiú ⁝ k ⁝ apaiús ⁝
ads ⁝ as'úh ⁝ suas's ⁝ manus ⁝
meitimúm
s'túd ⁝ haps'rs'h ⁝ ars'tih ⁝ s'mih ⁝ pus'h
materesh ⁝ pateresh ⁝ h. l.

Al rigo 3° il Lattes legge *meitimum*. Il che oltre all'accoppiamento strano dei tre *i*, parmi non confermato dalla scrittura. Noi interpretiamo come *t* il segno ♀, e come *i* il segno ♁. Il Lattes stesso del resto interpreta come *t* il primo segno leggendo al quarto rigo *s'tud*.

Col Lattes poi, e per le buone ragioni da lui addotte (p. 163) interpretiamo come *ú* il segno ⋁, cui si dette vario valore (A, E, O). L'A e l'E sono rappresentati nella nostra epigrafe dai soliti segni; l'*o* sarebbe appunto l'equivalente del nostro *ú*. È noto che l'osco ha per l'*u* due segni ∨ ed ⋁, che convenzionalmente si indicano *u* ed *ú*; ed è ormai ammesso che il secondo segno sia l'equivalente dell'*o*, o almeno indichi una pronunzia che si dilarghi dall'*u* verso l'*o*. Mi pare ovvio che il segno osco ⋁ debba ritenersi una riduzione del sabellico ⋁. — L'assegnazione del valore di *e* ebbe origine dal paragone di due parole. Infatti, accanto all'*esmen* delle epigrafi di Bellante e di Grecchio, abbiamo *esm⋁n* di Cupra Marittima (secondo il Deecke *esmus'*). Ma, anche fermandoci all'*esmun*, non sappiamo come questo sia escluso dall'*esmen;* il paragone anzi tra *hom-in-*(is) ed *hom-ōn-*, dovrà condurci ad altro avviso. — Interpretiamo poi come *h* il segno □, che occorre anche nell'epigrafe di S. Oméro presso Nereto, e ciò conformemente all'idea del Deecke e del Lattes (p. 172). — Secondo la lettura sopra esposta poi, la nostra epigrafe presenta doppia forma di *s*; e cioè ⋈ e ∈, che indichiamo con *s'* e *s*. La differenza fonica tra i due *s* non

è ben chiara. Nelle tavole eugubine accanto al segno ϟ (*s'*) compare due volte (II a 18, II a 28) il segno detto sâdê, M. Così il frammento minore di Novilara ha nelle tre parole di cui si compone (*lupes' m. resceert*) tutti e due gli *s*, e cioè ϟ (*s*) ed M (*s'*) (cfr. Lattes, Due iscrizioni preromane, p. 5). Nelle iscrizioni venete il sâdê è rarissimo (Pauli, Ven. 170 seg.); ma è frequente nelle etrusche, ove si trova anche accoppiato in gruppo con l'*s* comune: Fabr. 1558 *Velθunas'sl*, 1488 *S'seθu*, ecc. (come nella nostra epigrafe *súas's*). Nella lapide di Castignano il segno è propriamente ⋈. Ma il valore di tal segno ci è assicurato dall'alfabeto etrusco campano (Fabr. XLIX 2766), dov'è tra il P e l'R e cioè al posto del *sâdê*. Le altre iscrizioni tutte dove il segno occorre, vedi bellamente notate in Lattes, Rend. Ist. Lomb. 1891, p. 171. — Notiamo intanto che dal trovare in un unico gruppo i due *s* (*s's*), mal si argomenta (Rend. cit. p. 180) alla parità fonetica tra essi. Sarebbe, ad esempio, illecita tale induzione per Σαπφώ e Βάκχος e 'Ατθίς, ecc. Se il segno ⋈ dell'epigrafe di Bellante è anche equivalente al sâdê, e se ben vedemmo, supponendo che quando si abbandonarono gli antichi alfabeti locali, e si adottò l'alfabeto latino, quel segno ⋈ fu sostituito da C' nell'epigrafe sulmonese delle Notizie Scavi, 1895, p. 253, si potrà supporre che il valore fonico di *s'* sia stato di un *s* che *iotizzandosi,* molto dappresso si sia avvicinato ad un *c* assibilato. Per dare una idea di questo trapasso fonico, rammenteremo nella serie neolatina il passaggio *basium,* tosc. *bascio,* ital. *bacio.* Il *bascio* tosc. sarà stato immediatamente preceduto da un **bassjo*, con l'*s* jotizzato; indi la pronunzia col *c* assibilato *bascio,* e di là lo schietto *c* palatale *bacio.*

***

Venendo ora alla interpretazione, diremo che per le due prime parole non abbiamo se non a confermare quella del Lattes:

Púpúnum : esiú

'Pomponiorum sacrum'.

Per *Púpúnum* sono opportuni i suoi raffronti sia col *Púpún* di S. Oméro, sia colle forme fal. *Puponio* (Deecke Fal. 33), etrusca *Pupuni,* veneta *Puponeh* (Pauli Ven. IV-13), sia infine colle *Poponiae* delle epigrafi meridionali. Quanto alla desinenza dei genitivi plurali maschili, essa è la normale in *-um*, cfr. osco *Nuvkirinum* ' Nucerinorum ', *Abellanum* ' Abellanorum ' ecc. — Per *esiú* il Lattes giustamente richiama la nota famiglia : osco αισ- ' sacrum ', umbro *eesono* ' sacrificium ', *eesona* ' divinas ', marruc. *aisos* ' dis ', volsco *esaristrom* ' sacrificium '; famiglia che ha pure larghe propaggini nell'etrusco, ov'è documentato da passi di scrittori antichi. Il nostro *esiú* sta ad *aiso-* (*eso-*) come Ἑστία sta a *Vesta*. Circa la forma, crediamo si tratti di un neutro singolare, e rammentiamo fal. *sacru*, osco σακορο = *sacrum*.

Segue *k* ⁝ *apaiús* ⁝. Il Lattes interpreta *k* = *eko*. A noi pare possa aversi qui regolarmente un prenome con un nome proprio : *C. Apaius*. Ci spiegheremmo allora il nominativo *apaiús,* per quel che innanzi abbiamo detto di *ú* = *o* (**apaio-*). Nelle epigrafi latine troviamo *Appaeus ;* cfr. ad es. C. I. L. V, 798 a³, 2564, 2565, 2566. Circa il doppio *p* si confronti *Appulejus* (Mon. Ancyr. 2, 9) di fronte ad *Apulejus* (C. I. L. I 1539).

Secondo rigo : *ads*. Ben raffrontato dal Lattes con latino *ad,* osco *az*. Il Prellwitz, Bezz. Beitraege, 15, p. 159, osservò come sia l'ασ- del greco ἀσ-πάζομαι (cfr. ἐμ-πάζομαι) sia l'osco *az* risalgano ad *ads*, della cui esistenza il nostro monumento ci offre dunque la riprova storica. *Ads* è *ad* + *s*. Il semplice *ad* comparisce, oltrechè nel latino, nel got. *at,* nell'ant. alto ted. *az,* nel lit. *at,* nello sl. *otŭ*. Sopra l'*-s*, vedi Bechtel, Bezz. Beitr. X, 287 e Prellwitz stesso, Got. gel. anz. 1887, 440 seg.

as'úh. Già raffrontato dal Lattes (p. 179) con l'*asum* del bronzo di Rapino (Zvet. I. I. J. 8) e con l'*aso* delle Tavole Eugubine (VI, B, 50). Aggiungerò l'*asif* volsco ' incendens, adolens flammis ', e il germ. *Asche* ' cenere '. Il Corssen (K. Z. XI, p. 149) fè di *asum* l'equivalente di *ara*, osco *aasa*. Si può stare col Bréal (Tab. Eug. 168) e col Lattes (p. 179) al significato di ' foculus '. Quanto all'*h* finale, si può col Lattes richiamare quella di osco *suluh* e *puh ;* ma è pur certo che anche in queste due parole addotte il valore fonico e morfologico dell'*h* non è

ben chiaro; e che nell'*as'úh* neppur mi è chiara la designazione del caso. Vedi del resto sull'*h* Lattes, Rend. Ist. Lomb. 1871, p. 762, Mem. Ist. Lomb. 1872-73, p. 10.

súas's manus. 'suis manibus'. L'interpretazione 'suas manus' è impossibile per il doppio *s's* di *súas's*. Abbiamo qui l'esempio del dittongo lungo *ā* = *āi*. Cfr. le mie *Tre questioni di fonologia*, p. 7. — Vedi peligno *Anaceta Ceria* per *Anacetai Ceriai*, e i dativi delle iscrizioni pisauriche *Feronia, Marica*, ecc., e il *Vesta pocolom* di un poculo votivo (Notizie Scavi 1895, p. 45) e forse anche il *devas Corniscas* lat. arc. = *divis Corniscis*. — *Manus* è poi per *manuis*; giusto il raffronto del Lattes: umbro *berus* = *beruis* 'verubus'.

meitimúm. È ben documentato nel volsco, nell'umbro e nel peligno un fenomeno, e che cioè il gruppo *-ct-* perda la sua gutturale, e si riduca allo scempio *t*. Il *medix aticus* di un'epigrafe peligna (Zv. I. I. I. 33) fu dal Deecke ricondotto ad **acticus* (Rh. Mus. 41, 200), quasi 'magister ludiarius'. Il volsco *atahus* corrisponde ad una formazione latina quale **actaverit*. Dell'umbro *petenata* generalmente si ammette la rispondenza al latino 'pectinatam', e così di umbro *speture, speturie* al latino 'spectori' (Huschke, Iguv. Taf. 346 segg., Buecheler, Umbrica, 123, 125. V. anche Lattes, Rend. Ist. Lomb. 1891, p. 359). Del pari si ha umbro *fato* = 'factum', umbro *satam, sate* = 'sanct-' e così pel. *sato* (Rend. Accad. Napoli, 1894, 20 Marzo). V'ha ancora di più. Appunto in corrispondenza con tale fenomeno, vi ha quello di un *a* radicale che si oscuri in *e*, per affinità elettiva con un *i* che le faccia seguito. L'esempio tipico è dell'imperativo umbro *feitu, fetu, feetu*, corrispondente al latino *facito*, arcaico *facitud*. Da *facitu* la prima tappa del cammino verso *feitu* sarà *faitu*, tappa documentata nell'umbro stesso da *aitu* 'agito'; indi *feitu* per influenza dell'*i*; processo fonico riprodottosi in tempi moderni sul suolo francese, come ci mostra la grafia del participio *fait* rispetto alla sua pronunzia *(fè)*. Or dunque non v'ha bisogno di ricercare al *feitu* umbro altra radice (idg. *dhē*, Planta, Gramm. d. osk.-umbr. Spr. p. 359). — Poste le due osservazioni foniche, che abbiamo fatto precedere, non parrà strano che il nostro *meitimúm* riserbi nella parte tematica il *mact-*

(*mac(i)t-*; cfr. *mac-ellum*) di *macte,mactare,* ecc. — Circa la desinenza, crediamo vi si abbia il suffisso imperativo medio dell'umbro. Abbiamo ivi:

persni-mu, persnihmu, persnihimu ' precator '
etudstamu, eheturstahamu ' exterminato '.
(Buecheler, Umbrica, p. 94 e 183)
spahmu, spahamu ' graditor '.

Porremo quindi meitimúm = ' mactato '.

s'túd. — Secondo una buona intuizione del Lattes (p. 180), vi si potrà vedere il latino *estod;* e l'aferesi dell'*e* secondo lo stesso, si potrà mettere a riscontro con quella di *smih,* che di poco gli segue, se è lecito raffrontare quest'ultima parola all'*esmen* di due altre iscrizioni sabelliche (Deecke, Rh. Mus. XLI, p. 191 e segg.). Cfr. del resto lat. ed osco *sum* = *esum,* lat. e fal. *sunt* = *esunt;* osco *set,* umbro *sent* = *sunt (esunt),* tutti dal medesimo tema *es-* ' esse '.

haps'rs'h. In questo che il Lattes giustamente chiamò " strano cumulo di consonanti ", noi vediamo all'incirca un latino **hapsarius,* fatta ragione della mancanza delle lettere mediane, secondo il modo di scrittura etrusco ed anche sabellico (vedi, ad esempio, Zvet. I. I. I. 10 *Atrno* = *Aterno,* Buecheler, presso Zvet. I. I. M. p. 14 o = *A(m)t(e)rno, Amiterno,* Deecke, Rh. M. 41, p. 197). *Hapsarius* intendiamo come un sostantivo derivato di *hapsum,* della qual parola apportiamo le testimonianze seguenti:

Gloss. Scal. (Corp. Gloss. Lat. ed. Goetz, V): hapsum vellus lanae.
Cod. Vat. 1468 (ibid.): habsum vellus lanae.
Gloss. Abavus (ibid.): apsum vellus lanae.
De verb. dubiis: hapsum vellera lanae, non hapsus.
Gloss. Isid. hapsum vellus lanae.
Cels. 4, 6. Circumdare oportet latus hapso lanae sulphuratae.
Cels. 7, 26. Inducendus hapsus lanae mollis.

*Hapsarius, e cioè il nostro *haps'rs'h* interpretiamo: 'vellere lanae indutus', ed intendiamo 'coperto della lana sacrificale', e cioè della pelle dell'animale sagrificato. Prezioso riscontro italico con festività latine, quale, ad esempio, quella dei Lupercali. I Luperci, e cioè gli adoratori del *Dis Lupercus* e della *Dea Lupa* o *Luperca,* coppia infera di divinità originariamente etrusche (cfr. Le divinità infere e i Lupercali, Rend. Lincei, 1895) erano *caprina pelle induti,* e perciò Varrone li chiamò 'umane greggi' (L. L. VI, 34 'oppidum Palatinum gregibus humanis cinctum'). *Hapsarius* sarà dunque il sagrificante che si copre dell'*hapsum* dell'animale sagrificato, e cioè si copre della lana sagrificale. Sarà qui forse anche opportuno il richiamo al *vilatos'* di Novilara, e al *capite velato* del rituale latino.

ars'tih. Nulla anche qui saprei dire sul valore fonetico e morfologico dell'*h* finale. Se in *haps'rs'h,* che pur termina in *h*, vedemmo un nominativo, non è escluso che possa esserlo anche *ars'tih;* nella qual parola noi vediamo una formazione col suffisso *-tī* = lat. *-tio-,* di parecchi nomi proprii e comuni. Circa la parte radicale, ne torna ovvio il riscontro con l'etrusco *arse verse,* che in Festo, p. 18 M. viene spiegato come 'ignem vertito'. Festo veramente spiega *arse* quale 'vertito' e *verse* quale 'ignem', ma lo scambio evidente dei due vocaboli fu già riconosciuto da lunghi anni (cfr. gli autori citati in Fabretti, Gloss. Ital. s. voce). Comunque sia, torna qui opportuno anche il rammentare l'*arsier* gen. singolare 'sancti' delle Tavole Eugubine (VI. b. 27; VI. a. 24); e dal raffronto delle due parole etrusca ed umbra, par che si legittimi al nostro *ars'tih* un significato quale di *sacerdos,* e cioè di colui che sta *ad foculum* a compiervi i *sacra.*

smih. È la parola per noi più oscura. Pur non sapremmo rinunziare allo spiraglio apertone dal Lattes, quando sospettò (p. 180) che lo *smih* stesse al noto *esmen* come lo *s'túd* all'*estod.* Sol dovremmo porre scritta abbreviatamente la parola e taciutane la desinenza. Non per ipotesi dunque, ma a guisa di semplice interrogazione, chiederemo se convenga allo *smih* il significato che il Deecke (Rh. Mus. 41, p. 192) dette all'*es-men,* di 'sacellum, sepulcrum', e cioè, al locativo, 'in sacello'.

pus'h. Umbro *puze, puse, pusei, pusi;* osco *povs, puus, puz;* = *ut.*

materes'h : pateres'h : 'matris patris', vedi Lattes, p. 181. O 'matres patres'?

H. L. Che sia formola rituale ci mostra l'epigrafe di Crecchio, che pur finisce *h. r. l.* Sol per additare uno dei significati possibili, porremo che vi si celi un senso quale 'ossa luantur' o 'corpora luantur', pur confessando che le rispondenze delle parole locali ci sono, anche ponendo tal senso, ignote. Ma un senso a un dipresso simile a quello detto, ci verrebbe consigliato dal contesto dell'epigrafe intera; nè all'*l* puntato disconverrebbe vedervi l'inizio della parola corrispondente al latino *luantur.* Potrebbe forse anche nell'h. vedersi l'inizio di fal. e lat. *hara* 'exta' (cfr. *harispex*). Bisognerebbe allora vedere in *materes'h* : *pateres'h* due nominativi plurali, e tradurre: 'ut matres patres extis lustrentur': vedendovi la lustrazione di tutti gli antenati.

Riassumendo le cose discorse, direbbe l'epigrafe nostra:

Pomponiorum sacrum. C. Appaeus
ad foculum suis manibus
mactato
esto *hapsarius sacerdos . . . . . ut
matres patres h. l. (extis lustrentur ?).

Si tratterebbe cioè di una prescrizione rituale ad uno della famiglia Pomponia, chiamato ad essere egli stesso il sacerdote familiare e a compiere i *sacra domestica.* Ciò ne conduce a un altro punto importante del diritto sacrale romano, a quello cioè dei culti domestici ereditarii nelle famiglie, e dei quali ciascun *paterfamilias* doveva essere il sacerdote (v. il mio Culto di Apollo a Roma, p. 8 segg.).

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° Luglio al 17 Novembre 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 16, Atlas. Berlin, 1895; 8° e 4°.

* **Abhandlungen** (Wissenschaftliche) der physikalisch-technischen Reichsanstalt. Berlin, 1895; 4°.

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1894; 4°.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIX, Heft. I. Frankfurt a. M., 1895; 4°.

* **Abhandlungen** der Naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. X Bd., III Heft. 1895; 8°.

* **Acta** Societatis scientiarum Fennicae. T. XX. Helsingforsiae, 1895; 4°.

* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. L, n. 295-299. New-Haven, 1895; 8°.

* **Analele** Institutului Meteorologic al României. Tomul IX, Anul 1893. Bucureşci, 1895; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega I-VI, t. XXXIX; I, III, t. XL. Buenos Aires, 1895; 8°.

Anales del Museo Nacional de Montevideo, III. 1895; 4°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XX, 3e livr.; XXI, 3e livr.; XXII, 1re livr. Liège, 1892-1895; 8°.

* **Annales** de la Société belge de Microscopie. T. XVIII, 2me fasc.; XIX, 1er fasc. Bruxelles, 1894-95; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. VII, livr. 4e-6e. Paris, 1895.

* **Annals** of the New York Academy of Science late Lyceum of Natural history. Vol. VII (Index); VIII, 5. New York, 1885; 8°.

* **Archives** du Musée Teyler, serie II, vol. IV, fasc. 3, 4. Haarlem, 1894-95; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXIX, livr. 2, 3. Harlem, 1895; 8°.

Archives (Nouvelles) du Muséum d'histoire naturelle. IIIe sér., t. 6e et 7e. Paris, 1894, 1895; 4°.

Astronomische Beobachtungen und Vergleichung der astronomischen und geodätischen Resultate. (Publication der Norwegischen Commission der Europäischen Gradmessung). Christiania, 1895; 8°.

* **Atti** della fondazione scientifica Cagnola dalla sua istituzione in poi. Vol. 12°, 13°. Milano, 1894; 8° (*dal R. Istituto Lombardo*).

* **Atti** della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. XXXV, fasc. 1°-2°. Milano, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze. 4ª serie, vol. XVIII, disp. 2ª, 1895; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie II, vol. VII. Napoli, 1895; 4°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLIX, N. s., n. II, III. Napoli, 1895; 8°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. Anno XVII, 1894, settembre-dicembre. 1894; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLVII, sess. V-VII; XLVIII, sess. I-VI. Roma, 1894; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei, serie IV. Memorie della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. VII. Roma, 1894; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, vol. VII, fasc. 4-6. 1895; 8°.

* **Atti** del Museo Civico di Storia natur. di Trieste. Vol. IX. Trieste, 1895; 8°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 7ª-9ª. Venezia, 1895; 8°.

Australian Museum. Report of Trustees for the year 1894. Sydney, 1895; 4°.

Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tiflisser physikalischen Observatorium in den Jahren 1888 und 1889. Tiflis, 1895; 8°.

Beobachtungen des Tiflisser physikalischen Observatoriums im Jahre 1893. Tiflis, 1895; 4°.

Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen der Kais. livländischen gemeinnützigen und ökonomischen Societät für das Jahr 1884. Dorpat; 4°.

* **Bericht** über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Mein, 1895; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe. 1895, II-IV. Leipzig, 1895; 8°.

* **Bidrag** till Kännedom af Finlands Natur och Folck. Utgifina Finska Vetenskaps- Societeten, n. 54-56. Helsingfors, 1894-95; 8°.

Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XIV, Entr. 2ª. Buenos-Aires, 1894; 8°.

Boletin de la Comision Geológica de México. N. 1. Mexico, 1895; 4°.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 22. Mexico, 1895; 4°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 27-30. Genova, 1894; 8°.

* **Bollettino** della Società di naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. IX, fasc. I, 1895; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1895, n. 2. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 11-21. Roma, 1895; 8°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino, n.i 192-207. Torino, 1894-95; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2a, v. XV, n. 1-8. Torino, 1895.

* **Bollettino** del Club Alpino italiano per l'anno 1893. Vol. XXVIII, n. 61. Torino, 1895; 8°.

* **Buletinul** Observatiunilor Meteorologice din Romania. Anul III, 1894. Bucuresti, 1895; 4° (*dall'Istituto Meteorologico*).

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 5-9. Bologna, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXIme année, 1894-95, n. VII-IX. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVI, 1; XXVII, 2-5; XXVIII, 1. Cambridge, 1895; 8°.

* **Bulletin** of the Scientific Laboratories of Denison University. Vol. VIII, 1, 2. Granville, Ohio, 1893-94; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1829, n. 4-11; 1830, n. 2; 1832, n. 1-3; 1894, n. 2, 3. Moscou, 1894; 8°.

Bulletin des séances de la Société des sciences de Nancy. N. 1-3, 6e année, 1894; 8°.

Bulletin de la Société des sciences de Nancy. Sér. II, t. XIII, fasc. XXIX, 1894. Nancy, 1895; 8°.

Bulletin of the Agricultural Experiment Station of Nebraska. N. 6 e vol. VIII; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. An. 1895, n. 4, 6. Paris, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXII, n. 9 (1894); t. XXIII, n. 1-3 (1895). Paris, 1895; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1894-95, n. 1, 2; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. V, 1er trimestre 1895. Paris; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Ve sér., T. II, n. 3, 4. 1895; 4°.

Bulletin N° 34. Washington, 1895; 8° (*dall'United States Coast and Geodetic Survey*).

* **Bulletins** du Comité Géologique de St-Pétersbourg, 1893, t. XII, n. 8-9; 1894, XIII, n. 1-3, 189; 8°.

* **Catalogue** of the Fishes in the British Museum. Second edition. Vol. First. London, 1895; 8° (*dal British Museum*).

Clinica Dermosifilopatica della R. Università di Roma. Prof. R. Campana, Direttore. Anno 1895, fasc. II, III. Roma, 1895; 8°.

Colorado College Studies. Fifth annual publication Colorado Springs. 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** des Travaux présentés à la 77me session de la Société Helvétique des sciences naturelles réunie à Schaffhouse. Genève, 1894; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire des séances de la Société Philomatique de Paris, 22 juin, 13 et 27 juillet, 26 oct. 1895. Paris; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie. Juin-juillet 1895; 8°.

* **Descriptive Catalogue** of the Spiders of Burma based upon the Collection made by Eugene W. Oates and preserved in the British Museum. London, 1895; 8° (*dal British Museum*).

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. LX, LXXII Liefer. Gradabth. 70; n. 38, 39, 44-48, 52. Berlin, 1894; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1893, Bd. XLIX, II, III Abt. Braunschweig, 1895; 8°.

* **Geological Survey of Canada**; Report 1887-88; N. S., vol. 2-3. Maps. Ottawa, 1895; fol.

Giornale Scientifico di Palermo. A. II, n. 6-9. Palermo, 1895; 4°.

* **Giornale** del Genio civile. Anno XXXIII, fasc. 5°-6°. Roma, 1895.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 5-10. Torino, 1895; 8°.

Institute of Chemistry of Great Britain and Ireland Regulations for admission to Membership and Register, 1895-1896; 8°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXIV, Heft 2-3. Berlin, 1895; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahrg. 1895. XLV Bd., 1 Heft. Wien; 8°.

* **Jahreshefte** des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. I-XXX, 51 Jahrgang. Stuttgart, 1894; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Medicin und Naturwissenschaft, herausg. von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. N. F., Bd. XXII, Heft III u. IV. Leipzig, 1895; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII, Title page and Index. Vol. LXIV, part II, Natural Science, n. 2. Calcutta, 1895; 8°.

* **Journal** of Comparative Neurology; Vol. V, pp. 71-138, XXVII-XLII. Cincinnati, Granville, Ohio, 1895; 8°.

* **Journal** of Linnean Society. Botany, vol. XXX, n. 209-210. Zoology, vol. XXV, n. 158-160. London, 1894-95; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1895, part 3-5. London, 1895; 8°.

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. IX, p. 4. Philadelphia, 1895; 4°.

* **Journal** and **Proceedings** of the R. Society of New South Wales. Vol. XXVIII, 1894. Sydney, 1895; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VII, part V. Tokio, 1895; 4°.

* **Kongliga-Svenska** Vetenskaps-Akademiens. Handlingar Ny Följd. Bd. 26. Stockholm, 1894-95; 4°.

* **List** of Linnean Society of London, 1894-95. London, 1895; 8°.

* **Mémoires** de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève. Tom. XXXII, 1re partie, 1894-95; 4°.

* **Mémoires** de la Société Impériale des naturalistes de Moscou. T. I, 2e éd. 1811; III, IV 1812-1813, V 1817; et Nouveaux Mémoires, t. I, 1829, XV, livr. 5, 1888. Moscou, 1811-1888; 4°.

* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. T. VIII, n. 2, 3; IX, n. 3. St-Pétersbourg, 1894; 4°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. VII, (1894-95). N. 3 y 4. Mexico, 1895; 8°.

* **Memorie** della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Serie V, tomo III. 1892; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. XVII, fasc. 5. Milano, 1895; 4°.

* **Memorie** della Pontificia Accad. dei Nuovi Lincei. Vol. X. Roma, 1894; 4°.

* **Memorie** descrittive della carta geologica d'Italia. Vol. IX. Descrizione geologica della Calabria. Roma, 1895; 8° (*dal R. Ufficio Geologico*).

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 6, 7. Roma, 1895; 4°.

* **Mitteilungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Bern aus dem Jahre 1894, n. 1335-1372.

* **Mitteilungen** des Vereins für Erdkunde zu Leipzig, 1894. Leipzig, 1895; 8°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 12 Bd., 1 Heft. Berlin, 1895; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LV, n. 7-9. London, 1895; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 5 Bd., 2 Heft. Jena, 1895; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1895, n. 2. Göttingen; 8°.

* **Nieuwe** Opgaven. (Deel VII, n. 1-25); 8°.

North American Fauna. N° 8. Monographie revision of the Pocket Gophers. Family Geomyidae, by Dr. C. H. Merriam. Washington, 1895 (*dall' U. S. Department of Agriculture*).

* **Notizie** sui terremoti avvenuti in Italia durante l'anno 1895. Roma, 1895; 8° (*dal R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica*).

* **Nouveaux Mémoires** de la Société Helvétique des Sciences naturelles. Vol. XXXIV. Genève, 1895; 4°.

* **Nova Acta** Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Serici tertiae, vol. XV, fas. II. 1895; 4°.

* **Observations** made at the Magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. XVI, 1893. Batavia, 1894; f°.

* **Observations** météorologiques publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande, 1889-90. Knopio, 1895.

* **Observations** publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande, vol. douzième, 1re livr. Observ. météorologiques faites à Helsingfors en 1893. Helsingfors, 1894; 4°.

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XXXVI, 1893-1894. Helsingfors, 1894; 8°.

* **Ofversigt** of Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar. Vol. 51, 1894. Stockholm, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N° IV-VI, 1895. Calcutta; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVII, n. 346; LVIII, n. 347-351. London, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the Linnean Society of London. From November 1893 to June 1894. London, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1895. Part II. London; 8°.

* **Proceedings** and Transactions of the Royal Society of Canada for the year 1894. Vol. XII. Ottawa, 1895; 4°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural history of Philadelphia, 1894. Part III. Philadelphia, 1894; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXII, 143; XXXIII, n. 146. Philadelphia, 1893-1894; 8°.

* **Procès-Verbaux** des séances de la Société Malacologique de Belgique. Tom. I-VII, t. XXI, pp. LXVII et suiv.; t. XXII et XXIII: 1872-1877; 1893-1894. Bruxelles; 8°.

* **Processi** verbali delle adunanze. Anno accademico 204, n. 5 (Accad. dei Fisiocritici). Siena, 1895; 8°.

* **Publications** de l'Institut R. Grand-Ducal de Luxembourg (Sect. des sciences naturelles et mathématiques). Tome III, XIV, XXI et XXIII. Luxembourg, 1855-1894; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geolog. Society. Vol. LI, n. 203-204. London, 1895; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXVIII, part 3. Calcutta, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXVIII, fasc. XIV, XVI. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. IX, fasc. III-V. Palermo, 1895; 8°.

* **Rendiconto** delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Anno Accademico 1892-93 e 1893-94. 1894; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Ser. 3ª, vol. I, fasc. 5°-7°. Napoli, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Ufficio d'igiene della Città di Torino per l'anno 1895; 4°.

Report of the sixty-third Meeting of the Britsh Association for the advancement of Science held at Oxford in august 1894. London, 1895; 8°.

Report for the Year 1894-95, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale Univers. to the President and Fellows. New-Hawen; 8°.

* **Report** (Eleventh; Twelfth Annual) of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smithsonian Institution 1889-'90; 1890-'91. Washington, 1895; 8°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I, Prince de Monaco; fasc. VIII et IX. Monaco, 1895; 4° (*dono di S. A. M.re il Principe Alberto I di Monaco*).

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 6-10. Torino, 1895; 8°.

* **Schriften** der Physikalisch-Oekonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XXXV Jahrg., 1894. Königsberg, 1895; 4°.

* **Sitzungsberichte** der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin (10 Januar) I- (25 Juli 1895) XXXVIII. Berlin, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Societät in Erlangen; 26 Heft, 1894. Erlangen, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1895, Heft II. München, 1895; 8°.

* **Smithsonian Miscellaneous Collections**; N° 854, 969, 970. Washington, 1894; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVII, fasc. 5-6, XXVIII, fasc. 6-9. Modena, 1895; 8°.

* **Studi** e ricerche istituite nel laboratorio di chimica agraria della R. Università di Pisa. Fasc. 12°, anni 1893 e 1894. Pisa, 1895; 8°.

Sveriges Zoologiska hafsstation Kristineberg af hjalmar théel. Stockholm, 1895; 8°.

* **Thätigkeit** der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1 März 1894 bis 1 April 1895. Berlin, 1895; 4° (*dall'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg*).

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Vol. XIX, Part I. Adelaide, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Linnean Society of London. Botany, vol. IV, p. 2; vol. V, p. 1. — Zoology, vol. VI, p. 3. London, 1895; 4°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIII, p. VIII-IX.

* **Transactions** of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. Vol. IX, part 2. New-Haven, 1895; 8°.

* **Travaux** & Mémoires des Facultés de Lille. T. III, n. 10-14. Lille, 1893-94; 8°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 14, n. 2. 1895; 8°.

* **Verhandlungen** der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft bei ihrer Versammlung zu Schaffhausen 1894. 77 Jahresversammlung; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 8-9, 1895. Wien; 8°.

Viskundige Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, Zesde Deel. 6de stuk. Amsterdam, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, etc.; XVIII Jahrgang, n. 478-488. 1895.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 4-6. 1895.

* *Dall'Università di Basilea:*

Bachmann (J.). Einfluss der äusseren Bedingungen auf die Sporenbildung von Thamnidium elegans Link. Leipzig, 1895; 4°.

Boecking (O.). Zur Kenntnis des β-Diazo-Naphtalins. Zürick, 1894; 8°.

Böhm (E.). Beiträge zur Kenntnis der komplexen anorganischen Säuren. Basel, 1895; 8°.

Böhm (G.). Ueber Derivate des Anilacetessigesters. München, 1894; 8°.

Braunschweig (E.). I. Ueber das Einwirkungsproduckt von Alkali auf substituirte Hydrazine der aromatischen Reihe. II. Ueber die Bildung von Diphenylderivaten bei Einwirkung von Kupferchlorür auf o-Nitrodiazobenzolparasulfosäure. Basel, 1895; 8°.

Bühler (K.). Ueber die Einwirkung von Kaliumsulfidlösung u. Schwefelkohlenstoff auf Resorcin und α- Naphtol bei Wasserbadwärme, sowie über die Benzoylierung des Schall- u. Dralle'schen Oxydations—produktes des Brasilins $C^6 H^3 (OH) (OH) (C^3O^2H)$..... Furth, 1895; 8°.

Burckhardt (O.). Beitrag zur Lehre von den Grenztumoren von Conjunctiva und Cornea. Basel, 1894; 8°.

Capeder (Ch. J.). Zur Casuistik der Diplacusis Binauralis. Basel, 1895; 8°.

Clairmont (W. C.). Zum Studium der Ketone. Basel, 1894; 8°.

Dinesmann (M.). Ueber die Ortho-Derivate des Mono- und Dialkylanilins. Karlsruhe, 1894; 8°.

Gassmann (Ch.). Recherches sur la Diphénylèthylènediamine et ses dérivés et sur quelques dérivés de l'Amidocamphre. Strasbourg, 1895; 8°.

Gloor (A.). Pathologisch-anatomischer Beitrag zur Kentniss der Orbitalphlegmone. Jena, 1895; 8°.

Goebbels (W.). Zur Kenntnis der Bleidoppelsalze mit organische Basen. Aachen, 1895; 8°.

Goldbeck (P.). Die Nematoden in den Respirationsorganen und dem Schlunde des Schafes. Mülhausen i. E., 1894; 8°.

Gruber (Th.). Die Arten der Gattung " Sarcina „. Emmendingen, 1895; 8°.

Hegglin (C.). Experimentelle Untersuchungen über die Wirkung der Douche. Solothurn, 1894; 8°.

Hey (F.). Ueber Drüsen, Papillen, Epithel und Blutgefässe der Harnblase. Tübingen, 1894; 8°.

Hoffmann (B.). Zur Geschichte des Furfurylamins Neue Amidinsynthese. Berlin, 1895; 8°.

Hüsler (F.). Ueber die Regelmässigkeit des Pulsrhythmus bei gesunden und kranken Menschen. Leipzig, 1895; 8°.

Jelkmann (F.). Ueber den feineren Bau von Strongylus pulmonalis apri Ebel. Leipzig, 1895; 8°.

Kampmann (K.). Ueber das Vorkommen von Klappenapparaten in den Excretionsorganen der Trematoden. Genf, 1894; 8°.

Kiermayer (J.). Ueber ein Furfurolderivate aus Lävulose. München, 1895; 8°.

Kohn (K.). Untersuchungen über Zersetzungsprodukte Ortho-nitrirter Benzoldiazimide. Zürich, 1895; 8°.

Kündig (A.). Ueber die Wirkung des Ferratin bei der Behandlung der Blutarmuth. Leipzig, 1894; 8°.

Küster (W. von). Die Oelkörper der Lebermoose und ihr Verhältnis zu den Elaioplasten. Basel, 1894; 8°.

Leent (F. H. van). Einige Untersuchungen über Milchzucker, Galactose und Maltose und ihre Ammoniakverbindungen. Haag, 1894; 8°.

Lendle (A.). Zur Kenntnis der Thiazone. Basel, 1895; 8°.

Mangold (G. A.). Ueber die Infection der Ovarialkystome. Basel, 1895; 8°.

Marti (A.). Ueber subconjunctivale Kochsalzinjectionen und ihre therapeutische Wirkung bei destructiven Hornhautprocessen. Basel, 1894; 8°.

Meyer (Ad. A.). Contribution à la connaissance des: 1. Dérivés homologues du Benzène; 2. Naphtylamines nitrées; 3. Diazonaphtaléneimides. Genève, 1894; 8°.

Meyer (C. A.). Contribution à la connaissance: I. " Des Dérivés oxyazoïques „; II. " De la Transposition de l'Hydrazobenzène „; III. " Des Oxycétones aromatiques „. Strassburg, 1895; 8°.

Meyer (H.). Beiträge zur Frage des rheumatisch-infectiösen Ursprungs der Chorea minor. Leipzig, 1894; 8°.

Minassian (M.). Untersuchungen über den Einfluss der Körperlage auf die Herzthätigkeit. Basel, 1895; 8°.

Niebergall (E.). Ueber den Einfluss längerer Chloroformnarcose auf Blut und Harn. Basel, 1894; 8°.

Plötze (H.). Beiträge zur Kenntnis der chronischen Bleivergiftung. Basel, 1895; 8°.

Rikli (M.). Beiträge zur vergleichenden Anatomie der Cyperaceen mit besonderer Berücksichtigung der inneren Parenchymscheide. Berlin, 1895; 8°.

Rosenzweig (J.). Ueber die Einwirkung des Glyoxalnatriumbisulfits auf aromatische und aliphatische Aminbasen. Berlin, 1894; 8°.

Schlein (L.). Ueber das Verhalten des α-Diazo-Naphtalins gegen Alkalische Ferrid-Cyankalium-Lösung. Leipzig, 1894; 8°.

Schmidt (C.). Ueber das Phenyl-Butin-Acetophenon und das Phenyl-Butin-α-Acetopyridon. Karlsruhe, 1895; 8°.

Serra (F.). Zur Kenntniss einiger Diphenylnaphtylmethanderivate. Basel, 1895; 8°.

Strobel (C.). Ueber Halogenderivate des Pseudocumols. Leipzig, 1894; 8°.

Suter (F.). Ueber Schwefelhaltige abkömmlinge der Eiweisskörper. Strassburg, 1895; 8°.

Thumm (K.). Beiträge zur Biologie der fluorescierenden Bakterien. Emmendingen, 1895; 8°.

Wilensky (L.). Beiträge zur Kenntnis des 1, 2, 4-Triamidonaphtalins und seiner Abkömmlinge. Berlin, 1894; 8°.

Wirkner von Torda (C. G.). Studien über Dampfspannkraftsmessungen am Benzol, an Derivaten des Benzols und am Aethylalkohol. Basel, 1894; 8°.

Wormser (S.). Ueber einige Condensationsprodukte von Paratoluidin mit Acet- und Propionaldehyd. Munchen, 1895; 8°.

Wurgaft (J.). Condensation von Aldehyden mit α-Naphtohydrochinon. Dresden, 1895; 8°.

Zakrzewski (S. von). Ueber 2, 3 Naphtalinderivate. Posen, 1894; 8°.

Zeitlin (M.). Ueber die Zersetzung einiger substituirter Diazobenzolimide. Karlsruhe, 1894; 8°.

* *Tesi dottorali dell'Università di Erlangen*

(dono della Società Fisico-Medica):

Apetz (H.). Ueber die Einwirkung der Salpetersäure auf Aldehyde und Ketone, insbesondere auf Dimethylketon. Leipzig, 1894; 8°.

Arai (Kobo). Ein Beitrag zur Kenntnis der Chorea gravidarum. Erlangen, 1895; 8°.

Arens (C.). Ueber das Verhalten der Choleraspirillen im Wasser bei Anwesenheit fäulnisfähiger Stoffe und höherer Temperatur (37°). Erlangen, 1895; 8°.

Ascherl (W.). Zwei Fälle von recidivierender Augenmuskellähmung bei Tabes dorsalis. Erlangen, 1895; 8°.

Baaden (Ph. H.). Ein Fall von Paramyoclonus multiplex. Erlangen, 1895; 8°.

Bade (E.). Klinische und pathologisch-anatomische Beiträge zur Kenntnis von mit Ulcus kompliziertem Magencarcinom. Erlangen, 1894; 8°.

Baur (K.). Ein Beitrag zur Casuistik der Coxa Vara. Freiburg I. B., 1895; 8°.

Becker (C.). Beitrag zur vergleichenden Anatomie der Portulacaceen. München, 1895; 8°.

Behm (M.). Beiträge zur anatomischen Characteristik der Santalaceen. Cassel, 1895; 8°.

Berlin (O.). Ueber die Einwirkung von Benzoïn und Cuminoïn auf einige Diamine. Erlangen, 1895; 8°.

Beyer (G.). Die Operationen zur Freilegung der oberen Rectumteile. Augsburg, 1894; 8°.

Boehm (A.). Ueber die Resorption des Jodkalium im normalen menschlichen Magen unter verschiedenen Einflussen. Erlangen, 1895; 8°.

Breunlin (H.). Einwirkung von Phenylisocyanat auf Stickstoff-Benzylanisaldoxim. Erlangen, 1894; 8°.

Butters (W.). Ueber einen Fall von Uterus bicornis rudimentarius mit rudimentärer Scheide. Dürkheim a H. & Kaiserslautern; 8°.

Caro (L.). Ueber die pathogenen Eigenschaften des Proteus Hauser. Berlin, 1893; 8°.

Coester (C.). Ueber die anatomischen Charaktere der Mimoseen. München, 1894; 8°.

Daniel (K.). Ueber eine Anwendung des Baryumbicarbonats als Fällungs- und Trennungsreagens in der chemischen Analyse. München, 1894; 8°.

Deleré (V.). Beiträge zur Kenntnis des Proterobas. Erlangen, 1895; 8°.

Denckmann (F.). Zur Kenntnis der Rosinduline. Erlangen, 1895; 8°.

Diepolder (E.). Zur Kenntnis einiger Nitrosamine und Nitrosobasen. Augsburg, 1895; 8°.

Dingfelder (J.). Beitrag zur Lehre von der Sehsphäre. Würzburg, 1895; 8°.

Drescher (O.). Ueber *p*-Amido-*o*-Nitro-α-Naphtol. Erlangen, 1894; 8°.

Dütschke (R.). Zur Kenntnis der Umlagerung von Stickstoffäthern der Aldoxime. Erlangen, 1894; 8°.

Ehrlich (W.). Ein Fall von kompleter Lateralluxation beider Vorderarmknochen nach aussen. Prenzlau, 1895; 8°.

Elfert (W.). Morphologie und Anatomie der Limosella aquatica. Berlin, 8°.

Fewson (N. v.). Zur Aetiologie der Myome des Uterus. Erlangen, 1895; 8°.

Fraas (E.). Ueber Elasticität von Gelatine-Lösungen. Leipzig, 1894; 8°.

Francis (F. E.). Ueber *o*-Amidobenzyl-*o*-Toluidin, *o*-Amidobenzyl-*m*-Chloranilin und ihre Derivate. Erlangen, 1895; 8°.

Fuchs (G.). Bestimmungen latenter Verdampfungswärmen beziehungsweise molekularer Siedepunktserhöhungen aus Aenderungen des Druckes und der Siedetemperatur. Erlangen, 1894; 8°.

Ganz (O.). Ein Fütterungsversuch mit C. Paal'schem Glutinpepton. Erlangen, 1894; 8°.

Gärtner (C.). Beobachtungen über die physiologische Wirkung eines neuen Pfeilgiftes, dessen sich die Negritos auf der Insel Luzon (Philippen) bedienen. Erlangen, 1895; 8°.

Gatermann (H.). Kritische Studien über den Nachweis und die Bestimmung der Borsäure. Münster, 1892; 8°.

Giebe (P.). Uebersicht der Mineralien des Fichtelgebirgs und der angrenzenden fränkischen Gebiete. Cassel, 1895; 8°.

Gissler (M.). Ueber Geburt compliziert mit Cervixcarcinom. Pforzheim, 1895; 8°.

Glasser (H.). Ueber die Prädisposition des Alters für Krebs im Anschluss an einen Fall von Mastdarmcarcinom bei einem 23 jähr. Mann. Erlangen, 1895; 8°.

Goetze (B.). Untersuchung von Oximstickstoffäthern und deren Umlagerung. Erlangen, 1894; 8°.

Grassmüller (L.). Ueber die Petrefacten Nordbayerns vom Cambrium bis zum Keuper in der geologischen Sammlung der Universität Erlangen. Erlangen, 1894; 8°.

Gross (R.). Ueber die nach Influenza beobachteten Lähmungserscheinungen. Erlangen, 1894; 8°.

Gundlach (J.). Ueber die Verwendung von Hühnereiweiss zu Nährböden für bacteriologische Untersuchungen. Erlangen, 1894; 8°.

Haberkant (H.). Die Erfolge der Resectio pylori. Berlin, 1895; 8°.

Hartleb (R.). Versuche über Ernährung grüner Pflanzen mit Methylalkohol, Weinsäure, Aepfelsäure und Citronensäure. München, 1895; 8°.

Hasenmayer (M.). Ein Fall von Papillom der Harnblase mit einseitiger Hydronephrose. Pforzheim, 1895; 8°.

Heinze (H.). Beitrag zur Kenntniss der Dextrine. Erlangen, 1895; 8°.

Hering (F.). Drei Fälle von Atrophie und ein Fall von Atrophie verbunden mit Entwicklungshemmung einer Extremität nach Trauma. Würzburg, 1895; 8°.

Hetzel (K.). Ein Fall von Melanosarcom der Leber. Erlangen, 1894; 8°.

Hintze (G.). Klinische Beiträge zur Kenntnis der tonischen Krampfformen. Erlangen, 1894; 8°.

Hof (H.). Beiträge zur Beurtheilung von Moleculargewichts-Bestimmungen in Lösungen. Erlangen, 1895; 8°.

Hofmann (J.). Beiträge zur Kenntnis der Eisen- und Mangansaccharate

sowie zur Charakteristik der Verbindungen mit alkoholischen Hydroxyle. Erlangen, 1894; 8°.

Kalle (W.). Ueber die Umwandlung von Naphtalinderivaten in *o*-Oxy-*o*-Toluylsäure und in *p*-Oxy-*o*-Toluylsäure und über einige Derivate dieser Säuren. Erlangen, 1895; 8°.

Kasparbauer (A.). Ueber Arthritis urica und Schrumpfniere im Zusammenhang mit chronischer Bleiintoxication. Viechtach, 1893; 8°.

Kerler (A.). Molekulargewichtsbestimmungen von Salzen in Methyl- und Aethylalkohol nach der Siedemethode neben Bestimmungen der molekularen Leitfähigkeit derselben Salze in obigen Lösungsmitteln und in Wasser. Erlangen, 1894; 8°.

Kipp (H.). Die Basalte des Reichsforst. Erlangen, 1895; 8°.

Kirchner (G.). Der Schädel des Hylobates concolor, sein Variationskreis und Zahnbau. Berlin, 1895; 8°.

Koch (E.). Ueber die systematische Bedeutung der anatomischen Charaktere der Scrophulariaceen. Frankenthal, 1895; 8°.

Köhler (R.). Zwei Fälle von Cysticercus cellulosae im IV Ventrikel. Erlangen, 1893; 8°.

Kretschmer (F.). I. Zur Kenntnis der untersalpetrigen Säure. II. Ueber einige Derivate der Amidosulfonsäure. Erlangen, 1895; 8°.

Kühns (C.). Untersuchungen über die chemische Zusammensetzung der harten Zahnsubstanzen des Menschen in verschiedenen Altersstufen. Leipzig, 1895; 8°.

Künnemann (O.). Ueber die Morphologie des Kleinhirnes bei Säugetieren. Berlin; 8°.

Lühr (M. E.). Ein Fall seltener Missbildung. Neuwied, 1895; 8°.

Lakemeyer (W.). Zur Kenntnis der substituierten Oxime des Benzils und der Phenylsulfoderivate der Benziloxime. Erlangen, 1894; 8°.

Lauterwein (C.). Beitrag zur Kenntnis der Hydroxylaminderivate des α-Naphtylphenylketons. Erlangen, 1895; 8°.

Lax (E.). Ein Beitrag zur Lehre von der Haematomyelie unter spezieller Berücksichtigung eines von mir im Jahre 1894/95 beobachteten Krankheitsfalles. Zirndorf, 1895; 8°.

Lewinski (L.). Ueber den Zuckergehalt der vorwiegend zur Brodfabrikation verwendeten Mehle sowie der aus ihnen dargestellten Backwaren mit besonderer Berücksichtigung derselben für ihre Auswahl beim Diabetes mellitus. Erlangen, 1895; 8°.

Lichter (Ph.). Beitrag zur Statistik der Chloroform-Narcosen. Berlin, 1894; 8°.

Lindner (M.). Ueber die Einwirkung von Chlor auf Dimethylkohlensäureester und Untersuchung von vier Chlorsubstitutionsproducten desselben. Heidelberg, 1894; 8°.

Lissack (A.). Die geognostischen Verhältnisse der Umgegend von Kalchreuth und Eschenau bei Erlangen. Berlin, 1894; 8°.

Maerz (A.). Décollement traumatique de la peau et des couches sous-jacentes. Erlangen, 1894; 8°.

Maul (R.). Ueber Sclerotinienbildung in Alnus-Früchten. Dresden, 1894; 8°.

Mayer (H.). Ueber die Einwirkung des Alkohols auf das Blut beim lebenden Organismus. Würzburg, 1895; 8°.

Meister (F.). Ueber die Monoxime des Anisils. Erlangen, 1895; 8°.

Melzer (A.). Ueber die Wirksamkeit des diastatischen und tryptischen Fermentes unter verschiedenen Einflüssen. Berlin, 1895; 8°.

Moch (J.). Ueber den Einfluss von Eisenpräparaten auf die Magenverdauung. Nürnberg; 8°.

Mozdzynski (G.). Ueber das einfache und bimoleculare Aethyliden-as-m-Xylidin über die Condensationsproducte von zwei Molekel Acetaldehyd mit einem Molekel m-Xylidin. München, 1895; 8°.

Müller (C.). Ueber den plastischen Ersatz der Schleimhaut durch äussere Haut. Schotten, 1895; 8°.

Naumann (O.). Ueber den Gerbstoff der Pilze. Dresden, 1895; 8°.

Nemnich (H.). Ueber den anatomischen Bau der Achse und die Entwicklungsgeschichte der Gefässbündel bei den Amarantaceen. Erlangen, 1894; 8°.

Neumaier (H.). Zur Kenntnis des Zwergwuchses nebst Beschreibung eines neuen Falles von Zwergwuchs beim Menschen. Erlangen, 1894; 8°.

Neumann (R.). Ueber die Entwickelungsgeschichte der Aecidien und Spermogonien der Uredineen. Dresden, 1894; 8°.

Nürmberger (F.). Ein Fall von beiderseitiger Lähmung der Schulterblattmuskeln im Anschluss an acute Gonorrhöe. Erlangen, 1894; 8°.

Philipp (G.). Ueber die Desinfektion von Wohnräumen durch Formaldehyd. Erlangen, 1895; 8°.

Poller (H.). Ueber a. p-Amidophenyldihydrochinazolin. b. Einige Derivate des Bis-o-nitrobenzylhydroxylamins. Zirndorf, 1894; 8°.

Prosinger (A.). Klinische Beiträge zur Pathologie der Polyarthritis rheumatica acuta und der verwandten Affektionen. Erlangen, 1895; 8°.

Rabus (H.). Zur Kenntnis der sogenannten Seelenblindheit. Erlangen, 1895; 8°.

Rauch (F.). Beitrag zur Keimung von Uredineen- und Erysipheen-Sporen in verschiedenen Nährmedien. Göttingen, 1895; 8°.

Reckleben (H.). Ueber das Allylanilin und einige Derivate desselben und Beiträge zur Kenntnis der Azoverbindungen und ihrer Umlagerungsprodukte bei der Reduktion. Erlangen, 1893; 8°.

Roegglen (H.). Ueber Derivate des Benzyl-o-amidobenzylanilins. Hannover, 1894; 8°.

Röss (G.). Beiträge zur Bestimmung von Molekulargrössen. Erlangen, 1894; 8°.

Roth (J. H.). Ueber einen Fall von Chondrodystrophia fötalis. Bamberg, 1894; 8°.

Röttger (H.). Zur Kenntnis der Neubildungen an der Dura mater spinalis. Erlangen, 1895; 8°.

Sandel (C.). Ueber Umlagerung des α-Benzilmonoxims. Fürth, 1894; 8°.

Sandmann (O.). Ueber Stickstoff-Benzylcuminaldoxim und Stickstoff-Cuminylbenzaldoxim. Erlangen, 1894; 8°.

Saulmann (W.). Ueber Athyliden und Propylidenamidoazobenzol und einige Abkömmlinge desselben. München, 1895; 8°.

Schäfer (G.). Einige interessante Mineral-Vorkommen in Braunkohlengruben der Provinz Sachsen. Saarbrücken, 1895; 8°.

Scheja (S.). Ueber eine Hernia duodeno-jejunalis. Jena, 1895; 8°.

Schenck (R.). Botanisch-pharmacognostische Untersuchungen der Qumacai cipò. Erlangen, 1894; 8°.

Schlitt (L.). Ueber Herpes Zoster. Cassel, 1895; 8°.

Schmid (O.). Statistik der Totalexstirpationen per vag. bei Uteruscarcinom. (1887-1893). Erlangen, 1894; 8°.

Schmidt (A.). Beobachtungen über das Vorkommen von Gesteinen und Mineralien in der Centralgruppe des Fichtelgebirges nebst einem Verzeichnisse der dort auftretenden Mineralien und deren Fundstätten. Nürnberg, 1895; 8°.

Schmidt (H.). Beiträge zur Kenntnis des o-Amidodiphenylmethans. Erlangen, 1895; 8°.

Schönbrod (K.). Ueber den gegenwärtigen Stand der Beurteilung der eosinophilen Zellen im Blute und im Sputum. München, 1895; 8°.

Schreiber (W.). Ueber einige Derivate des Anthranils. Karlsruhe, 1895; 8°.

Schulze (C.). Ueber den anatomischen Bau des Blattes und der Achse in der Familie der Phytolaccaceen und deren Bedeutung für die Systematik. Danzig, 1895; 8°.

Schwalm (J.). Ueber Derivate des Fenchons. Göttingen, 1895; 8°.

Schwarzhaupt (O.). Ueber einige synthetische Versuche mit o-Amidobenzylalkohol. Erlangen, 1894; 8°.

Schwiesau (F.). Beitrag zur Einwirkung von Phenylisocyanat auf substituierte Stickstoffäther. Erlangen, 1894; 8°.

Senninger (H.). Ueber Derivate des o-Amidobenzylalkohols und o-Oxybenzylalkohols. Erlangen, 1894; 8°.

Sonntag (G.). Ueber einige neue Morphinderivate. Göttingen, 1895; 8°.

Spicker (L.). Ein Beitrag zur Aetiologie und Therapie der Haematocele retro-uterina. Elbing, 1894; 8°.

Springer (H.). Beitrag zur den Reaktionen der Säurechloride. Erlangen, 1894; 8°.

Staa (E. von). Ueber ein in die Scheide eingewachsenes Pessar und ein in die Scheide geborenes und mit derselben verlöthetes Uterusmyom. Ruhrort, 1895; 8°.

Steffens (P.). Die Amputation bei Extremitätentuberkulose. Freiburg I. B., 1894; 8°.

Thiesing (H.). Zur Kenntnis des Methylendibenzamids und seiner Homologen. Augsburg, 1894; 8°.

Trilling (H.). Beiträge zur Praxis der Siedepunktsmethode Bestimmungen in Amylalkohol, sowie Versuche zur Abschätzung des Kohlensäuregehaltes der Luft. Erlangen, 1895; 8°.

Vanvolxem (L.). Ueber Isomerieverhältnisse in der Chinazolinreihe. Erlangen, 1895; 8°.

Vogtherr (M.). Ueber die Früchte der Randia dumetorum Lam. Berlin, 1894; 8°.

Wacker (C.). Einwirkung von Phtalylchlorid und Phtalsäureanhydrid auf Basen. Erlangen, 1894; 8°.

Walte (H.). Ist bei Perityphlitis die Abtragung des processus vermiformis nöthig oder nicht? Erlangen, 1895; 8°.

Weinschenk (P.). Beiträge zur Kenntnis der Amidine. Erlangen, 1894; 8°.

Wezler (W.). Zur Statistik und Klinik des Erysipelas faciei. Erlangen, 1895; 8°.

Winheim (L.). Umlagerung von Stickstoff-Benzyläthern der Aldoxime. Erlangen, 1894; 8°.

Wintermantel (O.). Zwei Faelle von primaerem Gehirnsarkom. Vürzburg, 1894; 8°.

Wunderlich (J.). Beiträge zur anatomischen Charakteristik der Cirsium-Bastarde. Altenburg, 1895; 8°.

Zängerle (A.). Ueber Induline und Safranine. Kempten, 1894; 8°.

* *Dall' Università di Giessen:*

Bayer (J.). Zur Casuistik der Defecte im Septum ventriculorum bei scheinbar weiter Lungenarterienbahn und compensatorischer Hypertrophie der Lungenarterienäste. Giessen, 1895; 8°.

Breslauer (M.). Ueber die Frage der sogenannten dynamischen Hysteresis. Berlin, 1895; 8°.

Bruchhäuser (J. F.). Ueber Pneumonie im Puerperium. Giessen, 1894; 8°.

Clasen (F.). Ein Fall von Pneumopericardium nebst einem Beitrag zur Pathogenese der Pericarditis. Giessen, 1895; 8°.

Ebel (L.). Zur Kenntnis amidierter Benzenyl-amido-phenolc. Giessen, 1895; 8°.

Emrich (E.). Ein Fall von tödtlicher Haemoglobinurie bei einem Neugeborenen. Giessen, 1894; 8°.

Flatten (W.). Untersuchung über die Haut des Schweines. Berlin, 1894; 8°.

Florschütz (H.). Kritik der Versuche, durch eine bestimmte Diät der Mutter die Gefahren der Beckenenge zu umgehen. Wiesbaden, 1895.

Garth (W.). Zwei Fälle von Hermaphroditismus verus bei Schweinen. Beitrag zur Lehre von der Zwitterbildung bei Säugethieren. Giessen, 1894; 8°.

Gengnagel (F.). Beitrag zu den Schussverletzungen des Auges. Giessen, 1894; 8°.

Groskurth (E.). Ueber die Embolie der Arteria Meseraica superior. Giessen, 1895; 8°.

Haag (G.). Ueber den Einfluss von subconjunctivalen Sublimatinjectionen auf Erkrankungen des Auges. Giessen, 1894; 8°.

Heubel (H.). Ueber ein mit dem Ductus wirsungianus communicirendes Tractionsdivertikel des Magens. Leipzig, 1895; 8°.

Hof (J.). Mikroscopische Untersuchung einiger Eruptivgesteine von den canarischen Inseln. Giessen, 1894; 8°.

Hofmann (A.). Sechs Fälle von wiederholter Laparatomie bei derselben Person. Giessen, 1894; 8°.

Hünten (J.). Die operative Behandlung der gynaekologischen Beckenexsudate. Saargemünd, 1891.

Illig (W.). Die Myome des Oesophagus. Giessen, 1894; 8°.

Kayser (J.). Ueber die Beziehungen der Thymus zum plötzlichen Tod. Giessen, 1895; 8°.

Kissner (A.). Ueber die Strictur der Pulmonalarterienäste. Giessen, 1895; 8°.

Klett (R.). Beiträge zur Morphologie des Milzbrandbacillus. Karlsruhe, 1894; 8°.

Krug (A.). Ueber die Einwirkung des Phosgens aus monoacylierte primäre Amine. Berlin, 1894; 8°.

Lahr (F.). Ueber den Blutsturz nach der Tracheotomie. Giessen, 1894; 8°.

Lungershausen (H.). Ueber Hypotrichosis localis cystica. Leipzig, 1894; 8°.

Marks (P.). Untersuchung über die Entwicklung der Haut insbesondere der Haar- und Drüsenanlagen bei den Haussäugetieren. Berlin, 1895; 8°.

Meyerhoff (J.). Ueber Krebs und Tuberculose der Speiseröhre. Giessen, 1894; 8°.

Noll (K.). Thermoelectricität chemisch reiner Metalle. Leipzig, 1894; 8°.

Oss (S. L. van). Die Bewegungsgruppen der Regelmässigen Gebilde von vier Dimensionen. Utrecht, 1894; 8°.

Pfannmüller (F.). Beitrag zu den Colobomen des Auges. Giessen, 1894; 8°.

Pfeiffer (O.). Untersuchungen über die Lage, Ausdehnung und Eigenschaften des cerebralen regulatorischen Herznervencentrums. Darmstadt, 1894; 8°.

Raiser (K. Ph. Th.). Beiträge zur Kenntniss der Darmbewegungen. Worms a. Rh., 1895; 8°.

Reinewald (Th.). Zur Casuistik der Blitzschlagverletzungen des Auges. Giessen, 1895; 8°.

Rosenbaum (E.). Zur Casuistik der angeborenen Halskiemenfisteln des Menschen. Giessen, 1895; 8°.

Rumpf (H.). Ueber die Zuckergussleber. Leipzig, 1895; 8°.

Schäffer (F.). Ein Fall von Sarkom der Thränendrüse. Giessen, 1895; 8°.

Schaub (P.). Ueber das primäre Extremitätencarcinom. Giessen, 1894; 8°.

Scheibel (A.). Der Bau der Tänia magna Abildgaard (Tänia plicata Zeder.). Frankfurt a. M., 1895; 8°.

Schmidt (E.). Ueber die Verletzungen des Auges mit besonderer Berücksichtigung der Kuhhornverletzungen. Giessen, 1895; 8°.

Schönberg (A.). Ueber elektrolytische Zersetzung quaternärer Ammoniumjodide. Berlin, 1895; 8°.

Schönherr (O.). Studien über die Bildung von Ueberschwefelsäure. Halle a. S., 1895; 8°.

Schulz (K.). Das elastische Gewebe des Periosts und der Knochen. Wiesbaden, 1895; 8°.

Seipp (L.). Das elastische Gewebe des Herzens. Wiesbaden, 1895; 8°.

Sell (F.). Ein Fall von jauchig-eitriger Pleuritis nach Perforation eines Tractionsdivertikels des Oesophagus. Giessen, 1895; 8°.

Textor (C.). Ein Fall von Lungengangrän im Anschluss an ein Tractionsdivertikel der Speiseröhre. Giessen, 1894; 8°.

Walther (H.). Beiträge zur Kenntnis des trichterformig engen Beckens. Giessen, 1894; 8°.

Wentzel (E.). Ueber die Bildung von Azokörpern vermittelst der drei isomeren Diazobenzoësäuren. Berlin, 1895; 8°.

Wetzel (H.). Zur Casuistik der Teratome des Halses. Wetzlar, 1895; 8°.

Wickmann (H.). Die Entstehung der Färbung der Vogeleier. Münster, 1893; 8°.

Wieber (G.). Zur Casuistik der Darmdivertikel und persistirenden Dottergefässe als Ursache von Darmincarcerationen. Giessen, 1894; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Barthels (Ph.). Beitrag zur Histologie des Oesophagus der Vögel. Leipzig, 1895; 8°.

Beger (C.). Anwendung der Friedel-Crafts'schen Reaktion auf Triophenoläther. Heidelberg, 1895; 8°.

Benfey (H.). Ueber die Esterbildung aromatischer Säuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Best (F.). Korektopie. Leipzig, 1894; 8°.

Bettmann (S.). Ueber die Beeinflussung einfacher psychischer Vorgänge durch körperliche und geistige Arbeit. Leipzig, 1894; 8°.

Biedermann (R.). Zur Kenntnis der *m*-Diketo-hexamethylene. Heidelberg, 1895; 8°.

Braden (P.). Bromäthyl- und Bromäthyl-Aethernarkosen. Jena, 1894; 8°.

Bredt (T. V.). I. Beiträge zur Kenntnis der Ketopentamethylendicarbonsäure und der beiden stereoisomeren Butantetracarbonsäuren. II. Ueber isomere Dithienyle. Heidelberg, 1895; 8°.

Clayton (G. C.). Ueber die Synthese der Dihydroglyoxaline. Heidelberg, 1894; 8°.

Friedrichs (F.). Beiträge zur electrolytischen Reduction aromatischer Nitrokörper. Heidelberg, 1895; 8°.

Goldschmidt (F.). Ueber die Einwirkung aromatischer Sulfochloride auf Kohlenwasserstoffe und Phenolaether. Berlin, 1894; 8°.

Grahl (A.). Ueber jodierte und jodosierte Isophtalsäuren und *p*-Jod-*m*-Toluylsäure. Berlin, 1894; 8°.

Grohmann (C. J.). Ueber Deglutitionshindernisse bei hochgradiger Kyphoscoliose. Heidelberg, 1895; 8°.

Gross (O.). Ueber die Trepanation des Schädels bei traumatischer Epilepsie. Frankfurt a. M., 1895; 8°.

Grosse (R.). Ueber Reduktionsprodukte des *p*-Brom- und *p*-Methyl-Azobenzols. Heidelberg, 1895; 8°.

Haller (B.). Betrachtungen über die Nieren von Oncidium celticum, Cuvier. Heidelberg, 1894; 8°.

Harris (W.). I. Ueber den Molekularzustand des Calomeldampfes. II. Ueber die Dampfdichte des Quecksilberchlorides und des Phosphortrichlorides bei Temperaturen über 1000° C. Heidelberg, 1894; 8°.

Haymann (K.). Ueber das Verhalten der Natriumsalze von Phenolen gegen Mono- und Dichloressigester. Heidelberg, 1895; 8°.

Heddaeus (A.). Beiträge zur Pathologie und Chirurgie der Gallenblasen-Geschwülste. Tübingen, 1894; 8°.

Hedderich (L.). Ueber Leberatrophie bei acuter Phosphorvergiftung. München, 1895; 8°.

Heeren (F.). Beiträge zur Kenntnis der 1, 5-Diketone. Hannover, 1894; 8°.

Heidenreich (A.). Ueber Indoxazene. Breslau, 1895; 8°.

Heidrich (H.). Beiträge zur Kenntnis der 1-5-Diketone. Heidelberg, 1895; 8°.

Helbing (Ed.). Ueber das Rhinhämatom. Heidelberg, 1895; 8°.

Heyder (F.). Ueber die elektrolytische Reduktion aromatischer Nitrokörper. Heidelberg, 1895; 8°.

Heyl (G.). Ueber die elektrolytische Reduktion von Nitrokörpern der Chinolinreihe. Heidelberg, 1894; 8°.

Hugershoff (A.). Ueber die Einwirkung von Schwefelkohlenstoff auf einige Hydrazoverbindungen, sowie über einige Schwefelkohlenstoff-Derivate des *p*-Phenetidins. Hannover, 1894; 8°.

Jacob (A.). Ueber zwei stereochemisch isomere Butantetracarbonsäuren und Derivate derselben. Heidelberg, 1894; 8°.

Imhäuser (A.). I. Beiträge zur Kenntnis aliphatischer Säuren. II. Ueber einige Synthesen von Polycarbonsäuren. Heidelberg, 1895; 8°.

Kimmel (A.). Zur Aetiologie des Scheiden-Gebärmuttervorfalls. Heidelberg, 1895; 8°.

Kinscherf (F.). Färbungsversuche an Sporen mit Hilfe der Maceration. Heidelberg, 1894; 8°.

Kirpal (A.). I. Zur Kenntnis der ersten Reductionsproducte von Nitrokörpern durch Zinnchlorür. II. Ueber die Flüchtigkeit von Metallsalzen. Zurich, 1894; 8°.

Lamb (T. Ch.). Die Schmelzpunkte anorganischer Salze. Heidelberg, 1895; 8°.

Lilienthal (W.). Bedeutung des Hackfruchtbaus namentlich des Zuckerrübenbaus für die Steigerung der Getreide- und Viehproduktion in Deutschland. Jena, 1895; 8°.

Linck (L.). Beiträge zur Kenntniss der 1, 5-Diketone. Berlin, 1895; 8°.

Lobstein (E.). Zur Casuistik des Gallenstein-Ileus. Tübingen, 1895; 8°.

Lyons (R. Ed.). Ueber die Phenylverbindungen von Schwefel, Selen und Tellur. Heidelberg, 1894; 8°.

Meyer (F.). Untersuchungen über Aether der Dioxyazobenzole, nebst einigen Versuchen über die Schwefelkohlenstoffderivate der drei isomeren Phenetidine. Heidelberg, 1895; 8°.

Mohr (W.). Ein Beitrag zur Casuistik der Rhinitis crouposa. Zweibrücken, 1895; 8°.

Neufeld (F.). Beiträge zur Kasuistik der angeborenen Schädelgeschwülste. Tübingen, 1895; 8°.

Neuhaus (E.). Ueber intranasale Synechien. Heidelberg, 1894; 8°.

Neurath (F.). Synthese campherartiger Verbindungen. Berlin, 1895; 8°.

Ortmann (A.). Beiträge zur Kenntnis der 1: 5-Diketone. Heidelberg, 1895; 8°

Paweck (H.). Ueber Condensationen von Malonsäureester mit Aldehyden. Heidelberg, 1895; 8°.

Piepenbrink (P.). I. Beitrag zur Kenntnis der Behenoxylsäure. II. Ueber die Reduktion von meta-Toluolazo-*p*-kresetol und para-Toluolazo-*p*-kresetol. Heidelberg, 1895; 8°.

Raum (W.). I. Ueber die andauernde Einwirkung mässiger Erhitzung auf Knallgas. II. Ueber eine neue Klasse cyklischer Jodverbindungen der Jodosogruppe aus Jodphenylessigsäure. Heidelberg, 1895; 8°.

Recklinghausen (M. von). I. Ueber das neue Quecksilberthermometer für Temperaturen bis 550° C. — II. Methoden und Apparate zur Verfolgung von Gasreaktionen bei gewöhnlicher Temperatur durch Beobachtung der Volumänderungen. Heidelberg, 1895; 8°.

Riddle (W.). Ueber die Schmelzpunkte anorganischer Salze. Heidelberg, 1895; 8°.

Roemheld (L.). Ueber Ursachen und Behandlung der habituellen Früh- und Fehlgeburten. Mainz, 1895; 8°.

Rüdt (H.). Ueber die Kondensation aromatischer Alkohole mit Nitrokohlenwasserstoffen. Heidelberg, 1895; 8°.

Schmidt (H.). Beiträge zur Kenntnis der 1, 5-Diketone. Hannover, 1894; 8°.

Schwalbe (E.). Ueber die Varietäten der menschlichen Arteria mediana in ihrer atavistichen Bedeutung. Heidelberg, 1895; 8°.

Schwan (W.). Ovariotomie bei Gravidität. Heidelberg, 1895; 8°.

Stoffregen (O.). Ueber einige Derivate des Phenylindoxazens. Ueber die Halogen-Entziehung aromatischer Substanzen. Braunschweig, 1894; 8°.

Strube (G.). Ueber congenitale Lage- und Bildungsanomalien der Nieren. Berlin, 1894; 8°.

Thiele (P.). Die Klimakreise Deutschlands vom landwirtschaftlichen Gesichtspunkte. Leipzig, 1895; 8°.

Veis (J.). Aneurysma der Carotis interna ohne das Symptom des pulsierenden Exophthalmus. Frankfurt a. M., 1895.

Weil (M.). Ein Fall von Tabes incipiens. Berlin, 1894; 8°.

Weiler (M.). I. Ueber das Isodurol. II. Ueber die bei der Darstellung des Isodurols entstehenden Nebenprodukte. Heidelberg, 1895; 8°.

Weinlig (C.). I. Zur Kenntnis der Siliciumverbindungen. II. Elektrolytische Reduktion aromatischer Nitrokörper. Heidelberg, 1894; 8°.

Werner (R.). Beiträge zur Kenntnis der 1-5-Diketone. Heidelberg, 1894; 8°.

Wohulich (W.). Ueber das Empyema antri Highmori mit besonderer Berücksichtigung der bis zum Jahre 1895 in der ambulatorischen Klinik für Nasen, Rachen- und Kehlkopfkranke des Herrn Prof. Dr. Jurasz in Heidelberg beobachteten Fälle. Jena, 1895; 8°.

Dall'Istituto Tecnico di Karlsruhe:

Goldstein (J.). Ueber die Darstellung, das Verhalten und die Constitution einiger Amido-, Nitro- und Oxyazofarbstoffe. Mannheim, 1893; 8°.

Haid (M.). Ueber Gestalt und Bewegung der Erde. Festrede bei dem feierlichen Akte des Direktorats-Wechsels an der Grossh. Badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe. 1894; 8°.

Halperin (J.). Zur Kenntniss der Thrane- und des Walrathöles. Karlsruhe, 1895; 8°.

Lektionsplan der Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Wintersemester 1895/96; fol.°.

Programm der Grossh. Badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Studienjahr 1895/96. Karlsruhe, 1895; 8°.

Spielvogel (M.). Ueber einige Nitronaphtonitrile, -Amide und -Säuren, sowie über die Darstellungen und Nitrirungen von einigen Naphtylaminderivaten. Karlsruhe, 1895; 8°.

Zakrzewski (S. von). Ueber 2. 3 Naphtalinderivate. Posen, 1894; 8°.

* *Dall'Università di Strasburgo:*

Althausse (O.). Ueber erworbene Trachealfisteln. Strassburg, 1893; 8°.

Beckmann (W.). Ueber die typhusähnlichen Bacterien des Strassburger Wasserleitungswassers aus dem Laboratorium der medizinischen Klinik. Strassburg, 1894; 8°.

Belin (C.). Vergleichende Beurtheilung der verschiedenen Schnittmethoden und Nachbehandlung bei der Sectio alta. Strassburg i. Els., 1894; 8°.

Benedikt (M.). Ueber Fremdkörper im Ohr. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Boettcher (H.). Ueber die prognostische Bedeutung der Grösse des Infiltrates bei der crupösen Pneumonie mit besonderer Berücksichtigung des Infiltrationsmaximums. Stuttgart, 1893; 8°.

Boller (W.). Untersuchungen über die Bodentemperaturen an den forstlich-meteorologischen Stationen in Elsass-Lothringen. Stuttgart, 1894; 8°.

Brinkmann (H.). Ueber Nierenentzündung bei Schwangeren. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Bronnert (E.). Ueber die Condensation von Isovaleraldehyd mit Glutarsäure. Strassburg, 1894; 8°.

Brooke (A.). Ueber Phenyl-Itaconsäure, -Citraconsäure, -Mesaconsäure und -Aticonsäure. Strassburg, 1894; 8°.

Buchheister (A.). Geschichte der Aetiologie der Spondylolisthesis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Buhecker (A.). Ein Beitrag zur Pathologie und Physiologie der Hypophysis cerebri. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Cohn (H.). Ueber Cacao als Nahrungsmittel. Strassburg, 1894; 8°.

Dannenberg (A.). Studien an Einschlüssen in den vulcanischen Gesteinen des Siebengebirges. Wien, 1894; 8°.

Day (A. W.). Zur Constitution imidierter Abkömmlinge der o-Phtalsäure. Strassburg, 1895; 8°.

Dreyfus (R.). Ueber die Schwankungen in der Virulenz des Bacterium coli commune. Gebweiler, 1894; 8°.

Dreyfuss (J.). Ueber das vorkommen von Cellulose in Bacillen, Schimmel- und anderen Pilzen. Strassburg, 1893; 8°.

Ehret (H.). Ueber die Localisationen der Diphtherie im Anschluss an einen Fall von diphtherischer Laryngo-tracheitis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Erichson (G. A.). Beitrag zur Pathologie der Hernia funicularis congenita. Strassburg, 1893; 8°.

Extermann (E.). Ueber Castration bei Myomen. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Fichter (F.). Ueber Propyl-Itaconsäure, -Citraconsäure und -Mesaconsäure. Strassburg, 1894; 8°.

Fischer (Ch.). Ueber die quantitative Bestimmung des Glycocolls in den Zersetzungsproducten der Gelatine. Strassburg, 1894; 8°.

Frank (Th.). Ueber syphilitische Tumoren der Nase. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Frantz (E.). Beitrag zur Lehre von der Dermatitis herpetiformis. Bischweiler, 1894; 8°.

Friedenheim (B.). Ueber eine Geburt bei fötal-rachitischem Zwergbecken. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Fuchs (O.). Beitrag zur Technik und Indicationsstellung der Freund'schen Totalexstirpation des Uterus. Breslau, 1894; 8°.

Georgii (H.). Die Wechselbeziehungen der croupösen Pneumonie zu den Generationsvorgängen. Tübingen, 1893; 8°.

Gimurto (N. J.). Ueber Veränderungen des Augenhintergrundes bei kranken Wöchnerinnen. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Gross (F.). Ueber isolierte, nicht complicierte Luxation des Talus. Landau, 1894; 8°.

Gross (H.). Ein Fall von Anus praeternaturalis vaginalis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Gugenheim (J.). Ueber puerperale Eklampsie. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Haerter (F. F.). Ueber einseitige Vaginalatresie bei doppeltem weiblichen Genitalkanal. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Hausmann (F.). Ueber Genu varum adolescentium im Anschluss an einen infolge von Rachitis tarda entstandenen Fall. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Hensler (O. H.). Die heutigen Dammschutzverfahren im Anschluss an die aetiologischen Momente der Dammrisse. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Hoeffken (W. D.). Ueber die Darstellung und das Verhalten der Hexylita-Citra- und -Mesaconsäure. Strassburg, 1893; 8°.

Holtzmann (H.). Die Entstehung der congenitalen Luxationen der Hüfte und des Knies und die Umbildung der luxirten Gelenktheile. Berlin, 1895; 8°.

Jaup (Ad.). Ein Beitrag zur Casuistik und Prognose der perforierenden Skleralwunden. Freiburg i. B., 1893; 8°.

Jebens (R.). Ueber papillomatöse Tumoren in den ableitenden Harnwegen. Berlin, 1894; 8°.

Jouck (P.). Ueber die verschiedenen Methoden der Schieloperation. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Klähn (G.). Hydrographische Studien im Sundgauer Hügellande. Strassburg, 1893; 8°.

Kleefeld (M.). Ueber die bei Punktion, Operation und Section der Gallenblase constatirten pathologischen Veränderungen des Inhalts derselben und die daraus resultirenden diagnostischen Momente. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Klingenberg (W.). Ueber die klinische Bedeutung des Digitalinum verum. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Knox (W. F.). Ueber das Leitungs-Vermögen wässriger Lösungen der Kohlensäure. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Krall (W.). Ueber einen Fall von myxomatösen Hypertrophieen der Decidua. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Kräutle (R.). Ueber Augenerkrankungen bei tabes dorsalis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Kuhlmann (C.). Hysterie und Frauenkrankheiten. Strassburg, 1894; 8°.

Laas (R.). Ueber den Einfluss der Fette auf die Ausnützung der Eiweissstoffe. Strassburg, 1894; 8°.

Lehmann (M.). Beitrag zur Pathologie des Processus vermiformis. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Levinger (F.). Ueber Dickdarmperforation im Typhus Abdominalis unter Mitteilung eines in der med. Klinik des Herrn Prof. Dr. Naunyn zu Strassburg beobachteten Falles. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Levy (H.). Ueber die Verbiegungen der Nasenscheidewand. Zabern, 1894; 8°.

Levy (M.). Chemische Untersuchungen über osteomalacische Knochen. Strassburg, 1894; 8°.

Levy (M.). Ueber rechtsseitige Stimmbandlähmung bei Aortenaneurysmen. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Lindegger (G.). Ein Fall von Nephrectomie einer multiloculären Cystenniere. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Lobstein (K.). Ueber multiple Eitermetastasen in den Muskeln bei puerperaler Pyämie. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Lübbesmeyer (A.). Ueber Therapie und Prognose bei Parametritis chronica atrophicans. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Lucas (H.). Ueber epileptische Anfälle bei Arteriosklerose. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Luce (H.). Ueber die für die operative Behandlung der Pyosalpinx maassgebenden Gesichtspunkte nebst casuistischen Beiträgen. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Luxenburger (H.). Ein Fall von Hernia inguino-properitonealis mit rechtsseitigem Kryptorchismus. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Mac Gregory (A. C.). Beobachtungen über die elektrische Leitfähigkeit von Salzen. Strassburg, 1893; 8°.

Mackenzie (J. Ed.). Ueber die αβ- und βγ-Pentensäure. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Marzolf (G.). Ueber Kieferklemme. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Maurer (H.). Graphische Tafeln für meteorologische und physikalische Zwecke. Theorie und Anwendungen. Altona, 1894; 4°

Meer (A. von). Ueber die Beziehungen von Augenerkrankungen zu Affectionen der weiblichen Genitalien. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Mettenheimer (H.). Ein Beitrag zur topographischen Anatomie der Brust-, Bauch- und Beckenhöhle des neugeborenen Kindes. Jena, 1893; 8°.

Mischlich (Ph.). Ueber Thrombose des Sinus transversus nach Mittelohreiterungen und ihre chirurgische Behandlung. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Moch (H.). Die Nasenrachenpolypen und ihre operative Behandlung. Strassburg, 1893; 8°.

Myers (J. E.). Ueber das Silber-Voltameter und ueber das Faraday'sche Gesetz bei Strömen von Reibungselectricität. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Nahm (J.). Aetiologie und Genese der Ruptura perinei centralis. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Neuffer (F.). Ueber den Einfluss der Heredität und der Consanguinität der Eltern in der Aetiologie der Retinitis pigmentosa. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Neumark (A.). Ueber Misch- und Sekundärinfektionen bei Typhus abdominalis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Nöldeke (B.). Die Metamorphose des Süsswasserschwammes. Jena, 1894; 8°.

Oppenheimer (R.). Zur Lehre von der physiol. Bedeutung der Querstreifung des Muskelgewebes. Mannheim, 1894; 8°.

Ott (E.). Ueber Metastasenbildung und maligne Degeneration bei Ovarialkystomen. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Perrin (H.). Ueber Gebromte Phenylvaleriansäuren. Rixheim, 1894; 8°.

Picard (H.). Die Lumbalpunction des Duralsackes. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Régnier (L. H.). Operative Behandlung der Myome des Uterus durch die Laparotomie. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Resch (F.). Die Veränderungen der Körperschleimhaut bei Carcinom der Portio und der Cervix. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Rohmer (B.). Untersuchungen über die Wirkung des Trionals. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Roos (J.). Ueber Kochsalzinfusion bei acuter Anämie. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Roth (K.). Zur bacteriologischen und klinischen Diagnose und Therapie der Diphtherie. Leipzig, 1894; 8°.

Sawall (O.). Ein Beitrag zur Laparatomie bei acuter diffuser Peritonitis. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Schlesinger (E.). Ueber die Nachbehandlung der Amputationen. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Schloemann (R.). Beitrag zur Lehre von der Pityriasis rubra pilaris Devergie. Strassburg i. E., 1895; 8°.

Schreher (G.). Ueber die Complikation von Uterusmyom mit sekundärer sarkomatöser Degeneration. Jena, 1894; 8°.

Seelig (A.). Pathologisch-anatomische Untersuchungen über die Ausbreitungswege des Gebärmutterkrebses. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Servé (M.). Die Ptosis und ihre chirurgische Behandlung. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Sigmundt (R.). Ueber Porencephalie mit besonderer Berücksichtigung der klinischen Symptome. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Silberstein (A.). Ueber die Oxydation der βγ- und der αβ- Isoheptensäure mit Kaliumpermanganat. Strassburg, 1894; 8°.

Socin (C. A.). Wie verhalten sich Diabetiker Lävulose und Milchzuckerzufuhr gegenüber? Strassburg i. E., 1894; 8°.

Spenzer (J. G.). Ueber das Verhalten der Allylmalonsäure, Allylessigsäure und Aethylidenpropionsäure beim Kochen mit Natronlauge. Beiträge zur Kenntniss der Propylidenessigsäure. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Steiner (P.). Ueber die Absorption des Wasserstoffs im Wasser und in wasserigen Lösungen. Leipzig, 1894; 8°.

Stern (J.). Ueber Chorea Minor bei Erwachsenen mit letalem Ausgang. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Strauss (L.). Ein Beitrag zur Kenntnis der Fettresorption im Diabetes mellitus. Strassburg, 1893; 8°.

Suren (G.). Von der Anwendung der Tarnier'schen Achsenzugzange mit besonderer Berücksichtigung der Lagerung der Kreissenden. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Timerding (E.). Ueber die Kugeln welche eine cubische Raumcurve Mehrfach oder Mehrpunktig berühren. Strassburg, 1894; 8°.

Urhy (Ed.). Beitrag zur Casuistik der Blaugelbblindheit. Saargemünd, 1894; 8°.

Ury (J.). Ueber die Schwankungen des Bacterium coli commune in morphologischer und cultureller Beziehung. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Vilmar (P.). Ueber Carcinoma corporis uteri. Cassel, 1894; 8°.

Wellstein (J.). Ueber das Lindemannsche Uebertragungsprincip. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Welvert (Th.). Casuistischer Beitrag zur der Lehre von der Hautatrophie im speziellen der idiopatischen. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Wendt (H.). Ueber einen Fall von Vorderscheitelbeineinstellung bedingt durch einseitige Struma congenita. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Wertheimer (J.). Vorkommen, Symptomalogie und Prognose des jugendlichen Glaucom. Kaiserslautern, 1893; 8°.

Wolff (Ad.). Ueber die Isopropylglutolactonsäure. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Zenetti (P.). Das Leitungssystem im Stamm von Osmunda regalis L. und dessen Uebergang in den Blattstiel. Leipzig, 1895; 4°.

Aguilera (J. G.) y **Ordoñez** (E.). Expedición Científica al Popocatepel. Mexico, 1895; 8° (*dalla Commissione Geologica Messicana*).

** **Baillon** (H.). Histoire des Plantes. Monographie de Pandanacées, Cyclanthacées et Aracées. Paris, 1895; 8°.

Bombicci (L.). Descrizione degli esemplari di Solfo nativo cristallizzato delle Solfare di Romagna. Bologna, 1895; 4° (*dall'A.*).

Cantor (M.). Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Leipzig, 1896; 8° (*Id.*).

** **Cayley** (A.). The collected mathematical Papers. Vol. VIII. Cambridge, 1895; 4°.

Cobelli (G. de). Alcune lettere inedite dirette a Giovanni Antonio Scopoli. Rovereto, 1895 (*dall'A.*).

De Agostini (G.). Le torbiere dell'anfiteatro morenico d'Ivrea. Firenze, 1895; 8° (*Id.*).

De Amicis (G. A.). I foraminiferi del pliocene inferiore di Bonfornello presso Termini-Imerese in Sicilia. Palermo, 1895; 8° (*Id.*).

De Boer (F.). Transformatie van elliptische functien, bijzondere elliptische functien en modulairfunctien (24 Novembre 1894); 8° (*Id.*).

Dubois (A.). Faune des vertébrés de la Belgique. T. I et II (1876-1894). Bruxelles, 1887-94; 8° (*dall'A.*).

Fresenius (C. R.). Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse (Sechzehnte neu bearbeitete und verbesserte Auflage). Braunschweig, 1895; 8° (*Id.*).

Gibelli (G.) e **Ferrero** (F.). Ricerche di anatomia e morfologia intorno allo sviluppo del fiore e del frutto della *Trapa Natans*. Genova, 1895; 8° (*dagli A.*).

Guccia (G.-B.). Sur une expression du genre des courbes gauches algébriques douées de singularités quelconques. Paris, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Sur une question concernant les points singuliers des courbes gauches algébriques. Paris, 1895; 4° (*Id.*).

Haeckel (E.). Systematische Phylogenie der Wirbelthiere (Vertebrata). Dritter Theil. Berlin, 1895; 8° (*Id.*).

Harlé (Ed.). Daim quaternaire de Bagnères-de-Bigorre (Hautes-Pyrénées). Paris, 1885; 8° (*Id.*).

Helmholtz (H. von). Handbuch der physiologischen Optik. Zweite Auflage; 12° Liefg. Hamburg u. Leipzig, 1895; 8° (*dall'Editore*).

Hering (C. A.). Das Entwickelungsgesetz der Erde und der Erzlagerstätten. Dresden, 1895; 8° (*dall'A.*).

* **Hodge** (F. W.). List of the publications of the Bureau of Ethnology with index to authors and subjects. Washington, 1894; 8° (*dalla Smithsonian Institution. Bureau of Ethnology*).

* **Holmes** (W. H.). An ancient Quarry in indian territory. Washington, 1894; 8° (*Id.*).

Huygens (Chr.). Œuvres complètes publiées par la Société hollandaise des sciences. Tome sixième, Correspondance 1666-1669. La Haye, 1895; 4° (*dalla Società Olandese delle Scienze di Harlem*).

Janet (Ch.). Études sur les Fourmis, les Guêpes et les Abeilles. Neuvième Note. Sur *Vespa crabro* L. Histoire d'un nid depuis son origine. — Dixième Note. Sur *Vespa media*, *V. silvestris* et *V. saxonica*. — Onzième Note. Sur *Vespa germanica* et *V. vulgaris*. Paris, Beauvais, Limoges, 1895; 8° (*dall'A.*).

Kammermann (A.). Résumé météorologique de l'année 1894 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1895; 8° (*Id.*).

— Sur quelques particularités de l'hiver 1894-1895. Genève, 1895; 8°.

Koelliker (A. von). Zum feineren Baue des Zwischenhirns und der Regio hypothalamica. Jena, 1895; 8° (*Id.*).

Kuntze (O.). Geogenetische Beiträge. Leipzig, 1895; 8° (*Id.*).

Lesska (F.). Integral Aufgaben; fol.° (*Id.*).

Leyst (E.). Ueber den Magnetismus der Planeten. St-Petersburg, 1894; 4° (*Id.*).

Luini (B.). Del moto dell'acqua nelle svolte dei fiumi. Milano, 1895; 8° (*Id.*).

Lussana (S.). Sul calore specifico dei gas. Pisa, 1895; 8° (*Id.*).

— Anomalia della resistenza elettrica delle soluzioni in corrispondenza alla temperatura del massimo di densità. Siena, 1895; 8° (*Id.*).

— Osservazioni sismiche fatte col microsismografo Vicentini nell'Osservatorio geodinamico di Siena. Siena, 1895; 8° (*Id.*).

Maggiora (A.) e **Levi** (C.). Ricerche sopra l'azione fisiologica del fango termale d'Acqui. Torino; 8° (*dall'A.*).

Minucci (F.). Catalogo descrittivo illustrato del materiale scientifico e suppellettile tecnica del Gabinetto Chimico della farmacia del manicomio di S. Niccolò in Siena. Siena, 1895; 8° (*Id.*).

Mullins (G. L.). Notes on Hydatid Disease in New South Wales. Sydney, 1895; 4° (*Id.*).

Noether (M.). Arthur Cayley. Leipzig, 1895; 8° (*Id.*).

Oudemans (J. A. C.). Die Triangulation von Java ausgeführt von Personal des geographischen Dienstes in Niederlandisch Ost-Indien; 4e Abth. Haag, 1895; 4° (*dal Governo Olandese*).

Philippi (R. A.). Plantas nuevas Chilenas. Santiago de Chile, 1893-95; 8° (*dall'A.*).

Pomba (C.). L'aspect physique de l'Italie, relief à surface convexe. Turin, 1895; 8° (*Id.*).

Riccò (A.). Il Sole. Discorso. Catania, 1895; 8° (*Id.*).

— Fotografie della grande nebulosa di Orione e della minore presso la Stella 42 Orionis. Roma, 1895; 8° (*Id.*).

— Eclisse di luna del 14-15 settembre 1894, osservato nel R. Osservatorio di Catania. Palermo, 1895; 4° (*Id.*).

Rosenbusch (H.). Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine. Bd. II. Stuttgart, 1895; 8° (*Id.*).

Schiötz (O. E.). Resultate der im Sommer 1894 in dem südlichsten Theile Norwegens ausgeführten Pendelbeobachtungen. Kristiania, 1895 (*Die norwegische Commission der Europäischen Gradmessung*).

Schiaparelli (G.). Sopra alcune nuove apparenze nel pianeta Venere. Milano, 1895; 8° (*dall'A.*).

Usiglio (G.). Sui Tumori della Tiroide e loro cura. Trieste, 1895; 8° (*Id.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. VI. Milano, 1895; f.°.

Whiteaves (J. F.). Palaeozoic fossils. Vol. III, part II; 8° (*dal Geological Survey of Canada*).

Zona (T.). Osservazioni sulla latitudine di Catania. Catania, 1895; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 1° Luglio al 24 Novembre 1895.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XV, n. 3. Leipzig, 1895; 8°.

* **Abhandlungen** der historischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XXI, 1 Abth. München, 1895; 4°.

* **Accessions-Katalog**. 9. Stockholm, 1895; 8° (*dall'Accad. R. delle Scienze*),

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Lief. 193-196. Leipzig, 1895; 8°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VI, Entr. 6ª; VII, Entr. 1ª-3ª. Montevideo, 1895; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. IX, liv. I-II. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. s., vol. V, fasc. 1. Perugia, 1895; 8°.

Annali di Statistica. — Statistica industriale. Fasc. LVII. Notizie sulle condizioni industriali della provincia di Siracusa. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Anno (L') Accademico 1894-95 nella R. Università di Padova — Relazione. Padova, 1895; 8° (*dalla R. Università*).

* **Annuaire** de la Société d'Archéologie de Bruxelles, 1895, tome sixième. Bruxelles, 1895; 8°.

Anuario Estadístico de la ciudad de Buenos-Aires. Año IV, 1894. Buenos-Aires, 1895; 8°.

* **Archivio** storico pugliese. Vol. I, fasc. 1, 2. Bari, 1894-95; 8°.

* **Ateneo Veneto.** — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Serie XIX, vol. I, fasc. 4-6. Venezia, 1895; 8°.

Atti e Rendiconti dell'Accademia di Scienze, Lettere e Arti dei Zelanti di Acireale. Nuova serie, vol. VI. Acireale, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti. Tomo XXVIII. Lucca, 1895; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia di Scienze morali e politiche. Reale Società di Napoli; vol. 27°, 1894-95. Napoli, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche; vol. I: Memorie. Roma, 1893; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Notizie degli scavi: aprile-agosto 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'Adunanza solenne del 9 giugno 1895; 4°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philolog.-hist. Classe), 1895, I-II. Leipzig, 1895; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series. Index of the Maásir-ul-Umara; vol. III, fasc. XI, XII; n. 850-859. Calcutta, 1895; 8°.

** **Bibliotheca** philologica classica. 1895. Zweites Quartal. Berlin; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVII, cuad. I-IV. Madrid, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; n. 228-237, 1895; 8° (*dalla Biblioteca Nazionale centrale di Firenze*).

Bollettino della Società Umbra di Storia Patria. Vol. I, fasc. III. Perugia, 1895; 8° (*dalla Società*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XIII, n. 3-7. Roma, 1895; 8° (*Ministero di Agric., Indus. e Comm.*).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XII aprile-giugno 1895. Roma, 1895; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1894, n. 13-22; 8°.

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IXe (1895), n. 5-8.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, n. 13, 14, 1895. Gap, 1895; 8°.

* **Bulletin** de l'Institut national Genevois. Travaux des cinq sections, t. XXXIII. Genève, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société de Géographie. 7me série, 1er-3e trimestre 1895. 1895; 8°.

Bulletin de l'Institut International de Statistique. Tom. VIII; IX, 1re livr. Rome, 1895; 8°.

Bulletin de la Société pour la conservation des monuments historiques d'Alsace. II sér., t. XVII. Strassburg, 1895; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno VIII, fasc. I-III. Roma, 1895; 8°.

* **Catalogo** metodico degli scritti contenuti nelle pubblicazioni periodiche italiane e straniere della Biblioteca della Camera dei Deputati. Par. I. Scritti biografici e critici, III Suppl. Roma, 1895; 8°.

* **Comercio** exterior y movimento de navegacion de la República Oriental del Uruguay y varios otros datos correspondientes al año 1894 comparado con 1893. Montevideo, 1895; 8° (*dal Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5me série. Tom. 2me, livr. 4me et 5me. Nouvelle-Orléans, 1895; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 11-12. Paris, 1895; 8°.

Contributions to North American Ethnology. Vol. IX. Dakota Grammar, Texts, and Ethnography by S. R. Riggs. Washington, 1893; 4° (*dal Department of the Interior; U. S. Geographical and Geological Survey*).

* **Cosmos.** Vol. XII, n. 2. Torino, 1895; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVII, fasc. III. Genova, 1895; 8°.

* **Historiae** patriae Monumenta. Serie II, t. XXI. Codex Diplomaticus Cremonae. Aug. Taurinorum, 1895; 8° (*dalla R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria*).

* **Indices** chronologici ad Antiquit. Ital. M. Æ. et ad opera minora Lud. Ant. Muratorii; fasc. VI. Aug. Taurinorum, 1895; 4° (*dalla R. Deputazione sovra gli Studi di Storia patria*).

Informe presentado al señor Secretario de Estado en el despacho de Fomento. San José, 1895; 8° (*dal Museo Nazionale di Costa Rica*).

Inventaire sommaire des Archives Départementales.

Ariège: Archives Civiles, t. I, sér. B.

Hautes-Alpes: t. 3me. Clergé séculier; Évêchés de Gap.

Pas de Calais: Archives Ecclésiastiques, sér. G, t. 1er.

Charente-Inférieure: Archives Communales; Ville de Saint-Jean d'Angély.

Nord: Archives Communales; Ville de Saint-Aimand.

Drôme: Archives Hospitalières; Ville de Verdun.

Meuse: „ „ Ville de Romans; 4° (*Dono del Governo francese*).

** **Inventarii** dei manoscritti delle Biblioteche d'Italia, vol. V, pp. 97-144. Forlì, 1895; 8°.

Istituto di Scienze sociali " Cesare Alfieri „ in Firenze. Anno XXI, 1895-96; 8°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XIV, n. 119-120. Baltimore, 1895; 4°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIV, Part I, History Literature, n. 1. Calcutta, 1895; 8°.

Languages an International Journal for Linguists, Philologers, Students, etc. July, October 1895. London; 4° (*dall'Editore*).

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie. 4e série, t. V. Chambéry, 1895; 8°.

* **Mémoires** de l'Acad. Roy. des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague. 6me sér., sect. des Lettres, t. VII, n. 10. Copenhague, 1894; 4°.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission Archéologique française au Caire. T. IV, 2ème fasc.; XVII, 1er fasc. Paris, 1895; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione Pubblica e di Belle Arti di Francia*).

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Classe di lettere e scienze storiche e morali. Vol. XX, XI della ser. III, fasc. 1°. Milano, 1895; 4°.

* **Memorie** dell'Accademia d'Agricoltura, Arti e Commercio di Verona. Serie III, vol. LXX, fasc. unico. Verona, 1893; 8°.

* **Memorie** dell'Accademia di Verona. Vol. LXXI, serie III, fasc. 1. 1895; 8°.

* **Miscellanea** di Storia italiana, terza serie, t. I e II. Torino, 1895; 8° (*dalla R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria*).

** **Mittheilungen** der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1894. XXXVII Bd.; 8°.

** **Monumenta** Germaniae historica. Auctorum antiquissimorum tomus XIII, pars II. Chronica minora saec. IV, V, VI, VII. Berolini, 1895; 4°.

Movimento della navigazione nei porti del Regno nell'anno 1894. Roma, 1895; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direz. gener. delle Gabelle*).

Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1894. Roma, 1895; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Philologisch-historische Klasse. 1895, n. 3. Göttingen; 8°.

* **Nederlandsch-Indisch** Plakaatboek, Deel XIII, 1800-1803. Batavia, 1895; 8°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXII, Afl. 4; XXXIII, 1. Batavia, 1895; 8°.

* **Opera** Academiae Scientiarum et Artium Slavorum Meridionalium. Ljetopis... Godina 1894; Djela... knjiga XIII, XIV; Monumenta Storico-Iuridica Slavorum Meridionalium, vol. V. Monumenta spectantia historiam Slav. Merid., vol. XXVI. Rad, knjiga CXVIII, CXIX, CXXI. Zagubu, 1894-95; 8°.

Peabody Institute, of the city of Baltimore. Twenty-Seventh Annual Report. June 1, 1895. Baltimore, 1895; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N^r 115. Gotha, 1895; 8°.

Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno 1893. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).

Prospectus of elective Studies. Michigan Mining School. Houghton Michigan, 1895; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1895, dal fol. 1-76; 8°.

Resoconto della Cassa di Risparmio di Torino per l'Esercizio 1894. Torino, 1895; 4°.

* **Revue** de l'histoire des religions. XVe année, t. XXX, n. 3; XVIe année, t. XXXI, n. 1, 2. Paris, 1894-95; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XII, quad. IV-X. Valle di Pompei, 1895; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, n. 5-8, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1895, Heft II. München, 1895; 8°.

Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione dal luglio al 30 settembre 1895. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1893. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVI, fasc. 2°-3°. Roma, 1895; 4° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-giuridiche*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XXXVIII, 4. Batavia, 1895; 8°.

Transactions of the American Philological Association, 1894. Vol. XXV. Boston, Mass.; 8°.

Valle di Pompei; An. V, n. 3-7. 1895; fol.

* **Verhandelingen** van Teyler godeleerd Genootschap. N. S. Vijftiende Deel. Haarlem, 1895; 8°.

* **Verhandelingen** van Teylers tweede Genootschap. Nieuwe Reeks. Vijfde Deel, 1e Stuck. Haarlem, 1895; 8° fol.

Verhandelingen uitgegeven door Teyler's Tweede Genootschap. N. R. Eerste Deel. Haarlem, 1873; 8°.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XLVIII, 2 Stuck. Batavia, 1894; 8°.

* **Vocabolario** degli Accademici della Crusca. 5a impressione. Vol. VIII, fasc. 2°. Firenze, 1895; 4°.

Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Winter-Semester 1895/96. Innsbruck, 1895; 4° (*dall'Università di Innsbruck*).

* *Dall'Università di Basilea:*

Bruckner (W.). Studien zur Geschichte der langobardischen Sprache. Strassburg, 1895; 8°.

Huber (A.). Geschichte Hüningens von 1679-1698. Basel, 1894; 8°.

Personal-Verzeichnis der Universität Basel für das Wintersemester 1894/5; 1895; 8°.

Verzeichnis der Vorlesungen an der Universität Basel im Winter-Semester u. Sommer-Semester 1895/96. Basel, 1895; 4°.

Weisengrün (P.). Die socialwissenschaftlichen Ideen Saint-Simon's. Basel, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Erlangen:*

Alken (C.). Kann der juristiche Besitzer einer unbeweglichen Sache den Inhaber aus dem Besitz vertreiben? Wiesbaden, 1895; 8°.

Ἀποστολόπουλος (Μ.). Μενάνδρος Προτέκτωρ. Ἐν Ἀθηναῖς, 1894.

Bechmann (A.). Die Haftung des Beneficialerben für die Schulden der Erbschaft nach römischem und gemeinen Recht. Nürnberg, 1895; 8°.

Bintz (H.). Das Vergehen gegen § 288 R.-Str. G.-B. (Vereitelung der Zwangsvollstreckung) dargestellt in Vergleichung mit den Vergehen gegen die §§ 289, 263, 137 R.-Str.-G.-B. Hamburg, 1895; 8°.

Bruck (W.). Die Verteilung des periculum bei partiellem Untergang einer Quantität, von der ein nach Maass, Zahl oder Gewicht bestimmter Teil verkauft, aber noch nicht ausgeschieden war. Berlin, 1895; 8°.

Christl (F.). Die rechtliche Natur der Dotationen der Bischöfe und Domkapitel nach bayerischem Recht. Regensburg, 1895; 8°.

Cohen (A.). Die Vorbereitung von strafbaren Handlungen nach den Strafgesetzen des deutschen Reichs. Köln, 1894; 8°.

Collard (E.). Die Staatsangehörigkeit der Ehefrau nach deutschem Staatsrecht. Erlangen, 1895; 8°.

Conze (E.). Bedarf es zum Erwerb des Vermächtnisses der Annahme? Bonn, 1895; 8°.

Δάνιηλ (Δ.). Ἰωάννου τοῦ Χρυσόστομου ἡ γενικὴ ἠθικὴ. Ἐν Βάρνῃ, 1894.

Eissenlöffel (L.). Franz Kolb ein Reformator Wertheims, Nürnbergs und Berns. Sein Leben und Wirken. Zell; 8°.

Fischer (P.). Die Religionsphilosophie des John Locke aus seinen sämmtlichen Werken im Zusammenhang dargestellt. Berlin, 1893; 8°.

Fritz (O.). Der Check nach dem Entwurfe des Bundesrates vom Jahre 1892. Erlangen, 1894; 8°.

Gutmann (A.). Interpretation des Art. 306 H. G. B. Erlangen, 1894; 8°.

Häfner (E.). Ueber die Sprache der lateinischen Hexametriker. I. Teil. München, 1895; 8°.

Heeren (A. v.). Die Durchstreichung des Accepts. München, 1895; 8°.

Hofmann (F.). Kritische Untersuchungen zu Lucian. Nürnberg, 1894; 8°.

Hofmann (H.). Die Erbfolge in das Vermögen für tot erklärter Personen. Passau, 1894; 8°.

Holz (F.). Zur Lehre von der Bigamie. Mannheim; 8°.

Jerschke (K.). Der Liquidator der offenen Handelsgesellschaft. Strassburg, 1895; 8°.

Iwanowitsch (G.). Opiniones Homeri et tragicorum graecorum de inferis per comparationem excussae. Berolini, 1894; 8°.

Krapf (Fr.). Die rechtliche Stellung der Notare nach bayerischem Staatsrecht. Lindau i. B., 1894; 8°.

Krieghoff (H.). Die Ministerverantwortlichkeit in Theorie und Praxis. Gotha; 8°.

Kühlewein (H.). Entstehung von Bundesstaat und Aktiengesellschaft in rechtlichen Vergleich. Nürnberg, 1894; 8°.

Langheinrich (C.). Allgemeine Gütergemeinschaft nach Bayreuther Recht. Bayreuth, 1894; 8°.

Leiden (R.). Voraussetzungen und Wirkung der Schuldhinterlegung. Leipzig, 1895; 8°.

Λεονάρδος (Β. Ι.). Κριτικὰ καὶ ἑρμηνευτικὰ εἰς τὸν Πλουτάρχου ἐρωτικόν. Ἀθήνησι, 1894.

Lewin (M.). Aramäische Sprichwörter und Volkssprüche. Berlin, 1895; 8°.

Lipstein (L.). Ueber das Pfandrecht an Forderungen, die in einen kaufmännischen Kontokorrent eingetragen sind. Königsberg in Pr., 1895; 8°.

Mathieu (C.). In welchen Fällen und in welcher Weise ist die Not civilrechtlich von Bedeutung? Saarlouis, 1894; 8°.

Mayer (A. F. A.). Die Professio religiosa im kanonischen, gemeinen und geltenden deutschen Reichsrechte. München, 1895; 8°.

Mayr (W.). Die Fälle der Naturalobligation und ihre rechtliche Natur nach neuestem gemeinen Recht. Regensburg, 1895; 8°.

Meents (E.). Die Majestätsbeleidigung in geschichtlicher und dogmatischer Beziehung. Berlin, 1894; 8°.

Meiners (H.). Ist die Zahlung einer Geldstrafe für den Verurteilten als Begünstigung strafbar? Erlangen, 1895; 8°.

Meyer (R.). Bedeutung und Charakter der Kompensationserklärung. Wiesbaden, 1895; 8°.

Müller (G.). Das Causalitätsproblem im Strafrecht. München, 1894; 8°.

Müller (O.). Wesen, Geschichte und pädagogischer Wert der erotematischen Lehrform. Berlin, 1895; 8°.

Nicklas (R.). Die Geltendmachung des Placet gegenüber der Kirche nach bayerischem Verfassungsrecht. Freiburg I. B., 1895; 8°.

Pedretti (C.). Zur Lehre von der Amortisation der Inhaberpapiere. Amberg, 1895; 8°.

Putsck (W.). Ueber die Zulässigkeit der einseitigen Abänderung gemeinschaftlicher Testamente. Leipzig, 1895; 8°.

Reach (J.). Die Sebirin der Massoreten von Tiberias. Breslau, 1895; 8°.

Schlesinger (M.). Vermögensschädigung bei Betrug. München, 1894; 8°.

Schneider (F.). Beitrag zur Lehre von der Prokura. Erlangen, 1895; 8°.

Schröder (L.). Die grosse Havarie. Berlin, 1894; 8°.

Schultze (H.). Die Gelegenheitsgesellschaft. Berlin, 1895; 8°.

Silberstein (H.). Die Stellung der Gesellschafter im Prozesse der offenen Handelsgesellschaft. Würzburg, 1894; 8°.

Sochaczewer (L.). Zur Lehre von der Transportfunction des Wechselindossaments. Berlin, 1894; 8°.

Speidel (R.). Der Heimatvorbehalt nach bayerischem Recht. Ansbach, 1895; 8°.

Stettner (E.). Das Recht des Aufenthalts und der Niederlassung. Erlangen, 1894; 8°.

Stoelzle (G.). Verfassungsänderung während der Regentschaft nach bayerischem Staatsrechte unter Berücksichtigung des in den übrigen deutschen Staaten geltenden Rechts. Freiburg I. B., 1894; 8°.

Strobl (Ch.). Das Etablissement. München, 1894.

Then (J. B.). Die Wechselfähigkeit der Minderjährigen. Würzburg, 1895; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der K. Bayerischen Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen nebst dem Verzeichnisse der Studierunden im Winter-Semester 1894-95; Sommer-Semester 1895; 8°.

Varnhagen (H.). Poëma italicum de Lautreco Marescallo et de Bello in Italia Superiori A. D. 1522 gesto. Erlangen, 1894; 8°.

Verzeichnis der Vorlesungen, welche an der K. Bayerischen Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen im Winter-Semester 1894/95; Sommer-Semester 1895; 8°.

Vogel (G.). Die Oekonomik des Xenophon. Erlangen, 1895; 8°.

Wartensleben (C. v.). Die Veräusserung der Hausgüter des Hohen Adels. Berlin, 1895; 8°.

Westermayer (H.). Die Brandenburgisch-Nürnbergische Kirchenvisitation 1528. Erlangen, 1894; 8°.

Wiesenthal (M.). Quaestiones de nominibus propriis quae graecis hominibus in proverbio fuerunt. Barmen, 1895; 8°.

Zahn (Th.). Der Stoiker Epiktet und sein Verhältnis zum Christentum. Erlangen, 1894; 4°.

Zängerle (O.). Die Rechtsverhältnisse der Standesherren in Bayern. Kempten, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Giessen:*

Eberhard (W.). Ludwig III. Kurfürst von der Pfalz und das Reich 1410-1427. I Teil: 1410-1414. Giessen, 1895; 8°.

Ferber (O.). Der philosophische Streit zwischen I. Kant und Johann Aug. Eberhard. Berlin, 1894; 8°.

Glaser (O.). De ratione quae intercedit inter Sermonem Polybii et eum, qui in titulis saeculi III, II, I apparet. Gissae, 1894; 8°.

Gugenheimer (R.). Die Scholien des Gregorius Abulfaragius Bar Hebraeus zum Buche Ezechiel nach vier Handschriften des Horreum mysteriorum mit Einleitung und Anmerkungen herausgegeben. Berlin, 1894; 8°.

Koehler (W.). Hessische Kirchenverfassung im Zeitalter der Reformation. Giessen, 1894; 8°.

Kranzbühler (E.). Die Aftermiete. Worms, 1894; 8°.

Krug (L.). Die Urheberbenennung (nominatio auctoris) eine historisch-dogmatische Studie. Berlin, 1894; 8°.

Lehr (J.). An welchen Sachen kann kein gemeiner Diebstahl begangen werden? Heppenheim a. d. B., 1894; 8°.

Lohr (E. E.). Die Vorgeschichte zur Schleswig-holsteinischen Frage bis zum Jahre 1810. Leipzig, 1894; 8°.

Personal-Bestand der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1894-95; Sommerhalbjahr 1895; 8°.

Preuschen (E.). Die Bedeutung von שׁוּב שְׁבוּת im Alten Testamente. Eine Alte Controverse. Giessen, 1894; 8°.

Programm Sr. könig. Hoheit dem Grossherzoge von Hessen und bei Rhein Ernst Ludwig zum 25 August 1894 gewidmet von Rector und Senat des Landesuniversität. Giessen, 1894; 4°.

Rosenmann (M.). Studien zum Buche Tobit. Berlin, 1894; 8°.

Sommerlad (F.). Darstellung und Kritik der ästhetischen Grundanschauungen Schopenhauers. Offenbach a. M., 1895; 8°.

Valckenberg (J.). Die Denuntiation bei der Cession der Forderungsrechte. Mainz, 1895; 8°.

Vorlesungsverzeichniss der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1895; Winterhalbjahr 1895-96; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Anzeige der Vorlesungen welche im Sommer und Winter Halbjahr 1895; 1895/96 auf der Grossh. Badischen Ruprecht-Karls Universität zu Heidelberg. 1895; 8°.

Barlovac (C. R.). Das serbische Parlament (Skupschtina). Heidelberg, 1895; 8°.

Braun (E.). Ein Trierer Sacramentar vom Ende des X. Jahrhunderts. Trier, 1895; 8°.

Corwin (R. N.). Entwicklung und Vergleichung der Erziehungslehren von John Locke und Jean-Jacques Rousseau. Heidelberg, 1894; 8°.

Coste (E.). Die Weissagungen des Propheten Jeremias wider die fremden Völker. Eine kritische Studie über das Verhältnis des griechischen Textes der LXX zum masorethischen Texte. Leipzig, 1895; 4°.

Eckart (R. Graf **Du Moulin**). Bayern unter dem Ministerium Montgelas. Nördlingen; 8°.

Helm (K.). Zur Rhythmik der kurzen Reimpaare des XVI. Jahrhunderts. Karlsruhe, 1895; 8°.

Hopfen (O. H.). Kaiser Maximilian II. und der Kompromiskatholizismus. München, 1895; 8°.

Hübsch (G.). Das Hochstift Bamberg und seine Politik unmittelbar vor dem ersten Einfalle der Schweden 1631. Bayreuth, 1894; 8°.

Jones (R.). The Growth of the Idylls of the King. Philadelphia, 1895; 8°.

Joseph (D.). Die Paläste des homerischen Epos mit Rücksicht auf die Ausgrabungen Heinrich Schliemanns. Berlin, 1894; 8°.

Kaull (A. v.). Die preussische Rentengutsgesetzgebung und das Heimstättenrecht. Heidelberg, 1895; 8°.

Malter (H.). Die Abhandlung des Abu Hâmîd Al-Ǧazzâli. Antworten auf Fragen, die an ihn gerichtet wurden. Berlin, 1894; 8°.

Milczewsky (P.). Ueber die Entstehung und das Alter des Pactus und der Lex Alamannorum und das Verhältnis beider zu einander. Stuttgart, 1894; 8°.

Ohlenburg (S.). Die biblischen Asyle im talmudischem Gewande. München, 1895; 8°.

Poznański (S.). Mose B. Samuel Hakkohen Ibn Chiquitilla nebst den erhaltenen Fragmenten seiner Schriften. Berlin, 1895; 8°.

Rohde (E.). Die Religion der Griechen. Heidelberg, 1895; 4°.

Rosenberg (G. J.). Zur Arbeiterschutzgesetzgebung in Russland. Leipzig, 1895; 8°.

Schaefer (K.). Die aelteste Bauperiode des Muensters zu Freiburg im Breisgau. Freiburg I. B' gau, 1894; 8°.

Toews (P.). Ueber das Verbum in Göthe's Tasso. Heidelberg, 1894; 8°.

Treumann (R.). Die Monarchomachen. Leipzig, 1895; 8°.

Tuckerman (F.). Upon the royal prerogative in England especially since the accession of the House of Brunswick. Heidelberg, 1894; 8°.

Windscheid (K.). Die englische Hirtendichtung von 1579-1625. Halle a. S., 1895; 8°.

Yoshida (Tetsutaro). Entwickelung des Seidenhandels und der Seidenindustrie vom Alterthum bis zum Ausgang des Mittelalters. Heidelberg, 1894; 8°.

Zimmermann (E. R.). Die Geschichte des lateinischen Suffixes -arius in den romanischen Sprachen. Darmstadt, 1895; 8°.

* *Dall'Università di Strasburgo:*

Abegg (D.). Zur Entwicklung der historischen Dichtung bei den Angelsachsen. Strassburg, 1894; 8°.

Anrich (G.). Grosskirche und Gnosticismus in ihrem Zusammenhang mit dem Mysterienwesen in den 3 ersten Jahrhunderten. Göttingen, 1894; 8°.

Becker (J.). Die Landvögte des Elsass und ihre Wirksamkeit von Heinrich VII, 1308 bis zur Verpfändung der Reichslandsvogtei an die Kurfürsten der Rheinpflalz 1408. Strassburg, 1894; 8°.

Boer (T. de). Die Ewigkeit der Welt bei Algazzali und Ibn Rošd. Strassburg, 1894; 8°.

Cahn (J.). Münz- und Geldgeschichte der Stadt Strassburg im Mittelalter. Strassburg, 1895; 8°.

Candrea (G.). Der Begriff des Erhabenen bei Burke und Kant. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Dreyfus (J.). Adam und Eva nach Auffassung des Midrasch mit erläuternden Anmerkungen und Nachweisungen. Strassburg, 1894; 8°.

Ehrhardt (E.). Das ethische Problem im Schosse des Judenthums zur Zeit Jesu. Freiburg i. B. und Leipzig, 1894; 8°.

Godau (W.). Die englischen Gutsbauern oder Sokemannen und Villanen. Berlin, 1894; 8°.

Gottschalk (J.). Die Geschaftsbedingungen der wichtigsten deutschen Produktenbörsen. Aachen, 1894; 8°.

Haendcke (E.). Die mundartlichen Elemente in den elsässischen Urkunden des Strassburger Urkundenbuches 1261-1332. Strassburg, 1894; 8°.

Helfferich (K.). Der deutsche Münzverein von 1857 bis 1871. Strassburg, 1894; 8°.

Hoelper (F.). Die englische Schriftsprache in Tottel's " Miscellany „ (1557) und in Tottel's Ausgabe von Brooke's " Romeus and Juliet „ (1562). Strassburg i. E., 1894; 8°.

Hoffmann (W.). Der Einfluss des Reims auf die Sprache Wolframs von Eschenbach. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Jordan (S. A.). Rabbi Jochanan bar Nappacha Lebensbild eine talmudischen Weisen des dritten Jahrhunderts nach den Quellen dargestellt. Budapest, 1895; 8°.

Jöris (M.). Untersuchungen über die Werken van Zuster Hadewijch. Strassburg, 1894; 8°.

Köster (H.). Huchown's Pistel of swete Susan. Strassburg, 1895; 8°.

Kriele (M.). Die Elbschiffahrt vor der ersten Conferenz zu Dresden 1819-1821. Strassburg, 1894; 8°.

Lenel (W.). Studien zur Geschichte Paduas und Veronas im dreizehnten Jahrhundert. Strassburg, 1893; 8°.

Leumann (J.). Etymologisches Wörterbuch der Sanskrit-Sprache. I Theil: Einleitung und Vocale. Strassburg, 1893; 8°.

Lewinski (L.). Die brandenburgische Kanzlei und das Urkundenwesen während der Regierung der beiden ersten Hohenzollerschen Markgrafen 1411-1470. Strassburg, 1893; 8°.

Ludwig (Th.). Die Konstanzer Geschichtschreibung bis zum 18. Jahrhundert. Strassburg, 1894; 8°.

Marckwald (E.). Beiträge zu Servatus Lupus Abt von Ferrières. Strassburg, 1894; 8°.

Meyer (B.). Sepher Sechel Tob Grammatik der hebräischen Sprache nach der Karlsruher Handschrift zum ersten Male herausgegeben und mit Einleitung & Anmerkungen versehen. Krakau, 1894; 8°.

Meyer-Altona (E.). Die Sculpturen des Strassburger Münsters bis 1789. Strassburg, 1894; 8°.

Nowack (W.). Die Entstehung der israelitischen Religion. Strassburg, 1895; 8°.

Polaczek (E.). Der Uebergangsstil im Elsass ein Beitrag zur Baugeschichte des Mittelalters. Strassburg, 1894; 8°.

Rosenthaler (S.). Gesetz und Gewohnheit. Strassburg i. E., 1893; 8°.

Schorbach (K.). Entstehung, Ueberlieferung und Quellen des deutschen Volksbuches Lucidarius. Strassburg, 1894; 8°.

Schreiber (J.). Die Vaganten-Strophe der mittellateinischen Dichtung und das Verhältnis derselben zu mittelhochdeutschen Strophenformen, ein Beitrag zur Carmina-Burana-Frage. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Schulthess (F.). Probe eine syrischen Version der Vita St. Antonii. Leipzig, 1894; 8°.

Schutiakoff (P.). Die Bauern-Gesetzgebung unter Friedrich dem Grossen. Darmstadt, 1895; 8°.

Sonnefeld (G.). Stilistisches und Wortschatz im Beówulf, ein Beitrag zur Kritik des Epos. Würzburg, 1892; 8°.

Spiecker (W.). Beiträge zur Lehre von der Beleidigung. Strassburg, 1895; 8°.

Stettiner (R.). Die illustrierten Prudentiushandschriften. Berlin, 1895; 8°.

Stiftungsfest (Das) der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg am 1. Mai 1894; 8°.

Swaine (A.). Die Arbeits- und Wirtschaftsverhältnisse der Einzelsticker in der Nordostschweiz und Vorarlberg. Strassburg, 1895; 8°.

Varrentrapp (C.). Der Grosse Kurfürst und die Universitäten. Strassburg, 1894; 8°.

Voigt (G.). Bischof Bertram von Metz. 1180-1212. Metz, 1893; 8°.

Wannenmacher (F. X.). Die Griseldissage auf der iberischen Halbinsel. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Weinmann (K.). Bischof Georg von Baden und der Metzer Kapitelstreit. Metz, 1894; 8°.

Weithase (H.). Die internationalen Postbeziehungen bis zum Zusammentritt des berner Postkongresses. Strassburg, 1894; 8°.

Woell (W.). Ueber die regula Catoniana. Strassburg i. E., 1894; 8°.

Allievo (G.). Francesco Bacone alla corte d'Inghilterra. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Bellino (A.). Inscripções e Lettreiros da Cidade de Braga e algumas freguezias ruraes. Porto, 1895; 8° (*Id.*).

Chevalier (U.). Repertorium Hymnologicum. Catalogue des chants, hymnes, proses, séquences, tropes en usage dans l'Église Latine. 3me fasc. L-Q (N. 9936-16091). Louvain, 1894; 8° (*Id.*).

— Espagne-Tipo-Bibliographic. Montéllard, 1895; 8° (*Id.*).

Cosentino (G.). Le nozze del re Federico III con la principessa Antonia del Balzo. Palermo, 1895; 8° (*Id.*).

** **Croiset** (A.). Histoire de la littérature grecque, t. IV. Paris, 1895; 8°.

Dionisotti (C.). Il Comune di Desana e la famiglia patrizia dei Tizzoni. Torino, 1895; 8° (*dall'A.*).

Foerster (W.). Fédéric Diez et la philologie des langues romanes. Discours. Montpellier, 1894; 8° (*Id.*).

Franchi (E.). Per la rivendicazione di un diritto naturale. Torino, 1895; 16° (*Id.*).

** **Hodgkin** (T.). Italy and her Invaders. Vol. I, II, V, VI. Oxford, 1892-95; 8°.

** **Lindsay** (W. M.). The language an historical account of latin sounds, stems, and flexions. Oxford, 1894; 8°.

** **Massaja** (G.). I miei trentacinque anni di missione nell'Alta Etiopia. Vol. 12°. Roma, Milano, 1895; 4°.

Nadaillac (de). Foi et science. Paris, 1895; 8° (*dall'A.*).

Ponti (L.). Di una Federazione fra le Società Cooperative di consumo italiane. Roma, 1895; 8° (*Id.*).

** **Revillout** (E.). Lettres sur les monnaies égyptiennes. Paris, 1895; 8°.

Rolla (P.). Toponimia calabrese con una appendice lessicale. Casale, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Fauna popolare sarda. Miscellanea di Dialettologia e Toponimia italiana. Casale, 1895; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 188-190. Venezia, 1895; 4°.

Sforza (G.). Tre episodi del Risorgimento italiano. Ricordi. Firenze, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Notizie de' letterati di Massa di Lunigiana del conte Jacopo Giuseppe Luciani carrarese. Modena, 1895; 8° (*Id.*).

Tempio (Il) crematorio di Torino. Torino, 1895; 8°.

Trivero (C.). La Storia nell'educazione. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

** **Vivaldi** (V.). Le controversie intorno alla nostra lingua dal 1500 ai nostri giorni. Catanzaro, 1894-95; 8°.

Weber (A.). Vedische Beiträge. Berlin, 1895; 8° (*dall'A.*).

Zaccaria (A.). Uomini politici di Romagna. Bologna, 1895; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July--12 Sept. 1896

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente, D'Ovidio, Direttore di Classe, Bizzozero, Ferraris, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio D'Ovidio fa omaggio all'Accademia di una Commemorazione stampata scritta da lui medesimo del compianto Socio nazionale Giuseppe Battaglini.

Il Socio Segretario segnala fra le pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia: " *La Rivista di Topografia e Catasto* ", diretta dal Socio Jadanza, Vol. VIII, fasc. I-IV, e gli " *Atti della Società Piemontese d'Igiene* ", fasc. I.

Vengono poscia accolti per essere inserti negli *Atti* i seguenti scritti:

" *Trasformazioni lineari dei vettori di un piano* ", nota del Socio Peano;

" *Diaspri permiani a radiolarie di Montenotte* ", nota del Prof. Parona e del Dott. Rovereto, presentata dal Socio Spezia;

" *Sette lettere inedite di Lagrange* ", nota del Prof. Antonio Favaro, presentata dal Socio Naccari;

" *Sulle variazioni di densità di un liquido presso alla superficie* ", nota del Dott. V. Monti, presentata dal Socio Naccari.

Dietro relazione favorevole delle apposite commissioni vengono accolti nei volumi delle *Memorie* gli scritti seguenti:

" *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine* ", memoria del Prof. Icilio Guareschi;

" *Sull'equazione di 5° grado* ", memoria del Prof. F. Giudice.

LETTURE

Trasformazioni lineari dei vettori di un piano;

Nota del Socio GIUSEPPE PEANO.

Le trasformazioni lineari dei vettori compaiono in più rami della matematica; sono studiate in geometria proiettiva come omografie dei punti all'infinito, ma dal solo punto di vista del loro prodotto. In geometria infinitesimale rappresentano le deformazioni delle figure infinitesime; in fisica matematica determinano le forze prodotte da queste deformazioni, ecc.

Nella presente nota si espongono alcune formule sulle trasformazioni dei vettori contenuti in un piano fisso. Dapprima sono rapidamente richiamate alcune definizioni, onde ben fissare la nomenclatura di cui ci serviremo, essendo essa ancora un po' varia nei diversi autori. Per uno sviluppo più ampio di queste definizioni rimando al cap. IX del mio libro *Calcolo geometrico*. Il lettore può pure utilmente consultare lo scritto del sig. CARVALLO, *Sur les systèmes linéaires, le calcul des symboles différentiels et leur application à la physique mathématique* (Monatshefte für Mathematik und Physik, 1891, pag. 1, 225, 311).

Queste formule presentano analogia con quelle dei quaternioni, da cui differiscono per qualche segno.

§ 1. — *Sistemi lineari e loro trasformazioni.*

Un sistema di enti dicesi *lineare,* se gli enti di esso si possono sommare, e moltiplicare per numeri reali, e se la somma e questa moltiplicazione conservano le ordinarie proprietà. Quindi se $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sono enti del sistema, e $m_1, \ldots, m_n$ sono numeri reali, anche $m_1 a_1 + m_2 a_2 + \ldots + m_n a_n$ rappresenta un ente del sistema.

Gli enti $a_1 a_2 \ldots a_n$ diconsi (linearmente) *indipendenti,* se fra essi non passa alcuna equazione lineare. Il sistema dicesi ad n

dimensioni, se sonvi n enti indipendenti, e non ve ne sono $n+1$. Se il sistema è ad n dimensioni, e $a_1 a_2 \dots a_n$ sono n enti indipendenti, ogni ente del sistema si può ridurre alla forma $m_1 a_1 + \dots + m_n a_n$, ove $m_1 m_2 \dots m_n$ sono numeri reali.

Una corrispondenza fra gli enti di due sistemi lineari dicesi una *trasformazione lineare,* od operazione distributiva, se, essendo αx l'ente corrispondente all'ente x del sistema dato, si ha $\alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$, qualunque siano gli enti x e y del sistema dato; e $\alpha(mx) = m\alpha x$, qualunque si sia il numero reale m.

§ 2. — *Vettori.*

Useremo la lettera V invece della frase " vettore contenuto in un piano dato ". Essendo a, b due V, è definita la loro somma, che è pure un vettore, ed essa ha la proprietà commutativa e associativa:

1. $$a, b \in \mathrm{V} \,.\, \supset \,.\, a + b \in \mathrm{V} \,.\, a + b = b + a.$$

2. $$a, b, c \in \mathrm{V} \,.\, \supset \,.\, a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c.$$

Essendo a un V, ed un m numero reale (q), ma rappresenta pure un vettore:

3. $$a \in \mathrm{V} \,.\, m \in \mathrm{q} \,.\, \supset \,.\, ma \in \mathrm{V}.$$

4. $$a, b \in \mathrm{V} \,.\, m, n \in \mathrm{q} \,.\, \supset \,.\, m(a+b) = ma + mb \,.\, (m+n)\,a = ma + na \,.\, m(na) = (mn)\,a = mna.$$

Fisseremo ad arbitrio un vettore i, la cui lunghezza assumeremo come unità di misura; e chiameremo j un vettore eguale in lunghezza ad i, e normale ad i; l'angolo retto (i, j) si dirà positivo. Allora ogni vettore u del piano si può ridurre alla forma $xi + yj$, e ciò in un sol modo. Ne risulta che V è un sistema lineare a due dimensioni.

Qualche volta useremo il prodotto esterno dei due vettori a e b, indicato con ab. Potremo in questa nota intendere con ab il numero che misura l'area del parallelogrammo costrutto sui

due vettori a e b, essendo l'unità di misura in grandezza e in verso il quadrato ij. Si ha quindi:

5. $$a, b \in \mathrm{V} \,.\supset.\, ab \in \mathrm{q}.$$

6. $$a, b, c \in \mathrm{V} \,.\supset.\, ab = -ba \,.\, (a+b)\,c = ac + bc.$$

7. $$a, b, c \in \mathrm{V} \,.\supset.\, (bc)\,a + (ca)\,b + (ab)\,c = 0.$$

8. $$x, y, x', y' \in \mathrm{q} \,.\supset.\, (xi + yj)\,(x'i + y'j) = xy' - x'y.$$

La condizione di parallelismo dei due vettori a e b è $ab = 0$.

§ 3. — *Sostituzioni.*

Una trasformazione lineare dei V in V dicesi una *sostituzione*. Useremo la lettera S invece della parola sostituzione. Le S sono quindi definite dalle seguenti proprietà:

1. $$\alpha \in \mathrm{S} \,.\, a \in \mathrm{V} \,.\supset.\, \alpha a \in \mathrm{V}.$$

2. $$\alpha \in \mathrm{S} \,.\, a, b \in \mathrm{V} \,.\supset.\, \alpha(a+b) = \alpha a + \alpha b.$$

3. $$\alpha \in \mathrm{S} \,.\, a \in \mathrm{V} \,.\, m \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \alpha m a = m \alpha a.$$

Ne risulta che:

4. $$\alpha \in \mathrm{S} \,.\, \alpha i = i' \,.\, \alpha j = j' \,.\, x, y \in \mathrm{q} \,.\supset.\, \alpha(xi + yj) = xi' + yj'.$$

Quindi per conoscere la sostituzione α, basta conoscere i vettori i' e j' corrispondenti ad i e ad j. Indicheremo con $\binom{i'\,j'}{i\,j}$ la sostituzione che ad i e ad j fa corrispondere i' e j'. Invece di dare i vettori i' e j', possiamo darne le coordinate $i' = pi + qj$, $j' = p'i + q'j$; indicheremo con $[p, q;\, p', q']$ la sostituzione $\binom{pi + qj,\; p'i + q'j}{i\,,\; j}$. I numeri p, q, p', q' diconsi i coefficienti della sostituzione.

§ 4. — *Operazioni sulle sostituzioni.*

Se $\alpha, \beta \in S \,.\, a \in V$, si scrive $(\alpha + \beta)a$ invece di $\alpha a + \beta a$. L'operazione $\alpha + \beta$ è pure una sostituzione:

1. $$\alpha, \beta \in S \,.\supset.\, \alpha + \beta \in S.$$

2. $$i', j', i'', j'' \in V \,.\supset.\, \binom{i'}{i}, \binom{j'}{j} + \binom{i''}{i}, \binom{j''}{j} = \binom{i' + i''}{i}, \binom{j' + j''}{j}.$$

3. $$p, q, p', q', p_1, q_1, p'_1, q'_1 \in q \,.\supset.\, [p, q; p', q'] + [p_1, q_1; p'_1, q'_1] = \\ = [p + p_1,\ q + q_1;\ p' + p'_1,\ q' + q'_1].$$

Nelle stesse ipotesi $\beta\alpha a$ sta per indicare $\beta(\alpha a)$; l'operazione $\beta\alpha$ è pure una sostituzione:

4. $$\alpha, \beta \in S \,.\supset.\, \beta\alpha \in S.$$

5. $$i', j', i'', j'' \in V \,.\supset.\, \binom{i''}{i}, \binom{j''}{j} \binom{i'}{i}, \binom{j'}{j} = \binom{i''}{i}, \binom{j''}{j}.$$

La moltiplicazione delle sostituzioni ha la proprietà associativa, e la distributiva rispetto all'addizione; ma non è in generale commutativa. Quindi, p. e., si avrà ancora:

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \alpha\beta + \beta\alpha + \beta^2,$$

ma il secondo e terzo termine non si possono più ridurre fra loro.

La moltiplicazione d'un vettore per un numero reale m è una sostituzione:

$$m = \binom{mi}{i}, \binom{mj}{j} = [m, 0;\ 0, m].$$

Quindi, se $\alpha, \beta, \ldots$ sono sostituzioni, $m, n, \ldots$ sono numeri reali, $m\alpha + n\beta + \ldots$ rappresenta pure una sostituzione. Essendo p, q, p', q' delle q, si ha:

$$[p, q;\ p', q'] = p \binom{i}{i}\binom{0}{j} + q \binom{j}{i}\binom{0}{j} + p' \binom{0}{i}\binom{i}{j} + q' \binom{0}{i}\binom{j}{j}.$$

Ne risulta che le S formano un sistema lineare a quattro dimensioni.

Senza difficoltà si definiscono le altre operazioni sulle S; ci limiteremo alla definizione dell'esponenziale:

6. $$\alpha \in S \,.\, \supset \,.\, e^{\alpha} = 1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^3}{3!} + \ldots\ldots$$

La dimostrazione della convergenza di questa serie, qualunque si sia la sostituzione α (anche in sistemi lineari a più dimensioni), trovasi, p. e., nel mio articolo *Intégration par séries des équations différentielles linéaires* (" Mathematische Ann. ", XXIII, p. 450).

§ 5. — *Forma canonica delle* S.

Essendo u un vettore, con ιu intenderemo ciò che diventa u, dopo aver rotato dell'angolo retto positivo. Sicchè:

1. $$\iota i = j \,.\, \iota j = -i \,.\, \iota = \begin{pmatrix} j & -i \\ i & j \end{pmatrix} \,.\, \iota^2 = -1.$$

Quindi la sostituzione ι ha la proprietà caratteristica dell'unità immaginaria. Se $x, y \in q$, allora $x + \iota y$ rappresenta una sostituzione; e questa interpretazione degli immaginarii, alquanto diversa da quella comune di Gauss, è affatto elementare, e si può introdurre nell'insegnamento, utilizzando così in ricerche di geometria, la teoria algebrica dei numeri immaginarii.

Essendo u un vettore, con κu intenderemo il *simmetrico* (o *coniugato*) di u rispetto al vettore i. Quindi:

2. $$\kappa i = i \,.\, \kappa j = -j \,.\, \kappa = \begin{pmatrix} i & -j \\ i & j \end{pmatrix} \,.\, \kappa^2 = 1.$$

Mediante le due sostituzioni ι e κ si possono esprimere tutte le sostituzioni; e precisamente ogni sostituzione α si può ridurre alla forma:

$$\alpha = m + x\iota + y\kappa + z\iota\kappa,$$

ove m, x, y, z sono numeri determinati. Questa forma cui si possono ridurre le S si dirà loro *forma canonica*. Si ha:

$$3. \qquad [p, q; p', q'] = \frac{1}{2}(p + q') + \frac{1}{2}(q - p')\iota + \frac{1}{2}(p - q')\kappa + \frac{1}{2}(q + p')\iota\kappa.$$

$$4. \qquad m + x\iota + y\kappa + z\iota\kappa = [m + y,\ x + z;\ z - x,\ m - y].$$

Data una seconda sostituzione:

$$\alpha' = m' + x'\iota + y'\kappa + z'\iota\kappa,$$

ove m', x', y', z' sono q, si avrà:

$$5. \qquad \alpha + \alpha' = (m + m') + (x + x')\iota + (y + y')\kappa + (z + z')\iota\kappa.$$

Per moltiplicare due sostituzioni date sotto forma canonica, basta osservare le regole:

$$\iota^2 = -1,\ \kappa^2 = 1,\ \kappa\iota = -\iota\kappa,$$

donde

$$\iota\kappa\iota = -\kappa,\ \kappa\iota\kappa = -\iota,\ \iota\kappa\iota\kappa = 1.$$

Quindi:

$$6. \qquad \alpha'\alpha = (mm' - xx' + yy' + zz') + (m'x + x'm - y'z + z'y)\iota + (m'y + y'm - x'z + z'x)\kappa + (m'z + mz' + x'y - y'x)\iota\kappa.$$

Come caso particolare:

$$7. \qquad \alpha^2 = m^2 - x^2 + y^2 + z^2 + 2mx\iota + 2my\kappa + 2mz\iota\kappa.$$

Si deduce l'identità:

$$8. \qquad \alpha^2 - 2m\alpha + (m^2 + x^2 - y^2 - z^2) = 0,$$

che permette di esprimere il quadrato di α, e quindi le sue successive potenze, mediante α.

Sono ancora a notarsi le formule:

9. $$\frac{1}{2}(\alpha\iota + \iota\alpha) = (m + x\iota)\iota$$

10. $$\frac{1}{2}(\alpha\iota - \iota\alpha) = (y + z\iota)\kappa\iota$$

11. $$\frac{1}{2}(\alpha\alpha' - \alpha'\alpha) = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ -\iota & \kappa & \iota\kappa \end{vmatrix}$$

§ 6. — *Invariante e determinante d'una sostituzione.*

Sia α una S. Presi ad arbitrio due vettori i e j, il rapporto dell'area $(\alpha i)\ (\alpha j)$ all'area ij è indipendente dalla scelta dei vettori i e j. A questo rapporto daremo il nome di determinante di α, e lo indicheremo con det α. Si ha:

1. $$\alpha \epsilon S\ .\ i, j \epsilon V\ .\ \supset .\ (\alpha i)\ (\alpha j) = ij \det \alpha.$$

2. $$\det [p, q;\ p', q'] = pq' - p'q.$$

3. $$\det (m + x\iota + y\kappa + z\iota\kappa) = m^2 + x^2 - y^2 - z^2.$$

4. $$\det (\alpha\alpha') = \det \alpha \times \det \alpha'.$$

Mettendo α ed α' sotto forma canonica, e applicando le formule 3 e 4 si ottiene l'identità:

$$(m^2 + x^2 - y^2 - z^2)\ (m'^2 + x'^2 - y'^2 - z'^2) =$$
$$= (mm' - xx' + yy' + zz')^2 + (m'x + x'm - y'z + z'y)^2 -$$
$$- (m'y + y'm - x'z + z'x)^2 - (m'z + mz' + x'y - y'x)^2$$

analoga a quella di Eulero, e che si può anche dedurre da quella di Lagrange. Un numero m rappresenta una sostituzione particolare, e si ha:

5. $$m \epsilon \mathrm{q} \,.\, \supset .\, \det m = m^2.$$

6. $$\det \iota = 1, \ \det \kappa = -1.$$

Se α è una S, e t un numero, $\alpha + t$ è una S, ed il suo determinante si può sviluppare sotto la forma $\det(\alpha + t) = \mathrm{A} + 2\mathrm{B}t + t^2$, ove A e B sono dei numeri. A vale evidentemente $\det \alpha$; il coefficiente B di $2t$ lo diremo l'invariante di α, e lo indicheremo con $\operatorname{inv} \alpha$. Si ha pertanto:

7. $$\alpha \epsilon \mathrm{S} \,.\, t \epsilon \mathrm{q} \,.\, \supset .\, \det(\alpha + t) = \det \alpha + 2t \operatorname{inv} \alpha + t^2.$$

L'invariante, espresso mediante i coefficienti della sostituzione, vale:

8. $$\operatorname{inv}[p, q;\, p', q'] = \frac{1}{2}(p + q').$$

Se la sostituzione è data sotto forma canonica, si ha:

9. $$\operatorname{inv}(m + x\iota + y\kappa + z\iota\kappa) = m.$$

Se la sostituzione è data mediante le coppie i, j, i', j', di vettori corrispondenti, si ha:

10. $$\operatorname{inv}\begin{pmatrix} i', j' \\ i\ , j \end{pmatrix} = \frac{ij' + i'j}{2ij}.$$

11. $$\operatorname{inv}(\alpha + \alpha') = \operatorname{inv} \alpha + \operatorname{inv} \alpha'.$$

12. $$\alpha \epsilon \mathrm{S} \,.\, m \epsilon \mathrm{q} \,.\, \supset .\, \operatorname{inv}(m\alpha) = m \operatorname{inv} \alpha.$$

13. $$\alpha, \alpha' \epsilon \mathrm{S} \,.\, \supset .\, \operatorname{inv}(\alpha\alpha') = \operatorname{inv}(\alpha'\alpha).$$

14. $$\alpha \epsilon \mathrm{S} \,.\, \supset .\, \det e^{\alpha} = e^{2 \operatorname{inv} \alpha}.$$

15. $$\alpha \epsilon \mathrm{S} \,.\, \supset .\, \alpha = \operatorname{inv} \alpha - \iota \operatorname{inv}(\iota\alpha) + \kappa \operatorname{inv}(\kappa\alpha) + \iota\kappa \operatorname{inv}(\iota\kappa\alpha).$$

La formula (8) del § 5, tenendo conto delle (3) e (9), si può leggere:

16. $$\alpha^2 - 2(\operatorname{inv} \alpha)\, \alpha + \det \alpha = 0.$$

§ 7. — *Sostituzioni particolari.*

Fra le sostituzioni alcune meritano menzione speciale.

1. *Involuzione.* — Si chiamano involuzioni le sostituzioni il cui invariante è nullo. Ogni involuzione è della forma $x\iota + y\kappa + z\iota\kappa$. La somma di due involuzioni è un'involuzione. Le involuzioni formano quindi un sistema lineare a tre dimensioni. Ogni sostituzione è la somma d'un numero reale m, suo invariante, e d'una involuzione.

2. *Rotazione.* — Essendo u un V e t una q, $e^{\iota t}u$ rappresenta il vettore che si ottiene facendo rotare u dell'angolo t. Quindi $e^{\iota t} = \cos t + \iota \operatorname{sen} t$ rappresenta la rotazione dell'angolo t. Il prodotto di due rotazioni è una rotazione.

3. *Una similitudine diretta* è rappresentata dal prodotto di un numero r per una rotazione $e^{\iota t}$, quindi è della forma $re^{\iota t}$; essa si può pure ridurre alla forma $m + x\iota$. Esse corrispondono ai numeri complessi dell'algebra; formano quindi un sistema lineare a due dimensioni.

4. *Simmetria.* — Il vettore simmetrico di u rispetto al vettore fisso i fu indicato con κu; quindi κ rappresenta una simmetria rispetto al vettore i. Per avere il simmetrico di u rispetto ad un asse che faccia con i l'angolo t, basta far rotare u dell'angolo $-t$, e si ha $e^{-\iota t}u$, poi se ne fa il simmetrico rispetto ad i, e si ha $\kappa e^{-\iota t}u$, e infine lo si fa rotare di nuovo dell'angolo t, e si ha $e^{\iota t}\kappa e^{-\iota t}u$. Dunque la simmetria rispetto all'asse che fa l'angolo t con ι è rappresentata da $e^{\iota t}\kappa e^{-\iota t} = e^{2\iota t}\kappa = \kappa e^{-2\iota t}$. Dunque ogni simmetria è il prodotto d'una rotazione per la simmetria particolare κ.

5. *Similitudine inversa.* — Essa è il prodotto d'una simmetria per un numero r; quindi ha la forma $re^{\iota t}\kappa$; si può pure rappresentare con $y\kappa + z\iota\kappa$. Ogni sostituzione $m + x\iota + y\kappa + z\iota\kappa$ è la somma di una similitudine diretta $m + x\iota$ e d'una inversa $y\kappa + z\iota\kappa$.

6. *Dilatazione.* — Chiamasi dilatazione ogni sostituzione riduttibile alla forma $\begin{pmatrix} au & bu \\ u & \iota u \end{pmatrix}$, ove u è un vettore e a e b sono

numeri reali. Esso fa corrispondere ai due vettori ortogonali u e ιu altri due vettori aventi le stesse direzioni di essi. Questa dilatazione si può trasformare in $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2}\begin{pmatrix} u & -\iota u \\ u & \iota u \end{pmatrix}$, in cui il primo termine è un numero ed il secondo è una similitudine inversa. Perciò ogni dilatazione è riduttibile alla forma:

$$m + y\kappa + z\iota\kappa, \text{ ovvero } m + re^{2\iota t}\kappa.$$

Se α è una involuzione, $\iota\alpha$ è una dilatazione, e se α è una dilatazione, $\iota\alpha$ è una involuzione. Dire che α è una dilatazione equivale a dire che $\operatorname{inv}(\iota\alpha) = 0$.

7. Ogni sostituzione è il prodotto d'una rotazione per una dilatazione. Infatti, ridotta la sostituzione alla forma $re^{\iota t} + r'e^{\iota t'}\kappa$ essa si può pure scrivere:

$$e^{\iota t}(r + r'e^{\iota(t'-t)}\kappa),$$

ovvero

$$(r + r'e^{\iota(t+t')}\kappa)\, e^{\iota t},$$

e quindi è decomposta nel prodotto d'una rotazione per una dilatazione, ovvero d'una dilatazione e d'una rotazione.

8. Sono ancora a notarsi le sostituzioni il cui determinante è nullo.

Si hanno le formule: $r,\ r',\ t,\ t' \in \mathrm{q} \,.\, \supset .$

$$\det e^{\iota t} = 1,\ \operatorname{inv} e^{\iota t} = \cos t,\ \operatorname{inv} e^{\iota t}\iota = -\operatorname{sen} t,$$

$$\det re^{\iota t} = r^2,\ \operatorname{inv} re^{\iota t} = r\cos t$$

$$\det r'e^{\iota t'}\kappa = -r'^2,\ \operatorname{inv} r'e^{\iota t'}\kappa = 0.$$

$$\det(re^{\iota t} + r'e^{\iota t'}\kappa) = r^2 - r'^2.$$

Diaspri permiani a radiolarie di Montenotte (Liguria Occidentale);

Nota di C. F. PARONA e di G. ROVERETO.

Nel mezzo del massiccio arcaico ligure, lungo la storica valle di Montenotte, trovasi una zona di roccie diasprigne collegata a quarziti, ad anageniti, a scisti sericitici di aspetto permiano. Per avere trovato radiolarie nei diaspri, e perchè il giacimento collegasi ad altri non meno notevoli delle Alpi, abbiamo atteso alla compilazione di questa nota.

Bibliografia. — La valle di Montenotte è parecchie volte ricordata dagli autori, che hanno trattato di geologia ligure. Ricordiamo precipuamente che il Taramelli (1) ha osservato, percorrendo la strada fra le due frazioni di Montenotte, scisti talcosi di colore vinato e alternati con eufotide a minuti elementi. L'Issel (2) cita eufotide fra Montenotte inferiore e superiore, a M. S. Giorgio, a M. Greppino, a M. Negino. Al Passo del Bonomo ancora l'Issel ricorda vene di calcedonio.

Nella carta geologica del d'Halloy (3) è segnato nei dintorni di Montenotte il terreno *emilisiano* (paleozoico); in quella del Pareto (4) il verrucano. Il Sismonda (5) nota invece nella sua carta, a cominciare dal M. S. Giorgio, *scisti del giura-metamorfico,* e distingue in modo assai esatto il massiccio gneissico. Nelle carte più recenti, l'Issel, il Mazzuoli e lo Zaccagna (6) hanno

(1) Taramelli T., *Osservazioni geologiche fatte nel raccogliere alcuni campioni di serpentini* (Boll. Soc. Geol. Ital., pag. 123, 1882).

(2) Issel A., *Liguria geologica*, ecc., vol. I, pag. 428. Genova, 1872.

(3) D'Omalius d'Halloy, *Carte Géognostique de la France et des quelques contrées voisines.* Paris, 1839.

(4) Pareto L., *Carta geologica della Liguria Marittima.* Genova, 1846.

(5) Sismonda A., *Carta geologica di Savoia, Piemonte e Liguria.* Torino, 1862.

(6) Mazzuoli L., Issel A., Zaccagna D., *Carta geologica delle Riviere Liguri e delle Alpi Marittime.* Genova, 1887.

riferito tutta la formazione arcaica al trias; il Taramelli (1) al permiano; nuovamente l'Issel con lo Squinabol (2), pubblicando maggiori dettagli di rilievo, l'hanno lasciata incerta in quanto all'età. In ultimo uno di noi (3), in una carta pubblicata dopo la scoperta dei diaspri, fra estese zone di arcaico e di miocene, ha segnato un piccolo lembo di permiano.

Serie dei terreni dai gneiss ai diaspri. — Per la strada che dal Santuario di Savona sale a Cà di Ferrè, scende a Montenotte e segue il rio omonimo sino presso Pontinvrea, dove il rivo si immette nell'Erro, si attraversa quasi normalmente la serie arcaica, col passaggio dalla parte inferiore, rappresentata da gneiss con intercalazioni di anfiboliti e di micascisti, alla superiore, costituita da scisti lucidi, da calcescisti, da eufotide, da serpentina, con una notevole massa di granito, prossima a levante e intrusa fra le due serie.

Fra tutte queste roccie sono a darsi alcuni ragguagli di quelle, che si collegano alla formazione diasprigna.

Sui gneiss scistosi, quando non sia interposto il granito, che, oltre essere in grande massa, presenta affioramenti di apofisi filoniane di contorno, riposano degli scisti sericitici o lucidi di cui alcuni di colore violaceo già notati dal Chabrol (4).

In questi scisti cominciansi a trovare, al disopra di Palazzo Doria, ammassi di eufotide, facilmente riconoscibili perchè bene caratterizzati e a grossi elementi. Quivi, collegate alle eufotidi, sono anfiboliti con elemento bianco albitico-quarzoso, attinoto, calcite, magnetite, con l'aggregazione delle anfiboliti della serie superiore; ossia con i cristalli bacillari che tendono a definirsi nettamente, e la pasta bianca che non presenta orientamento molto evidente.

Salendo ancora, si presenta un calcare cristallino bigio-

---

(1) Taramelli T. e G. Marcalli, *Il terremoto ligure del 23 febbr. 1887* (Ann. Uff. Centr. di Met. e Geodin., VIII, 1880).

(2) Issel A., Squinabol S., *Carta geologica della Liguria e dei territori confinanti.* Genova, 1890.

(3) Rovereto G., *Rilievo geologico del Massiccio arcaico ligure* (Boll. Soc. Geol. Ital., tav. V, 1895).

(4) Chabrol de Volvic, *Statistique des provinces de Savone*, ecc., vol. I, pag. 33, 1824.

ceruleo, con lettini di scisti argillosi, in banchi regolari, a fratture normali e angolari, che dividono la roccia in parallelepipedi.

Dopo il calcare si ripetono gli scisti argillosi e lenti di eufotide, sino prima di giungere a C. Naso di Gatto. Sopra di questa riposa sugli scisti, con trasgressione non bene evidente, l'isola di calcare dolomitico triassico di M. Pra.

Oltre Naso di Gatto, nei dintorni di Cà di Ferrè e di C. Le Meuje, i conglomerati miocenici tongriani coprono la serie arcaica. Dove terminano, presso C. Sorie, si ritrovano gli scisti fissili, continuantisi con nulla di notevole sino a Cravone, di poco a mezzogiorno di Montenotte superiore. Qui di nuovo la cotica miocenica impedisce osservazioni sullo svolgimento seriale dell'arcaico, sino che al rivo prima della C. delle Isole, scendente dalla quota m. 814 della carta topografica militare, compare una grossa zona di eufotide e poi, alla C. delle Isole, la formazione diasprigna, con i seguenti rapporti in dettaglio:

Zona diasprigna di C. delle Isole. — La roccia diasprigna, sita immediatamente a settentrione della cascina citata, è costituita da letti diasproidi, alternanti con letti ftanitici e quarzosi; si estende orizzontalmente per oltre 150 m., sino a che viene ricoperta dal miocene.

Nello sporgere come amigdala di roccia dura dalla cotica terrosa è rivestita dietro la C. delle Isole da una fascia di marmo bianco; succedono, apparentemente sottostanti, quarziti e anageniti (1), quindi, potente a 100 m., un calcare cristallino ceruleo, con scisti sericitici plumbei, identico a quello ricordato sopra a S. Bartolomeo. Gli scisti sericitici plumbei sono eguali a quelli, che si osservano alla Piazza d'Armi di Savona e alla Madonna del Monte di Zinola, alla base del verrucano e direttamente posanti sui gneiss.

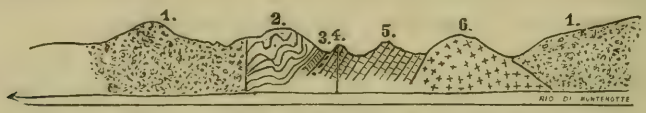
La direzione di questo calcare è la E.-O., ossia è quella della serie arcaica, come pure della serie arcaica è la sua immersione a N. con la forte inclinazione di 60°.

---

(1) L'Hauy disse *anagenite* una roccia conglomeratica a base di frammenti feldispatici; per noi, come per gli altri geologi italiani, il vocabolo ha però un significato affatto diverso, perchè si riferisce al livello conglomeratico, in gran parte quarzoso, che sta tra i calcari del trias medio e la serie del verrucano.

Dove i calcari terminano succede, con rapporti non bene visibili, un ammasso di eufotide, potente oltre 250 m. Non in posto, ma con ogni probabilità collegati a queste roccie diasprigne, sonvi delle anfiboliti (*prasiniti*) in grandi massi, a lettini bianchi di quarzo granoso e di albite, con clorite e epidoto. In massi sparsi trovasi pure altra roccia verde a chiazze nere, che risulta al microscopio uno scisto glaucofanitico di contatto dell'eufotide.

Il motivo tettonico di questo complesso è una pila di strati, con l'inclinazione ricordata, che posa sull'eufotide e sorregge la roccia diasprigna. Questa non asseconda intieramente l'inclinazione di 60°; ma tende a ripiegarsi, quasi fosse compresa in un sinclinale piuttosto ampio; sinclinale del quale mancherebbe una gamba, perchè coperta dal miocene (vedi fig.).



1. Conglomerato miocenico; 2. Roccia diasprigna; 3. Quarzite; 4. Anagenite; 5. Calcare ceruleo con scisti plumbei; 6. Eufotide.

Proseguendo verso Montenotte inferiore, dovunque il miocene è squarciato, appare l'eufotide; sicchè questa roccia anche da questo altro lato è presumibilmente a contatto della zona diasprigna.

Zona diasprigna di Montenotte inferiore. — Lungo la salita da Montenotte inferiore alla C. Crocetta e Bric del Bonomo, esiste un altro giacimento di roccie ftanitico-diasprigne, di cui ha già fatto cenno uno di noi, ritenendolo in rapporto con l'eruzione granitica. Si osservano, senza poterne stabilire i collegamenti, ammassi di anfibolite e di eufotide, come quelli descritti; poi, e precisamente in una piccola trincea della strada, due sottili banchi di anfibolite, che è costituita in grande parte da attinoto, il resto è alterato atmosfericamente. Fra essi è interposto uno strato di ftanite frammentaria, che è più tenera e meno silicifera delle roccie diasproidi osservate a C. delle Isole.

Un vero diaspro si trova invece più in alto; ma la sua massa è isolata completamente dalla cotica terrosa e dal miocene. Le roccie più vicine sono: calcescisti e anfiboliti, decisamente

arcaiche, del Rio Balbi; eufotide, granito e scisti di aspetto dubbio delle falde di Cima la Biscia.

Petrografia dei diaspri. — Alla C. delle Isole la roccia, più che un diaspro, nei lettini che hanno tale l'aspetto, è una quarzite a quarzo interamente rifatto in microcristalli fittamente associati, senza radiolarie e con rara sostanza pigmentare ferruginosa. Nella salita alla C. Crocetta si hanno invece dei veri diaspri, con quarzo di origine organica e con minerali accessori e strutture piuttosto interessanti.

Nella struttura normale sul fondo ematitico di colore da rosso-vinato a rosso-bruno spiccano, salvate in gran parte dalla invasione pigmentare, le radiolarie, irregolarmente sparse, qua e là più copiose, quasi raccolte in nidi; quelle a loro volta colorate risaltano sempre sul fondo per offrire una maggiore opacità.

Nei campioni con la struttura laminata i vacuoli sempre rotondeggianti delle radiolarie restano allungati ellitticamente tutti in un senso, e passano col loro guscio siliceo a *quarzo rigenerato* di aspetto fresco, microcristallino, alcuna volta quasi *calcedonioso,* e che dalle radiolarie, quasi in mesostasi, si parte ad attraversare, in minute vene reticolate, tutto il campo di sezione; gli elementi coloranti rimangono addensati tra le radiolarie.

Abbiamo potuto anche osservare la struttura zonata, in cui secondo i livelli si ha maggiore o minore pigmentazione, e zone di quarzo rigenerato con *sfeno* in granuli allungati.

In complesso però, a paragone dei diaspri di altre località, questi si sono mostrati poveri di minerali. Oltre lo sfeno non si sono potuti riscontrare che *magnetite, oligisto* e *clorite.* Notevoli alcune sbavature collegate alla magnetite, di un azzurro intenso a luce naturale, senza pleocroismo, estinte alla polarizzazione, che rappresentano una particolare alterazione della magnetite è con ogni probabilità *vivianite* amorfa; se si trattasse di una roccia vulcanica il minerale sarebbe di certo stato determinato per hauyna. L'oligisto in lamelle cristalline fu riscontrato in un solo caso in aureola attorno ad una radiolaria; la clorite, questa pure rara, fu osservata in aureole o nell'interno dei fossili, che ne guadagnarono per la loro conservazione.

Tra le altre osservazioni generali ricorderemo, che la porosità della silice dei fossili favorisce l'inquinazione delle aureole sino, come in altri casi, alla completa sostituzione molecolare (1). La rigenerazione quarzosa, che avviene per cause ancora ignote, si agglutina attorno alle radiolarie dando loro, come quando il quarzo diventa calcedonioso, un aspetto straordinario di robustezza, finora diversamente spiegato. In fine, comunque fissino le radiolarie la silice, è certo che la grande quantità di silice endogena favorisce lo sviluppo degli organismi silicei.

Studio paleontologico. — Le radiolarie sono nella massima parte indeterminabili per incertezza nei contorni e per insufficienza di caratteri ornamentali; però numerose sezioni ci occorsero per raccogliere le forme riprodotte nella unita tavola, le quali pure in gran numero non sono conservate quanto sarebbe necessario per procedere con sicurezza alla determinazione generica e specifica. Probabilmente fu per questo stato di imperfetta conservazione, che di rado ci fu possibile di intravedere, ma in nessun caso di distinguere con sicurezza, qualche rappresentante di buon numero di famiglie (*Cubosphaerida, Callosphaerida, Cyphinida, Panartida, Phacodiscida, Coccodiscida, Spongodiscida, Pylonida, Lithelida, Phorticida, Coronida, Tympanida, Phaenocalpida, Tripocyrtida, Podocyrtida*) sebbene già note, anche con ricchezza di forme, allo stato fossile ed i cui generi, in gran parte se non tutti, sono caratterizzati dalla particolare scoltura anzichè dal contorno. Per lo stesso motivo, solo per eccezione abbiamo creduto di poter riferire con certezza le forme riscontrate a specie già note: nella maggior parte dei casi abbiamo dovuto limitarci a confronti ed avvicinamenti.

I generi riconosciuti sono 38, dei quali soltanto 3 non furono prima d'ora riconosciuti in terreni più antichi del Giura. Le forme riferibili a questi generi sono 57: di esse 20 all'incirca si prestano a confronti più o meno vicini con specie triasiche

(1) Il Rüst (*Palaeontographica*, vol. 38, pag. 123) e il Cayeux (*Bull. Soc. Géol. de France*, 1894, pag. 215) hanno segnalato scheletri di radiolarie cambiati in prodotti carboniosi; così l'Hinde (*Ann. and Magaz. Natur. Hist.*, 1890, pag. 40) in particelle ferruginose e in calcite. La conversione in opale e in calcedonio è nota per il Cayeux (l. cit.) e per il Traverso (*Boll. Soc. Geol. Ital.*, 1893, pag. 38).

o paleozoiche, 10 con specie del Giura e della Creta, 9 si possono ritenere nuove e le altre sono genericamente o specificamente di dubbia determinazione. I confronti più numerosi si hanno con radiolarie carbonifere e triasiche. Ora, pur tenendo calcolo delle difficoltà di una rigorosa determinazione per radiolarie fossili studiate in sezioni sottili di roccie silicee e della scarsa importanza che, per riguardo alla stratigrafia, hanno le numerose forme, che ricompaiono in tutti i depositi a radiolarie dai più antichi ai più recenti, è tuttavia significante il fatto dei rapporti, che riscontriamo fra la nostra fauna a radiolarie e quelle triasiche e carbonifere. La mancanza di rapporto con quella del permiano si spiega agevolmente colla circostanza che, secondo le monografie del dott. Rüst, finora si conoscono solo 2 specie permiane.

È interessante anche il confronto colle faune a radiolarie del Monte Cruzeau, fatto in base ai risultati dello studio pubblicato da uno di noi e più ancora in base a ricerche sopra saggi più compatti di diaspri raccolti più tardi sul posto. Ne risulta una spiccata comunanza di forme a conferma del parallelismo, che noi siamo indotti ad ammettere fra le due formazioni diasproidi di Montenotte e di Cesana. Questa comunanza è ancora più evidente se il confronto si stabilisce colla fauna dei diaspri di Baldissero e di altre località del Canavese, perchè quivi trovansi facilmente delle varietà di diaspri, nei quali i rizopodi si presentano meglio conservati. Degno di nota è pure il carattere di affinità che, per parecchie forme, la nostra fauna offre con quella a radiolarie (coralli, brachiopodi e trilobiti) del *culm* nel Devonshire e regioni attigue, recentemente illustrata dal dott. Hinde (1).

Ciò premesso, ecco l'elenco delle forme riscontrate (2).

---

(1) G. J. Hinde a. Howard Fox, *On a Well-Marked Horizon of Radiol. Rocks in the Lower Culm Measures of Devon, Cornwall, and West Somerset* (Quart. Journ. of the Geol. Society, nov. 1895).

(2) Ci siamo limitati all'ingrandimento di 100 d., quando un ingrandimento maggiore riusciva inutile e, cioè, nel maggior numero dei casi; nei cenni descrittivi sono avvertiti i casi di ingrandimenti superiori ai 100. Le figure, ottenute colla camera lucida, sono ridotte nella tavola a poco più della metà della grandezza originaria. — Le opere consultate, non ci-

Sphaerozoum, fig. 1, spicole molto comuni. — Sphaerozoum (?) (× 305), fig. 2.

Cenosphaera gregaria Rüst, forma comune, che si ripete dal *paleozoico* alla *creta* (Rüst, 1885, 1888, 1892. Parona, 1890, 1892). — C. pachyderma Rüst, comune come la precedente (Rüst, 1885, 1892. Parona, 1890, 1892), la fig. 3 rappresenta un esemplare di grandi dimensioni — diam. 0.200, spess. del guscio 0.030. — C. f. n., fig. 4, affine alla precedente ma piccolissima — diam. 0.065. — C. minuta Pant., fig. 5, forma finora conosciuta soltanto nella *creta* e nell'*eocene* (Pantanelli (*Ethmosphaera*), 1880, Rüst, 1888) — diam. 0.090.

Carposphaera cfr. jejuna Rüst (1892, pag. 136, Taf. VII, fig. 1), fig. 6 (× 305); differisce dalla specie carbonifera solo per le minori dimensioni — diam. 0.122, diam. della sfera interna 0.025.

Rhodosphaera (?), fig. 7 — diam. 0.146, sfera int. 0.048, spess. del guscio 0.010; presenta affinità colla specie triasica e carbonifera *R. idonea* Rüst (1892, pag. 137, Taf. VII, fig. 9).

Caryosphaera (?), fig. 8 — diam. 0.160, spess. del ciclo esterno 0.015; è affine alla *C. groddeckii* Rüst (1892, pag. 139, T. IX, fig. 1) del *devoniano*.

Xiphostylus (?), fig. 9 — diam. 0.160 (?), lungh. della spina 0.304.

Staurosphaera, fig. 10 — diam. 0.075; è affine alla *S. quadrangularis* Rüst (1892, pag. 143, Taf. X, fig. 5) del *siluriano*, ma più piccola. — S. f. n., fig. 11, diam. 0.224.

Staurostylus f. n., fig. 12 — diam. 0.134, diam. dei fori 0.016; affine allo *S. tenuispinus* Rüst (1892, pag. 143, Taf. XI, fig. 2) del *carbonifero*. — S. cribrum n. f., fig. 13 (× 220), diam. del corpo e della spina 0.120.

Staurolonchidium (?) sp., fig. 14 — diam. 0.154, 0.117, spess. del guscio 0.012.

---

tate nei lavori sulle radiolarie fossili già pubblicati da uno di noi (C. F. Parona, *Rad. nei nod. selc. d. calc. giur. di Cittiglio*, Boll. Soc. geol. ital., IX, 1890; *Scist. silic. di Cesana*, 1892) sono: Rothpletz, *Radiolarien, Diatomaceen und Sphärosomatiten im Silurischen Kieselschiefer von Langenstriegis in Sachsen*, Zeischr. d. Deut. geol. Gesellsch., 1880. — T. Wisniowski, *Beitrag zur Kenntn. d. Mikrofauna aus den oberjurass. Feuersteinknollen der Umgeg. von Krakau*, Jahrb. d. k. k. geol. Reichs., 1888. — G. J. Hinde, *Notes an Radiol. from the Lower Palaeozoic Rochs (Llandeilo-Caradoc) of the South of Scotland*, Ann. and Mag. of Nat. Hist., 1890. — J. Perner, *O radiolariích z českého útvaru křídového*, Zitzungsb. d. Königl. böhm. Gesell. d. Wiss. 1891. — Rüst, *Beitr. z. Kennt. d. foss. Radiol. a. Gest. d. Trias und d. palaeozoisch. Schichten*, Palaeontograph., Bd. 38, 1892. — Rüst, *Contributions to Canadian micropalaeontology*, Geol. a. Nat.-Hist. Survey of Canada, 1892. — G J. Hinde, *Note on a Radiolarian Rock from Fanny Bay, Port Darwin, Australia*, Quart. Journ. Geol. Soc. 1893. — Hinde, *Note on the Radiol. in the Mullion Island Chert*, ibid., 1893. — L. Cayeux, *Première note sur les Radiolaires précambriens*, Bull. d. l. Soc. géol. d. France, XXII, 1894.

Dorydictyum f. n., fig. 15 — diam. della sfera 0.134, lunghezza dell'appendice 0.160; differisce, per la maggior robustezza della spina, del *D. simplex*, tipo del nuovo genere di Hinde (1890, pag. 54, Pl. III, fig. 7).

Cenellipsis cfr. jaspidea Rüst, fig. 16 — diam. 0.197-0,134, spess. del guscio 0.015; differisce dalla forma tipica (Rüst, 1885, pag. 16, Taf. 27, fig. 5. Parona, 1892, fig. 7) perchè più piccola. Le figg. 17, 18 probabilmente rappresentano altre sezioni, della stessa forma, diversamente dirette. — C. armata n. f., figg. 19, 20, diam. dell'esemplare più grande 0.287-0.224, spess. del guscio 0.018. — C. f. n., fig. 21, diam. minore 0.224, spessore del guscio 0.030; per i caratteri del margine ricorda talune *C.* sp. figurate da Hinde (1893, *Mullion Island*, Pl. 4, fig. 4, 5, 6). — C. cfr. reticulosa Rüst, fig. 22, largh. 0.197, lungh. 0.340 (?); differisce dal tipo (Rüst., 1892, pag. 152, Taf. 16, fig. 2) del carbonifero per le maggiori dimensioni.

Ellipsostylus cfr. obliquus Rüst, fig. 23 — diam. 0.144-0.074, lungh. delle spine 0.090, largh. 0.030; differisce per le minori dimensioni e per minore sviluppo della spina dal tipo triasico (Rüst, 1892, pag. 153, Taf. XVI, fig. 11).

Lithapium (?) f. ind., fig. 24 — diam. mass., compresa l'appendice, 0.290, diam. min. 0.106, figg. 25 e 26, diam. del corpo 0.100 (?).

Lithatractus f. ind., figg. 27 e 28; la forma 27 è assai vicina al *L. perforatus* Rüst (1892, pag. 158, Taf. 18, fig. 8) del *Trias*.

Stylatractus praecursor n. f., fig. 29 (× 305) — diam. 0.134-0.096 fig. 30 (× 305) — diam. 0.106, 0.080. Le altre specie di questo genere, finora note, non sono più antiche della *creta*.

Spongurus fusiformis n. f., fig. 31 — diam. 0.275-0.134.

Zonodiscus f. ind., fig. 32 — diam. 0.195, spess. del guscio 0.015; affine allo *Z. macrozona* Rüst (1892, pag. 162, Taf. 19, fig. 12) del *carbonifero*.

Theodiscus f. ind., fig. 33 — diam. 0.150; affine al *Th. convexus* Rüst (1892, pag. 163, Taf. 20, fig. 3) del *carbonifero*. — Th. (vel *Triactiscus*) cinctus n. f., fig. 34, diam. 0.155, spess. del guscio 0.018, lungh. della spina 0.134. — Th. (?) f. ind., fig. 35 (× 305).

Porodiscus f. ind., fig. 36 (× 305) — diam. 0.096; forma intermedia fra il *P. laxus* Rüst (1888, pag. 198, Taf. 24, fig. 9) della *creta* ed il *P. Paronae* Rüst (1892, pag. 167, Taf. 23, fig. 2) del *trias*, ma assai più piccolo di ambedue. — P. f. ind., fig. 37, diam. 0.190-0,160. — Porodiscus f. ind., fig. 38, diam. 0.122; ha caratteri di affinità col *P. glauconitarum* Perner (1891, pag. 269, Tab. X, fig. 11) della *creta* e col *P. clathratus* Hinde (1895, pag. 640, Pl. 27, fig. 12) del *culm*.

Xiphodictya f. ind., fig. 39 — diam. del corpo 0.213-0.120, lungh. della spina 0.180; ha qualche affinità colla *X. acuta* Rüst del *giura* (1885, pag. 25, Taf. 6, fig. 11). Questo genere finora non si conosceva per piani più antichi del *giura*.

Stylodictya aranea n. f., fig. 40 (× 220) — diam. 0.290-0.160.

Rhopholastrum: i rappresentanti di questo genere sono abbastanza

comuni, ma sempre male conservati ed incompleti; essi si possono riferire alle forme già riconosciute nei diaspri di Cesana (Parona, 1892) ed anche a quelle riscontrate da Hinde (1895, pag. 641, Pl. 27) nel *culm*.

Hagiastrum avum n. f., fig. 41, lungh. massima delle braccia 0.224, diam. delle capocchie 0.109; appartiene al tipo del *H. egregium* Rüst (1885, pag. 29, Taf. 9, fig. 5) del *giura*, ma se ne distingue per dimensioni diverse delle varie parti e per la minor grandezza. — H. f. ind., fig. 42. — Questo genere finora non fu riscontrato in terreni più antichi dei giuresi, sono del resto comuni i suoi rappresentanti anche nei diaspri di Cesana.

Stauralastrum cfr. aculeatum Rüst, fig. 43, lungh. del braccio 0.275, sua largh. 0.042; differisce dal tipo triasico (Rüst, 1892, pag. 171, Taf. 24, fig. 7) per la minor grandezza.

Zygocircus simplicissimus Rüst (1892, pag. 176, Taf. X, fig. 7), fig. 44, diam. 0.090, spess. medio del cerchio 0.012.

Cannobotrys strumosa n. f., fig. 45 — diam. 0 144-0.190; è affine, ma assai più piccola, alla *C.* (*Lithobotrys*) *uva* Rüst (1885, pag. 31, Taf. X, fig. 2) del *giura*. Questo genere per la prima volta viene citato per terreni più antichi del *giura*.

Tripilidium f. ind., fig. 46, diam. mass. 0.096. — Tripodiscium (?) f. ind., fig. 47, diam. mass. 0.122.

Archicapsa f. ind., fig. 48 — diam. 0.160-0.117; affine, ma assai più piccola, alla *A. rotundata* Rüst (1885, pag. 34, Taf. XI, fig. 2) del *giura*.

Sethocapse micropora n. f., fig. 49 — diam. 0.294-0.180. — S. (?) f. ind., fig. 50, diam. 0.290, 0.186. — S. (?) f. ind., fig. 51, diam. 0.197-0.186.

Cryptocapsa (?) f. ind., fig. 52 — diam. 0.074-0.053.

Cecrypt ium (?) f. ind., fig. 53 — diam. 0.144-0.134.

Theosyringium Hindei n. f., fig. 54 — diam. 0.661-0.290, affine al *Th. precox* Rüst (1892, pag. 184, Taf. 28, fig. 1) del *trias*, ne differisce specialmente perchè assai più stretto. — Th. f. ind., fig. 55, diam. 0.350-0.138; per la forma somiglia al *Th. proboscideum* Rüst (1885, pag. 39, Taf. 12, fig. 12) del *giura*, ma ne è più piccolo. — Th. f. ind., fig. 56 — diam. 0.290-0.144; ripete la forma del *Th. Amaliae* Pantan. (Rüst, 1885, pag. 39, Taf. 12, fig. 13) comune nel *giura*, nella *creta* e nell'*eocene*, ma le dimensioni sue sono assai minori.

Tricolocapsa phiala n. f., figg. 57, 58 — diam. 0.290-0.140. — Tr. areolata, n. f., fig. 59 (× 220) — diam. 0.149-0.085; nei caratteri della forma e del margine è affine alla *Tr. abdominalis* Rüst (1892, pag. 186, Taf. 28, fig. 4) del *trias*. — Tr. f. ind., fig. 60 — diam. 0.076-0.053. — Tr. cfr. obesa Rüst, fig. 61 — diam. trasv. 0.144, spess. del guscio 0.030; Rüst riscontrò questo tipo nel *devoniano*, nel *titonico* e nel *neocomiano* (1885, pag. 310 (*Theocapsa*), Taf. 37, fig. 17 — 1892, pag. 185, Taf. 28, fig. 2). — Tr. f. ind., fig. 62 — diam. 0.094-0.042.

Dictyomitra: traccie indeterminabili.

Lithocampe f. ind., fig. 63 — diam. 0.238-0.144; forma affine alla

L. exaltata Rüst (1885, pag. 45, Taf. VI, fig. 1) del *giura*. — Lith. f. ind., fig. 64 — diam. 0.144, 0.050. — Lith. cf. orenburgensis Rüst (1892, pag. 188, Taf. 29, fig. 5), fig. 65 — diam. 0.240-0.070, fig. 66, diam. 0.195-0.088; il tipo è *devoniano*.

Stichocapsa f. ind., fig. 67 (× 305) — diam. 0.134 (?)-0.090; affine, ma assai più piccola, alla *St. citriformis* Rüst del *trias* (1892, pag. 191, Taf. 30, fig. 8). — St. f. ind., fig. 68 — diam. 0.088-0.050.

Considerazioni. — È il caso di esporre alcuni dubbi che sorgono dallo studio complessivo della regione. Innanzi tutto ci siamo chiesti parecchie volte se i diaspri non avessero rapporto coll'eruzione granitica (1); il granito è superficialmente distante poco più di 1350 m., poichè presso Cima la Biscia vi ha l'affioramento di una apofisi filoniana. Ma se non mancano gli indizi, mancano le prove, e non ci arrischiamo ad una conclusione, da uno di noi forse prematuramente già data (2), che, fissando l'età di eruzione del granito, sarebbe di non poco interesse. Per chi volesse continuare lo studio della regione aggiungeremo, che fanno corona al granito, certo per un qualche movente tettonico, numerose isole di calcare dolomitico (3), e che alcune vengono quasi a suo contatto. È interposto fra questi, come alla C. Giberto, uno scisto violaceo rossastro, visto anche dal Franchi (4), da ritenersi del verrucano, e molto somigliante a quello osservato a Palazzo Doria. Alla Madonna degli Angeli presso Savona si osserva, in mezzo al verrucano, una roccia molto alterata, che ha aspetto di granito.

(1) Se ciò fosse, si avrebbe un nuovo esempio della resistenza dei gusci delle radiolarie a cause di metamorfismo molto pronunciate. Di certo però non mancano le eccezioni. I diaspri a radiolarie dell'orizzonte di Arenig in Scozia, studiati da Peach, e che sono, secondo Horne, prodotto di metamorfismo del granito, non presentano fossili riconoscibili se non a due miglia dalla roccia eruttiva. (Cfr. Dolfus in *Ann. Géolog. Univ.*, pag. 931, 1892).

(2) Rovereto G., *Arcaico e Paleozoico nel Savonese* (Boll. Soc. Geol. Ital., pag. 55, 1895).

(3) Il Chabrol accenna probabilmente a questo trias quando ricorda che ad est del Santuario, a M. Tremo (?) e a M. Cutre (?) esistono lembi di calcare compatto (l. cit., vol. I, pag. 35).

(4) Franchi S., *Formazione gneissica e roccie granitiche del massiccio cristallino ligure* (Boll. R. Comit. Geol., pag. 43, 1893).

Altra roccia eruttiva, collegata ai diaspri ovunque ne sono giacimenti, è la eufotide; una eufotide di aspetto eocenico, e di deciso comportamento eruttivo, come d'altra parte lo sono le rimanenti della serie arcaica. Solo differenzierebbe *per essere intrusa negli scisti e nei calcari di aspetto permo-triassico e non nelle serpentine, per includere frammenti di eufotide laminata, per alcuni sviluppi epigenici verso il contatto* (*contorno glaucofanitico ai cristalli di diallagio, conversione in epidoto della labradorite e riproduzione ortosica*) (1).

Le anfiboliti che vi si collegano è ben vero che hanno caratteri arcaici; ma si notino gli stretti rapporti osservati fra queste e i diaspri alla salita da Montenotte inferiore alla C. Crocetta.

Gli scisti, che con i calcari formano come lo sfondo della regione, furono da uno di noi già posti nel trias inferiore, ultimamente poi lasciati nell'arcaico; perchè aventi la direzione e l'immersione della serie arcaica, come d'altra parte l'hanno i diaspri; perchè nelle Alpi è già stata segnalata fra le due serie arcaiche una zona di calcari e di scisti di aspetto più recente.

Però alcuni stacchi tettonici dall' arcaico esisterebbero. A Bossarino i calcari e gli scisti di aspetto recente sono, con ogni probabilità, troncati normalmente alla loro direzione; poichè sulla costa soprastante di M. Priocco non esistono che gneiss. Il confine poi fra gneiss e scisti sarebbe nella valle del Letimbro portato molto più a sud che non in quella della Bormida; è frapposto un esteso lembo di miocene che impedisce altre osservazioni. A Traversine lo scisto con aspetto permiano forma una piccola piega con direzione N. 40° E.

All'intorno di questa zona, che contornia il granito a po-

---

(1) Uno di noi fu il primo a segnalare la conversione in *glaucofane* del diallaggio anche per le eufotidi arcaiche (Rovereto, *La serie degli scisti*, ecc., II, pag. 23 e tav. IV, fig. 5). L'*ortose* in plaghe microgranulari è certamente riprodotto e non protogenitico; quindi è apparente il legame che potrebbe intravvedersi fra questa roccia e le sieniti. Non può sussistere il dubbio, avanzato da D'Achiardi (*Guida al Corso*, ecc., pag. 338) per altri casi, che non si tratti di eufotide; ma è una nuova accidentalità di metamorfosi, essenzialmente acida ed alcalina, da aggiungere a quelle segnalate da uno di noi (l. cit.) e recentemente dal Franchi (*Notizie sopra alcune metamorfosi*, ecc. Boll. R. Comit. Geol., pag. 181, 1895).

nente, a settentrione ed alquanto a levante, con un'estensione laterale di più di due chilometri, comparisce la serie arcaica nei suoi tipici caratteri; e già ad ovest lungo la strada da Bric Castlàs alla collina di Dego, a settentrione, lungo il rio Balbi, esistono micascisti arcaici. A levante del contatto granitico si ha la zona di eufotide di Corona, identica litologicamente a quella di Montenotte; da un lato viene a diretto contatto con il granito, dagli altri con l'arcaico. Su di questa posano i calcari del trias (Bric del Giogo), ed a Contrada, alla C. Figiu de Peu, esistono gessi triassici stranamente collegati a serpentina. Anche la massa granitica, di ragguardevole potenza, che trovasi tra le C. Vascellotta e Cercera, sul versante di ponente del Bric Ormè, e notata sulla carta geologica pubblicata da uno di noi, è accompagnata da eufotide.

Se non ad altro, queste incertezze, valgono a far comprendere come siano possibili tante discussioni sull'ordinamento da darsi a roccie simili a queste nostre; roccie che esistono nelle Alpi sul bordo occidentale dell'arcaico. Se seguissimo il Lory che, come è noto, voleva triassica gran parte della zona delle pietre verdi nelle Alpi Occidentali, noi avremmo di certo tanto di che da potere risolvere la questione nel senso di considerare triassiche o permiane tutte le roccie eruttive e gli scisti ricordati.

Pare invece che esistano solo dei piccoli lembi permo-triassici, con roccie eruttive, in mezzo all'arcaico. Infatti lo Zaccagna (1), che dal Lory ha preso ben poco, ha però osservato, presso M. Salza, pietre verdi con ftaniti di aspetto recente, e giustamente inclina a ritenerle tali; benchè i caratteri che ricorda dell'eufotide, compresa fra queste pietre verdi, di presentarsi in masse ovoidali, di avere croste variolitiche e di essere collegata ad una serpentina con aspetto eocenico, si verifichino in Liguria anche per le roccie corrispondenti decisamente antiche.

Fa più al caso nostro ciò che hanno segnalato l'Issel e il Traverso (2) a Baldissero; dove con rapporti di liquazione si

(1) Zaccagna D., *Sulla geologia delle Alpi Occidentali* (Boll. Comit. Geol., pag. 387, 1887).

(2) Issel A., *Appunti geologici sui colli di Baldissero, con Appendice Petrogr. di* S. Traverso (Boll. Soc. Geol. Ital., pag. 255, 1893).

hanno peridotite, granito e tufo porfirico, a prodotto di contatto i diaspri; dove, a determinare l' età dell'eruzione, più che le radiolarie dei diaspri, vale, a vece dell'anagenite, una arenaria con la facies del *Rothliegende.*

A Cesana uno di noi (1) segnalava il collegamento fra i diaspri a radiolarie e zone di serpentina e di scisti verdi, e notava come non potessero considerarsi più recenti del trias inferiore (2).

Degli argilloscisti rossi, sottostanti al trias, affatto simili a quelli che a Rivara Canavese fanno graduato passaggio ai diaspri , si incontrano anche nelle Alpi Marittime, a giudicare dai saggi dei dintorni di Mondovì (avuti dal prof. Bruno); della valle Vermegnana, presso il ponte sotto Vernante (collez. Sismonda nel Museo Geologico di Torino); e della valle Gordolasca (comunicati dall'ing. Franchi).

Pare quindi evidente, che *gli scisti silicei a radiolarie di Baldissero, di Cesana, di Montenotte, si colleghino cronologicamente e sieno un particolare livello o una facies del permiano alpino.* Così sembra che *a Baldissero e a Cesana, oltre le già da tempo note eruzioni porfiriche del permiano, altre se ne siano avute di granito, di peridotite, di eufotide, di diabase.*

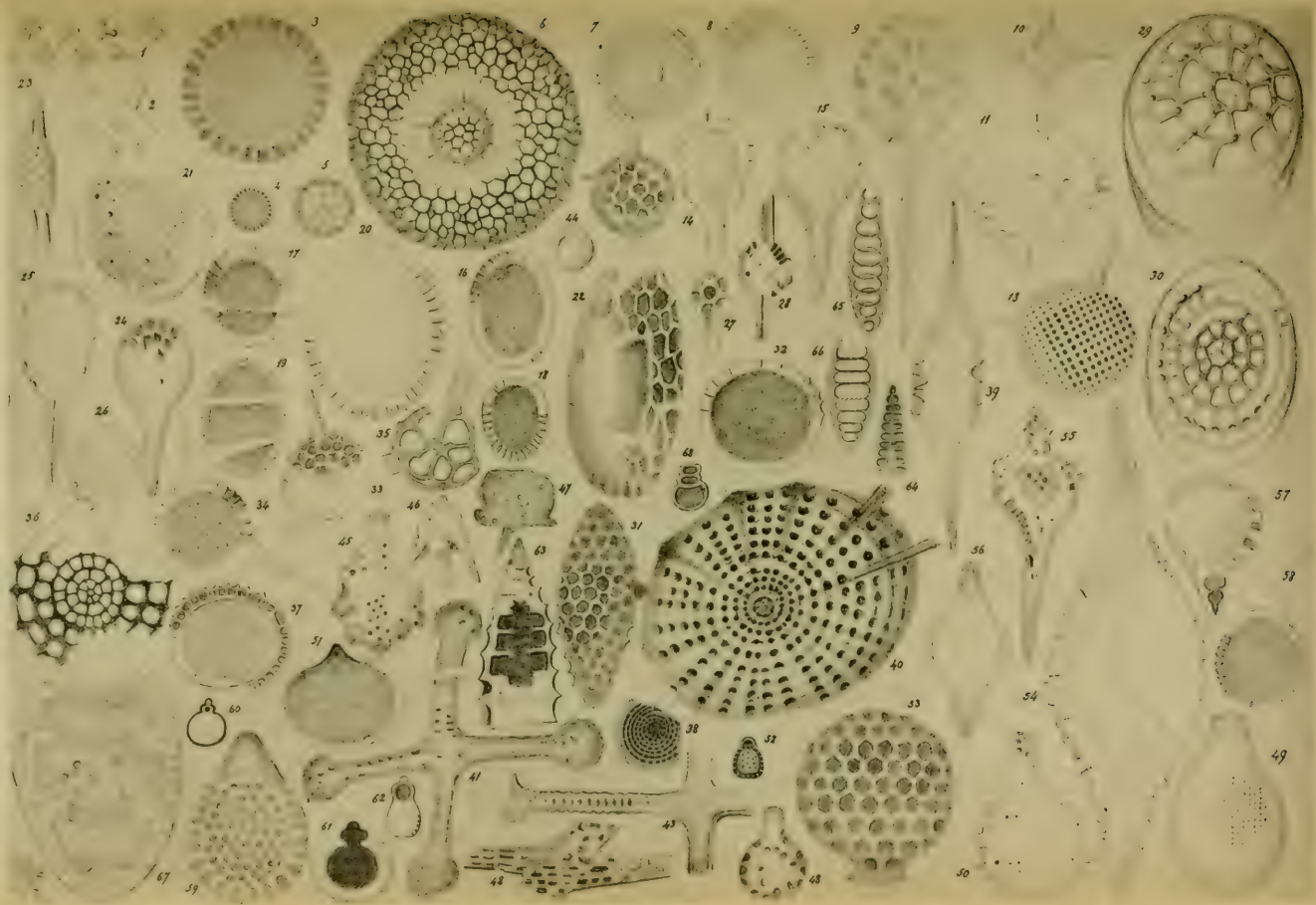
Se vi fossero riserve da esporre intorno all'età permiana di questi diaspri, ciò sarebbe per le considerazioni già da uno di noi fatte (3), relativamente alle difficoltà di ammettere la

---

(1) Parona C. F., *Sugli schisti silicei a radiolarie di Cesana* (Atti R. Acc. d. Scienze di Torino, vol. XXVII, 1892).

(2) L'ing. Zaccagna non accettò questo riferimento delle roccie diasprigne con radiolarie del M. Cruzeau e le ritenne invece arcaiche (*Riass. di Osservaz. geolog. fatte sul versante occident. delle Alpi Graie* (Boll. R. Comit. Geolog., 1893, pag. 19). Nuove ricerche fatte sul posto riconfermarono il Parona nelle sue idee, confortate anche dall'opinione dell'ing. Mattirolo, che più recentemente scrisse: " Le ftaniti credute arcaiche che sono al M. Cruzeau a S. E. di Cesana..... credo appartengano ancora alle roccie ritenute permiane, impigliate qui nella serpentina „ (*Sui lavori eseguiti durante la campagna geologica del 1893 nelle Alpi Occidentali* (Boll. d. R. Comit. Geolog., 1894, pag. 214). — M. Bertrand poi accennò a questa scoperta come a nuovo argomento in sostegno delle sue idee sulla età triasica degli scisti lucidi (*Ét. d. les Alpes franç.*, Bull. Soc. Géol., T. 22, pag. 153, 1894).

(3) Parona, Nota cit., 1892, pag. 12.



Turipri permiani a radiolari di Monterotto (Liguria Occidentale)

Elioot. Calzolari e Ferrario Milano.

formazione contemporanea, sopra una stessa area, di queste roccie con radiolarie e quindi schiettamente marine, e di quelle clastiche littorali (anageniti, arenarie rosse, ecc.), che costituiscono in prevalenza il membro della nostra serie alpina riferita al permiano. D'altra parte dobbiamo notare, che fanno parte dello stesso membro anche le quarziti, e non è improbabile, che si arrivi a scoprirvi traccie di radiolarie, analogamente a quanto avvenne per gli scisti quarzitici triassici di Lagonegro (1).

Conclusioni.

1° È accertato che nei dintorni di Montenotte esistono in mezzo all'arcaico delle roccie diasprigne a radiolarie, accompagnate da anageniti permiane.

2° La fauna a radiolarie dei diaspri di Montenotte è quella stessa, che si riscontra nelle roccie simili di Cesana e di Baldissero e presenta rapporti specialmente colle faune del carbonifero e del trias.

3° È dubbio se siano permiane la eufotide e le anfiboliti prossime alle roccie diasprigne; se il granito, il quale di certo non è arcaico, abbia con le eufotidi contribuito metamorficamente alla genesi di tali roccie silicee. Questi dubbi non mancano di un certo fondamento, e nel caso si riuscisse a risolverli in modo positivo, una zona alquanto estesa di permiano, data da scisti sericitici, da calcari e dalle roccie eruttive citate, vorrebbe essere segnata sulle carte geologiche lungo la valle del rio Montenotte e sul versante della valle del Letimbro, dietro il Santuario.

---

(1) Lorenzo (de) G., *Le montagne mesozoiche di Lagonegro* (Mem. R. Acc. di Napoli, 1894, pag. 25).

Sette lettere inedite di Giuseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi

tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano e pubblicate per cura di ANTONIO FAVARO.

Con così assidua e diligente cura si sono venuti in questi ultimi tempi raccogliendo e pubblicando anche i minimi documenti relativi alla corrispondenza epistolare del Lagrange (1), che io reputo doveroso da parte mia il mettere alla luce alcune sue lettere fin qui rimaste inedite e che ho avuta la ventura di rinvenire fra le carte del P. Paolo Frisi, presentemente possedute dalla Biblioteca Ambrosiana di Milano (2). E questo io sono indotto a fare tanto più volentieri, perchè con la presente pubblicazione vengono ad aversi quattro nuove lettere del Lagrange stese in lingua italiana, e nuove affermazioni della sua italianità vengono ad aggiungersi al cumulo di prove contenute negli altri documenti del suo carteggio (3) ed a quelle già raccolte da Geminiano Riccardi e da Angelo Genocchi (4), dalle

---

(1) Tutti gli editi documenti del carteggio del LAGRANGE trovansi raccolti nei tomi XIII e XIV delle " *Œuvres* de LAGRANGE publiées par les soins de M. J. A. SERRET, sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique; Paris, Gauthier-Villars, imprimeur-libraire, MDCCCLXXXII-MDCCCXCII ". — Ma forse non è a cognizione di tutti gli studiosi che il compianto Principe D. BALDASSARRE BONCOMPAGNI ne aveva raccolte in gran numero, sia autografe, sia facsimilate, sia in copia, e che egli divisava di pubblicarle; e certamente si troveranno in bozze di stampa della sua privata tipografia, quando, definite le questioni relative alla sua biblioteca, il materiale scientifico da lui abbandonato sarà reso accessibile agli studiosi.

(2) Cod. Y. 154. Par. Sup., car. 38-50.

(3) *Œuvres* de LAGRANGE, ecc. Tome quatorzième et dernier. Paris, Gauthier-Villars et fils, MDCCCXCII, pp. 256, 260, 264, 271, 282.

(4) *Continuazione delle Memorie di religione, di morale e di letteratura.* Tomo XV. Modena, pp. 160-162. — " Memorie della Reale Accademia di

quali risulta come, non solo egli sia italiano, cosa questa che, non ostante gli sforzi dell'Arago (1), non può entrare in discussione, ma come ancora egli amasse l'Italia e la ritenesse sua patria, ripetutamente affermandola come tale e dimostrando in parecchie congiunture il suo attaccamento per essa.

Sarebbe stato mio desiderio di completare tale pubblicazione mediante le lettere del Frisi al Lagrange; ma, fattane ricerca appresso il sig. Lodovico Lalanne, il bibliotecario dell'Istituto che aveva curata l'edizione del carteggio del Lagrange, n'ebbi in risposta che " nessuna lettera del Frisi si trova fra le carte del Lagrange, il quale del resto faceva così poco conto di questo suo corrispondente da doversi credere che non avesse stimato di conservarne le lettere „. Questo così severo giudizio, il quale, è pur mestieri confessarlo, si troverebbe giustificato dalle opinioni manifestate sul conto del Frisi nel carteggio fra il D'Alembert ed il Lagrange, si troverà singolarmente contraddetto dalle lettere che noi ora qui pubblichiamo. E se la cosa non ci sorprende da parte del D'Alembert, distributore di " billets de grand homme „, come lo qualificava Federico II (2), e bene spesso soverchiamente aspro nei giudizii intorno ai cultori delle discipline nelle quali con così grande fortuna egli stesso si esercitava, ci reca non poca maraviglia da parte del Lagrange, costantemente tanto equanime e sempre rifuggente dalle opinioni estreme.

Che se la posterità non confermò pienamente il giudizio che intorno al Frisi avevano dato i contemporanei, è certo ad ogni modo ch'egli fu uomo di valore altissimo e meritevole del-

---

scienze, lettere ed arti di Modena „. Tomo I, parte III e IV, pp. XVIII-XIX. — " Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc. „. Vol. IX, 1873-74, pp. 752-753. — Cfr. anche: *Sopra una lettera inedita di Giuseppe Luigi Lagrange pubblicata da D. B. Boncompagni.* Comunicazione letta alla R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova nell'adun. del 20 luglio 1879 dal prof. ANTONIO FAVARO. Padova, tip. G. B. Randi, 1879, pp. 10-12.

(1) Chambre des Deputés, séance du 16 mai 1842. *Rapport fait au nom de la Commission chargée d'examiner le projet de loi tendant à ouvrir au Ministre de l'Instruction Publique un credit de 40,000 frs. pour la réimpression des œuvres de mathématiques de Laplace;* par M. ARAGO, ecc. Paris, 1852, p. 19.

(2) *Œuvres* de FRÉDÉRIC II, t. XXIV, p. 568.

l'amicizia e della stima di quanti al suo tempo andavano per la maggiore nell'arringo matematico.

Di famiglia alsaziana, stabilita in Italia da due generazioni, nacque Paolo Frisi in Milano addì 13 aprile 1728: quindicenne appena entrò nella Congregazione dei Chierici Regolari di San Paolo, o sia dei Barnabiti, ed allo studio delle matematiche veniva avviato dal P. Rampinelli, Olivetano, lo stesso che era stato maestro alla Agnesi. Il suo primo lavoro, intitolato: " Disquisitio mathematica in causam physicam figurae et magnitudinis telluris nostrae „ dato alla luce nel 1751 gli valeva poco dopo, cioè quando egli aveva appena raggiunto il venticinquesimo anno di età, la nomina a socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Parigi e lo faceva entrare in relazione con i più dotti uomini del suo tempo.

All'incominciare della sua corrispondenza col Lagrange, dalle scuole di S. Alessandro in Milano egli era stato chiamato alla cattedra universitaria di Pisa, ed in questo stesso anno 1756 una sua dissertazione sul moto annuo della terra veniva premiata dall'Accademia delle Scienze di Berlino; ed il non aver osservate le discipline d'un concorso aperto dall'Accademia di Pietroburgo tolse ad un suo lavoro sull'elettricità di conseguire un altro premio: quell'insigne corpo scientifico ne lo rimeritava tuttavia aggregandolo fra i suoi corrispondenti. Un altro premio veniva nel 1758 conferito dall'Accademia delle scienze di Parigi ad un lavoro del Frisi sull'atmosfera dei corpi celesti, ed intorno al medesimo tempo veniva pur compreso fra i soci corrispondenti dell'Accademia di Berlino; e, poichè già per lo innanzi egli era stato aggregato alla Società Reale di Londra, può dirsi che a trent'anni il suo nome fosse ormai inscritto nell'albo delle più illustri Accademie d'Europa.

Questo abbiamo voluto ricordare, per temperare alquanto l'impressione che, dalla lettura dei giudizii privatamente espressi sul conto del Frisi nel carteggio fra il Lagrange ed il D'Alembert (1), potrebbe ritrarre chi non abbia cognizione dei rapporti che intorno ai lavori del Frisi medesimo pronunziava pubblica-

---

(1) *Œuvres* de Lagrange, ecc. Tome treizième. Paris, Gauthier-Villars, MDCCCLXXXII, pp. 66, 152, 239, 242, 246, 252, 291, 293, 296.

mente il D'Alembert stesso e che trovansi consegnati in relazioni che si hanno alle stampe.

L'ultimo lavoro del Frisi, da lui compiuto in mezzo a sofferenze fisiche atrocissime, fu appunto l'elogio del D'Alembert.

Ciò premesso, ecco senz'altro le lettere del Lagrange, nella riproduzione delle quali ci siamo scrupolosamente attenuti all'autografo, senza permetterci da parte nostra correzioni di sorte alcuna.

I.

Molto Reverendo Padre, Padron mio Colendissimo.

Ho ricevuto appunto questa mattina il prezioso regallo che V. R. s'è degnata di farmi delle due opere contenenti, una la celebre dissertazione sopra il moto della Terra che le apportò il premio dell'Academia di Berlino (1), e l'altra le tre dissertazioni sull'Eletricismo inviate all'Academia di S. Pietroburgo (2). Non mancherò di leggerle con tutta la più possibile attenzione, sia per la nobiltà ed eccelenza delle materie che ivi si trattano, sia anche principalmente perchè sono parto di un sì sublime ingegno, quale è quel di V. R. , come ne hanno già fatto fede le altre Opere da lei con tanto applauso publicate. Io posso assicurare V. R. che il maggior piacere che io provi ne' miei piccoli studi si è il trovare ed il leggere delle materie interessanti per sè medesime e trattate con quella certa finezza e precizione, che è propria veramente delle Matematiche, ma che, per non so qual disgrazia, da pochi Autori si trova praticata. Ringrazio adunque V. R. di questo dono col più vivo cuore ch'io posso e la prego a voler accetar in contraccambio il buon desiderio che io tengo tuttavia di potermi in qualche maniera impiegare nel di lei servizio.

---

(1) *De motu diurno terrae dissertatio, quae a regia Berolinensi scientiarum Academia praemium philosophis ac mathematicis, primum anno 1754, tum rursus anno 1756, propositum, obtinuit.* Pisis, ex typ. Jo. Paulli Giovanelli, MDCCLVI.

(2) *Dissertationes selectae* Io. Alberti Euleri, Paulli Frisii et Laurentii Beraud, *quae ad imperialem scientiarum Petropolitanam Academiam an. 1755 missae sunt, cum Electricitatis caussa et theoria, praemio proposito quaereretur.* Petropoli et Lucae, apud Vincentium Junctinum, MDCLVII.

Il Sig.r De Maupertuis (1) nell'ultima lettera che mi scrissi mi fece sapere che si sarebbero negl'atti della Academia di Berlino stampate alcune piccole cose da me inviatele sopra il principio della minima quantità d'azione: può essere che siano in quelli di quest'anno, ma io non li ho ancor potuto vedere: egli è già dopo l'anno passato che non ho più avuta alcuna lettera dal Sig.r Euler (2) col quale io avea qualche commercio di lettere; ma non lo attribuisco ad altro che alla presente guerra, che può aver impediti i passaggi (3).

Se non fossi stato s'in ora occupato in lavorare alcuni scritti di Mecanica per il mio impiego (4), avrei forze stampate già due dissertazioni che ho quasi del tutto in ordine: una sopra il metodo dei massimi e minimi applicato alle curve, sopra di cui vi è un bellissimo trattato dato fuori dal Sig. Euler, nel quale egli risolve il problema per via di un metodo quasi geometrico ed assai intricato, laddove io ho ridutto tutto a pura Analisi; l'altra poi consiste nell'applicazione del Principio Maupertuisiano a tutti i casi più complicati della dinamiqua ed Idrodinamica, ricavando da esso delle formole generalissime per cui dato un sistema qualunque di corpi, colle leggi delle forze sollecitanti si vengono a dirittura e con facilità grandissima a ritrovare tutte le equazioni necessarie per la determinazion del moto di ciascun corpo. Tosto che queste mie coserelle vedranno la luce non mancherò di adempiere il mio obbligo con V. R. Intanto mi rallegro sempre più con lei che sia di tanto onore alla nostra Italia, la quale pare quasi comunemente che in codeste scienze sia inferiore ad alcune altre Nazioni.

È passato qui a Torino due giorni fa il dottissimo P. Walmesley (5) col quale ho avuto piacere di parlar spesso di V. R.

---

(1) Pierluigi Moreau de Maupertuis, Presidente dell'Accad. di Berlino.

(2) Nel carteggio fra l'Euler ed il Lagrange vi è infatti una lacuna che va dal 6 settembre 1755 al 24 aprile 1756.

(3) In questi tempi appunto incominciava la guerra dei sette anni.

(4) Allude qui al suo ufficio di professore alla Scuola d'artiglieria di Torino. A questi suoi *Éléments de Mécanique*, accenna ancora il Lagrange in una sua lettera all'Euler sotto il dì 24 novembre 1759. Cfr. *Œuvres*, ecc. Tome quartorzième, ecc., p. 173.

(5) Era questi un vescovo inglese al quale il Frisi dedicò il 2° volume della sua *Cosmographia*.

e de' suoi rarissimi pregi. Ma egli s'è appena fermato due dì, onde non ho avuto tempo di goder più a lungo la conversazione di un sì celebre Matematico, come avrei desiderato.

Mi conservi intanto ella la sua buona grazia e si accerti che io vivo

Di V. R.

Torino, li 4 Maggio 1756.

Devotissimo ed Obbligatissimo servitore
LUIGI DE LA GRANGE.

P. S. Non ho mancato di inviare a Berlino la lettera di V. R. per M. Formei (1).

II.

Illustrissimo Signor Padron Colendissimo,

Il Segretario della Real Academia di Berlino M. Formei, nell'inviarmi il diploma di associazione da essa li 2 del mese passato speditomi, mi notificò eziandio che la dissertazione (2) che riportò il premio di quest'anno fu quella di V. S. Ill.ma e mi soggiunse insieme che le avrei fatto piacer sommo a farne consapevole V. S. Ill.ma con pregarla a volerli mandare il più presto che fosse possibile una ricevuta della medaglia d'esso premio ed indicarle anche una via sicura per cui esso possa a lei farla speditamente tenere, dicendo sè non aver mai avuto alcun riscontro della lettera che già da qualche tempo a V. S. Ill.ma scrisse.

Io provo un piacer sommo nell' aver questa così bella occasione di poter trattare e dedicare la mia servitù ad una persona di così gran merito qual'è quella di V. S. Ill.ma e che per tale è stata conosciuta e distinta da una sì celebre Academia:

(1) GIOVANNI ENRICO SAMUELE FORMEY, figlio di un esule francese, nato a Berlino il 31 maggio 1711 e mortovi l'8 maggio 1797. Fin dal 1748 fu segretario dell'Accademia di Berlino.

(2) È questa la dissertazione *De motu terrae*, il titolo della quale abbiamo superiormente riprodotto.

e massimamente ora che ho avuto l'onore di entrar ancor io ad esserne parte, sono in obbligo di congratularmi con lei del più vivo cuore che io possa, pregandola a non volermi risparmiare in cosa alcuna in cui, sia in qualità di Membro di essa, sia in qualità di suo devotissimo servitore ed amico vero, potessi esserle di qualunque utilità. Mi onori adunque V. S. Ill.ma de' suoi comandamenti, e si accerti che io avrò sempre non ordinaria ambizione di potermele mostrare con l'opere quale ora mi protesto

Di V. S. Ill.ma

Torino, li 4 8.bre 1756.

Devotissimo ed Obbligatissimo servitore
LUIGI DE LA GRANGE TOURNIER
Proff. nella scuola d'Artiglieria di Torino.

A Monsieur
Monsieur PAUL FRISIUS
Professeur dans l'Université
de
Pise.

III.

Molto Reverendo Padre, Padron Colendissimo,

Con grandissima soddisfazione ho ricevuta la lettera di V. R. insieme coll'Operetta sul rotamento de' corpi che le è piaciuto d'inviarmi (1). Io le rendo vive grazie primieramente per la buona memoria che ella mantiene di me, e in secondo luogo perchè mi ha dato occasione di conoscere e di ammirare le sublimi e ingegnose produzioni di cotesto Sig. Cavaliere, a cui io prego la sua gentilezza a voler presentare i miei ossequiosissimi ringraziamenti. Egli non è impossibile che io possa ancora

(1) Autore di quest'opera dal titolo: *Discorso matematico sopra il rotamento momentaneo dei corpi* ecc. e data alla luce in Napoli nel 1763 coi tipi di Donato Campo, fu il cavaliere GIULIO MOZZI, patrizio fiorentino, che la dedicò al FRISI.

aver l'onore di riverirla in persona prima del fine di quest'autunno e di profittare per qualche giorno della sua dottissima compagnia. Intanto la supplico a conservarmi nella sua buona grazia, e sono con infinita stima e rispetto

Di V. R.

Torino, 14 settembre 1763.

Umilissimo, Devotissimo, Obligatissimo servitore
LUIGI DE LA GRANGE.

IV.

à Berlin, ce 3 Avril 1767.

Monsieur,

J'ai été bien faché de n'avoir pu avoir l'honneur de vous voir dans mon voyage (1), comme je m'en étois flatté. J'ai beaucoup entendu parler de vous à Paris et à Londres, et j'ai eu le plaisir d'être témoin de la justice que l'on vous y rend. Comme vous êtes membre de notre Académie, elle recevra toujours avec beaucoup de satisfaction les mémoires que vous voudrez bien lui envoyer; vous n'avez qu'à les adresser à M. Formey qui en qualité de secrétaire reçoit tous les paquets francs de port. Vous aurez peut-être vu à Paris le 3.me volume de la Société de Turin; n'ayant pas eu le plaisir de vous en presenter un exemplaire, je vous prie de vouloir bien vous en faire remettre un de ma part de M. Rabbi libraire de l'imprimerie Royale à Turin, et vous pouvez pour plus de sureté vous adresser pour cela a mon ami, M. le Médecin Cigna (2), à qui j'en écrirai deux mots au premier jour. Vous me ferez un sensible plaisir de me continuer votre correspondance: j'en sens d'autant plus le prix qu'elle me mettra à portée d'être instruit

(1) Intorno a questo viaggio contemporaneo del LAGRANGE e del FRISI, cfr. *Œuvres* de LAGRANGE, ecc. Tome treizième, ecc., pp. 65, 85, 90, 92.

(2) GIANFRANCESCO CIGNA, anatomico, nato a Mondovì li 2 luglio 1734, morto a Torino nel 1790. Fu segretario della Società, che divenne poi la R. Accademia delle Scienze di Torino, e diresse la pubblicazione dei 4 volumi delle memorie di essa.

des travaux de mes anciens compatriotes parmi lesquels vous tenez le premier rang. Si je vous suis bon à quelque chose dans ce pais, vous pouvez compter sur moi; je regarderai toujours comme une marque flatteuse d'amitié de votre part de me procurer des occasions de vous servir. Permettez moi de vous prier d'assurer M. le Comte de Coconat (1) de mon estime et du regret que j'ai d'avoir quitté l'Italie sans avoir eu l'honneur de le connoitre. J'ai celui d'être avec la plus parfaite consideration

Monsieur,

Votre très humble et très obeissant serviteur

DE LA GRANGE.

V.

Monsieur,

J'ai été bien charmé de reçevoir une marque de votre precieux souvenir par la lettre dont vous m'avez honoré. J'ai reçu l'Essai sur la théorie de la Lune (2) que M. d'Alembert m'a fait parvenir de votre part; je vous en remercie de tout mon cœur ainsi que du traité sur les canaux navigables (3) et de l'ouvrage sur l'Économie pubblique que j'ai reçus depuis peu par la voie du Ministre de Vienne. Je voudrois bien pouvoir vous offrir quelque chose de mon coté, pour répondre en quelque façon aux temoignages d'estime et d'amitié que vous voulez bien me donner et auxquels je suis très sensible, mais je ne suis pas

---

(1) Il conte RADICATI DI COCONATO, matematico, lo stesso la cui amicizia col FRISI fu causa a quest'ultimo di gravissimi dissapori coi frati del suo ordine.

(2) Non ci è ben chiaro se si intenda qui d'accennare alla Memoria: *De inaequalitatibus motus terrae et lunae circa axem ex astronomorum hypothesibus*, inserita nella parte II del tomo V dei *Commentarii* dell'Accademia delle scienze di Bologna, oppure alla pubblicazione intitolata: DANIELIS MELANDRI et PAULLI FRISII *alterius ad alterum de theoria lunae commentarii*. Parmae, ex typ. regia, 1769.

(3) *Del modo di regolare i fiumi e i torrenti, principalmente del Bolognese e della Romagna*, libri tre, ecc. Edizione terza accresciuta, aggiuntovi il trattato dei canali navigabili. In Firenze, per Gaetano Cambiagi, MDCCLXX.

assez riche pour cela, n'ayant jusqu'à present rien publié que ce que j'ai donné dans les Mémoires de Turin et de Berlin. Il est vrai que l'on doit imprimer à Lion une traduction de l'Algèbre allemande d'Euler (1), à laquelle j'ai fait des additions considérables, mais comme ces additions ne regardent que la théorie des problèmes indéterminés, je doute fort qu'elles puissent vous intéresser: quoiqu'il en soit, je tâcherai de vous en faire parvenir un exemplaire dès que l'ouvrage paroitra, et je vous prie d'avance de l'accepter au moins comme une faible marque du desir que j'ai de mériter les sentiments dont vous m'honorez.

Un de nos confrères, l'Abbé Pernetti (2), a refuté fort au long les Recherches sur les Américains (3) dont vous me parlez: si vous ne connoissez pas cette refutation, et que vous ayez quelque envie de la lire, je pourrai vous la faire parvenir par la première occasion qui pourra se trouver.

En général je vous offre mes services dans ce pais, si vous croyez que je puisse vous être bon à quelque chose. Je suis sûr que si vous veniez faire un tour ici, vous n'auriez pas regret à votre voyage; vous seriez reçu tant à la Cour qu'à la ville d'une manière convenable à votre mérite; et pour mon particulier vous jugez bien que je ne négligerois rien pour vous donner les plus fortes preuves de la haute estime et du parfait dévouement avec lesquels j'ai l'honneur d'être

Monsieur,

A Berlin, ce I Septembre 1771.

Votre très-humble et très obéissant serviteur

DE LA GRANGE.

Au P. FRISI.

---

(1) Dev'essere questa l'edizione di Lione, 1774, che il RICCARDI (*Biblioteca matematica italiana*, ecc., parte prima, vol. II. Modena, MDCCCLXXIII-MDCCCLXXVI, col. 2) scrive d'aver trovata citata.

(2) ANTONIO GIUSEPPE PERNETY, nato il 13 febbraio 1716 a Roanne, morto a Valence nel 1801.

(3) Ne abbiamo sott'occhio una edizione alla quale va unita la dissertazione del PERNETY: è in tre volumi ed ha il titolo seguente: *Recherches philosophiques sur les américains ou mémoires intéressants pour servir à l'histoire de l'espèce humaine*, par M. de P.***, *Avec une dissertation sur*

VI.

à Berlin, ce I Jenvier 1774.

Monsieur,

Je suis charmé que le libraire Bruiset se soit acquitté de la commission que je lui avois donnée de vous faire parvenir de ma part un exemplaire de la traduction de l'Algèbre d'Euler, et je suis infiniment sensible à la manière dont vous avez bien voulu reçevoir cette legère marque de mon amitié et de mon estime pour vous.

J'ai presenté à l'Académie le prospectus de votre nouvel ouvrage sur la théorie des mouvemens celestes ; elle applaudit à vos travaux et vous regarde comme un des membres qui lui font le plus d'honneur. Je vous remercie de tout mon cœur de la bonté que vous avez de me promettre un exemplaire de cet ouvrage ; je l'attends avec beaucoup d'impatience, persuadé qu'il sera également digne de son auteur et de la matière dont il traite. Lorsque je reçevrai le 6me tome de Bologne je ne manquerai pas de lire les solutions (1) dont vous me parlez, et dont j'ai d'avance une grande idée.

Mrs Formey et Bernoulli (2) me chargent de vous faire agréer leurs compliments : différentes raisons empêchent ce dernier de continuer son recueil pour les Astronomes (3), mais l'Académie lui a permis d'employer les matériaux qu'il y destinoit à enrichir les ephémérides qu'elle veut faire paroître annuellement et dont le premier volume contenant l'année 1776 vient d'être publié.

---

l'Amérique et les Américains, par Don Pernety. A Londres, MDCC.LXX. — L'autore de Paw, attaccato dal Pernety, gli rispose, dando motivo ad una replica.

(1) Probabilissimamente allude alle due note: *De rotatione corporum* e *De aequatione quadam differentiali*, a pp. 45-74 dei *De bononiensi scientiarum et artium instituto atque academia Commentarii.* Tomus sextus. Bononiae, ex typographia Laelii a Vulpe, MDCCLXXXIII.

(2) Giovanni Bernoulli.

(3) Il terzo tomo porta tuttavia la data dell'anno 1776.

Je ne crois pas que les circonstances me permettent si tôt d'aller en Italie, mais un des principaux motifs qui pourroient m'engager à en faire naitre l'occasion seroit certainement le desir de lier une connoissance plus intime avec différentes personnes de mérite que ce pais-là possède, et à la tête desquelles vous êtes depuis longtems.

J'ai l'honneur d'être avec la plus forte estime et la considération la plus distinguée,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur

De la Grange.

Au Révérend
Révérend Père Frisi,
Professeur de Mathématiques à Milan,
des Académies de Berlin, Petersbourg, Londres, etc., etc., etc. à

(fr. Augsburg (?) Milan.

VII.

Signore ed Amico stimatissimo,

Io le sono da lungo tempo debitore di una risposta e insieme di molti ringraziamenti per il regalo da lei fattomi del suo bel Elogio di Newton accompagnato dalla erudita prefazione della sua Algebra. Desiderando renderlene in qualche parte il cambio, ho dovuto aspettare prima che uscisse dalla stampa l'opusculo qui annesso, di poi che si presentasse una buona congiuntura per poterglielo trasmettere. Questa mi viene offerta ora dal Sig. Bernulli, ed io l'abbraccio tanto più volontieri quanto che credo potermi lusingare che queste mie ricerche sieno per meritar l'attenzione di un Geometra par suo, trattandosi in essa di un punto della teoria lunare (1), il quale non era stato ancora

(1) Assai probabilmente la: *Théorie de la libration de la lune.*

bastantemente sviluppato. Vorrei che questo debol testimonio che le invio della mia stima e riconoscenza verso di lei servisse a conservar viva nella sua memoria la servitù che le professo, e a procurarmi la continuazione de' suoi favori di cui sono ambiziosissimo.

E supplicandola dell'onore de' suoi comandi, pieno d'obligazioni e d'ossequio mi protesto

Berlino, 25 Luglio 1782.

Suo Devotissimo ed Obbligatissimo servitore ed amico

DE LA GRANGE.

Sulla variazione di densità di un liquido presso alla superficie;

Nota del Dott. VIRGILIO MONTI.

È noto come la superficie di un liquido si trovi in uno stato particolare di tensione. In virtù di questa alcune costanti fisiche possono mutare di valore, quando, invece di considerare la massa del liquido, si limitino le considerazioni ad uno strato superficiale il cui spessore è uguale al raggio di attività molecolare.

La misura di queste costanti, per quanto riguarda lo strato superficiale, è sottoposta a difficoltà enormi, forse insormontabili: il che spiega come le nostre cognizioni in questa parte della fisica siano così poco avanzate.

Se però non siamo in grado di misurare una di queste costanti nella pellicola superficiale di un liquido, possiamo qualche volta e con una certa approssimazione, certamente grossolana, farci un criterio del modo con cui quella costante varia dall'interno del liquido alla pellicola superficiale.

Io citerò come uno dei tentativi più felici, in quest'ordine di idee, il bel lavoro di Reynolds e Rücker (*Proc. of the Roy. Soc.*, 1893), dal quale si può congetturare che la conducibilità elettrolitica prova delle variazioni presso allo strato superficiale.

Anche la densità nello strato superficiale è stata oggetto di congetture e di studii sperimentali dall'epoca dei lavori di Poisson sulla capillarità fino ai giorni nostri.

Io non farò che citare di passata gli studii di Wilhelmy, di Röntgen e di Schleiermacher che lasciarono la questione insoluta.

Intanto è certamente molto probabile che al forte cambiamento di pressione che si ha nel liquido presso allo strato superficiale corrisponda un cambiamento nella densità; ed alcuni fenomeni, come la condensazione dei gas contro la superficie di un solido o di un liquido, hanno indotto alcuni fisici a credere che questo cambiamento di densità abbia luogo effettivamente.

Chi scrive ha pensato che, invece di ricercare questo cambiamento di densità nello strato di separazione fra un liquido e un solido di densità poco diverse, come si è fatto generalmente finora e senza frutto, converrebbe meglio accoppiare due corpi di densità molto diverse, come olio e mercurio.

Non è assurdo supporre che, presso alla superficie di divisione fra olio e mercurio, la densità di quest'ultimo vada scemando gradatamente, in modo da accostarsi più o meno a quella dell'olio: cosicchè, aumentando l'estensione della superficie dividente, debba crescere il volume del mercurio.

Posto che la densità media del mercurio nello strato superficiale abbia un valore intermedio tra quella normale del liquido stesso, e quella normale dell'olio; e partendo dal valore che, per il raggio dell'attività molecolare, forniscono le esperienze di Plateau e di Quincke, si trova, con un calcolo grossolano, che, se si scompongono due centimetri cubici di mercurio in sferule del diametro di un decimo di millimetro, si dovrebbe avere un aumento di volume sensibile.

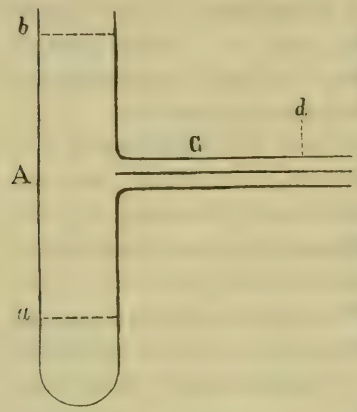
Con olio e mercurio contenuti in un recipiente chiuso è possibile fare un'emulsione, in cui si vede un pulviscolo mercurico grigio, formato di globuli estremamente piccoli. E questa emulsione si mantiene per un tempo sufficiente a compiere delle misure.

L'effetto della diminuzione di volume presso alla superficie del mercurio è probabilmente contrariato da un effetto opposto relativo all'olio; e spetta all'esperienza decidere se i due effetti opposti si controbilancino, o se prevalga uno di essi, in modo che ciò che ne risulta possa, non dico essere misurato, ma percepito in qualche modo.

È però necessario che l'atto dell'emulsione non sia accompagnato da cambiamenti di temperatura.

Guidato dalle considerazioni esposte, ho cercato di realizzare, nel miglior modo possibile, questa mescolanza d'olio e mercurio. Dall'apparecchio che descriverò ho ottenuto qualche risultato positivo.

A è un tubo di vetro della sezione di circa un centimetro quadrato, lungo venti centimetri. A metà della sua altezza è saldato un tubo di vetro capillare, finissimo e graduato (il cannello d'un termometro rotto). La lunghezza di ciascuna divisione del capillare è di 3 mm. circa. La sua sezione è di mm.^{2} 0,02 circa.



Si versa mercurio nel tubo *A* fino in *a*, e poi olio fino in *b*. Si aspira, colla macchina pneumatica, l'olio nel capillare fino a una certa divisione *d*. Quindi si chiude l'estremità del capillare con una goccia di ceralacca fusa, e poi si versa paraffina fusa sulla superficie dell'olio in *b*. Quando la paraffina è solidificata, l'apparecchio è perfettamente chiuso.

Il tubo *A* si sospende allora per la parte capillare ad un sostegno, e vien disposto orizzontalmente in un bagno d'acqua; mentre l'estremità del capillare ne emerge verticalmente; si lascia immobile nel bagno per un tempo variabile da un'ora a tre.

Il bagno è di forma particolare. È identico a quello usato da Louguinine e Khanikoff nel loro studio sull'assorbimento dei gas da parte dei liquidi. È una vasca parallelepipeda metallica capace di circa 120 litri. È attraversato nella parte centrale da un asse metallico girevole, munito di due grandi alette di

ferro: la rotazione dell'asse si ha mediante una manovella esterna alla vasca. Così l'acqua può agitarsi molto bene.

Durante il periodo in cui il tubo resta, come si è detto, immobile, si agita regolarmente l'acqua del bagno; e in fine di questo periodo, quando l'altezza dell'olio nel capillare è costante da molto tempo, si rileva tale altezza con un cannocchiale.

Esperienze apposite mi hanno mostrato che il moto delle alette non modifica minimamente la temperatura del bagno.

Letta l'altezza dell'olio nel capillare, si introduce il tubo *A* in un tappo di sughero fissato all'asse che porta le alette: senza che in questa operazione vi sia bisogno di toccare, colle mani sott'acqua, altro che la parte capillare. In questa nuova posizione il tubo partecipa al movimento di rotazione dell'asse, senza mai uscire dal bagno. L'olio e il mercurio formano in capo a un certo tempo (un quarto d'ora all'incirca) un'emulsione finamente divisa.

Si ritira allora il tubo dal tappo, colle precauzioni con cui vi si è introdotto; si rimette nella posizione primitiva e si rilegge l'altezza dell'olio nel capillare.

Si trova sempre, in tutti i casi, che essa è superiore all'altezza primitiva di due o tre decimi di divisione.

Al formarsi dell'emulsione corrisponde dunque un aumento leggerissimo di volume.

Ritengo che, col metodo dell'emulsionare il mercurio nell'olio, si possa giungere ad altri risultati interessanti sulle proprietà superficiali dei liquidi; e mi riservo di proseguire un tale studio.

Chiudo ringraziando il chiarissimo Professor A. Naccari, da cui ebbi a disposizione i mezzi per condurre a termine questo lavoro.

Relazione sulla Memoria del Prof. Icilio Guareschi, presentata nell'adunanza del 17 novembre 1895, e che ha per titolo:

" Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle ammine ".

L'egregio professore Guareschi, con precedenti lavori pubblicati negli Atti di questa Accademia, ha dimostrato che l'etere cianacetico, agendo sopra le ammine chetoniche e gli ammidi chetonici, produce dei composti idropiridinici ed idrochinoleici.

Nella Memoria ora presentata l'autore, proseguendo in tali ricerche, studia l'azione che l'etere cianacetico esercita anche sugli eteri chetonici quando sono in presenza di ammoniaca o di ammine alchiliche. — Così la reazione precedentemente scoperta acquista un carattere di maggiore generalità, ottenendosi con essa una serie numerosa di nuove combinazioni che hanno uno stretto rapporto coi composti citrazinici.

L'indole stessa del lavoro del prof. Guareschi non ci consente di darne un riassunto anche compendioso. Infatti questo lavoro consta della descrizione dei modi di preparazione, delle proprietà fisiche e chimiche e della discussione della costituzione chimica probabile delle sostanze ottenute colla reazione sovraindicata.

Il principio sul quale si fondano le ricerche accuratamente descritte dal prof. Guareschi è nuovo ed è molto importante per il carattere di grande generalità che esso può assumere.

Pertanto i sottoscritti propongono che il lavoro del prof. Guareschi sia ammesso alla lettura e venga poi accolto per la pubblicazione nei volumi delle Memorie della nostra Accademia.

G. Spezia.

A. Cossa, *Relatore.*

Relazione sulla Memoria del Prof. Francesco Giudice, intitolata: " *Sull'equazione del 5° grado* ".

L'Autore in questa Memoria, che in certo modo fa seguito ad un altro suo lavoro precedente, studia i varii metodi di risoluzione delle equazioni del 5° grado.

Premette una rappresentazione geometrica dell'equazione generale, che, con semplici considerazioni, permette di ridurla alla forma (di Bring a. 1786)

$$y^5 + 5\alpha y + \beta = 0. \tag{32}$$

In seguito si occupa delle equazioni risolubili algebricamente; dandone prima l'espressione generale (35′), poi casi particolari, fra cui la (39), che si riferisce alla forma di Bring.

Sviluppa i molti calcoli occorrenti per la risoluzione, e mette sotto varie forme l'irrazionalità trascendente (così la chiama l'A.) che, aggiunta, permette di risolvere ogni equazione di 5° grado.

Questa irrazionalità è espressa dapprima mediante un'equazione algebrica fra due sole variabili (formula 51), poi cogli integrali ellittici, ed in seguito con un'equazione differenziale lineare del 2° ordine.

L'A. ritrova alcuni risultati già noti (e che trovansi in gran parte nelle " Vorlesungen über das Ikosaeder " del Klein), sotto forma più facile e piana; ed altri ne aggiunge relativamente all'importante argomento. È nostro avviso che questo lavoro del prof. Giudice possa essere ammesso alla lettura innanzi alla Classe di Scienze matematiche.

Torino, 28 novembre 1895.

E. D'Ovidio.
G. Peano, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza dell'8 Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Vallauri, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Nani, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Presidente annuncia la morte del Socio Corrispondente Giuseppe De Leva, Professore nell'Università di Padova ed affida al Socio Cipolla l'incarico di commemorarlo in una prossima adunanza.

Il Socio Segretario presenta, a nome degli autori, le seguenti pubblicazioni: " *Notice sur la vie et les travaux du commandeur Jean-Baptiste De Rossi* ", del Socio Corrispondente H. Wallon, Segretario perpetuo dell'Accademia delle iscrizioni e belle lettere dell'Istituto di Francia (Paris, 1895); " *Delle scoperte di antichità nel lago di Nemi* ", *Relazione a S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione,* del Socio Corrispondente Felice Bernabei. Brevemente egli ragguaglia la Classe sopra queste importanti scoperte archeologiche.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 17 Novembre al 1° Dicembre 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entregas IV, tom. XL. Buenos Aires, 1895; 8°.

Astronomische Arbeiten der österreichischen Gradmessungs-Commission. Bestimmung der Polhöhe und Azimutes auf den Stationen: Spieglitzer Schneeberg, Hoher Schneeberg und Větrnik. Wien, 1895; 4°.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; Anno I, fasc. 1. Torino, 1895; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XV, n. 9-10. Torino, 1895.

* **Bulletin** de l'Académie impériale des Sciences de St-Pétersbourg. Vᵉ Sér., T. II, n. 5. 1895; 4°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 2, 9 novembre 1895. Paris, 1895; 8°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXV, n. 1-5. Budapest, 1895; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Medicin und Naturwissenschaft, herausg. von der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena. N. F., Bd. XXIII, Heft I. Leipzig, 1895; 8°.

* **Johns Hopkins** Univ. Circulars. Vol. XV, n. 121. Baltimore, 1895; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 8. Roma, 1895; 4°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt. Bd. IX, n. 7. Budapest, 1895; 8°.

* **Philosophical** Transactions of the Royal Society of London, 1894. Vol. 185, A, part 1ª e 2ª; B, part 1ª e 2ª. London, 1895; 4°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. VIII, p. 5ª, 1895.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. I, fasc. 8 a 10. Napoli, 1895; 8°.

Rivista di Topografia e Catasto pubblicata per cura di N. Jadanza. Vol. VIII, n. 1-4. Torino, 1895-96 (*dono del socio Jadanza*).

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 10. Modena, 1895; 8°.

* **The Royal** Society. 30th. November 1894; 4° (Elenco dei Soci).

* **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig, etc.; XVIII Jahrgang, n. 489. 1895.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 7. 1895.

Barrows (W. B.) and **Schwarz** (E. A.). The Common Crow of the United States. Washington, 1895; 8°.

** **Lehmann** (O.). Molekularphysik mit besonderer Berücksichtigung mikroskopischer Untersuchungen und Anleitung zu solchen sowie einem Anhang über mikroskopische Analyse. Leipzig, 1888-89; 8°.

Mullins (G. L.). Notes on Phthisis in New South Wales and other australasian colonies. Sydney, 1895; 8°.

Rajna (M.). Sull'apparato esaminatore di livelle costruito dal sig. Leonardo Milani nel 1889 per il R. Osservatorio Astronomico di Milano. Milano, 1895; 8°.

Sandrucci (A.). Le teorie su l'efflusso del Gas e gli esperimenti di G. A. Hirn. Firenze, 1895; 8° (*dall'A.*).

Valentini (C.). Sulle acque del sottosuolo a nod-est di Milano. Milano, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il Codice Atlantico; fasc. VII. Milano, 1895; f°.

** **Westwood** (J. O.). Catalogue of Orthopterous insects in the collection of the British Museum. Part I. Phasmidae. London, 1859; 4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 24 Novembre all'8 Dicembre 1895.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. III, p. 2ª. Notizie degli Scavi. Settembre 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Boletin** de la R. Acad. de la historia. T. XXVII, cuad. V. Madrid, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa; 1895, n. 238; 8° (*Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze*).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XII, Luglio, Agosto e Settembre 1895. Roma, 1895; 8° (*Minist. delle Finanze*).

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XIII, n. 8. Roma, 1895; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux. 1895, n. 22; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; n. 13. Paris, 1895; 8°.

Institut International de bibliographie. Bulletin, 1895, n. 1. Bruxelles, 8°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. XV: Étude sur la Zenatia de l'Ouarsenis et du Maghreb Central par René Basset. Paris, 1895; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. II; pp. 1217-2016; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akad. der Wissenschaften zu München, 1895, Heft III; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio al 31 ottobre. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Desimoni (C.). La moneta e il rapporto dell'oro all'argento. Roma, 1895; 4° (*dall'A.*).

Foerster (W.). Friedrich Diez. Berlin, 1895; 8° (*Id.*).

Gerini (G. B.). I principali episodi della " Gerusalemme liberata „. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Laura (G. B.). Giovanni Flechia. Commemorazione. Ivrea, 1895; 4° (*dono del Socio D. Pezzi*).

Marre (A.). Vocabulaire français-malgache. Paris, 1895; 4° (*dall'A.*).

Mohun Tagore (S.). List of Titles, Distinctions and Works of Raja sir Sourindro Mohun Tagore, Kt. Calcutta, 1895; 16° (*Id.*).

— Pope's " Universal Prayer „. Calcutta, 1894; 4° (*Id.*).

Nigra (C.) e **Orsi** (D.). La Passione in Canavese. Torino, 1895; 8° (*Id.*).

Schuchardt (H.). Sind unsere Personennamen übersetzbar? Graz, 1895; 8° (*Id.*).

Serpa Pimentel (A. de). Historia e Civilisaçâo-Napoleâo III, ecc. Lisboa, 1895; 8° (*Id.*).

Weber (A.). Vedische Beiträge. Berlin, 1895; 8° (*Id.*).

Zuccante (G.). Saggi filosofici. Torino, 1892; 8° (*Id.*).

— La dottrina della coscienza morale nello Spencer. Torino, 1895; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 15 Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July--12 Sept. 1896

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Ferraris, Mosso, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

a) " *Sul metodo di falsa posizione pel calcolo degli archi elastici* "; nota dell'ingegnere Elia Ovazza, presentata dal Socio Jadanza;

b) " *Di alcuni corallari pliocenici del Piemonte e della Liguria* "; nota della signora Elodia Osasco, presentata dal Socio Camerano.

Il Socio Volterra presenta una Memoria del Professore Giuseppe Lauricella: " *Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* ". Ne viene affidato l'esame ad apposita commissione.

LETTURE

Sul metodo di falsa posizione pel calcolo degli archi elastici;

Nota dell'Ing. ELIA OVAZZA.

1. Il metodo ideato dall'*Eddy* e perfezionato dal prof. *Guidi* pel calcolo degli archi elastici e delle volte considerate come archi elastici (1), metodo che può dirsi *di falsa posizione,* è suscettibile di più ampia applicazione al calcolo degli archi elastici in generale, *qualunque sieno le condizioni di posa e di carico.* Di questa applicazione più ampia vogliamo qui occuparci, valendoci dei più recenti progressi della teoria delle travature elastiche.

2. Premettiamo un teorema di cinematica, di cui faremo uso sovente in seguito, e che già abbiamo dimostrato in una precedente nota (2).

Più sistemi piani invariabili α_1, α_2,... α_i,... α_n muovansi nel loro piano comune π ruotando di quantità piccolissime attorno a punti del piano π. A ciascun centro di rotazione $(\alpha_i\ \alpha_{i+1})$ pel moto relativo di due successivi α_i ed α_{i+1} di quei sistemi invariabili si applichi, in data direzione λ qualunque, nel piano π una forza ideale misurata dall'ampiezza $\omega_{i,\,i+1}$ della rotazione di α_{i+1} rispetto ad α_i, e queste forze ideali si colleghino con un poligono funicolare i cui lati sieno rispettivamente l, l_1, l_2,...

(1) Cfr. Eddy H. T., *Researches in graphical statics.* New-York, Van Nostrand, 1878. — C. Guidi, *Lezioni di scienza delle Costruzioni — Teoria dei Ponti.* Torino, Lit. Salussolia, 1894. — *Sugli archi elastici* (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, Anno 1884). — *Sulla curva delle pressioni negli archi e nelle vôlte* (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, Anno 1886).

(2) Cfr. Ovazza, *Il poligono funicolare in cinematica* (Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, Anno 1890). — R. Land, *Kinematische Theorie der statisch bestimmten Träger* (Zeits. des österr Ing.-und Arch. Vereins, 1888).

$l_i, \ldots l_n$. Lo spostamento che nella direzione λ soffre un punto qualunque P di uno dei sistemi, α_i, nel suo moto relativo ad un altro sistema, α_r, (cioè la proiezione ortogonale nella direzione λ dello spostamento del punto P), è proporzionale, astraendo da quantità piccolissime di ordine superiore al primo, al segmento intercetto sulla retta condotta per P in direzione λ fra i lati l_i ed l_r del poligono funicolare. Come caso speciale il segmento intercetto sulla retta condotta per P nella direzione λ fra i lati l ed l_i misura lo spostamento di P nel suo moto relativo al piano π, sostegno dei sistemi mobili α. Quindi con due poligoni funicolari, colleganti quelle forze ideali applicate in diverse direzioni, si ottengono gli spostamenti effettivi dei punti P in grandezza e direzione.

3. Ciò posto cominciamo dallo studiare la deformazione delle travi ad arco cariche da forze nel piano (che supporremo verticale e di simmetria) del loro asse se a parete piena, e da forze nel piano (che pur supporremo in seguito verticale e di simmetria) degli assi delle aste che lo costituiscono, se reticolare.

Archi a parete piena.

4. Riferiremo l'asse dell'arco AB all'orizzontale ed alla verticale per l'estremo A di sinistra come assi delle x e delle y. Di un punto qualunque O dell'asse, alle coordinate x ed y, diremo s la distanza da A misurata lungo l'asse dell'arco; diremo φ l'angolo che la tangente in O all'asse dell'arco fa con la direzione positiva dell'asse x, contato positivamente a partire da x nel senso opposto al moto delle lancette dell'orologio. Diremo E il modulo di elasticità, F l'area, I il momento di inerzia della sezione trasversale S condotta per O rispetto all'asse baricentrico orizzontale di questa sezione.

Trascurando la deformazione dovuta allo sforzo di taglio e la curvatura dell'elemento di trave (come con sufficiente approssimazione per la pratica si può per archi da ponti o da tettoie), considerate due sezioni S_1 ed S_2 infinitamente prossime, i cui baricentri O_1 ed O_2 distano di ds, ed i cui

piani fanno angolo $-d\varphi$, per l'azione complessa dello sforzo normale N e del momento flettente M, la sezione S_2 si muoverà rispetto alla S_1 come se ruotasse attorno all'asse x_1 antipolare del centro X di sollecitazione, per la sezione S media del tratto di trave S_1S_2, rispetto all'ellisse centrale di questa sezione medesima.

5. Detta e l'eccentricità $\overline{XO}$ dello sforzo normale, assunta positiva quando N abbia momento positivo rispetto ad O (nel verso del moto delle lancette dell'orologio), e detto ρ il raggio d'inerzia della sezione S rispetto al proprio asse di flessione (asse baricentrico orizzontale), si ha

$$\overline{Ox_1} = \frac{\rho^2}{e} \tag{1}$$

e l'ampiezza della rotazione di S_2 rispetto ad S_1 vale

$$\Delta d\varphi = \frac{Mds}{EI} = \frac{Neds}{EI}. \tag{2}$$

6. Come verifica, si scomponga lo sforzo normale N applicato in X nella forza equipollente N applicata in O e nella coppia flettente di momento $M = Ne$.

Lo sforzo normale baricentrico provoca una traslazione

$$\Delta ds = \frac{Nds}{EF} \tag{3}$$

di S_2 rispetto ad S_1 nella direzione O_1O_2; la coppia M produce una rotazione $\Delta d\varphi = \frac{Mds}{EI}$ attorno all'asse di flessione della sezione media S. I due movimenti elementari insieme equivalgono ad una unica rotazione $\Delta d\varphi$ attorno all'asse giacente nel piano della sezione S, parallelo a quello di flessione e da esso distante di

$$\Delta ds : \Delta d\varphi = \rho^2 : e = \overline{Ox_1}. \tag{4}$$

7. Presi sull'asse di sollecitazione s della sezione S due punti U_1 ed U_2 equidistanti dal baricentro O di una quantità

arbitraria δ, e condotte per U_1 ed U_2 le parallele u_1 ed u_2 all'asse di flessione, scomponiamo la rotazione $\Delta d\varphi$ attorno ad x_1 in due rotazioni $\Delta d\varphi_1$ e $\Delta d\varphi_2$ attorno ad u_1 ed u_2.

Sarà

$$(5) \qquad \Delta d\varphi_1 = \Delta d\varphi \frac{\overline{x_1 U_2}}{\overline{U_1 U_2}} = \frac{N ds}{2EI}\left(e - \frac{\rho^2}{\delta}\right)$$

ed analogamente

$$(6) \qquad \Delta d\varphi_2 = \Delta d\varphi \frac{\overline{x U_1}}{\overline{U_1 U_2}} = \frac{N ds}{2EI}\left(e + \frac{\rho^2}{\delta}\right).$$

Detti V_1 e V_2 gli antipoli di u_1 ed u_2 rispetto all'ellisse centrale della sezione S, potremo pure scrivere

$$(7) \qquad \Delta d\varphi_1 = \frac{M_2 ds}{2EI}, \quad \Delta d\varphi_2 = \frac{M_1 ds}{2EI}$$

indicando con M_2 ed M_1 i momenti della sollecitazione esterna della sezione S rispetto ai punti V_2 e V_1 rispettivamente.

8. Come caso speciale scelti i punti U_1 ed U_2 agli estremi del diametro del nocciolo centrale disteso sull'asse di sollecitazione (supposta la sezione simmetrica rispetto all'asse di flessione), i punti V_1 e V_2 coincidono con gli estremi i ed e all'intradosso ed all'estradosso della sezione S.

9. Se invece i punti U_1 ed U_2 scelgonsi, come faremo sempre in seguito, agli estremi del diametro dell'ellisse centrale della sezione ch'è disteso sull'asse di sollecitazione, i punti V_1 e V_2 coincidono con U_2 ed U_1 rispettivamente, onde sarà

$$(8) \qquad \Delta d\varphi_1 = \frac{\mu_1 ds}{2EI}, \quad \Delta d\varphi_2 = \frac{\mu_2 ds}{2EI}$$

indicando con μ_1 e μ_2 i momenti della sollecitazione esterna per la sezione S rispetto agli assi u_1 ed u_2 attorno a cui suppongonsi le due rotazioni componenti.

10. La deformazione della trave si può quindi concepire come il complesso degli spostamenti delle singole sezioni rispetto

alle infinitamente prossime rotando attorno agli assi x_1 corrispondenti e per le corrispondenti ampiezze $\Delta d\varphi$; ovvero anche come il complesso degli spostamenti delle singole sezioni rispetto alle infinitamente prossime ruotando contemporaneamente attorno agli assi u_1 ed u_2 per le ampiezze corrispondenti $\Delta d\varphi_1$ e $\Delta d\varphi_2$.

Se quindi ai punti X_1 tracce degli assi x_1, nel piano dell'asse dell'arco, applicansi in data direzione λ forze ideali misurate dalle corrispondenti quantità angolari $\Delta d\varphi$, e si collegano queste forze ordinatamente con un poligono funicolare avente per distanza polare l'unità di lunghezza, ovvero ai punti U_1 ed U_2 nel piano dell'asse dell'arco applicansi in direzione λ forze ideali misurate dalle corrispondenti quantità angolari $\Delta d\varphi_1$ e $\Delta d\varphi_2$, e si collegano ordinatamente con poligono funicolare avente distanza polare eguale all'unità di lunghezza, le ordinate del poligono funicolare, lette da opportuna retta fondamentale sulle rette condotte in direzione λ dai punti S dell'asse dell'arco, misurano gli spostamenti di questi stessi punti nella direzione λ, cioè le proiezioni ortogonali sulla direzione λ degli effettivi spostamenti di detti punti nel piano dell'asse.

11. Dette ξ ed η le coordinate di X_1, x ed y quelle del baricentro O_2 di S_2, per la rotazione elementare $\Delta d\varphi$ attorno ad x_1 le coordinate x ed y varieranno di

$$(y - \eta) \,.\, \Delta d\varphi \text{ e } (\xi - x) \,.\, \Delta d\varphi ,$$

e queste variazioni coincidono con le variazioni delle proiezioni dx e dy dell'elemento ds di asse dell'arco sugli assi coordinati x ed y; onde potrà porsi

$$\Delta dx = (y - \eta) \,.\, \Delta d\varphi = (y - \eta) \frac{Mds}{EI} \tag{9}$$

$$\Delta dy = (\xi - x) \,.\, \Delta d\varphi = -(x - \xi) \frac{Mds}{EI}. \tag{10}$$

12. Analogamente se con x_{u_1}, y_{u_1} e con x_{u_2} ed y_{u_2} indicansi le coordinate di U_1 ed U_2, tenendo conto d'ambo le rotazioni $\Delta d\varphi_1$ e $\Delta d\varphi_2$, sarà

$$(11)\quad \Delta dx = (y - y_{u_1})\,\Delta d\varphi_1 + (y - y_{u_1})\,\Delta d\varphi_2 = y\,.\,\Delta d\varphi - \frac{M_2 y_{u_1} + M_1 y_{u_2}}{2EI}\,ds$$

$$(12)\quad \Delta dy = -(x - x_{u_1})\,\Delta d\varphi_1 - (y - y_{u_2})\,\Delta d\varphi_2 = -x\Delta d\varphi + \frac{M_2 x_{u_1} + M_1 x_{u_2}}{2EI}\,ds.$$

E se i punti U_1 ed U_2 scelgonsi sull'ellisse centrale della corrispondente sezione trasversale

$$(11')\qquad \Delta dx = y\,.\,\Delta d\varphi - \frac{\mu_1 y_{u_1} + \mu_2 y_{u_2}}{2EI}\,ds.$$

$$(12')\qquad \Delta dy = -x\,.\,\Delta d\varphi + \frac{\mu_1 x_{u_1} + \mu_2 x_{u_2}}{2EI}\,ds.$$

13. Integrando le precedenti, si hanno le equazioni degli spostamenti sotto le forme seguenti, che meglio si prestano ai calcoli pratici degli archi elastici:

$$(13)\quad \begin{cases} \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \int_0 \frac{M\,ds}{EI} \\ \Delta x = y.\Delta\varphi - \int_0 \frac{M\eta}{EI}\,ds \\ \Delta y = -x\Delta\varphi + \int_0 \frac{M\xi}{EI}\,ds \end{cases} \qquad (14)\quad \begin{cases} \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \int_0 \frac{\mu\,ds}{2EI} \\ \Delta x = y.\Delta\varphi - \int_0 \frac{\mu y_u}{2EI}\,ds \\ \Delta x = -x\Delta\varphi + \int_0 \frac{\mu x_u}{2EI}\,ds \end{cases}$$

nelle quali s'indica con $\Delta\varphi_0$ la variazione, dovuta alle forze esterne, dell'angolo $\varphi = \varphi_0$ all'origine A dell'arco, e gl'integrali contenenti i momenti μ s'intendono estesi simultaneamente ai punti U_1 ed U_2 di tutte le sezioni dell'arco AS.

14. Diviso l'asse dell'arco in tratti δs abbastanza piccoli perchè si possa ritenere caduno di essi di sezione costante e costante per ogni loro sezione la sollecitazione ed eguale a quella relativa alla corrispondente sezione media, detto I_0 un momento d'inerzia qualunque scelto come termine di paragone, e posto genericamente

$$I = \vartheta I_0 \quad e \quad K_1 = \frac{\delta s}{2EI_0}$$

le equazioni degli spostamenti per la sezione distante dall'origine A di n tronchi δs si riducono alle seguenti:

$$(15)\begin{cases} \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + 2K_1 \sum_1^n \frac{M}{\vartheta} \\ \Delta x = y\Delta\varphi - 2K_1 \sum_1^n \frac{M}{\vartheta}\eta \\ \Delta y = -x\Delta\varphi + 2K_1 \sum_1^n \frac{M}{\vartheta}\xi \end{cases} \quad (16)\begin{cases} \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + K_1 \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} \\ \Delta x = y\Delta\varphi - K_1 \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} y_u \\ \Delta y = -x\Delta\varphi + K_1 \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} x_u \end{cases}$$

15. Le equazioni (13) e (15) riescono più comode pel calcolo delle deformazioni di archi staticamente determinati, od almeno, nel caso opposto, già determinati precedentemente per riguardo alle sollecitazioni esterne delle singole sezioni; poichè in tali casi sono determinabili i punti X_1. Per il calcolo delle sollecitazioni esterne per archi staticamente indeterminati, i punti X_1 e le relative coordinate ξ ed η non sono noti *a priori,* chè dipendono dalle sollecitazioni medesime; tornano in tale calcolo più comode le equazioni (14) e (16).

Queste medesime equazioni (14), le quali permettono di tener conto in modo semplice della deformazione dell'arco dovuto allo sforzo normale insieme con quella prodotta dal momento flettente, furono per altra via ottenute dal sig. *M. Bertrand de Fontviolant* (1).

Come vedremo, la considerazione dei punti U fa rientrare la teoria degli archi a parete piena in quella degli archi reticolari, con che sintetizzando si semplifica notevolmente la teoria degli archi elastici.

Archi reticolari.

16. Supporremo gli archi costituiti da sbarre rettilinee fra loro articolate agli estremi — nodi — in modo che i loro assi

(1) Cfr. Bertrand de Fontviolant, *Mémoire sur la statique graphyque des arcs élastiques,* 1890. — C. Guidi, *l. c., Lezioni,* ecc.

giacciano in uno stesso piano e formino tanti successivi triangoli, ciascuno dei quali abbia comune col precedente e col seguente una sola sbarra — sbarra di parete — costituendo la terza asta del triangolo parte del contorno dell'arco.

Supporremo inoltre le forze esterne, carichi e reazioni di appoggio, applicate a nodi ed agenti nel piano degli assi delle sbarre, e faremo astrazione dalle deformazioni, trascurabili praticamente, dovute alle variazioni di lunghezza delle aste di parete, ciò che può considerarsi corrisponda al trascurare la deformazione prodotta dallo sforzo di taglio per le travi a parete piena.

Indicheremo in generale con I′ un nodo del contorno superiore, con I″ un nodo del contorno inferiore, e con I uno qualunque dei nodi, con l', l'', l rispettivamente l'asta di contorno inferiore opposta ad I′, quella di contorno superiore opposta ad I″ e quella di contorno opposta al nodo I.

17. Fatta una sezione S′ secante un'asta l' e due aste concorrenti in I′, che diremo polo di l', in modo da dividere in due parti distinte la trave ad arco, sia μ' il momento rispetto ad I′ della sollecitazione esterna per la sezione S′. Sarà $\frac{\mu'}{r'}$ lo sforzo di tensione nell'asta l' dovuto a quella sollecitazione, se indicasi con r' la distanza di I′ da l'; onde l'allungamento $\Delta l'$ della lunghezza l' sarà

$$\Delta l' = \frac{\mu'}{r'} \frac{l'}{E'F'} \tag{17}$$

indicando con l' la lunghezza, F′ l'area della sezione trasversale ed E′ il modulo di elasticità per la sbarra l'.

Per l'aumento $\Delta l'$ della lunghezza l', la parte di trave a sinistra di S′ ruota attorno ad I′, nel senso opposto a quello del moto delle lancette dell'orologio, della quantità (1)

---

(1) Invero se a e b sono le lunghezze (qui supposte invariabili) delle aste di parete formanti triangolo con l', si ha $l'^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$, se $\alpha = \widehat{ab}$; onde $l'\Delta l' = ab \operatorname{sen} \alpha \Delta\alpha = l'r'\Delta\alpha$, e perciò $\Delta\varphi' = \Delta\alpha = \frac{\Delta l'}{r'}$.

$$\Delta\varphi' = + \frac{\Delta l'}{r'} = + \frac{\mu' l'}{r'^2 E' F'}. \tag{18}$$

18. Analogamente se M'' è il momento rispetto al nodo I'' della sollecitazione esterna per la sezione S'' segante l'' e due sbarre concorrenti in I'', in modo da dividere in due parti la travatura, detta r'' la distanza di I'' da l'' in valore assoluto, l'allungamento di l'' sarà

$$\Delta l'' = - \frac{M'' l''}{r'' E'' F''}, \tag{19}$$

adottando notazioni analoghe a quelle di cui a numero precedente.

Onde una rotazione attorno ad I'' della parte di trave ch'è a destra di S'', ancora nel senso opposto a quello del moto delle lancette dell'orologio,

$$\Delta\varphi'' = + \frac{\mu'' l''}{r''^2 E'' F''}. \tag{20}$$

19. Le due formole (18) e (20) si possono rappresentare colla sola

$$\Delta\varphi = \frac{\mu l}{r^2 EF}, \tag{21}$$

toltine gli accenti ed estendendola alla rotazione attorno ad un nodo qualunque I di contorno dell'arco.

20. Adunque la deformazione d'un arco reticolare può concepirsi come il complesso di rotazioni $\Delta\varphi$ delle aste di parete, qui ritenute di lunghezza invariabile, attorno ai corrispondenti nodi di contorno I. Se quindi ai punti I applicansi in data direzione λ forze ideali misurate dalle corrispondenti quantità angolari $\Delta\varphi$, e queste forze ideali collegansi con un poligono funicolare di distanza polare l'unità di lunghezza, le ordinate intercette sulle rette condotte in direzione λ pei punti I fra detto poligono funicolare ed una fondamentale rettilinea, da determinarsi, misurano gli spostamenti di detti nodi nella dire-

zione λ, cioè le proiezioni ortogonali dei loro effettivi spostamenti su tale direzione.

Con due poligoni funicolari colleganti dette forze ideali applicate in direzione di due assi coordinati x ed y, per es. orizzontale e verticale, deduconsi gli spostamenti effettivi dei singoli nodi, onde la deformazione di tutta la travatura.

21. Dette x ed y le coordinate d'un punto qualunque appartenente ad un'asta di parete, ξ ed η le coordinate di un punto qualunque I, per la rotazione $\Delta\varphi$ attorno ad I, le variazioni delle coordinate x ed y saranno:

$$\Delta x = -(y-\eta)\,\Delta\varphi, \quad \Delta y = (x-\xi)\,\Delta\varphi. \tag{22}$$

Onde pel complesso della deformazione, detta $\Delta\varphi$ la variazione che subisce l'angolo φ che con l'asse x fa l'asse dell'asta di parete considerata, contato positivamente da x nel senso opposto a quello del moto delle lancette dell'orologio, sarà

$$\left\{\begin{aligned} \Delta\varphi &= \Delta\varphi_0 + \sum_0 \frac{\mu l}{r^2 \mathrm{EF}} \\ \Delta x &= y\Delta\varphi - \sum_0 \eta \frac{\mu l}{r^2 \mathrm{EF}} \\ \Delta y &= -x\Delta\varphi + \sum_0 \xi \frac{\mu l}{r^2 \mathrm{EF}} \end{aligned}\right. \tag{23}$$

estendendo la sommatoria a partire dalla 1ª asta (che considerasi di parete) che passa per l'estremo sinistro A.

Dette l_0, r_0, E_0, F_0 valori fissi di l, r, E, F, e posto

$$\frac{l_0}{r^2_0 \mathrm{E}_0 \mathrm{F}_0} = \mathrm{K} \tag{24}$$

e fatto genericamente

$$\vartheta \frac{l}{r^2 \mathrm{EF}} = \frac{l_0}{r^2_0 \mathrm{E}_0 \mathrm{F}_0} \tag{25}$$

le trovate equazioni degli spostamenti assumono la forma

$$(26)\quad \begin{cases} \Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + K \sum\limits_{0} \frac{\mu}{\vartheta} \\ \Delta x = y\Delta\varphi - K \sum\limits_{0} \frac{\mu}{\vartheta}\eta \\ \Delta y = -x\Delta\varphi + K \sum\limits_{0} \frac{\mu}{\vartheta}\xi \end{cases}$$

22. L'analogia fra le equazioni (16) e queste (26) or trovate permette appunto di trattare gli archi a parete piena a quel modo in cui trattansi gli archi reticolari, bastando sostituire i punti U_1 ed U_2 ai nodi I′ ed I″.

23. Ciò posto, passiamo al compito impostoci al principio di questa nota.

Archi a cerniere d'imposta.

Archi a parete piena.

24. Supporremo anzitutto di livello i centri A e B delle cerniere d'imposta, ed assumeremo il centro A d'appoggio sinistro come origine delle coordinate, l'asse x e l'asse y coincidenti con la orizzontale e con la verticale per A.

Applicati all'arco carichi (verticali) P, il poligono funicolare che li collega, e che ha per lati estremi le reazioni delle cerniere d'imposta, costituisce il così detto poligono delle pressioni e, riferito all'asse dell'arco, funziona da diagramma dei momenti flettenti per le singole sezioni dell'arco quando assumasi a base di riduzione la componente orizzontale comune H delle reazioni di appoggio — spinta orizzontale dell'arco — e si misurino le ordinate del diagramma verticalmente. Con sufficiente approssimazione nei casi pratici si potrà quindi porre, per uno dei punti U qualunque,

$$(27)\qquad \mu = H\zeta$$

essendo ζ la distanza verticale di U dal poligono delle pressioni, contata positiva per punti situati al disotto di tale poligono.

25. Se l'ordinata ζ considerasi qual differenza fra l'ordinata ζ' del poligono delle pressioni e l'ordinata ζ'' del punto U a partire dall'asse x, sarà

$$\mu = H(\zeta' - \zeta'') \tag{28}$$

e la equazione che dà Δx, applicata al centro B della cerniera destra, di cui supponesi un cedimento $\Delta 2l$ sull'orizzontale (variazione della lunghezza $2l$ della corda AB dell'arco) diventa

$$\Delta 2l = - K_1 \sum_1^n H(\zeta' - \zeta'') \frac{y_u}{\vartheta}, \tag{29}$$

essendo n il numero totale dei tronchi δs in cui si divise l'arco.

Se ora pei centri A e B di appoggio si fa passare il poligono funicolare collegante i carichi P ed avente distanza polare arbitraria H_1, cioè si disegna il diagramma dei momenti flettenti, con base di riduzione H_1, per una trave rettilinea appoggiata semplicemente in A e B e gravata dai medesimi carichi P, le ordinate ζ'_1 di questo diagramma contate dall'asse x soddisfano alla relazione

$$H_1 \zeta'_1 = H\zeta'. \tag{30}$$

Onde la (29) diventa

$$\Delta 2l = - K_1 \left[H_1 \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u - H \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u \right] \tag{31}$$

e fornisce la vera spinta orizzontale

$$H = \frac{H_1 \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u + \frac{\Delta 2l}{K_1}}{\sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u}. \tag{32}$$

26. Le sommatorie che compariscono in questa formola possono calcolarsi come momenti statici rispetto all'asse x delle forze ideali $\frac{\zeta'_1}{\vartheta}$ e $\frac{\zeta''}{\vartheta}$ applicate orizzontalmente ai rispettivi centri U.

Collegate le forze ideali $\frac{\zeta'_1}{\vartheta}$ applicate orizzontalmente ai punti U con un poligono funicolare p'_1 di distanza polare λ, ed analogamente le forze ideali $\frac{\zeta''}{\vartheta}$ con poligono funicolare p'' di uguale distanza polare, detti m'_1 ed m'' i segmenti intercetti sull'asse x dai lati estremi dei poligoni p'_1 e p'', sarà

$$\sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u = \lambda m'_1, \quad \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u = \lambda m''. \tag{33}$$

Quindi la formola che dà H riducesi ad

$$H = \frac{H_1 m'_1 + \frac{\Delta 2l}{\lambda K_1}}{m''}. \tag{34}$$

27. Per appoggi perfetti, $\Delta 2l = 0$, onde

$$H = H_1 \frac{m'_1}{m''}. \tag{34'}$$

28. Rifatto il poligono funicolare collegante i carichi P, e passante pei centri d'appoggio A e B, con distanza polare H, ovvero moltiplicate le ordinate ζ'_1, pel rapporto $\frac{H_1}{H}$, si ottiene l'effettivo poligono delle pressioni, in base al quale calcolasi la stabilità dell'arco.

29. Una variazione di temperatura di $\pm t^0$, eguale per tutto l'arco, supposto eguale per tutto l'arco il coefficiente α di dilatazione termica, ha lo stesso effetto d'un aumento $\Delta 2l = \alpha t . 2l$ negativo o positivo della corda $2l$ dell'arco.

30. Supponiamo ora il caso più generale in cui gli appoggi non sieno di livello, e sia c l'ordinata del centro B della cerniera destra. Supponiamo cedevole, per generalità, il punto B di $\Delta 2l$ orizzontalmente verso le x positive e di $-\Delta c$ verticalmente verso l'alto (y positive).

Detta $\Delta\varphi_1$ la rotazione della tangente in B all'asse dell'arco, le equazioni degli spostamenti applicate al punto B dànno:

$$\Delta 2l = c\Delta\varphi_1 - K_1 \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} y_u \tag{35}$$

$$-\Delta c = -2l\Delta\varphi_1 + K_1 \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} x_u. \tag{36}$$

Eliminando la rotazione $\Delta\varphi_1$ che non ci occorre, ottiensi la equazione

$$2l \,.\, \Delta 2l - c \,.\, \Delta c = K_1 \left[c \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} x_u - 2l \sum_1^n \frac{\mu}{\vartheta} y_u \right]. \tag{37}$$

31. Colleghiamo i carichi P con un poligono funicolare p' passante pei centri d'appoggio A, B, e sia H_1 la distanza del polo P_1 corrispondente dalla retta dei carichi P, letta nella direzione della corda AB dell'arco. L'effettivo poligono delle pressioni sarà poligono funicolare dei carichi P con polo un punto P da determinarsi sulla parallela per P_1 alla AB, di cui diremo H la distanza in direzione AB dalla retta dei carichi. Se indicansi con α l'angolo della AB con l'asse della x, con ζ l'ordinata verticale compresa fra un punto U ed il poligono delle pressioni, con ζ' e ζ'' le ordinate sulla verticale di U a partire dalla AB del poligono delle pressioni e del punto U, e finalmente con ζ'_1 l'ordinata sulla verticale di U del poligono funicolare p' a partire dalla retta AB, sarà

$$\mu = H \cos\alpha \,.\, (\zeta' - \zeta'') \tag{38}$$

ed $H\zeta' = H_1 \zeta'_1$. Onde la (37) diventa

$$H = \frac{H_1 \left(c \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u - 2l \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u \right) - \frac{2l \,.\, \Delta 2l - c\Delta c}{K_1 \cos\alpha}}{c \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u - 2l \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u} \tag{39}$$

e dà perciò il polo P del vero poligono delle pressioni, onde questo poligono da prendersi a base del calcolo della stabilità dell'arco.

32. Le sommatorie $\sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u$ e $\sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u$ calcolansi come momenti delle forze ideali $\frac{\zeta'_1}{\vartheta}$ e $\frac{\zeta''}{\vartheta}$, applicate verticalmente ai corrispondenti punti U, rispetto alla verticale dell'appoggio A. Collegati questi carichi con 2 poligoni funicolari q'_1 e q'' di distanza polare λ e detti n'_1 ed n'' i segmenti intercetti dai loro lati estremi sulla verticale A, sarà

$$(40) \qquad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u = \lambda n'_1 \qquad \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u = \lambda n''$$

e ricordando quanto fu detto a n° 26, la formola che dà H riducesi alla

$$(41) \qquad H = \frac{H_1 (c n'_1 - 2 l m'_1) - \frac{2l . \Delta 2l - c \Delta c}{K_1 \lambda \cos \alpha}}{c n'' - 2 l m''}.$$

33. Per appoggi perfetti, $\Delta 2l = \Delta c = 0$. Onde

$$(42) \qquad H = H_1 \frac{c n'_1 - 2 l m'_1}{c n'' - 2 l m''},$$

e per $c = 0$

$$(34') \qquad H = H_1 \frac{m'_1}{m''}, \text{ come a n° 27.}$$

Archi reticolari.

34. Stanno per questi le cose dette per gli archi a parete piena, sostituendo ai punti U_1 ed U_2 i nodi I′ ed I″ di contorno. Ed anzi per gli archi reticolari stanno esattamente, mentre per archi a parete piena stanno per approssimazione, tanto maggiore quanto minore è la lunghezza δs dei tronchi in cui dividesi l'arco.

Archi incastrati agli estremi.

Archi a parete piena.

35. Anche qui cominceremo dal supporre di livello i baricentri A e B delle sezioni d'incastro, ed assumeremo come assi

delle x e delle y l'orizzontale e la verticale pel centro A della sezione d'incastro sinistra.

Supposte invariabili le direzioni delle sezioni d'incastro ed il livello dei loro baricentri, ammettiamo un cedimento $\Delta 2l$ orizzontale del centro B rispetto al centro A d'appoggio.

Analogamente a quanto fu detto a n. 26 per gli archi ad estremità girevoli, detta H la spinta orizzontale dell'arco, e ζ la distanza verticale di uno dei punti U dal poligono delle pressioni (contata positiva per punti al disotto di tale poligono), il momento μ relativo al punto U può, con sufficiente approssimazione, porsi

$$\mu = H\zeta \tag{43}$$

e le equazioni alla superficie, che tengono conto della natura degli appoggi, coincidenti con le equazioni degli spostamenti applicate al punto B dell'asse dell'arco, riduconsi alle:

$$\sum_1^n \frac{\zeta}{\vartheta} = 0, \quad \sum_1^n \frac{\zeta}{\vartheta} x_u = 0, \quad \Delta 2l = - K_1 \sum_1^n H \frac{\zeta}{\vartheta} y_u. \tag{44}$$

36. Sieno ζ'' e ζ' le ordinate verticali del punto U e del punto del poligono delle pressioni giacente sulla verticale di U, a partire da una retta k da determinarsi.

Poichè si ha

$$\zeta = \zeta' - \zeta'',$$

se la retta k tracciasi per modo che sia

$$\sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} = 0 \text{ e } \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u = 0 \tag{45}$$

dovrà essere

$$\sum^n \frac{\zeta'}{\vartheta} = 0, \quad \sum_1^n \frac{\zeta'}{\vartheta} x_u = 0, \text{ e } \Delta 2l = - K_1 \sum_1^n H \frac{\zeta' - \zeta''}{\vartheta} y_u. \tag{46}$$

37. Collegati i carichi P con un poligono funicolare p'_1 di distanza polare arbitraria H_1, poligono che risulterà affine alla linea delle pressioni, vi si tracci su tale retta k'_1 che sia

$$(47) \qquad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} = 0 \quad \text{e} \quad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u = 0$$

indicando con ζ'_1 l'ordinata verticale per un punto U qualunque compresa fra la k'_1 e la funicolare p'_1. Ridotta la funicolare p'_1 nel rapporto di affinità $\frac{H_1}{H}$ e trasportatane la fondamentale k'_1 sulla retta k già determinata, il nuovo poligono funicolare sarà la linea delle pressioni cercata. Il rapporto $H_1 : H$ è dato dalla 3ª delle (44), la quale, per essere $H_1 \zeta'_1 = H\zeta'$, trasformasi nella seguente:

$$(48) \qquad \Delta 2l = - K_1 \left[H_1 \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u - H \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u \right]$$

già trovata a nº 25, e con le notazioni di cui a nº 26 dà

$$(49) \qquad H = \frac{H_1 m'_1 + \frac{\Delta 2l}{K\lambda_1}}{m''}.$$

38. Valgono anche pel caso qui considerato le osservazioni a numeri 27 e 29.

39. Supporremo ora il caso più generale in cui i centri di appoggio non sieno di livello, ed indicheremo ancora con c l'ordinata del centro B di appoggio destro. Supporremo, per generalità, il punto B cedevole orizzontalmente di $\Delta 2l$ nel verso delle x positive, e di $-\Delta c$ nel verso delle y positive. Ammetteremo rotazioni piccolissime note $\Delta\varphi_0$ e $\Delta\varphi_1$ delle tangenti all'asse dell'arco in A e B.

40. Conservate le denominazioni di cui ai numeri 35, 36 e 37, le equazioni degli spostamenti applicate alla sezione B, che funzionano da equazioni alla superficie o di elasticità, tracciata tale retta k che sia

$$(50) \qquad \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} = 0 \quad \text{e} \quad \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u = 0,$$

riduconsi alle seguenti:

$$(51) \qquad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} = \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_0}{K_1 H_1}, \quad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u = \frac{\Delta c + 2l\Delta\varphi_1}{K_1 H_1}, \text{ e}$$

$$(52) \qquad 2l \,.\, \Delta 2l - c \,.\, \Delta c = K_1 \left[H_1 \left(c \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u - 2l \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} y_u \right) - \right.$$

$$\left. - H \left(c \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} x_u - 2l \sum_1^n \frac{\zeta''}{\vartheta} y_u \right) \right].$$

41. Tracciata quindi sul poligono funicolare p'_1 di distanza polare H_1 arbitraria, collegante i carichi P, tal retta k'_1 che soddisfi alle (51), il valore della vera spinta H e perciò il rapporto di affinità $\frac{H_1}{H}$ fra l'effettivo poligono delle pressioni e la p'_1 viene dato dalla (52). Le sommatorie che in quest'equazione compariscono si calcoleranno secondo che fu detto a n° 32.

42. Per la determinazione delle rette k'' e k'_1 soddisfacenti alle condizioni imposte si può procedere come ora indicheremo.

Vogliasi tracciare la retta k'_1 per cui si abbia

$$(51) \qquad \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} = \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_0}{K_1 H_1} \text{ e } \sum_1^n \frac{\zeta'_1}{\vartheta} x_u = \frac{\Delta c + 2l\Delta\varphi_1}{K_1 H_1}.$$

Sieno β_0, β_1 e β le ordinate della k'_1 dall'asse x in corrispondenza dei centri d'appoggio A e B e di uno qualunque dei punti U; ed indichisi genericamente con y'_1 l'ordinata sulla verticale di U compresa fra l'asse x e la funicolare p'_1. Avremo

$$(53) \qquad \zeta'_1 = y'_1 - \beta \quad \text{e} \quad \beta = \beta_0 + \frac{\beta_1 - \beta_0}{2l} x_u.$$

Onde le (51) trasformansi nelle seguenti, da cui ricavansi le ordinate β_0 e β_1 determinanti la k'_1:

$$(54) \quad \begin{cases} \beta_0 \left(\frac{1}{2l} \sum_1^n \frac{x_u}{\vartheta} - \sum_1^n \frac{1}{\vartheta} \right) - \beta_1 \frac{1}{2l} \sum_1^n \frac{x_u}{\vartheta} = \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_0}{K_1 H_1} - \sum_1^n \frac{y'_1}{\vartheta} \\ \beta_0 \left(\frac{1}{2l} \sum_1^n \frac{x_u^2}{\vartheta} - \sum_1^n \frac{x_u}{\vartheta} \right) - \beta_1 \frac{1}{2l} \sum_1^n \frac{x_u^2}{\vartheta} = \frac{\Delta c - 2l\Delta\varphi_1}{K_1 H_1} - \sum_1^n \frac{y'_1}{\vartheta} x_u. \end{cases}$$

Le sommatorie possono calcolarsi graficamente come momenti statici rispetto alla verticale A dei pesi ideali $\frac{x_u}{\vartheta}$ ed $\frac{y'_1}{\vartheta}$ applicati ai punti U corrispondenti.

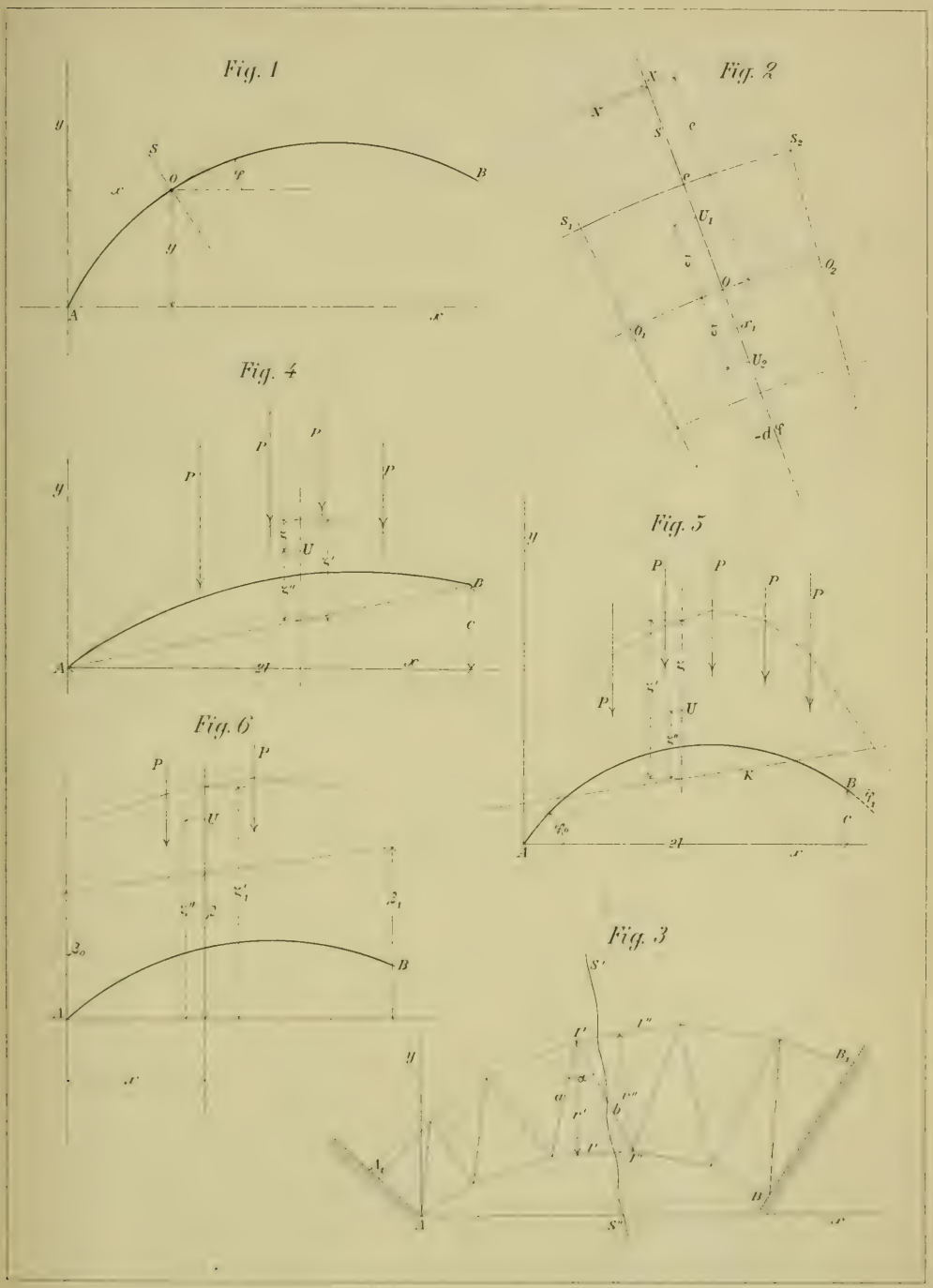
43. In modo analogo determinasi la k'' soddisfacente alle condizioni imposte a n° 49, ovvero la k'_1 soddisfacente alle condizioni di cui a n° 37.

Archi reticolari.

44. Sta quanto fu esposto per gli archi a parete piena, sostituendo ai punti U_1 ed U_2 i nodi di contorno I′ ed I″, ed anzi a tale proposito va ripetuto quanto fu detto a numero 34.

45. Vuolsi osservare che l'incastro di un arco reticolare consiste nel vincolo imposto ad un nodo A di rimanere fisso ovvero di cedere di quantità dipendenti dal sistema di appoggio, insieme col vincolo imposto ad una sbarra d'estremità di passare costantemente per un punto A_1 che si mantiene a distanza costante da A, potendosi del resto muovere attorno a questo dipendentemente dalla cedevolezza dell'appoggio. Converrà perciò immaginare aggiunta alla travatura un'asta invariabile AA_1, la cui rotazione per l'azione dei carichi e dipendente dalla imperfezione di appoggio corrisponde alla quantità $\Delta\varphi_0$ delle formule precedenti. Analogamente dicasi per l'altro appoggio B e per la quantità angolare $\Delta\varphi_1$ che comparisce nelle precedenti formule.

E. OVAZZA - Sul metodo di falsa posizione pel calcolo degli archi elastici.



Lit. Salussolia - Torino

Di alcuni Corallari pliocenici del Piemonte e della Liguria;

Nota di ELODIA OSASCO.

Nel riordinare i Coralli fossili terziari del Museo geologico della R. Università di Torino ebbi campo di fare alcune osservazioni sopra i Coralli pliocenici del Piemonte e della Liguria, che credo non inutile di pubblicare.

Alcune delle forme studiate sono nuove per la scienza; per molte altre viene ad essere notevolmente allargata l'area della loro distribuzione geografica.

Risulta da questo studio anche un qualche contributo alla conoscenza del rapporto numerico delle specie plioceniche con quelle del periodo tortoniano e con quelle del mare Mediterraneo.

Cercai di distinguere colla maggior cura possibile le varietà propriamente dette dalle anomalie, procedendo molto cautamente nell'introdurre nuovi nomi specifici.

Nella tavola unita a questo lavoro riprodussi colla fotografia alcuni esemplari di specie diverse dimostranti casi anomali di gemmazione calicinale e di fissiparità, perchè sempre più confermano ciò che il D'Achiardi indicò: " Potersi incontrare le diverse forme di riproduzione in tutte le specie di coralli, salvo a predominare l'una o l'altra in gruppi distinti „.

Eupsammia porosissima, n. sp. (fig. 3).

" Poliparium magnum, laeviter compressum et curvatum ad " maiorem axem, theca subtili, laxe porosa, multis costis ver- " micularibus, porosis, incerte granulatis; septis granulatis in " quinque cyclis, quatuor aequalibus, quinto ad quartum coa- " lescente: viginti quatuor apparentia systemata. Columella " magna, laxe porosa, fere rhomboidalis.

" Altitudo exemplaris imperfecti 40 mm., axis maior ca- " licis 20 mm. „.

Astiano. — Astigiano (rara).

Osserv. — Questa specie s'avvicina all'*E. contorta De Ang.* (1), ma quest'ultima, come posso arguire dagli esemplari da me esaminati, presenta quattro cicli di setti con dodici apparenti sistemi, mentre la mia specie presenta cinque cicli con 24 sistemi apparenti.

Balanophyllia italica (Michn.).

1840-47. — Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 46, tav. 9, fig. 15. (*Caryophyllia*).

B. italica (Michn.) Var. **gigantea**, n. (fig. 2).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium magnum, epitheca reductissima, columella " reducta fere ut lamina spongiosa.

" Altitudo exemplaris imperfecti 30 mm., axis maior calicis " 20 mm., minor 15 mm. „.

Astiano. — Astigiano (rara).

Osserv. — Le maggiori dimensioni del polipieride non alterano il rapporto fra i vari diametri. Il calice appare molto compresso, ma ciò in parte dipende dal grande sviluppo dei setti che comprimono la columella. L'epiteca è ridotta a leggero strato bianchiccio sopra alcuni punti presso la base. Alcune coste si ramificano a diversa altezza irregolarmente.

Dendrophyllia digitalis Blainv.

1840-47. — Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 52, tav. 10, fig. 10.

D. digitalis. Var. **crassa**, n. (fig. 27).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium crassum, magnis polypieridibus in tribus or- " dinibus, axis maior calicis 20 mm., minor 15 mm.

Piacenziano. — Albenga (rara).

Astiano. — Valle Andona, Pavone (Alessandria) (rara).

Osserv. — I grossi polipieridi sono disposti, come nella *Dendrophyllia digitalis*, su linee spirali brevi, non continue, ma in soli tre ordini verticali.

---

(1) De Angelis, *Corallari terz. Ital. sett.*, 1894, pag. 33, tav. 1, fig. 10.

Dendrophyllia ramea (Linn.) (fig. 1).

1860. — Milne Edwards, *Hist. nat. Corall.*, t. III, pag. 115. *Atlas du regne animal de Cuvier* (*Zoophites*), pl. 83, fig. 1ª, 1ᵇ.

Piacenziano. — Zinola (non rara).

Osserv. — Questa specie, vivente nel Mediterraneo, non fu ancora rinvenuta fossile. Berkeley Cotter (1), tra i fossili terziarî dell'arcipelago di Madera, nomina la *Dendrophyllia ramea* Blainv., ma riporta come tale la fig. del Michelin (2), la quale deve riferirsi alla *D. taurinensis* E. H. (3).

Trochocyathus arenulatus Ponzi (fig. 14).

1876. — Ponzi, *I fossili del monte Vaticano*, pag. 28, tav. 3ª, fig. 14 *a*, *b*.

Piacenziano. — Zinola (raro).

Il De Angelis (*Boll. Soc. geolog. it.*, 1893, tom. XII, pag. 5) non accettò questa specie e la riunì al *T. mitratus* (Goldf.) (4), ma gli esemplari da me studiati non lasciano dubbio sulla bontà della specie del Ponzi, e lo stesso De Angelis, in seguito allo esame degli esemplari da me comunicatigli, giudicò la specie ben caratterizzata. In vero, il mio esemplare differisce da quello del Ponzi per avere il peduncolo più fragile, e tutte le coste prolungate sino alla base; ma tali differenze probabilmente dipendono dalla difettosa esecuzione dei disegni e dal grado di conservazione del fossile. Differisce questo polipieride dal *T. mitratus* (Goldf.) per i seguenti caratteri: calice quasi circolare; peduncolo gracile con cicatrice, piegato verso il piano del grande asse; coste disuguali, carenate, che si elevano in punta al disopra del calice; granuli più evidenti sulla teca; teca, setti e paluli molto più sottili, questi ultimi però alquanto più larghi, con margine superiore retto e non arcato, granuli dei setti e dei paluli più grossi, senza regolare disposizione. Le ora indicate differenze scompaiono in parte nelle forme di passaggio,

---

(1) *Comm. da comm. dos trab. geolog. du Portug.*, Tom. II, fasc. II, pag. 234, 1892.

(2) Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 52, tav. 10, fig. 8, 1840-47.

(3) Milne Edwards et J. Haime, *Ann. Sc. Nat.*, ser. 3ª, tom. 10, pag. 99.

(4) Goldfuss, *Petref. German.*, pag. 52, pl. XV, fig. 5, 1826 (*Turbinolia mitrata*).

e quindi, pur tenendo separate le due specie, credo poter conchiudere col De Angelis essere il *T. arenulatus* Ponzi un derivato evolutivo del *T. mitratus* (Goldf.) o del *T. crassus* (Michtt.) (1).

Il *T. arenulatus* Ponzi si avvicina al *T. affinis* Reuss (2), ma se ne distingue per il peduncolo curvato verso il piano del grande asse e per la columella serialare; per questo carattere, e per avere il quarto ciclo di setti completo si distingue pure dal *T. Sismondae* E. H. (3).

Trochocyathus arenulatus Ponzi Var. **turbinata**, n. (fig. 15).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium turbinatum, costis maioribus minus promi-
" nentibus, atque minus elatis super calicem, ad calicem fortiter
" crispatis, quinto cyclo imperfecto, granulis septorum et palu-
" lorum maioribus.

" Altitudo 12 mm., axis maior calicis 17 mm., minor
" 15 mm. ".

Piacenziano. — Zinola (rara).

Trochocyatus arenulatus Ponzi Var. **laevis**, n. (fig. 16).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium nonnullis costis dilatis usque ad basem valde
" granulatam.

" Altitudo 11 mm., axis maior calicis 12 mm., minor
" 11 mm. ".

Piacenziano. — Zinola (rara).

Paracyathus pedemontanus (Michn).

1840-47. — Michelin, *Iconog. zooph.*, pag. 47, t. IX, fig. 16 (*Turbinolia*).

---

(1) Michelotti, *Specim. zooph. diluv.*, pag. 69, t. III, fig. 1 (*Turbinolia plicata*).

(2) Reuss, *Korallen Miocäns* (Akad. zu Wien, XXXI, 1872, tav. II, fig. 12, 13).

(3) Milne Edwards et J. Haime, *Annales des Sc. Nat.*, 3ª ser., tom. 9°, pag. 307, pl. 10, fig. 4.

Par. pedemontanus (Michn.) Var. **alternicostata**, n. (fig. 12).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium costis conspicuis alternis aequalibus.

" Altitudo 6-16 mm. ".

Piacenziano. — Viale (rara).

Astiano. — Astigiano (non rara).

Par. pedemontanus (Michn.) Var. **Michelottii**, n. (fig. 13).

1838. — Michelotti, *Specim. zooph.*, t. III, fig. 3 (*Turbinolia cyathus*).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium costis conspicuis ad marginem calicis; costae " ad basem substituuntur a granis ".

Astiano. — Astigiano (non rara).

Oss. — Questa varietà corrisponde alla figura del Michelotti attribuita con dubbio al *Paracyathus pedemontanus* (Michn.) da M. Edwards e J. Haime.

Ceratotrochus duodecimcostatus (Goldf.) (fig. 4).

1826. — Goldfuss, *Petref. Germ.*, pag. 52, t. XV, fig. 6[a] (*Turbinolia*).

Piacenziano. — Castelnuovo d'Asti, Rocca d'Arazzo, Cortanzone, Viale; T. Torsero (Ceriale), Zinola, Albenga (abbondante).

Astiano. — Astigiano (non raro).

Osserv. — Molti autori diedero la figura di esemplari di questa specie e li descrissero; ma la sola figura 6[a] del Goldfuss si deve ritenere tipica, mentre la 6[b], ed in generale tutti gli esemplari di cui i varî autori diedero la figura, formano, se non una nuova specie, almeno una buona varietà (forma tipica fig. 4 della mia tavola; var. *producta* fig. 5 della stessa tavola).

Gli esemplari veramente tipici sono tutti *piacenziani;* tutti *astiani* quelli ben caratterizzati della var. *producta.*

Gli esemplari *astiani* che ho riferiti al tipo, ed i *piacenziani* che ho riferiti alla var. *producta,* sono forme di passaggio. Tale passaggio è meravigliosamente illustrato da due esemplari di Valenza, che dapprima si svilupparono tipicamente, e, dopo

un arresto di sviluppo, assunsero la forma della varietà; i giovani adunque, si direbbe per atavismo, riprodussero la forma tipica dalla quale deviarono col successivo sviluppo, assumendo i caratteri della varietà.

Questo fatto può spiegare come certi autori abbiano potuto considerare la forma tipica come forma giovane. Che l'esemplare di cui do la figura sia adulto, è provato dall'aver il quinto ciclo di setti completo, con rudimenti del sesto; mentre tutti gli esemplari della varietà hanno solo il quinto ciclo completo.

C. duodecimcostatus (Goldf.) Var. **producta** n. (fig. 5).

1826. — Goldfuss, *Petref. Germ.*, t. XV, fig. 6[b].

1841. — Michelin, *Iconog. zooph.*, t. IX, fig. 7.

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium productum, costis non cristatis, raris et " laevibus asperitatibus ornatis; septis laxe sed incerte granu- " latis; calice compresso.

" Altitudo 45-60 mm., axis maior calicis 25 mm., minor " 18 mm. ".

Piacenziano. — Viale, Valenza, Rivarone (Aless.) (non rara).

Astiano. — Astigiano (abbondante), Chieri (non rara).

Osserv. — Degno di nota è l'esemplare (fig. 6) con gemma calicinale. L'individuo gemmante è normalmente sviluppato, mentre la gemma, che per metà oblitera il calice del primo, presenta forma quasi cilindrica, calice circolare, sviluppo incompleto.

I due polipieridi però non sono individualizzati che da un lato.

C. duodecimcostatus (Goldf.) Var. **floriformis** n. (fig. 7-8).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium parvum, floriforme, saepe rectum, peduncu- " latum, vulnere basilari, calice rotundo vel tenuiter compresso, " laevissime expanso; septis ornatis granis prominentissimis " sine lege dispositis, septis minoribus faciem dentatam prae- " bentibus.

" Altitudo 11-12 mm., axis maior calicis 4 mm., minor " 12 mm. ".

Piacenziano. — Zinola, Albenga (non rara).

Osserv. — Uno degli esemplari (fig. 8) ha sole nove coste principali e corrispondentemente nove setti più sviluppati. Però si possono rinvenire le tre coste ed i tre setti che si sono arrestati nello sviluppo; essi dividono i mezzi sistemi di setti in due parti disuguali, l'una tipicamente sviluppata, l'altra con solo tre setti e tre coste. Il passaggio dalla specie alla varietà è graduale.

C. duodecimcostatus (Goldf.) Var. **expansa**, n. (fig. 9).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium parvum, pedunculatum, vulnere basilari; co-
" stis subaequalibus, non cristatis, valde conspicuis ad marginem
" calicis, paullum ad basem; calice expanso.

" Altitudo 10-15 mm., axis maior calicis 14 mm., minor
" 11 mm. ".

Piacenziano. — Viale, Rivarone (Alessandria) (non rara).

Osserv. — La piaga basilare, la grandezza e la disposizione dei granuli sui setti avvicinano questa varietà alla varietà *floriformis,* ma le coste subeguali ne la distinguono. Queste coste, che verso il calice formano un collare frastagliato, distinguono la varietà dal *C. anceps.* Michtt. (1).

Ceratotrochus multispina (Michtt.).

1838. — Michelotti, *Spec. zooph. dil.*, pag. 71, t. II, fig. 6 (*Turbinolia multispina*).

C. multispina (Michtt.) Var. **laevis**, n. (fig. 10).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium costis aliquantum rugosis non spinosis.

" Altitudo 10-11 mm., axis 7-8 mm. ".

Piacenziano. — Zinola (non rara).

Osserv. — Questa varietà differisce dal *C. typus* (Seg.) (2) per

(1) Sismonda, *Mat. paleont.*, Mem. R. Acc. delle Sc. di Torino, 1871, Serie II, tom. XXV, pag. 343, tav. VII, fig. 20-21.

(2) 1864. Seguenza, *Disquisiz. paleont.*, pag. 85, t. X, fig. 1, *a, b, c, d.*

aver le coste rilevate e disuguali (tra 2 maggiori alternano 3 minori), per aver sei setti maggiormente elevati sul bordo del calice, piaga basilare minore e non concava.

Ceratotrochus multiserialis (Michtt.).

1838. — Michelotti, *Spec. zooph. dil.*, pag. 70, t. II, fig. 7 (*Turbinolia*).

C. **multiserialis** (Michtt.) Var. **miopliocenica** n. (fig. 11).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium costis paullum undulatis, non tuberosis ".

Piacenziano. — Bussana (rara).

Osserv. — Si distingue dal *C. typus* (Seg.) per avere le coste più rilevate ed alternate una piccola con una grande.

Si distingue poi dal *C. multispina* (Michtt.) Var. *laevis* Osc. per avere le coste alternativamente uguali, ed i setti maggiori non elevati sul calice.

Flabellum Peolae n. sp. (fig. 23 *a-b*, 24).

" Polyparium pedunculatum, compressum; lateribus com-
" pressionis inaequalibus, altero latere instar semicycli, convexo,
" altero multum minore, concavo; rugis transversis, costis nu-
" merosis, nodosis atque elatioribus in tribus cyclis prioribus,
" aliquantum in quarto; exterioribus dispositis ad angulum 160°;
" fossula valde compressa, arcuata; septis subtilibus, auctis in
" interna parte, paullum granulatis, malthatis; sex cyclis, se-
" ptimo rudimentali, septis trium cyclorum priorum aequalibus,
" vigintis quatuor systematibus apparentibus; sine columella
" vel columella rudimentali ".

Piacenziano. — Monte Castello (Alessandria) (non raro).

Osserv. — Distinguono questo *Flabellum* dal *F. vaticani* Ponzi (1891, De Angelis, *Boll. Soc. geolog. ital.*, vol. XII, pag. 8) la minor concavità della faccia minore, la convessità della grande faccia di compressione, il numero minore delle coste principali, la diversa direzione delle coste esterne, i setti del 4° ciclo minori, la maggior compressione, la minor ampiezza dell'arco formato dal margine del calice.

Flabellum avicula (Michtt.).

1838. — Michelotti, *Spec. zooph. dil.*, pag. 58, tav. III, fig. 2 (*Turbinolia*).

Fl. avicula (Michtt.) Var. **ornata** n. (fig. 19-20).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium costis planis, numerosissimis, paullum appa-
" rentibus, nonnullis maioribus; costis exterioribus cristatis,
" nullis ad calicem, formantibus angulum 70°-90°; epithecio
" multum striato; calice compressiore.

" Altitudo exemplaris imperfecti 27 mm., axis maior ca-
" licis 34 mm., minor 14 mm. ".

Piacenziano. — Albenga (non rara).

Astiano. — Astigiano (rara).

Osserv. — Differisce dal *Fl. Hohei* E. H. (1) per forma ed ornamentazione delle coste, per l'angolo formato dalle coste esterne. Si potrebbe forse identificare col *Fl. australe Mosel.* (2), ma non potendo osservare individui di detta specie, mi trattengo dal riferire la forma fossile alla vivente, e tendo a credere sia forma di passaggio tra l'*avicula* e l'*australe*.

Fl. avicula (Michtt.) Var. **erecta** n. (fig. 24).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium elatum, costis lateralibus una crista ornatis
" iuxta basem, formantibus angulum 70°; calice restricto, extre-
" mitatibus axis maioris rotundatis.

" Altitudo 30 mm., axis maior calicis 30 mm., minor
" 15 mm. ".

Piacenziano. — Torrente Pogliola (Mondovì) (rara).

Osserv. — Differisce dalla var. *ornata* (fig. 19-20) per essere più allungata e ristretta, per aver le coste meno numerose, più spiccate e non pianeggianti, per aver le coste laterali ornate da una sola cresta verso la base. La specie e le due varietà nello stato giovanile si distinguono difficilmente.

---

(1) 1826. Goldfuss, *Petref. Germ.*, t. 37, fig. 17 (*Turbinolia*).

(2) 1881. Challenger, *Zoology*, vol. II, part. VII; *Coral.*, *Moseley*, pag. 173, pl. VII, fig. 4-5.

Flabellum avicula (Michtt.) Var. **subroissyana** n. (fig. 22).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium elatum, restrictum, paullum compressum ad " calicem, duodecim costis tuberculatis, externis tuberculatis " non alatis, extremitatibus axis maioris rotundis; fossula magna " profunda, columella rudimentali.

" Altitudo 30-35 mm., axis maior calicis 35 mm., minor " 25 mm. ".

Piacenziano. — Monte Castello (Alessandria), Rivarone (Alessandria) (non rara).

Osserv. — Distinguono questo *Flabellum* dalla var. *erecta* la minore compressione del calice, le coste più spiccatamente tubercolate, e quelle esterne tubercolate e non alate.

Lo distinguono dal *Flabellum roissyanum* E. H. (1) la minore compressione, gli estremi del grande asse arrotondati, la columella rudimentale.

Malgrado questo *Flabellum* sia più vicino al *F. roissyanum* E. H. che all'*avicula* (Michtt.) e malgrado sia forse identico all'esemplare dal Reuss riferito al *F. roissyanum* E. H. (2), persisto a considerarlo come varietà di *F. avicula* (Michtt), perchè tendo a credere che il *F. roissyanum* E. H. non sia esso stesso che una varietà di *F. avicula;* ciò arguisco dal confronto di queste due specie (3), dalle quali risulta non trovarsi fra esse altro carattere distintivo che quello della ornamentazione delle coste, carattere che è ben lungi dall'essere in esse costante. Però la pessima conservazione degli esemplari di *F. roissyanum* E. H. che m'è dato osservare, non mi permettono di definire la questione.

Flabellum trapezoidale n. sp. (fig. 25 *a-b*).

" Polyparium pedunculatum, specie trapetii, paullum com- " pressum, epithecio laxe plicato, nonnullis rugis elatioribus;

---

(1) Milne Edwards et J. Haime, *An. S. Nat.*, 3ª ser., tom. 9, pag. 268.

(2) Reuss, *Koral. Miocäns*, tav. IV, fig. 11 (Akad. zu Wien, XXXI, 1872).

(3) Milne Edwards et J. Haime, *Ann. S. Nat.*, 1848-49, 3ª serie, t. 9, pag. 263 e 268.

" costis numerosis, tenuibus, planis, exornatis; exterioribus ad
" basem cristatis; calice elissoidali, axe maiore paullum subter
" minorem, extremis rotundis; fossula magna, profunda; septis
" in quinque cyclis perfectis et rudimentis sexti, tenuibus, ela-
" tioribus et spinosis in media parte, exornatis seriebus gra-
" nulorum parallelis lateri libero; viginti quatuor systematibus
" apparentibus; columella exigua.

" Altitudo 36 mm., axis maior calicis 50 mm., minor
" 25 mm. ".

Piacenziano. — Monte Capriolo (raro).

Osserv. — Gl'individui giovani, come si può argomentare dalla base del polipaio, devono aver forma d'un ventaglio con l'apertura eguale a mezza circonferenza, mentre l'arco formato dal margine libero del calice, non misura che un terzo di circonferenza.

Fl. trapezoidale Osc. Var. **semiovoidalis** n. (fig. 26).

Distinguunt hanc varietatem a specie typica sequentes notae:

" Polyparium semi-ovoidale, costis lateralibus tuberculatis,
" fossula magna, expansa, paullum profunda; septis validis,
" elatis in media parte supra calicem, seriebus granulorum con-
" fusis, quinto cyclo imperfecto.

" Altitudo 36 mm., axis maior calicis 45 mm., minor
" 27 mm. ".

Piacenziano. — Monte Capriolo (rara).

ELENCO DEI CORALLARI PLIOCENICI DEL PIEMONTE E DELLA LIGURIA	Tortoniano	Piacenziano	Astiano	Mediterraneo
1. *Corallium rubrum* Costa . . .		. . . . .	Astigiana	+
2. *Eupsammia contorta* De Ang. . .		Viale, Zinola	"	
3. " *porosissima* Osc. . .		. . . . .	"	
4. *Balanophyllia italica* (Michn.) . .		Zinola	"	+
5. " " var. *gigantea* Osc.		. . . . .	"	
6. *Stephanophyllia imperialis* Michn.	?	Viale, T. Torsero, Zinola	"	
7. " *elegans* Michn (1)	+	Castelnuovo, Zinola, Savona, Albenga	"	
8. *Dendrophyllia digitalis* Blainv. var. *crassa* Osc.	+	Albenga, Zinola, Valle Andona	Pavone (Aless.)	
9. *Dendrophyllia ramea* (Linn.) . .		Zinola	. . . . .	+
10. " *Michelinii* Michtt. .	?	Zinola, Savona	. . . . .	+
11. " *cornigera* (Esper.) .	+	Zinola		
12. " *amica* (Michtt.) . .	?	Zinola		
13. *Cladocora Michelottii* E. H. .	+	Zinola, Savona	Astigiana	+
14. " *granulosa* (Goldf.) . .		. . . . .	"	
15. " *prevostana* E. H. . .		Zinola?	"	
16. *Ulangia foecunda* Michtt. . . .		Zinola?	"	
17. *Astrocoenia ornata* (Michtt.) (2) .	?	Zinola		
18. *Caryophyllia clavus* Scacch. . .		Zinola, Albenga, R. Torsero	"	+
19. " *calix* Michtt. . . .		Chieri, Zinola, R. Torsero, Albenga	"	
20. *Coenocyathus affinis* De Ang. (3) .		Zinola		
21. " *cilindricus* E. H. .		Zinola		
22. *Trochocyathus crassus* (Michtt.) .	+	Viale, Bussana		
23. " *arenulatus* Ponzi .		Zinola		
24. " " " var. *turbinata* Osc.		Zinola		
25. *T. arenulatus* Ponzi, var. *laevis* Osc.		Zinola		
26. *T. cornucopia* (Michtt.)	+	Bussana		
27. *T. obesus* (Michtt.)	+	Bussana		
28. *Stephanocyathus elegans* Segu.? .		Montecastello, Zinola		
29. *Paracyathus pedemontanus* (Michn.)	?	Zinola	"	
30. " " var. *alternicostata* Osc.		Viale	"	
31. *P. pedemontanus* (Michn.), var. *Michelottii* Osc.		. . . . .	"	
32. *Ceratotrochus duodecimcostatus* (Goldf.)	+	abbondante ovunque	"	
33. *C. duodecimcostatus* (Goldf.), var. *producta* Osc.		Viale, Valenza, Rivarone	Astig., Chieri	
34. *C. duodecimcostatus* (Goldf.), var. *floriformis* Osc.		Zinola, Albenga		

ELENCO DEI CORALLARI PLIOCENICI DEL PIEMONTE E DELLA LIGURIA	Tortoniano	Piacenziano	Astiano	Mediterraneo
35. *C. duodecimcostatus* (Goldf.), var. *expansa* Osc.		Viale, Rivarone		
36. *Ceratotrochus anceps* Michtt. . .		Rocca d'Arazzo, Albenga, R. Torsero	Cornaré (Astig.)	
37. „ *multispina* (Michtt.)	+	Zinola, Savona		
38. „ „ var. *laevis* Osc.	+	Zinola		
39. *Ceratotrochus multiserialis* (Micht.)	+	Bussana		
40. „ „ var. *mioplio-cenica* Osc.	+	Bussana		
41. *Ceratotrochus typus* (Seg.) . . .	+	Zinola		
42. *Desmophyllum elatum* De Ang. .		Zinola		
43. *Flabellum pavonium* Lesson. ? . .		Montecastello		
44. „ *vaticani* Ponzi ? . . .		Montecastello		
45. „ *Peolae* Osc.		Montecastello		
46. „ *extensum* Michn. var. *distincta* E. H.		R. Arazzo, Zinola	Astigiana	
47. „ *intermedium* E. H. . .	+	Viale, Zinola	„	
48. „ *avicula* (Micht.) . . .	+	Rocca d'Arazzo, Viale, Albenga, Bussana	„	
49. „ „ var. *ornata* Osc.	+	Albenga	„	
50. „ „ „ *erecta* Osc. .		Torr.te Pogliola		
51. „ „ „ *subroissyana* Osc.		M. Castello, Rivarone		
52. *Flabellum Hohei* E. H.	+	Viale, Albenga		
53. „ *roissyanum* E. H. . .	+	Rivarone, Albenga, Montecastello		
54. „ *majus* E. H.		Zinola, Pigna d'Andora, Albenga		
55. „ *trapezoidale* Osc. . .		Monte Capriolo		
56. „ „ „ var. *semiovoidalis* Osc.		Monte Capriolo		
57. *Flabellum Woodii* E. H. . . .	+	Castelnuovo R. Arazzo, Viale, Rivarone, Zinola		
58. „ *siciliense* E. H. . . .		Rivarone	„	
59. „ *acutum* E. H.	+	Rivarone, Zinola		
60. „ *Michelinii* E. H. . . .		Viale, Zinola		

(1) Alcuni esemplari raggiungono un diametro di 20 mm., la teca si presenta talora piatta od anche concava, e piccole costicine appaiono talvolta sui setti. Onde la *S. elegans* Michn. qualche volta difficilmente si distingue dalla *S. imperialis* Michn.

(2) Gli esemplari che ho esaminati hanno i setti maggiori in numero di 10. Il M. Edwards e J. Haime ed il De Angelis notano nell'*A. ornata*

(Micht.) soli 8 setti principali, ma essi riportano nella specie la fig. del Michn. ed in questa, come in quelle del Sismonda e del Reuss i setti principali appaiono in numero di 10.

(3) In generale gli esemplari da me esaminati hanno le coste meno evidenti e le pieghe dell'epiteca più pronunciate che non quelli dei quali il De Angelis dà la figura.

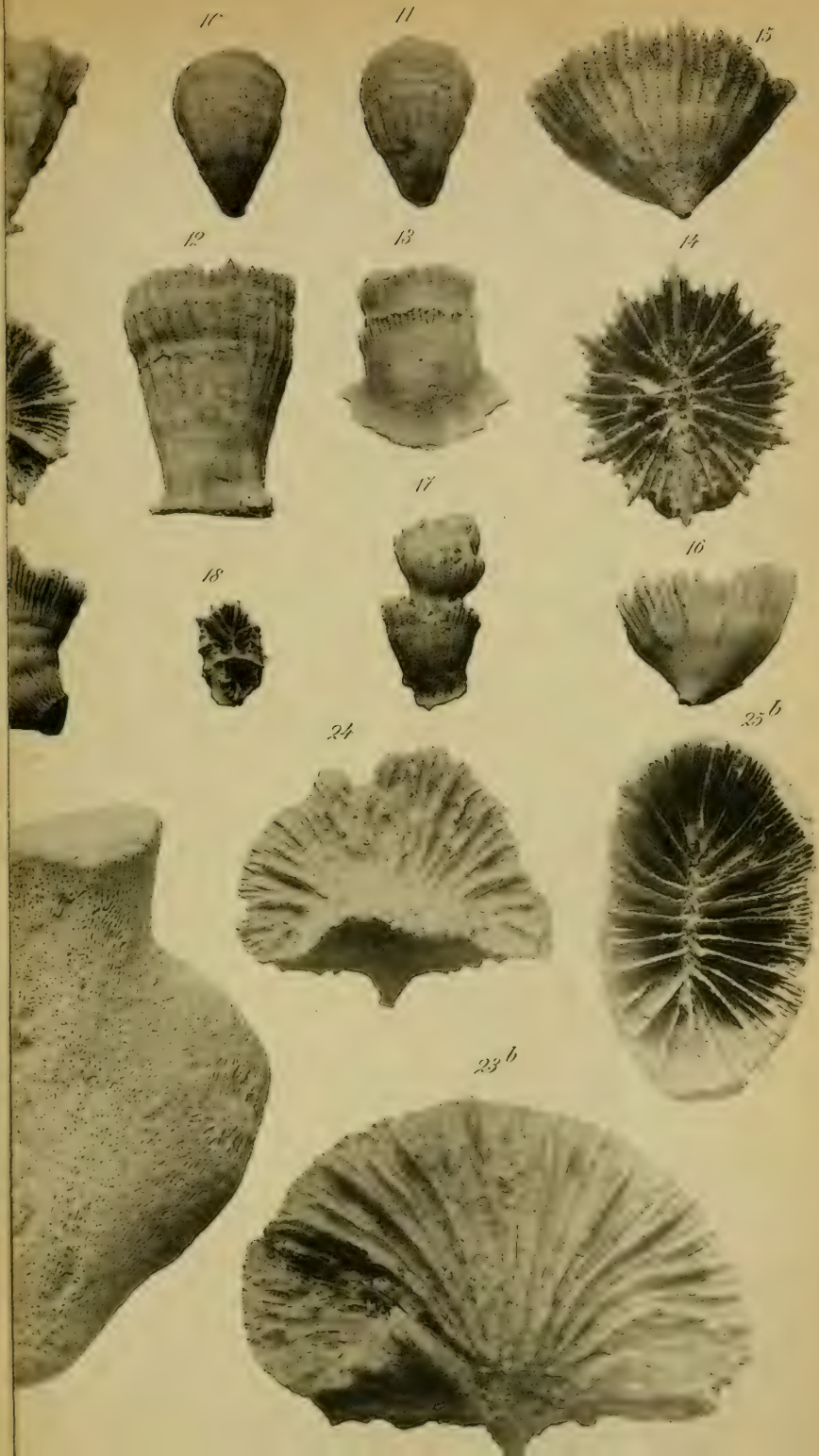
SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

1. *Dendrophyllia ramea* (L.).
2. *Balanophyllia italica* (Michn.) var. *gigantea* Osc.
3. *Eupsammia porosissima* Osc.
4. *Ceratotrochus duodecimcostatus* (Goldf.).
5. „ „ „ „ var. *producta* Osc.
6. „ „ „ „ „ „ „ (esemplare con gemmazione calicinale).
7. *Ceratotrochus duodecimcostatus* (Goldf.), var. *floriformis* Osc. × 2.
8. „ „ „ „ „ „ (calice) × 2.
9. „ „ „ „ *expansa* Osc. × 2.
10. „ *multispina* (Micht.), var. *laevis* Osc. × 2.
11. „ *multiserialis* (Micht.), var. *miopliocenica* Osc. × 2.
12. *Paracyathus pedemontanus* (Michn.), var. *alterni-costata* Osc. × 2.
13. „ „ „ var. *Michelottii* Osc. (esemplare con gemma calicinale) × 2.
14. *Trococyathus arenulatus* Ponzi (calice) × 2.
15. „ „ „ var. *turbinata* Osc. × 2.
16. „ „ „ var. *laevis* Osc. × 2.
17. *Caryophillia clavus* Scacchi (esemplare con gemmazione calicinale) × 2.
18. *Desmophyllum elatum* De Ang. (esemplare con scissione) × 2.
19. *Flabellum avicula* (Micht.), var. *ornata* Osc.
20. „ „ „ „ „ „ (esemplare giovane).
21. „ „ „ „ *erecta* (Osc.).
22. „ „ „ „ *subroissyana* Osc.

23 *a*. „ *Peolae* Osc. (lato maggiore convesso).
23 *b*. „ „ „ (interno).
24. „ „ „ (giovane mostrante il lato minore concavo).
25 *a*. „ *trapezoidale* Osc.
25 *b*. „ „ „ (calice).
26. „ „ „ var. *semiovoidale* Osc.
27. *Dendrophyllia digitalis* Blainv., var. *crassa* Osc.

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.


10
11
15
12
13
14
17
18
16
24
25 b
23 b

E. FORMA - FOT.

Eliotipia Calderini e Frassino, Torino

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 22 Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Graf, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario presenta, da parte degli autori, i seguenti opuscoli: " *Malais et Siamois: De l'esclavage dans la presqu'île malaise au XIXe siècle* „ (Paris, 1874); " *Madjapahit et Tchampa* „ (Paris, 1895) del Socio Corrispondente Prof. Aristide Marre; " *Vittoria Colonna in Orvieto durante la guerra del Sale* „, del sig. Domenico Tordi.

Il Socio Cipolla legge un suo lavoro intitolato: " *Brevi appunti di storia novaliciense* „, di cui la Classe approva la stampa nelle *Memorie* accademiche.

LETTURE

Sunto della Memoria:

Brevi appunti di storia novaliciense;

del Socio CARLO CIPOLLA.

Sotto questo titolo raccolgonsi dieci paragrafi, di piccola estensione, destinati a completare in qualche modo le quattro Memorie pubblicate dall'autore nel vol. XLIV delle *Memorie* sull'antica storia letteraria dell'abbazia della Novalesa. Nel primo paragrafo, mentre si appongono le regioni per le quali i Franchi cooperarono ad accrescere la potenza dell'abbazia, si parla pure degli ultimi giorni di essa. Della visita fatta alla medesima dal Mabillon è parola nel § II. Nel III, che è il più lungo, si discorre del frammento Novaliciense di un diffuso Commento alla *Regula monachorum* di S. Benedetto, e lo si pone in correlazione con quello compilato nel sec. VIII da Paolo Diacono, e con quello di Ildemaro, monaco del IX secolo. Di quest'ultimo Commento esiste una edizione preparata dal P. Ruperto Mittelmüller nel 1880 sopra vari codici tedeschi. Qui si prende in esame particolarmente il codice Parigino, già usufruito in parte dal Mabillon e dal Martène. L'Autore giunge alla conclusione che il frammento Novaliciense non si può identificare nè col Commento Paolino, nè coll'Ildemariano, ma appartiene ad un Commento, che non è rappresentato da nessun codice finora conosciuto.

Nel § IV si ricorda che parecchie istituzioni ecclesiastiche ebbero in uso di tenere un libro *de computo,* quale ebbe anche la Novalesa. Si discorre nel § V di un inventario di documenti Novaliciensi, compilato sul cadere del secolo scorso dall'abate Sineo. Nel § VI si fa cenno di due nuovi inventari di reliquie. Fassi parola nel VII di due iscrizioni dipinte nella cappella di S. Eldrado alla Novalesa. Sotto il § VIII si raccolgono varie notizie di

storia Novaliciense, e particolarmente si espongono le varie opinioni emesse sulla patria di S. Eldrado. Degli studi fatti sull'abazia dall'abate Fabrizio Malaspina, al principio del secolo attuale, vien fatto breve ricordo nel § IX. Nel § X vengono raccolti i regesti di parecchi documenti, appartenenti all'antico archivio dei Provana di Leynì, in servizio degli studi per determinare la cronologia degli abati della Novalesa. Detto archivio trovasi attualmente in Pianezza, ed è proprietà dei signori Fontana, i quali, con squisita gentilezza, permisero che le carte di quell'archivio venissero compulsate in vantaggio degli studi.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 1° al 15 Dicembre 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXII, n.i 2, 3. Leipzig, 1895; 8°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. VIII, livr. 8-9. Paris, 1895.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, disp. 10a. Venezia, 1894-95; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 22, 23. Roma, 1895; 8°.

* **Comptes-Rendus** sommaires des séances de la Société philomatique de Paris, 23 novembre 1893, n. 3. Paris; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. 59, 65 Liefer. Gradabth. 31, 33; n. 1-3, 7-9, 13-15; 11, 12, 17, 18. Berlin, 1895; 8° e f°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XV, n. 122. Baltimore, 1895; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Vol. XXV, n. 4. Venezia, 1894; 4°.

* **Observations** faites à l'observatoire météorologique de l'Université Impériale de Moscou; janvier 1894-mars 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. N. VII, VIII, July, August 1895. Calcutta, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LVIII, n. 352. London, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. IX, fasc. VI. Palermo, 1895; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 11. Torino, 1895; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 11. Modena, 1895; 8°.

* **Verhandlungen** Physikalisch-Medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1895, N. F., XXIX Bd., n. 2-5.

** Dall'Università di California in Berkeley:*

Fairbanks (H. W.). On Analcite Diabase from San Louis Obispo Co., California. Berkeley, 1895; 8°.

Hesse (F. G.). Hydraulic Step. Berkeley, 1887; 8°.

— An address on industrial mechanics. Berkeley, 1875; 8°.

— Results of Tests for tensile strength, etc., of crucible basic, and galvanized basic Steel Wire Ropes, ecc.; 8°.

Hilgard (E. W.). Lecture of the phylloxera or grape vine louse. S. Francisco, 1875; 8°.

— Alkali Lands, irrigation and drainage in their mutual relations. Sacramento, 1892; 8°.

Holden (E.). A brief account of the Lick Observatory of the University of California (2 edit.). Sacramento, 1895; 8°.

Jackson (A. W.). On the building Stones of California. Berkeley, 1888; 8°.

Lawson (A. C.). The Geomorphogeny of the Coast of Northern California. Berkeley, 1894; 8°.

Report of the Viticultural Work during the seasons 1887-89, with data regarding the vintage of 1890. Part I. Red-Wine Grapes. Sacramento, 1892; 8°.

Report of Work of the agricultural experiment Stations of the University of California, for the year 1892-93 and part of 1894. Sacramento, 1894; 8°.

Shinn (M. W.). Notes on the Development of a Child. Part II. Berkeley, 1894; 8°.

Stringham (J.). Class-Room notes on uniplanar kinematics; 8°.

Galilei (Galileo). Le opere. Ediz. naz.le, vol. V. Firenze, 1895 (*Dono del Ministero dell'Istr. Pubb.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dall'8 al 22 Dicembre 1895.

* **Bulletin** de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, 1895, n. 23; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVII, cuad. VI. Madrid, 1895; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*); 1895, n. 239; 8°.

* **Calendar** (The) 2554-5 (1894-95). Tōkyō, 2555 (1895); 8° (*dall'Imperiale Università di Tokio*).

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIII. Part I, History Literature, n. 2. Calcutta, 1895; 8°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1895, Heft 4; Geschäftliche Mittheilungen, 1895, Heft 2; 8°.

* **Notulen** van de Algemeene en Bestuurs-Vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXIII, Afelv. 2, 1895. Batavia; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno IX, Aprile a Giugno 1895. Napoli, 1895; 8°.

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc.; Deel XXXVIII, Afelv. 6. Batavia, 1895; 8°.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel L, 1 Stuck. Batavia, 1895; 8°.

* *Dall'Università di California in Berkeley:*

Academic Senate of the University of California — Memorial of professor J. Le Conte. Berkeley, 1892; 4°.

Addresses Commencement Day. May 17, 1893. Berkeley; 8°.

Blue (The) and Gold hand book of the University of California. San Francisco, 1886; 8°.

Bulletin (Library) N° 9, 12. Berkeley, 1887, 1894; 8°.

Library of the University of California. Contents-Index. Vol. I. Berkeley, 1889-90; 8°.

Register of the University of California. Berkeley, 1893-94; 8°.

Report (Annual) of the Secretary to the Board of Regents of the University of California, for the year ending june 30, 1894. Sacramento, 1894; 8°.

Report (Biennal) of the President of the University on behalf of the board of Regents, to his Excellency the Governor of the State, 1893. Sacramento, 1894; 8°.

Allievo (G.). Lo Stato educatore ed il Ministro Boselli. Torino, 1889; 8° (*dall'A.*).

— Un educato anonimo. Torino, 1890; 8° (*Id.*).

— Il Ministro Boselli e la legge. Torino, 1890; 8° (*Id.*).

Barnabei (F.). Delle scoperte di antichità nel lago di Nemi; Relazione. Roma, 1895; 4° (*Id.*).

Meerens (Ch.). A propos de la Mélopée antique dans le chant de l'Église latine par F. A. Gevaert; Commentaires. Bruxelles, 1896; 8° (*Id.*).

Wallon (H.). Notice sur la vie et les travaux du commandeur Jean Baptiste De Rossi. Paris, 1895; 4° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 29 Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July - 12 Sept. 1896

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'Atto Verbale dell'Adunanza precedente.

Il Socio Mosso, anche a nome del Socio Bizzozero, legge la Relazione sulla Memoria del Dott. Alberico Benedicenti " *Sulla tonicità dei muscoli studiata nell'uomo* ". Approvata questa Relazione, che è favorevole, si ammette alla lettura e si accoglie nei volumi delle *Memorie* lo scritto anzidetto.

Parimenti viene accolto nei volumi delle *Memorie* in seguito a Relazione favorevole letta dal Socio Gibelli, anche a nome del Socio Camerano, la Memoria del Conte Ugolino Martelli: " *Flora della Sardegna in continuazione di quella del Moris (Orchidee)* ".

Le note seguenti vengono poi accolte per l'inserzione negli *Atti:*

1° " *La pressione nell'azione dell'acqua sul quarzo* "; nota del Socio Spezia, presentata dal Socio Camerano;

2° " *Sull'origine dei corpi grassi negli Anfibi* "; nota del Dott. E. Giglio-Tos, presentata dal Socio Camerano.

LETTURE

La pressione nell'azione dell'acqua sul quarzo;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

L'osservazione se la solubilità del quarzo nell'acqua sia dipendente più dalla temperatura o più dalla pressione non può a meno d'interessare la geologia per la grande diffusione in natura e per l'importanza litologica del detto minerale. Perciò ho intrapreso alcune esperienze in proposito; ma essendo necessario parecchio tempo per ultimarle, credo utile di porgere con questa prima nota i risultati di quelle esperienze, le quali si riferiscono all'influenza della pressione nella soluzione del quarzo a temperatura ordinaria.

Da quanto mi consta, per ricerche bibliografiche, l'unica esperienza eseguita, sull'influenza della pressione nella solubilità del quarzo a temperatura ordinaria, fu quella di Pfaff (1), il quale avrebbe trovato che, alla temperatura di 18°, colla pressione di 290 atm. e col tempo di 4 giorni, 1 parte di quarzo si scioglierebbe in 4700 parti d'acqua.

Ora detta solubilità alla sola temperatura di 18° è troppo grande in confronto della silice disciolta in molte acque minerali. Infatti per detta solubilità un'acqua dovrebbe contenere su 1000 parti 0,213 di SiO^2, la quale quantità sarebbe di molto maggiore a quella che le analisi assegnano alle acque minerali, anche termali assolute, sia solforose, sia ricche di carbonati alcalini o ricche di acido solforico e cloridrico liberi. Soltanto le acque prettamente geiseriane, che sono anche le più calde, conterrebbero maggior quantità di silice di quella fornita dall'esperienza di Pfaff.

Per tale considerazione bisognerebbe conchiudere che le acque minerali, con minore quantità di silice di quella indicata

(1) *Allgemeine Geologie als exacte Wissenschaft*, 1873, pag. 311.

dall'esperienza di Pfaff, l'avessero perduta prima di giungere alla scaturigine per la diminuzione e scomparsa della forte pressione la quale, secondo l'esperienza, era causa della solubilità della silice.

Ma tale conclusione renderebbe difficile lo spiegare come le acque geiseriane contengano maggiore quantità di silice di quella trovata nell'esperienza, sebbene anch'esse abbiano perduto alla loro scaturigine la pressione che dovrebbe essere necessaria per la solubilità della silice.

D'altronde per altre mie esperienze, p. es. quelle pubblicate a riguardo dell'Apofillite, dalle quali risultava che la solubilità dipendeva essenzialmente dalla temperatura e non dalla pressione, io era indotto a credere che anche per la solubilità del quarzo dovesse accadere lo stesso, considerando che in natura le acque minerali più ricche di silice sono quelle che hanno maggior temperatura.

Per le anzidette ragioni mi venne un dubbio sul valore dell'esperienza di Pfaff, e la descrizione del modo con cui fu eseguita l'esperienza mi persuase, che il risultato di essa potesse essere erroneo per cause dipendenti dal processo sperimentale.

Pfaff per la sua esperienza ridusse in polvere grossolana il quarzo, quindi pose 140 milligrammi di essa in un piccolissimo imbuto di carta da filtro il quale fu legato e mantenuto chiuso con filo di rame inargentato. Detto imbuto fu messo nella cavità di un cilindro di ferro, contenente 20 grammi d'acqua, sospendendolo con un sottile filo appena sotto alla superficie dell'acqua. La cavità del cilindro, contenente l'acqua e l'imbuto colla polvere, fu chiusa con una lastra di ferro sopraccaricata di un peso corrispondente alla pressione di 290 atmosfere; poi l'apparecchio così combinato fu riscaldato in modo che la temperatura sua salisse da 8° che aveva, a 18°. Quindi Pfaff calcolò la pressione dovuta all'aumento di volume dell'acqua per i 10° di maggior temperatura, tenendo conto anche dell'aumento di volume del ferro; la quale pressione aveva naturalmente per limite il peso che serviva alla chiusura del cilindro.

L'autore nel descrivere il modo di esperienza non indica i dettagli relativi alla pesatura dell'imbuto di carta. Ad ogni modo

mi parve che il procedimento dell'esperienza non fosse scevro di cause di errore, massime perchè si trattava di sostanza ridotta in polvere e di carta da filtro la quale rimanendo per 4 giorni, che tale fu la durata dell'esperienza, sotto forte pressione poteva per sola azione fisica spappolarsi leggermente ed anche diventare porosa in modo da perdere qualche grano di polvere.

Perciò io credetti opportuno di ripetere l'esperienza, sulla solubilità del quarzo nell'acqua con grande pressione e con temperatura ordinaria, adottando un altro procedimento che escludesse le supposte cause di errore.

Invece di adoperare il quarzo ridotto in polvere ho fatto uso di una lamina di quarzo; perchè se un corpo è insolubile, la riduzione in polvere non può renderlo solubile; se per contro è solubile, la polverizzazione serve soltanto per aumentare la velocità di soluzione; ossia, aumentando la superficie di contatto del corpo col liquido solvente, la soluzione si farà in minor tempo, sempre inteso che il liquido sia in quantità tale che non venga, per saturazione, impedita la continua azione solvente. Perciò gli effetti finali di soluzione che si ottengono col trattare il corpo ridotto in polvere, si debbono anche ottenere con una lamina a larga superficie ed impiegando maggior tempo.

Con tale criterio feci due esperienze, impiegando materiale tolto da un cristallo di quarzo, del Delfinato, perfettamente limpido.

Nella prima esperienza la lastra di forma rettangolare fu lavorata in modo, che le superfici non fossero levigate ma rugose mediante una fina smerigliatura; ciò feci per rendere più facile il contatto dell'acqua col quarzo.

La lastra così preparata aveva il peso di grammi 11,6641 e la superficie complessiva di 2206 millimetri quadrati; essa fu posta in un tubo d'argento contenente l'acqua distillata e con lo stesso modo di sospensione e cogli stessi apparecchi di pressione già descritti nell'esperienza sulla solubilità dell'Apofillite (1).

La lastra fu mantenuta alla pressione di 1750 atmosfere dall'11 luglio al 14 dicembre 1894, ossia per 5 mesi e 3 giorni

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XXX, pag. 455.

e la temperatura massima, che era quella dell'ambiente, fu di 25°.

Terminata l'esperienza e pesata nuovamente la lastra di quarzo, non trovai assolutamente alcuna differenza di peso, questo fu ancora di gr. 11,6641. Oltre a ciò, per questa prima esperienza versai l'acqua, contenuta nel tubo d'argento e la cui quantità era di 45 grammi, in una capsula di platino previamente pesata; feci evaporare l'acqua e non ebbi residuo alcuno.

Perciò da questa prima esperienza mi risultò che alla temperatura di 25°, alla pressione di 1750 atmosfere ed in 5 mesi e 3 giorni di tempo il quarzo rimase perfettamente insolubile nell'acqua.

Una seconda analoga esperienza fu da me eseguita non più con una lastra a superfici rugose, ma perfettamente levigate; onde approfittare della proprietà che hanno i corpi, sotto l'azione di solventi, di presentare figure di corrosione, le quali anche minime dovevano, osservate al microscopio, palesarmi qualunque piccolissima traccia di soluzione. A ciò fui indotto dal fatto di avere osservato, facendo alcune esperienze preliminari sulla solubilità del quarzo con alta temperatura, che le lastre, oltre alla perdita in peso presentavano distinte figure di corrosione. La figura annessa allo scritto rappresenta appunto, ingrandita, l'apparenza di una lastra di quarzo, la quale, previamente levigata, fu tenuta nell'acqua per 15 giorni alla temperatura da 230° a 240° e soltanto colla pressione corrispondente alla tensione del vapore acqueo per detta temperatura. La superficie della lastra rappresentata è parallela all'asse principale e la maggior lunghezza delle singole figure di corrosione è normale ad esso.

La lastra della seconda esperienza era parimenti tagliata parallelamente all'asse principale ed a superfici, come ho detto, levigate; essa aveva il peso di grammi 1,5545 con una superficie totale di 994 mill. q. La lastra fu mantenuta nell'acqua sotto la pressione di 1850 atmosfere dal 10 luglio al 14 dicembre 1895, ossia per 5 mesi e 4 giorni e la temperatura dell'ambiente non superò i 27°.

Noto poi che ebbi l'avvertenza di rendere le superfici della lastra tali, che l'acqua vi aderisse perfettamente. Perchè si sa

che sovente sopra le superfici levigate l'acqua si comporta come se la superficie fosse unta, ossia si contrae e non aderisce.

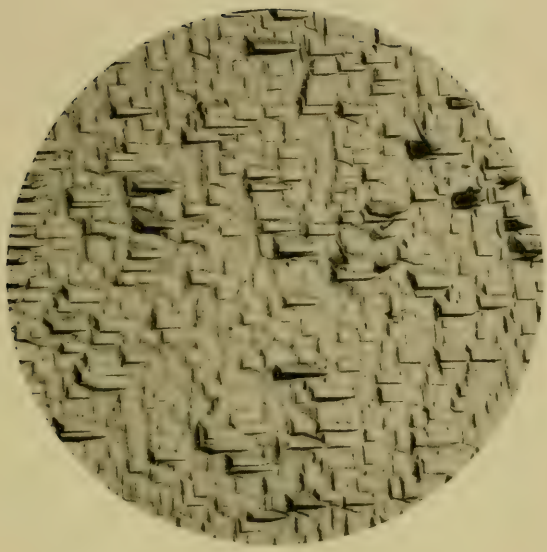
Anche in questa seconda esperienza trovai che la lastra nè aveva perduto di peso, nè l'osservazione microscopica accennava menomamente a traccie di figure di corrosione. La mancanza di queste costituendo già un controllo della pesatura mi indusse a tralasciare in questa esperienza di fare evaporare l'acqua per vedere se essa lasciasse residui.

Nelle mie esperienze, in paragone di quella di Pfaff, io aumentai d'intensità la causa, supponendo che la pressione fosse la causa della solubilità del quarzo nell'acqua, e procurai di raccogliere un effetto più grande colla più lunga durata dell'esperienza, per la funzione che ha il tempo di accumulare maggiore quantità di effetto in modo, che un effetto stabile, se realmente è prodotto da una causa continua, diventa, per minimo che esso sia, visibile e ponderabile per la sua quantità accumulata. Non pertanto le mie esperienze diedero un risultato contrario a quella di Pfaff; ma ritengo che il diverso risultato ottenuto da Pfaff debba attribuirsi al modo tenuto nell'esperienza, il quale, massime per l'impiego della carta, poteva dare luogo ad errori, che furono invece evitati col procedimento da me usato.

Nè credo si possa addurre come causa di differenza di risultato, fra l'esperienza di Pfaff e le mie due, il fatto d'avere io sperimentato sul quarzo in lastra invece di ridurlo in polvere. È vero che i granuli, costituenti la polvere di quarzo del peso di 140 milligrammi impiegata da Pfaff, potevano, supponendoli del volume di un cubo di 0,1 di millimetro di lato, rappresentare la superficie di 3170 millimetri quadrati e perciò maggiore di quella delle lastre per le quali le superfici totali erano nelle due esperienze rispettivamente di 2206 e 994 mm.q. Ma è pure evidente, che detta minore superficie di contatto del quarzo coll'acqua fu largamente compensata col maggior tempo e colla maggior pressione, che io usai nelle mie esperienze.

Del resto sono convinto, che colle altre esperienze in corso potrò confermare il risultato di quelle ora descritte, che cioè: anche per la solubilità del quarzo nell'acqua, la causa essenziale non deve essere la pressione, ma la temperatura.

G. SPEZIA - *Su pressioni nell'azione dell'acqua sul quarzo*



Sull'origine dei corpi grassi negli Anfibi;

Nota del Dott. ERMANNO GIGLIO-TOS.

In un precedente lavoro sui corpi grassi degli Anfibi — che ebbe l'onore di essere stampato negli Atti di questa Accademia (1) — io trattai puramente della struttura istologica di essi e della loro probabile funzione fisiologica, riservandomi di esporre in seguito le mie ricerche sulla loro origine. I risultamenti di queste mi propongo ora di render qui noti.

Sebbene sieno solamente quattro gli anatomi che si occuparono di questo argomento; cioè von Wittich, Giles, Bles e Marshall, a cui è forse da aggiungere Rathke, che, assai prima di questi, ma affatto incidentalmente, toccò la presente questione, tuttavia le loro opinioni in proposito sono due e ambedue ben disparate.

La prima fu emessa da Wittich e sostenuta più recentemente da Bles e Marshall. Secondo questa i corpi grassi derivano dallo estremo anteriore delle creste genitali per degenerazione grassa di un certo numero di cellule germinative.

La seconda invece, emessa e sostenuta dal solo Giles, ammette che i corpi grassi non sieno altro che derivati da trasformazione del pronefros o rene cefalico per degenerazione grassa delle sue cellule.

Il primo che trattò questo argomento in modo speciale fu dunque il von Wittich. Questi, in un suo lavoro sullo sviluppo degli organi urogenitali degli Anfibi (2), dedica a questo soggetto una parte di un capitolo. Egli dice dunque chiaramente che, assai precocemente, quando le creste genitali appena si sono

(1) Vol. XXX, 1895.

(2) von Wittich, *Beiträge zur morpholog. und histolog. Entwickelung der Harn- und Geschlechtswerkzeuge der nakten Amphibien*, in: Zeitschr. fur wissensch. Zool., IV Bd., 1853, p. 148.

formate, la parte anteriore di queste dà origine ai corpi grassi, mentre la parte posteriore si sviluppa nei veri organi genitali. Nota intanto, — cosa che anch'io ho potuto quasi in ogni caso confermare, — che lo sviluppo del corpo grasso sinistro si fa più presto del destro, così che quello presenta già le sue appendici digitiformi, quando questo appare appena. Descrive quindi il modo con cui avviene la deposizione del grasso nelle singole cellule, che presentasi d'altronde affatto identica a quella che si osserva in qualsiasi cellula grassa.

Più tardi assai, Giles (1) ritornò su questo argomento, sostenendo che si può seguire nei girini di rana la graduale trasformazione delle cellule che formano i glomeruli ed i tubetti del rene cefalico e la loro degenerazione grassa. I margini di esse, dapprima ben definiti si fanno confusi, i nuclei diventano meno distinti, ed i granuli di grasso incominciano ad apparire nelle cellule, finchè queste vengono quasi totalmente occupate dal grasso.

La degenerazione grassa è già quasi totalmente avvenuta, quando ancora i due pronefros, così modificati, rimangono aderenti al rene definitivo o mesonefros nella sua parte anteriore. A poco a poco poi si stabilisce una relazione tra i corpi grassi già formati e l'estremità anteriore degli organi genitali. Così che vi sarebbe un breve periodo nella metamorfosi di questi girini, in cui il corpo grasso è aderente ai reni ed agli organi genitali. Più tardi poi, il corpo grasso si distacca dai reni per rimanere aderente solo agli organi genitali, secondo la disposizione che si osserva nelle rane adulte.

L'anno successivo ripresero la questione Marshall e Bles (2), i quali ritennero giusta ed anzi confermarono l'opinione espressa già prima dal von Wittich.

Io non mi fermerò a discutere qui il parere del Giles. Dal

---

(1) Giles A. E., *Development of the Fat-bodies* in " *Rana temporaria* ". *Contribution to the History of the Pronephros,* in: Quarterly Journ. of Microsc. Sc., vol. XXIX, new series. London, 1889, p. 133.

(2) Marshall A. e Bles E., *The development of the Kidneys and Fat-bodies in the Frog,* in: Studies from the Biolog. Laboratories of the Owens College, vol. II. Manchester, 1890.

suo lavoro sopra citato appare troppo evidente che egli cadde in errore sulla posizione che egli attribuisce al rene cefalico. Come gli stessi Marshall e Bles credono, tale errore fu causato probabilmente dall'avere egli nelle manipolazioni spostato e forse asportato i reni cefalici e dall'avere scambiato con essi la parte anteriore del condotto di Wolff. È facile d'altronde vedere, come i reni cefalici, nel girino, abbiano una posizione più laterale e assai più in avanti nel corpo, di quella dell'estremità anteriore dei corpi di Wolff o reni persistenti negli Anfibi; per cui, se anche fosse vera la loro degenerazione grassa, non dovrebbero ad ogni modo presentare, nè la posizione, nè la relazione coi reni che ad essi attribuisce il Giles e che figura anche nei suoi disegni.

Ma se è facile spiegare, mediante un errore materiale di osservazione, l'opinione del Giles, non è più così, quando si voglia ricercare, in qual modo abbia potuto vedere quello che egli chiaramente rappresenta nella figura 7ª della tavola unita al suo lavoro: l'unione cioè dei corpi grassi coi reni e cogli organi genitali contemporaneamente. Dirò più avanti come presumibilmente ciò abbia potuto avvenire.

Il Giles porta in appoggio della sua opinione altri fatti consimili di degenerazione dei reni cefalici osservati in altri animali, come nei Ganoidi e nei Teleostei. Anzitutto tali fatti non furono ancora assolutamente dimostrati veri, ma sono al contrario molto discutibili; in secondo luogo per varie ragioni non può avere importanza in questo caso un ragionamento per analogia.

Messa così fuor di questione l'ipotesi del Giles, non rimane che quella del von Wittich, di Bles e Marshall, che ora discuterò.

Le due ipotesi hanno questo di comune: che ambedue ammettono come fatto fondamentale dell'origine di questi corpi la *degenerazione* grassa: l'una dei reni cefalici; l'altra della parte anteriore degli organi genitali primitivi.

Ed è qui dove io non sono d'accordo con questi autori. La *degenerazione* grassa di una cellula è sempre un fenomeno patologico: nei due casi si verrebbe dunque ad ammettere, che un fenomeno patologico abbia potuto dar origine ad un corpo, che ha certamente una funzione fisiologica, per quanto questa possa

essere di poca importanza. Ora questo io non posso ammettere, nè so che vi sieno altri fatti certi che lo provino indubbiamente.

La *degenerazione* grassa è sempre un fenomeno patologico perchè, come nella parola stessa è espresso, è sempre dovuta alla perdita di funzione di una cellula, a cagione del trasformarsi del suo protoplasma in grasso. E se ne hanno molti esempi. Ma si sa che non tutti gli ammassi di grasso sono dovuti a degenerazione. Chè anzi la maggior parte delle cellule grasse sono cellule, in cui la vitalità si estrinseca appunto nella deposizione grassa; ed ho espresso anche nel mio precedente lavoro l'opinione, che questa formazione grassa sia dovuta ad una proprietà metabolica del protoplasma stesso delle cellule grasse, che è d'altronde anche l'opinione prevalente di quei biologi che in questi ultimi tempi si occuparono di questo argomento.

Che non si tratti di degenerazione grassa lo dimostra pure il fatto che il grasso viene assorbito da queste cellule per la nutrizione degli organi genitali e che, dopo l'assorbimento, di nuovo le cellule medesime ne possono produrre dell'altro.

Se a questo poi ancora aggiungiamo la struttura di queste cellule, identica a quella delle cellule grasse fisiologiche e per nulla a quella delle cellule in degenerazione grassa patologica, abbiamo prove sufficienti per credere, già *a priori*, non trattarsi qui, come sostengono gli anatomi suddetti, di degenerazione grassa, sì bene di una vera produzione di grasso.

È un fatto, che nella ricerca dell'origine di questi corpi si può facilmente credere a tutta prima, che essi derivino dagli organi genitali, perchè la unione con questi si fa, appena incomincia la loro formazione. Ma questo non è che una apparenza. In realtà, come ho potuto vedere, *le cellule germinative delle creste genitali primitive non hanno nessuna parte nella formazione dei corpi grassi.*

L'origine di questi corpi negli Anfibi non è assolutamente diversa da quella degli ammassi di grasso che si osservano negli altri animali in diverse parti del corpo. La loro formazione avviene nel seguente modo.

Appena incominciata la formazione degli organi genitali, il connettivo si insinua tra le cellule germinative formando lo stroma di quegli organi. È facile vedere in sezioni trasverse

come il connettivo fibrillare, che penetra in tal modo tra le cellule germinative, sia quel medesimo che costituisce l'avventizia della vena cava posteriore, dalla quale la cresta genitale rimane in diretta dipendenza e nella quale sbocca la sua relativa vena.

Quasi contemporaneamente, il medesimo connettivo della avventizia della vena cava posteriore, presso all'estremità anteriore della cresta genitale, mentre per una parte si infiltra tra le sue cellule, prolifera anche all'esterno di essa, formando una specie di piccolo tubercolo. Questo è il primo rudimento del futuro corpo grasso, ed esso pertanto è già, fin dalla sua prima origine, in connessione colla vena cava e colla cresta germinativa.

Ecco il perchè gli anatomi suddetti, ingannati da questa strettissima e precoce relazione, credettero che si trattasse di una degenerazione grassa dell'estremità anteriore degli organi genitali. È da notarsi pure che, se fosse vera questa ipotesi, la posizione dei corpi grassi dovrebbe essere quella medesima delle creste genitali, e non dovrebbe avvenire di trovare in una medesima sezione trasversa gli organi genitali ed i corpi grassi. Ora così non è: di fatto in ogni sezione trasversa il corpo grasso si può vedere contemporaneamente all'organo genitale, ed ha sempre una posizione laterale esterna, intermedia tra questo ed il rene. Inoltre la connessione tra la vena ed il corpo grasso alla sua base è totale, anche nell'adulto, mentre quella tra il corpo grasso e l'ovario od il testicolo non si ha che per quel breve tratto di superficie, per cui si fece dal primo momento della sua origine.

Mentre per migrazione di cellule connettivali va aumentando lo stroma delle creste genitali, aumenta pure nello stesso modo il connettivo del primitivo rudimento del corpo grasso, ed il tubercolo va crescendo di volume. Intanto, questa proliferazione di connettivo e la formazione di altri tubercoli consimili si va estendendo lungo la vena ed intorno ad essa, così che, quando questi hanno raggiunto una certa lunghezza, attorniano la vena nella sua parte latero-ventrale esterna, compresa tra le creste genitali ed i reni. Avviene allora, specialmente in sezioni longitudinali, che anche i reni *appaiano* in connessione con questi corpi grassi; ed in questo modo forse si possono

spiegare le figure date dal Giles nel suo citato lavoro, dove è rappresentata chiaramente la connessione contemporanea dei corpi grassi coi reni e cogli organi genitali.

In sul principio della sua formazione il tubercolo non è formato che di solo connettivo fibrillare e il primitivo corpo grasso non ha nè vasi, nè cellule grasse. Ben presto però delle cellule migrano dal connettivo dell'avventizia e si vanno accumulando in quello del tubercolo. Sono queste le future cellule grasse.

Come il von Wittich aveva giustamente notato, la comparsa e lo sviluppo del corpo grasso sinistro precede quasi sempre quello del destro.

Io sono d'accordo col Toldt e col Borden (1) nel ritenere che tali cellule non sieno cellule comuni del connettivo, le quali assumano la proprietà di produrre grasso; bensì speciali cellule con questa funzione metabolica loro propria. Per quanto abbia tentato di riconoscere in esse dei caratteri che servissero a distinguerle, in verità non potei riuscirvi. Ma mi parve di notare che, prima della produzione del grasso, il nucleo sia prevalentemente globoso .ed assai grande, colla cromatina sparsa in granulazioni minori ed accentrata anche in una massa alquanto maggiore che quasi sempre sta nel mezzo del nucleo, e che avrei facilmente creduta un nucleolo, se non avessi sempre notato una certa irregolarità nel contorno ed un collegamento costante colle altre minori granulazioni di cromatina. Per contro i nuclei delle cellule connettivali sono prevalentemente alquanto più piccoli e più o meno deformati per allungamento e compressione. Il protoplasma delle cellule grasse appare anche relativamente più denso e più abbondante. Io non riuscii a distinguere in queste cellule una vera membrana prima che esse abbiano incominciato a produrre del grasso; mentre essa poi risulta ben evidente, quando la cavità cellulare contiene grasso, o quando le cellule, già avendone prodotto, lo hanno perduto. Nel mio citato lavoro rappresentai appunto in un disegno (fig. 3) l'aspetto e la struttura di alcune cellule simili, in cui il grasso è stato assorbito. Queste mie osservazioni confermano d'altronde

---

(1) Borden W. C., *The fat Cell.: Its origin. development, and Histological Position*, in: New York Medical Journal, 1894.

le opinioni espresse già da tempo da Toldt intorno a questo argomento.

L'aumento in numero delle cellule grasse non avviene, secondo me, per moltiplicazione di queste, perchè non ho mai potuto trovarne alcuna, in cui il nucleo fosse in via di segmentazione amitotica o mitotica; bensì per vera migrazione di queste cellule, le quali probabilmente provengono da uno speciale centro di formazione che sta forse nell'avventizia stessa della vena.

La produzione di grasso non incomincia in tutte contemporaneamente: le cellule più interne sono già discretamente ricche di grasso, mentre quelle più periferiche e più presso all'apice non ne presentano ancora traccia. L'inizio del processo metabolico della cellula, non si ha che al comparire della circolazione; prima di questa non avviene alcuna formazione di grasso. Questo spiega perchè il tessuto adiposo sia costantemente caratterizzato da una rete di vasi sua propria.

La formazione dei capillari sanguigni e linfatici fra le cellule grasse non incomincia che quando queste sono già numerose ed il tubercolo grasso ha già poco più di un mezzo millimetro di lunghezza.

Non oserei asserirlo recisamente, ma parmi di avere notato come la formazione di un sistema circolatorio arterioso non sia che secondario, mentre primo a formarsi è invece il venoso. La prima comparsa di vasi sanguigni nel corpo grasso si ha di fatto quando la vena cava posteriore, sulla quale il corpo grasso giace, emette un piccolo ramo che si insinua tra il connettivo e le cellule grasse e, dapprima capillare, va ingrandendosi ed allungandosi, mentre le sue pareti si differenziano sempre più e diventano quelle di una vera vena, della vena assile del corpo grasso. Ai lati di questa, nello stesso modo, hanno poi origine a poco a poco gli altri capillari. Un po' più tardi, formasi poi l'arteria assile del corpo grasso, i cui capillari si anastomosano con quelli venosi.

Negli anfibi anuri, dove questi corpi grassi hanno forma digitata o frangiata, il tratto loro di connessione colla vena cava è assai breve: negli urodeli invece, dove hanno forma di lamine, è assai lungo e qualche volta si estende per una buona parte della vena stessa. Il che prova ancora una volta che l'origine

loro non è dagli organi genitali ma dalle pareti della vena cava posteriore.

I corpi grassi negli Anfibi vengono dunque ricondotti ad avere un'origine analoga a quella degli ammassi di grasso nel corpo degli altri vertebrati, come analoga è d'altronde anche la loro struttura.

L'origine dal mesoderma, che si attribuiva per necessaria conseguenza a questi corpi grassi, sia coll'ipotesi del Giles, sia con quella del von Wittich, Bles e Marshall, — origine abbastanza strana, data la loro natura istologica, — cade pertanto e colle mie osservazioni viene ricondotta puramente al connettivo del mesoderna, cioè al mesenchima.

Riassumendo pertanto concludo:

1° I corpi grassi negli anfibi non derivano da degenerazione grassa, nè del pronefros, nè della parte anteriore delle creste germinative.

2° Essi derivano invece da proliferazione del connettivo dell'avventizia della vena cava posteriore, in connessione colla parte anteriore delle creste genitali.

3° Le cellule grasse *non* sono dovute a degenerazione di altre cellule, ma sono invece cellule colla speciale funzione metabolica di produrre grasso.

4° L'aumento in volume del corpo grasso non proviene da moltiplicazione diretta o indiretta di cellule primitive, ma da migrazione di queste cellule da uno speciale centro di produzione.

5° L'origine di questi corpi negli anfibi è analoga a quella degli altri vertebrati.

6° L'origine dei corpi grassi è *interamente mesenchimatica.*

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1ª. — Sezione trasversa del corpo grasso e dell'ovario primitivo di *Rana esculenta*, nella regione in cui il corpo grasso è solo unito alla vena cava. Vi si vede il connettivo dell'avventizia (*av*) proliferare ed i corpuscoli del connettivo e le cellule grasse (*cm*) migrare promiscuamente dall'avventizia verso il corpo grasso (*cgr*).

Fig. 1

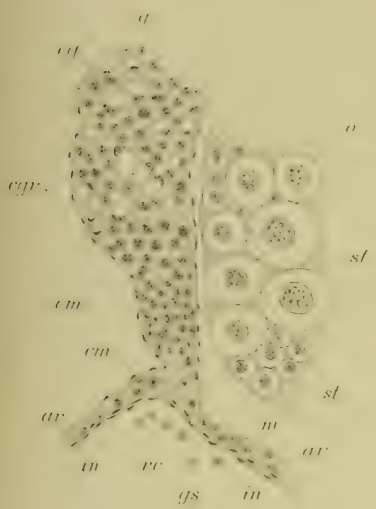


Fig. 2

Fig. 3

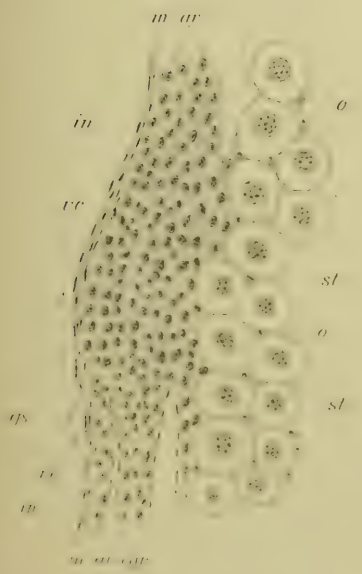


Fig. 4

Lit. Salussolia, Torino

Fig. 2ª. — Id. id. nella regione in cui il corpo grasso è contemporaneamente unito alla vena cava ed all'ovario primitivo, per mostrare il passaggio del connettivo dal corpo grasso nell'ovario primitivo per formarne lo stroma (*st*).

Fig. 3ª. — Sezione longitudinale nella regione in cui il corpo grasso è unito alla vena ed all'ovario, in un rospo comune (*Bufo vulgaris*). Vi si scorge bene quello che è indicato nella sezione trasversale in fig. 2.

Fig. 4ª. — Sezione trasversale del corpo grasso di *Rana esculenta* nel punto in cui la vena assile del corpo grasso sbocca nella vena cava posteriore.

Tutte queste figure sono ingrandite 250 volte, disegnate alla camera lucida di Abbe: oculare 2, obbiet. C. Zeiss.

av: avventizia — *cg:* cellule grasse — *cgr:* corpo grasso — *cm:* cellule migranti del connettivo e cellule grasse — *gs:* corpuscoli rossi del sangue — *in:* intima della vena cava — *m:* tunica media — *o:* uova primitive — *st:* stroma ovarico — *vc:* lume della vena cava posteriore.

Relazione sulla Memoria del Dott. Alberico Benedicenti, presentata nell'adunanza del 17 novembre 1895, che ha per titolo:

" *Sulla tonicità dei muscoli studiata nell'uomo.* ".

I sottoscritti G. Bizzozero e A. Mosso incaricati dall'Accademia delle Scienze di esaminare la Memoria del Dott. Benedicenti " *Sulla tonicità dei muscoli studiata nell'uomo* " si pregiano di riferire all'Accademia stessa che il loro voto è favorevole. Le ricerche fatte dal Dott. Benedicenti intorno alla tonicità dei muscoli nell'uomo sono importanti perchè trattano di un argomento il quale fino ad ora era stato pochissimo studiato.

La Memoria è corredata di figure, ed i sottoscritti propongono che essa venga stampata nei volumi delle *Memorie* secondo le prescrizioni del regolamento.

G. Bizzozero.

A. Mosso.

Monocotyledones Sardoæ
Josephi Hyacinthi Moris " Floræ Sardoæ "

per H. MARTELLI

Continuatio.

Relazione dei Socii Giuseppe Gibelli e Lorenzo Camerano.

Come è noto l'illustre Prof. Moris non ha potuto condurre a termine la sua classica opera, stampata nelle *Memorie* di questa R. Accademia sulla Flora della Sardegna. Di essa le Dicotiledoni soltanto, costituenti circa tre quarti del lavoro, furono pubblicate tra il 1837 ed il 1859.

Delle Monocotiledoni il Moris aveva però già raccolto abbondantissimo materiale, e pubblicato il catalogo; di più lasciava anche molte note staccate e diagnosi abbozzate.

Dopo la morte del Moris parecchi botanici esplorarono la Sardegna, raccolsero messe più o meno abbondanti di specie nuove per il paese, e vi fecero osservazioni importanti. Citiamo *Lisa* e *Masala*, che già avevano raccolto per conto del *Moris* stesso, *Ascherson, Forsitz-Mayor, Arcangeli, Macchiati, Lovisato, Nicotra* ed altri.

Con questi materiali nuovi *W. Barbey* pubblicava nel 1884 un catalogo ragionato (1) delle specie vascolari spontanee dell'Isola, già di molto arricchito in confronto di quello del Moris.

Di recente il prof. *O. Mattirolo,* rovistando nell'erbario Moris, trovò trenta specie, che non erano state per anco registrate nelle precedenti pubblicazioni, e alcune di queste nuove per la flora italiana, che egli illustrò in una nota (2) letta al Congresso internazionale tenuto in Genova nel settembre 1892.

---

(1) *Florae Sardoæ compendium.* Lausanne, 1884.

(2) O. Mattirolo, *Reliquiæ Morisianæ* (Atti del Congresso botanico internazionale). Genova, 1893, p. 374.

In questi ultimi anni il conte Ugolino Martelli di Firenze, appassionato cultore della Botanica geografica e sistematica, sedotto dall'abbondante copia di materiali da lui raccolti nell'Isola, venne nella determinazione di completare l'opera lasciata in sospeso dal Moris.

A tale scopo egli erasi già preparato con lunghe e parecchie escursioni, principalmente in località poco note dell'Isola, e con speciale riguardo alle Monocotiledoni, scopo principale dell'opera sua.

Primo frutto de' suoi studii è la monografia descrittiva delle *Orchidee* di Sardegna, che fu affidata al nostro esame.

Nello studio di questo interessantissimo gruppo l'A. si è giovato dell'Erbario e delle note del Moris innanzi tutto; poi del grande Erbario centrale di Firenze, delle proprie raccolte speciali, di quelle degli erbarii di Cagliari e di Sassari, dei materiali avuti in comunicazione dal *Gennari,* dal *Nicotra,* dal *Macchiati,* dal *Sommier,* dal *Biondi,* dal *Forsitz-Mayor,* dal *Barbey,* dai *Bornemann,* ecc.

L'A. inoltre ha tenuto conto di tutti gli studii sistematici dei più recenti autori intorno alle *Orchidee* europee, seguendo in generale i criterii tassinomici adoperati dal *Reichenbach,* che era il più dotto conoscitore della materia; ma apprezzando anche quelli fatti valere dal *Parlatore* nella Flora italiana.

L'A. consultò inoltre le opere floristiche più moderne delle regioni circummediterranee: Barla, *Iconographie des Orchidées;* Boissier, *Flora orientalis;* Willkomm et Lange, *Flora hispanica;* Ball, *Spicilegium florae Maroccanae,* non che tutte le piccole flore locali dell'Italia continentale ed insulare del Tirreno e delle Baleari.

Senza mantenersi pedissequo di nessuno l'A. mediante nuove osservazioni e comparazioni ha saputo pesare il valore dei criterii sistematici di ciascun trattatista, ed applicarli con sana critica al gruppo di piante da lui studiate e descritte nella presente memoria.

Le specie e varietà che l'A. ha trovato nuove per la Flora Sarda sono le seguenti: *Orchis insularis; O. mascula* var. *Olliensis; Ophrys apifera; O. aranifera* var. *Morisii.* Ne ha escluse invece l'*Orchis ustulata,* l'*O. sambucina,* l'*O. pseudo-sambucina,* l'*Ophrys lunulata,* l'*O. muscifera* e l'*O. Bertolonii,* da lui riconosciute er-

rate negli esemplari forniti dagli Autori stessi, che le raccolsero e le avevano registrate come indigene dell'Isola.

L'A. accompagna la sua Memoria con tre tavole, nelle quali sono illustrate le seguenti specie: *Gennaria diphylla, Orchis saccata, O. lactea, O. tridentata, O. mascula* var. *Olliensis, O. insularis, Loroglossum longibracteatum, Epipactis microphylla.*

Di queste specie qualcuna (*Orchis insularis*) non è mai stata prima figurata, le altre lo furono male o in opere costosissime.

Tutte le parti del lavoro sono distribuite coll'economia adottata dal *Moris*. Le descrizioni sono accurate ed arricchite da copiosa bibliografia.

Noi crediamo quindi che questa Memoria costituisca un buon principio al compimento da lungo tempo desiderato dell'opera dell'illustre Moris, e però ve ne proponiamo l'inserzione nelle *Memorie* della nostra Accademia.

La Commissione

L. Camerano.

G. Gibelli, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Gennaio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Vallauri, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Schiaparelli, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Graf, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario, fra i libri pervenuti in dono alla Classe, segnala due opuscoli del Socio Corrispondente Marchese di Nadaillac: " *Foi et science; Un diplomate français au début du siècle* „ (Paris, 1895).

Il Socio Manno offre " *Le dict des jardiniers. Farce morale du XVI siècle* „, pubblicata ed annotata dal signor Francesco Mugnier (Paris, 1896), che ne fa omaggio alla Classe.

Il Socio Cipolla legge un lavoro del Prof. Giuseppe Calligaris: " *San Gregorio Magno e le paure del prossimo finimondo nel medio evo* „, che è pubblicato negli *Atti* accademici.

Il Socio Allievo legge un suo lavoro: " *Studii psicofisiologici* „, di cui la Classe approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

LETTURE

San Gregorio Magno e le paure del prossimo finimondo nel Medio-Evo;

Nota del Prof. GIUSEPPE CALLIGARIS.

È oramai notissimo che dalle pretese paure dell'anno mille (1) bisogna distinguere i terrori del finimondo, che per tutto il medio evo, e più tardi ancora, si paventava siccome evento vicino.

Non fu ancora tentata la storia di questi terrori e delle fantasie con cui l'immaginazione dei popoli volle interpretare la solenne profezia di Cristo sulla fine del mondo. È anzi difficile il dire fino a qual punto la paura del prossimo finimondo abbia avuta influenza sulla storia dell'umanità. L'argomento è grave e importante. Tentiamone la trattazione, almeno in piccola parte.

È fuori di dubbio che su queste paure poterono assai gli avvenimenti storici: esse, anzi, il più delle volte, non sono che l'eco di quelli. In tempi di profondo avvilimento materiale e intellettuale, gli uomini dovettero provare uno sconforto doloroso nel ripensare ad altri tempi, che si presentavano alla loro immaginazione come belli e felici, e certamente fu loro un sollievo lo sperare che una simile condizione di cose non sarebbe durata a lungo. Le offese degli uomini e della natura apparivano come segni dell'ira divina, come indizio del prossimo sfacelo del mondo (2).

(1) Cfr. il dotto lavoro del prof. Pietro Orsi, *L'anno mille* (*Riv. st. ital.*, IV, 1887, fasc. 1, e spec. p. 78). Vedi pure: *Studi storici*, I, 1892, fasc. IV, 535, dove sono citate altre opere di argomento consimile.

(2) Abbiamo parecchi saggi di questi studi: cfr. G. Boissier, *La fin du paganisme* (Paris, Hachette, 1891, II, 448 e sg.) là dove studia la impressione che sui cristiani produceva il dissolversi dell'antico impero; Gebhart E., *L'état d'âme d'un moine de l'an 1000* (in *Revue des deux mondes*, CVII, 606 sg.), e, a proposito della *Città di Dio* di S. Agostino, G. Boissier, *Études d'histoire religieuse — le christianisme et l'invasion des barbares* — (in *Revue des deux*

Mi limiterò ai tempi in cui visse il pontefice Gregorio I, i quali egli illuminò col suo genio e colla sua santità, illustrò coi suoi scritti; anzi col mezzo di questi raccoglieremo le impressioni che le turbinose vicende alle quali dovette assistere, hanno prodotto sul suo animo.

A me non tocca riassumere qui le vicende della vita di S. Gregorio e prima del suo pontificato e dopo che fu innalzato a quella dignità (1). Mi basta il dire che di queste vicende nelle opere di S. Gregorio si risente una eco profonda, e che il terrore del prossimo finimondo, che lo occupa, risponde alle dolorose vicende dei suoi tempi. Però nelle espressioni che egli adopera non manca una certa qual tinta indecisa, che ci lascia qualche volta esitanti nel darne l'interpretazione. Poichè talvolta il finimondo sembra che gli apparisse prossimo, talvolta rimane alquanto lontano, nell'oscurità in cui lo aveva lasciato la profezia evangelica. Cercheremo con questo studio di risolvere la difficoltà.

E ben gravi furono i tempi in cui visse Gregorio. — In tutto l'Occidente erano sorti regni barbarici nelle antiche provincie romane e i nuovi conquistatori avevano ovunque fatto sentire il peso delle loro vittorie, malgrado il rispetto che il nome romano imponeva loro. La loro fierezza, le loro lotte, i loro delitti atrocissimi atterrivano il molle romano, quasi sempre combattuto anche nella sua fede. Il Cattolicismo romano non era sempre vittorioso contro l'Arianesimo nazionale e germanico, ed anche là dove il Cattolicismo si era affermato, non poteva essere compreso nella sua alta significazione morale.

In Italia la *gens Gothorum* che aveva brillato con Teoderico,

---

mondes, 15 gennaio 1890, 345-72 e specialmente pp. 346 e 349); Cipolla C., *Appunti storici tratti dalle epistole di S. Pier Damiani* (in *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XXVII, nel cap. " la paura del finimondo „), dove si afferma che anche in Italia (nel sec. XI) era vivo questo terrore.

(1) Per tutto ciò mi limito a rimandare il lettore al recente e dotto studio biografico del Grisar, *Il pontificato di Gregorio Magno nella storia della civiltà cristiana*, Roma, tip. Befani, 1894, V-X (la prima ediz. uscì nel periodico " Civiltà Cattolica „, serie XIV, vol. V, e ser. XV, vol. I-V). Per quel che riguarda le relazioni politiche fra Gregorio e i Longobardi, cfr. Crivellucci, *Chiesa ed impero al tempo di Pelagio II e di Gregorio I nella politica verso i Longobardi* in *Studi storici*, I, fasc. II e III.

era caduta quando l'impero con Giustiniano aveva cercato di riaffermare sull'Occidente l'antica supremazia, e l'Italia, solo dopo una guerra lunga di circa venti anni, era ritornata provincia dell'impero Orientale. Ma nuovi e più fieri travagli l'avevano colpita quando una gente germanica, non più a nome dell'impero romano, ma come libera conquistatrice l'aveva occupata, lottando a lungo contro il padrone di prima (1).

L'antico mondo romano pareva giunto all'estrema vecchiezza, anzi alla morte, e la nuova gente che si sedeva come vincitrice su quelle gloriose ruine, credevasi ribelle ad ogni legge divina ed umana. La gloria di Roma era caduta, i suoi

---

(1) Le opere di Gregorio ci parlano spesso delle tristissime condizioni di quei tempi. Lo Schupfer (*Delle istituzioni politiche longobardiche*, Firenze, Le Monnier, 1863, p. 47) ha, da vari luoghi di Gregorio, messa insieme questa descrizione paurosa: " Razza inumana codesta de' Longobardi! Lasciati i covi natali, ci piombò addosso e le popolazioni che crescevano qui a modo di spesse biade, furono recise ed arse. Le città sono oggimai spopolate, rovesciati i castelli, bruciate le chiese, distrutti i cenobi di maschi e di femmine, vedovata di uomini la campagna, non più abbellita di nessun sorriso di coltura, nè trovi possessore che voglia abitarvi: i luoghi già lieti per una moltitudine di popolo, or fatti pascolo di armenti (*Dial.*, III, 38; *Ep.*, III, 29; V, 8; Hom., VI, lib. II in *Ezech.*). Il barbaro non cerca di tener alta la spada (Hom., 10, lib. II in *Ezech.*); tutto è sangue, incendio, ruina, acerbissimo duolo (Hom., 6, lib. II in *Ezech.*). Poi nella ruina di tutte le cose, credeva vicino il dì del supremo giudizio „ (*Ep.*, III, 29). — Vedi pure: Malfatti B., *Imperatori e papi ai tempi della Signoria dei Franchi in Italia*, Milano, Hœpli, 1876, I, 262 sg.; Tamassia G., *Langobardi, Franchi e Chiesa Romana fino ai tempi di Re Liutprando*, Bologna, Zanichelli, 1888, p. 37 e sg., e in generale i capitoli II, III, IV. — In un suo recentissimo articolo il Crivellucci vorrebbe attenuare le tradizionali crudeltà langobarde, in specie per quel che riguarda la religione dei vinti, e, a proposito delle terribili descrizioni che Gregorio fa del suo tempo, scrive: " certi lamenti, certi sfoghi, siano pure sinceri, di animi esulcerati ed offesi nel loro patriottismo e nella loro religione e nei loro interessi, *hanno molto valore per conoscere la condizione degli animi di chi li fa*, ne hanno poco o nessuno per determinare la verità storica e obiettiva dei fatti „ (Crivellucci, *Le chiese cattoliche e i longobardi ariani in Italia* in *Studi storici*, vol. IV, fasc. III, 1895). Si pensi su ciò nell'una o nell'altra maniera (chè questo non è il luogo opportuno alla discussione di tale argomento) vedesi che lo stesso Crivellucci ammette che le parole di Gregorio rispecchiano esattamente la condizione degli animi in quei tempi, e perciò sono per noi preziose.

tempi floridi erano omai lontani, e la mente che non cessava di vagheggiarli, li rimpiangeva perchè i più prosperi nel mondo, e a quella ruina annetteva la morte del mondo stesso.

Si direbbe (come bene fu osservato) che S. Gregorio non prevedesse, e non lo poteva, che dalle rovine di quel mondo sarebbero sorti nuovi popoli e nuove civiltà, che quei terribili invasori delle terre romane non avrebbero tutto distrutto, ma avrebbero preparati nuovi tempi e nuove condizioni di cose, e che quella Chiesa, alla quale stava a capo, era chiamata a nuovi destini e a gloriose vittorie.

Egli non vagheggiava che l'antica civiltà romana rappresentata dall'Impero, perciò i suoi sguardi non cessavano dal rivolgersi a Costantinopoli, senza sospettare che l'Oriente e l'Occidente, i quali per l'avvenire non si sarebbero più confusi, si avviavano oramai a nuovi e diversi destini (1).

---

(1) La preoccupazione per la prossima fine di ogni cosa fu già notata molte volte in S. Gregorio, dagli antichi biografi sino a noi, e le furono assegnate varie ragioni. Giovanni Diacono, antico biografo, avvertiva che " in omnibus suis dictis vel operibus, Gregorius imminentem futurae retributionis diem ultimum perpendebat, tantoque cautius cuncta cunctorum negotia perpendebat, quanto propinquius finem mundi insistere, *ruinis eius crebrescentibus*, advertebat. (nelle *Opere* di Gregorio, ediz. PP. Maurini, IV, 162). Lo stesso notavano i Padri Maurini editori delle opere gregoriane: " S. Gregorii sententia de die iudicii, quem proximum praenuntiavit, nunc expendenda. Sane communis fuit veterum christianorum persuasio, mundi finem imminere „. E ricordate qui le testimonianze di Tertulliano, di Sulpizio Severo, di S. Leone, che concordano con S. Gregorio, le parole dei quali non furono che la eco della voce degli Apostoli, così spiegano questa concorde opinione: " Fortasse ita loquentes viri sancti, et illud attendebat: *Mille anni ante oculos tuos tamquam dies hesterna quae praeteriit* (Ps., 89, 4). — Si vero, ut docet S. Gregorius (*Dial.*, III, 35): videnti creatorem, qui immensitate gaudet, angusta est omnis creatura, unde non mirum orbem universum in uno solis radio S. Benedicti oculis subiectum fuisse, cur non eadem ratione dicamus, contemplantibus Dei aeternitatem, breve esse omne tempus etsi multa etiam annorum millia complectantur? (*Opera Gregorii*, ediz. Maur., I, XIII, nella *praefatio generalis*). Il qual ragionamento, disgiungendo i terrori del finimondo dalle circostanze che li producevano, non arreca nessuna luce alla questione. — Venendo a tempi a noi più vicini, vediamo il Gregorovius (*St. della città di Roma nel M. E.*, trad. it., Venezia, Antonelli, 1872, II, 46) contentarsi di accennare allo stato degli animi nel VI secolo " nel buio profondo di quell'età, in cui Roma andava

***

Emilio Gebhart nel descrivere, in uno studio su Rodolfo

---

precipitando alla sua fine „ e di ricordare che mentre il mondo chiudeva in sè " tanti germi di vita nuova, l'umanità altro non vedeva che i ruderi accumulati dell'impero „. Il Gebhart (*L'Italie Mystique,* Paris, Hachette, 1890) accenna pure al triste periodo nel quale si svolse il pontificato di S. Gregorio, aggiungendo che egli " pressentait que l'Église, jetée dans la mêlée du siècle, s'éloignerait bientôt de sa mission primitive „ (p. 3). — Il che mi pare non esatto. Gregorio si doleva bene spesso che uomini religiosi dovessero occuparsi in negozi secolareschi, e attribuiva questa necessità dolorosa a tristizia di tempi; si lagnava bene che il sacerdozio di allora non fosse più quello dei tempi primitivi, ma in ciò egli vedeva solo uno dei segni della vecchiezza del mondo. Se ai venturi profetizza tempi peggiori dei suoi, è perchè tutti i mali si aggraveranno quanto saranno più vicini a compiersi gli ultimi destini del mondo.

Questa costante e forte preoccupazione di S. Gregorio per il prossimo fine delle cose fu studiata, e assai più largamente, quantunque non in modo completo, dal Grisar, nella sua citata monografia. Egli nota dapprima che oltre la peste famosa che spopolò Roma al fine del papato di Pelagio II, e i pericoli della guerra " molti castighi di Dio si riversarono in quei tempi sopra l'Italia e gli altri paesi dell'Impero „, una eco dei quali flagelli è quel senso di tristezza che occupava allora l'anino di tutti. Gli spiriti più eletti si distaccavano sempre più dal mondo " molto più che la ferma idea della prossima fine di ogni cosa si faceva sempre più largo e guadagnava certezza „. E qui aggiunge in breve un cenno su quelle calamità che desolavano quei tempi, parla della famosa inondazione dell'Adige descritta da Paolo Diacono, ricorda la nota profezia di S. Benedetto su Roma, la quale, non sarebbe stata distrutta dalle genti, ma si sarebbe sfasciata " affievolita e stanca „ dalle tempeste e saette, dai turbini e terremoti, profezia che Gregorio credeva stesse per avverarsi ai suoi tempi. Ma specialmente si vale della 1ª Omelia sugli Evangeli per illustrare il suo concetto, nella quale Gregorio " conformemente all'errata opinione dei suoi contemporanei, designa senza più le calamità di quegli anni come annunzio della prossima venuta di Cristo „ (p. 552). Ma, oltre che nella citata Omelia, il " pensiero della fine non lontana del mondo preoccupa la mente di Gregorio durante tutto il suo pontificato „ (p. 553-4), ed il Grisar ne adduce a prova tutti gli scritti del pontefice. Ricorda che una simile idea appare di quando in quando nella storia, al succedersi di calamità straordinarie o particolari commovimenti di popoli, che l'aspettazione di una prossima fine del mondo si fè sentire con maggior forza nel periodo dal quinto al settimo secolo " e ciò perchè, stimandosi comunemente per opinione tradizionale che l'impero romano dovesse durare sino alla fine dei secoli, e vacillando questo sotto i colpi

Glabro, la condizione dello spirito di un monaco verso il Mille (1), osserva che sebbene quegli non avesse letto la *Città di Dio* di S. Agostino, pure glie ne era arrivata una eco, colla divisione della storia del mondo in sei epoche, a cominciar da Adamo, colle sei giornate di lavoro della storia, mentre la settima, quella del riposo eterno, sarebbe venuta quando fosse piaciuto a Dio. " La notion des sept époques symboliques était restée dans la tradition du moyen âge „.

Ora noi troviamo pure in S. Gregorio frequenti tentativi di dividere con simile criterio la storia dell'umanità. " Omne praesentis vitae tempus septem diebus evolvitur, et ideo aeterna dies quae, expleta horum dierum vicissitudine, futura est, octava vocatur (2) „, e più chiaramente poco dopo (*loc. cit.* 467) " vel,

---

delle immigrazioni, anzi oramai rovinando in Occidente, si teneva fermo che anche la fine del mondo fosse veramente vicina „. Ma Gregorio non vide che " un nuovo ordine di cose, che nessun occhio umano avrebbe potuto prevedere, andava sorgendo fra le angosce e le sventure del genere umano, quasi fossero altrettanti dolori di un nuovo parto „.

Il nostro studio ha per iscopo l'esame più minuto di questo lato del pensiero gregoriano. — Noi potremo così raccogliere le impressioni che in un animo romano, come quello del discendente di nobile famiglia dell'impero, producevano i gravi avvenimenti del sesto secolo, noi potremo studiare quello che il vecchio elemento romano provava all'urto dei nuovi popoli, che con sè portavano una nuova vita, in quel mondo cadente.

Siamo nel periodo più vivo della lotta fra romanesimo e germanesimo, e assistiamo come al grido disperato di quella vecchia civiltà che vede tutto sfasciarsi attorno a sè, senza accorgersi che essa, quando si crede più conculcata, è più viva che mai e destinata a risorgere, ma rinnovellata.

È questa condizione di cose che ci spiega quel sentimento pauroso di angoscia il quale si traduce nel terrore del finimondo; ma nè Gregorio nè altri del sesto secolo potevano pensare alla caduta di quella istituzione divina che era l'impero, florido e potente in Costantinopoli. — La divisione fra occidente ed oriente che par ora così netta agli occhi nostri, non balenava allora neppure alla mente di quegli uomini, gli sguardi dei quali erano rivolti tutti alla nuova Roma del Bosforo, e il passaggio dei barbari sulle terre di occidente non era che una sventura, di cui neppur potevano immaginare l'importanza.

(1) Gebhart E., *L'état d'âme d'un moine de l'an 1000* in *Revue des deux mondes*, CVII, 1891, pp. 600 e sg.

(2) *Exposit. in VII Psalmos poenitentiales;* proemium in primum psalmum poenitentialem, vol. III, parte 2ª, 467. L'edizione delle opere di Gregorio che citeremo sempre è la seguente: " *Sancti Gregorii papae I cognomento Magni,*

secundum quosdam, octava dicitur quia sequitur sex aetates in hoc saeculo viventium, et septimam dormientium iustorum (1) „. Nel concetto Gregoriano sono dunque sei le età storiche in cui si svolgono i destini del mondo, " sex enim diebus mundus conditus est, sex aetatibus consummatur (2) „, la settima è quella del riposo della morte, a cui segue l'ottava cioè la risurrezione ed il giudizio (3).

Parlando poi della parabola del padre di famiglia che invita gli operai a lavorare alla sua vigna a diverse ore del giorno, paragona le parti in cui il giorno si divide alle seguenti grandi divisioni storiche: " Mane etenim mundi fuit ab Adam usque ad Noe. Hora vero tertia a Noe usque ad Abraham. Sexta quoque ab Abraham usque ad Moysen. Nona vero a Moyse usque ad adventum Domini. Undecima vero (e perciò l'ultima) ab adventu Domini usque ad finem mundi (4) „. — Noi ci troviamo quindi nell'ultima delle età storiche, in quella che è cominciata dalla venuta di Cristo e che finirà col mondo stesso, la cui durata è incerta, della quale ci e noto il solo principio, ma ignoto il fine (5).

Opera omnia... Studio et labore Monachorum ordinis Sancti Benedicti e congregatione Sancti Mauri. Venetiis, 1744 (in 4 volumi).

(1) Nell'*Omilia*, VIII, lib. II, super Ezechielem, I, 1392-3, si ripete: " Per octavum vero numerum et dies aeterni iudicii et carnis resurrectio designatur... in quo videlicet die, omne hoc tempus finitur, quod septem diebus evolvitur „.

(2) Lib. IV, c. IV in Primum Regum, III, p. 2ª, 201 B-C.

(3) A proposito del giorno ottavo, come simbolo della risurrezione, nota nell'*Omil.*, IV, lib. II, sup. Ezechielem (I, 1341-2): " praesens... vita nobis adhuc sexta est feria quia in doloribus ducitur et in angustiis cruciatur. Sed sabbato quasi in sepulchro quiescimus, quia requiem animae post corpus invenimus. Dominico vero die, videlicet a passione tertio, a conditione (del mondo) ut diximus octavo, iam corpore a morte resurgemus, et in gloria animae etiam cum carne gaudebimus „. La nostra vita è come la sesta feria, il giorno della morte di Cristo, il sabbato rappresenta la quiete del sepolcro, l'ottavo giorno, la domenica, la risurrezione.

(4) *Omil.* XIX, lib. I, in *Evangelia*, I, 1510.

(5) La storia del popolo eletto e quella del cristiano era per S. Gregorio come il centro di tutta la storia dell'umanità, e l'unico criterio di partizione storica. Con questo criterio, troviamo nelle opere gregoriane nuova divisione storica, nella quale i Profeti, gli Apostoli, i Martiri, i

E che siamo nell'ultima delle età del mondo Gregorio lo attesta più volte; anzi in lui ci appare spesso evidente la preoccupazione, che anche quest'ultima volga oramai al tramonto. Spiegando la parabola evangelica dell'uomo, che aveva invitati molti a cena egli osserva con molta tristezza: " Che cosa è mai l'ora della cena, se non la fine del mondo? Alla quale oramai noi siam giunti, secondo attesta l'apostolo Paolo: noi siam quelli i quali furono sopraggiunti dalla fine dei secoli. " Idcirco autem hoc convivium Dei non prandium sed coena vocatur, quia post prandium coena extat, post coenam vero convivium nullum restat (1) „.

Questo tristo ed angoscioso pensiero predomina in tutte le opere di Gregorio, e produce nel lettore un senso profondo di dolore e scoramento, che assai bene ci fa comprendere lo stato d'animo di un romano di quei tempi. L'uomo ha naufragato del tutto nell'immenso mare dell'eternità, e guarda con timore quel mondo che oramai gli sfugge (2).

Noi scorgiamo il cielo fosco del VI secolo, non rallegrato da luce alcuna, su cui l'alba non doveva più spuntare, e neppur la speranza faceva balenare i suoi fugaci bagliori.

Vescovi e Dottori, porgono i tratti caratteristici di quattro grandi periodi storici. Nel lib. IV, c. IV, *in primum Regum* (III, p. 2ª, 206-7) a proposito del passo: " *ecce inventa est in manu mea quarta pars stateris argenti* „, ecc., così Gregorio commenta: " Quarta vero pars stateris argenti dicitur pro qualitate temporis. Nam ut alias partes huius stateris videamus, Prophetae, Apostoli, Martyres intuendi sunt. Quia enim pro qualitate temporis, singulis ordinibus distributa est sonoritas praedicationis, velut singuli quartam partem stateris habuere. Quartam ergo partem stateris illi (i Profeti) exhibuerunt cum Synagogae adventum Redemptoris promitterent. Apostoli partem suam dederunt eum Iudaeis, Eum qui promissus fuerat, iam venisse praedicarent. Martyres vero etiam partem suam tribuerunt cum infideles ad fidem Redemptoris adducerent. Quarta vero pars stateris remansisse cognoscitur, quia per *episcopos* et *doctores* sanctae ecclesiae verbum fidei usque ad mundi finem electis fidelibus exhibetur „.

(1) *Omil.* XXXVI, in *Evang.*, lib. II, I, 1619-20.

(2) Così lo stesso Gregorio esprime questo sentimento: " Mens humana... quia malorum tantorum in se remedium non invenit, tristitiae intolerabilis pondere praegravata tabescit, et tanto se durius in cogitatione dilaniat, quanto terribilius esse, quod imminet, iudicium pensat „ (*Expos. in tertium psalmum poenit.*, III, parte II, 484).

*
* *

" Quanto più si avvicina al fine il presente secolo altrettanto il secolo futuro " ipsa iam quasi propinquitate tangitur et signis manifestioribus aperitur „. Siamo come in quel punto nel quale sta per ispuntare il giorno, e la luce e le tenebre sono quasi mescolate fra loro. " Quemadmodum cum nox finiri et dies incipit oriri, ante solis ortum simul aliquo modo tenebrae cum luce commixtae sunt, quousque discedentis noctis reliquiae in luce diei subsequentis perfectae vertantur, ita huius mundi finis iam cum futuri seculi exordio permiscetur, atque ipsae reliquiarum eius tenebrae quadam iam rerum spiritualium permixtione translucent (1) „.

Il concetto che qui abbiamo raccolto, non solo ci appare nelle meditazioni preparate per i fedeli, o nei devoti conversari fra Gregorio e il diacono Pietro, ma tiene un posto notevole in documenti non privati e della più alta importanza, e diviene uno dei più validi argomenti con cui il pontefice incalza il suo avversario.

Questo conferma che per Gregorio il terrore del finimondo non era un timore retorico, che prestasse argomento a un bel ragionare, ma era invece il soggetto della meditazione di ogni giorno, verità su cui non poteva per lui cader dubbio, e doveva essere accettata da tutti senza discussione.

L' imperatore Maurizio aveva proibito ai soldati ed ai curiali di entrare nei monasteri, spinto dalle gravi condizioni politiche del momento. San Gregorio, sebbene in massima non rigettasse tutto il pensiero imperiale a questo riguardo, si maraviglia e si addolora che allora appunto si proibisse ad alcuno di abbandonare il mondo " quo (tempore) appropinquavit finis ipse seculorum „. Ecco che non v'è più indugio e ardendo il cielo e la terra, fra il corruscare degli elementi, il giudice tremendo sta per apparire cogli angeli ed arcangeli, coi troni e le dominazioni, coi principati e le potestà (2).

---

(1) *Dial.*, IV, 41 (II, 445).
(2) Jaffè, 1266 (903), aug. 593, ind. 11, Reg., III, 61.

Ed in altre gravi e solenni circostanze il pontefice ricorse pure a questo argomento. Sono ben note le lotte che Gregorio ebbe a sostenere coi patriarchi di Costantinopoli Giovanni e Ciriaco per il titolo di *vescovo universale,* al quale questi pretendevano. A noi, che non abbiamo il dovere di riassumerle, basterà rimandare a quanto ne ha detto il Grisar nella monografia tante volte citata, dove egli sviluppa questo argomento con molta larghezza.

Gregorio si opponeva a tutt'uomo a quelle pretese, diceva ravvisare in quella " superbia „ " propinqua iam Antichristi esse tempora (1) „ e scrivendo nel 597 al vescovo Ciriaco, successo a Giovanni anche nelle pretese a vescovo universale, lo esortava a deporre quel titolo poichè, fra le altre cose, essendo vicino già l'Anticristo, egli desiderava che questi nulla trovasse di sua appartenenza non solo nei costumi, ma neppur nelle parole riferentisi ai sacerdoti: " Quia hostis omnipotentis Dei Antichristus iuxta est, studiose cupio ne proprium quid inveniat non solum in moribus, sed etiam nec in vocabulo sacerdotum (2) „.

Due anni più tardi, nel 599, era ancora questa riflessione che ripeteva a parecchi vescovi dell'Oriente, invitati ad una sinodo da radunarsi in Costantinopoli, esortandoli a non concedere in niun modo il titolo di vescovo universale a Ciriaco (3).

E questo ripetersi dello stesso argomento, con tanta insistenza, e assegnandogli tanta importanza, in lettere scritte coll'intervallo di anni, a personaggi altissimi, e con carattere ufficiale, ci conferma quanto abbiam detto più sopra, che il ricordo del finimondo è per Gregorio l'espressione di un sentimento profondamente sentito.

E che tale fosse basterebbe a provarlo il fatto che è questo

---

(1) Jaffè, 1352 (973), iun. 1, 595, ind. 13, Reg. V, 39. È in questa lettera scritta all'imperatrice Costantina che Gregorio esprime il suo profondo cordoglio per i lunghi 27 anni da cui in Roma si viveva fra le spade dei langobardi.

(2) Jaffè, 1474 (1109), iun. 597, ind. 15, Reg., VII, 28.

(3) Jaffè, 1683 (1222), mai. 599, ind. 2ª, Reg., IX, 156. " Sed quia hoc iam, ut vidimus, mundi huius termine propinquante, in praecursione sua apparuit humani generis inimicus, ut ipsos qui ei contradicere bene atque humiliter vivendo debuerunt, per hoc superbiae vocabulum praecursores habeat sacerdotes „.

sempre l'argomento a cui Gregorio ricorre nei casi che gli occorrono: con questo salutare pensiero scuote l'indifferenza del peccatore, richiama al suo dovere il magistrato, distacca dalle cose del mondo quelli che vi hanno affetto, eccita gli ostinati a penitenza. Colle quali considerazioni vogliamo solo provare che il pensiero del finimondo è continuo in S. Gregorio: a suo luogo vedremo di lumeggiar meglio il pensiero gregoriano a questo proposito.

Un Andrea desidera che Gregorio gli ottenga una carica dall'imperatore, ma il santo pontefice si adopera tutto per distoglierlo da simile pensiero e indurlo a consacrarsi alla salute dell'anima. " Cur.... magnifice fili, non consideras quia mundus in fine est? Omnia urgentur quotidie, ad reddendas rationes aeterno et tremendo iudici ducimur „. A che dunque dobbiamo pensare, se non alla venuta di Lui? Poi, con magnifica similitudine, descrive il rapido fuggir della vita, senza che possiamo arrestarlo. " La vita nostra, egli dice, si può paragonare a colui che naviga. Infatti costui, o stia in piedi, o segga, o giaccia, cammina sempre, trasportato dall'impeto della nave. Così siam noi; o siam desti, o dormenti, tacciamo, o parliamo, o camminiamo, vogliamo o non vogliamo, continuamente, ogni giorno veniamo trascinati al fine „. Il terribile pensiero, profondamente mesto, non poteva essere espresso con maggior forza (1).

La patrizia Rusticiana è ritornata troppo presto a Costantinopoli dal suo viaggio al monte Sina. Ciò spiace a Gregorio, che in questa fretta scorge soverchio amore ai proprii agi, e ne fa alla nobil donna aspro rimprovero, esortandola a distaccarsi dal mondo, le cose del quale sono caduche e fuggitive " quia, dum haec loquimur, et tempus currit, et iudex supervenit et mundum quem sponte nolumus, esse iam prope est ut inviti relinquamus (2) „.

E se altri volesse trovare in queste parole un'allusione alla morte, che ci distacca, anche contro voglia, dalle cose del mondo, legga quelle ben più chiare che rivolse ad Eusebia patrizia esortandola a distogliere l'anima dal tumulto della regia città e a considerare la vanità del tutto. " Excellentia vestra....

---

(1) Jaffè, 1472 (1107), iun. 597, ind. 15, Reg., VII, 26.
(2) Jaffè, 1316 (951), aug. 594, ind. 12, Reg., IV, 44.

venturi iudicis examen tremendum cum metu et lacrymis quotidie sine cessatione consideret, illumque diem, in quo perturbanda sunt omnia, cum timore ad animum reducat, ut iram iudicis in ipso iam die non timeat (1) „.

Col ricordare il giudizio supremo egli esorta il pretore della Sicilia Giustino a concordia, giustizia e onestà (2), ammonisce Venanzio cancelliere d'Italia, ex-monacho (3), richiama al dovere il diacono Pietro (4), dà saggi consigli al vescovo Giovanni della Chiesa Scillacina (5), e scrivendo a tutti i vescovi Numidi di essere solleciti dell'anima dei loro prossimi, consiglia loro a valersi di questo fortissimo argomento " ad fidem, quos valetis, praedicatione charitatis praetenso terrore futuri iudicii suadete (6) „.

*
* *

Ma è possibile stabilire, dalle opere di S. Gregorio, quando avverrà questa dissoluzione di ogni cosa?

Sebbene fosse venuta l'ultima età del mondo, Gregorio sperava che la sua generazione non avrebbe assistito all'ultimo giorno delle cose.

I mali, che travagliavano l'umanità, dovevano aggravarsi ancora, e allora solo il mondo, sotto sì grave peso, si sarebbe sfasciato.

Questa la fosca previsione che uno dei maggiori fra i Romani traeva dagli avvenimenti dei suoi tempi.

Nella 1ª Omelia (lib. II) su Ezechiele, egli paragona la Chiesa ad un edifizio che si va lentamente costruendo nei secoli, il quale sarà finito solo alla consumazione di questi, e i fedeli

---

(1) Jaffè, 1900 (1517), iun. 603, ind. 6, Reg. XIII, 35.

(2) Jaffè, 1068 (705), sept. 590, ind. 9, Reg., I, 2.

(3) Jaffè, 1103 (737), mart. 591, ind. 9, Reg., I, 33.

(4) Jaffè, 1112 (748), mai. 591, ind. 9, Reg., I, 42.

(5) Jaffè, 1191 (826), iul. 592, ind. 10, Reg., II, 37.

(6) Jaffè, 1144 (781), aug. 591, ind. 11, Reg., I, 75. Sarebbe del resto troppo lungo e di scarso profitto il riferire tutti i passi nei quali Gregorio attesta l'avvicinarsi del giudizio. È un concetto che appare spessissimo, come già avvertimmo, e dal saggio dato si può comprendere qual parte abbia nelle opere di Gregorio.

che fan parte della Chiesa sono le pietre che lo compongono. Ora negli edifizi noi vediamo che le pietre si sostengono l'una coll'altra, salvo quelle poste all'estremità dell'edifizio stesso, che son portate da altre, senza che esse altre ne sostengano. Traendo a significazione allegorica e morale questo concetto osserva che anche nell'edifizio della chiesa " vicissim se proximi tolerant, ut per eos aedificium charitatis surgat...; si vos portare negligo in moribus vestris, et vos me tolerare contemnitis in moribus meis, charitatis aedificium inter nos unde surget?.... ". Dunque in questo mistico edifizio " lapis qui portat, portatur ".

Ma come le pietre che si pongono sulla sommità dell'edifizio son portate ma non portano, così " hi qui in fine Ecclesiae, id est in extremitate mundi nascituri sunt, tolerantur quidem a maioribus.... sed cum non eos sequuntur qui per illos perficiant, nullos super se fideles fabricae lapides portant ".

Ciò sarà alla fine dell'edifizio, ma ora " altri sono portati da noi, e noi siamo portati da altri ".

Ora dunque l'edifizio è ancora incompiuto, nè si son poste ad esso le ultime pietre (1).

Ma, anche fuori di figura, S. Gregorio attesta che non è per anco giunto il colmo dei mali, e che i dolori ben maggiori aspettano quelli che verranno.

Il vescovo di Salona, Massimo, si era lagnato con lui di quanto soffriva per le invasioni degli Slavi nell'Istria, e il pontefice, travagliato da mali corporali assai gravi, oppresso dalle calamità che vedeva aggravarsi sulla terra, non sa dargli altra parola di conforto se non predirgli che sarebbero venuti tempi ben peggiori. " Ubique video quia nobis peccata nostra respondeant, ut et foris a gentibus et intus a iudicibus (greci) conturbemur. Sed nolite de talibus omnino contristari, quia qui post nos vixerint, deteriora tempora videbunt, ita ut in comparatione sui temporis, felices nos aestiment dies habuisse (2) ".

Questo stesso argomento di consolazione egli porgeva ad uno dei re degli Angli venuto alla luce della fede, Etelberto, al quale, come sprone per procedere nella via intrapresa, ri-

---

(1) *Omil.*, I, lib. II, in *Ezech.*, I, 1311-13.

(2) Jaffè, 1784 (1320), iul. 600, ind. 3, Reg., X, 15.

cordava il terribile giudizio. " Vogliamo che la gloria vostra sappia che il fine di questo mondo è vicino.... e sta per venire il regno dei santi che non avrà mai fine „. Avvicinandosi questo fine del mondo, stanno per sopraggiungere molte cose che prima non accadevano cioè " immutationes aeris, terroresque de coelo, et contra ordinem temporum tempestates, bella, fames, pestilentiae, terrae motus per loca. *Quae tamen non omnia nostris diebus* ventura sunt, sed post nostros dies omnia subsequentur „. Voi dunque, se vedete nel vostro paese accadere alcun che di questo, non dovete turbarvi, perchè questi segni della fine del mondo sono mandati avanti per farci solleciti delle anime nostre, attenti sull'incertezza dell'ora della morte, e pronti, con buone azioni, al giudice che sta per venire (1) „.

Dalle quali parole noi apprendiamo che cosa significhino i segni del giudizio, secondo il concetto di Gregorio. Essi sono una prova della bontà di Dio, il quale con questo mezzo avvisa gli uomini a prepararsi ad un passo così grave. Questi terribili araldi appaiono molto prima di quel tempo nel quale comparirà lo stesso tremendo giudice, affinchè l'uomo rientri in sè stesso, e si volga tutto a Dio, lasciata ogni altra cosa; essi saranno degna punizione al malvagio che, ostinandosi nel mal fare, non solo si fa degno di queste sventure, ma di altre ben peggiori che l'attendono. Su questo concetto avremo ancora occasione di ritornare.

*
* *

È dunque certo per S. Gregorio Magno che i segni del giudizio sono già cominciati ad apparire: non è per anco la morte, ma già vi sono i segni spaventevoli che la annunziano.

Questa impressione terribile di un mondo che cammina fatalmente verso una morte prossima, è prodotta su Gregorio dalle calamità del suo tempo, diremo meglio, dall'intera storia del suo tempo, che addolorava profondamente quell'anima di Romano. Le ingiurie del cielo, dell'aria, della terra, quelle degli uomini, sono da lui confuse insieme; per lui hanno lo stesso significato il terremoto che scuote la città, il fiume che la inonda,

(1) Jaffè, 1827 (1416), iun. 22, 601, ind. 4, Reg. XI, 37.

la bufera che la desola, ed il barbaro che la scorre e la saccheggia: son tutti segni di prossimi avvenimenti più terribili ancora, dei quali Dio pietoso ci avvisa; lo stesso fatto delle invasioni barbariche, per lui non rappresenta che uno dei segni dell'ira divina.

Nell'Omelia I e nella XXXV sopra gli Evangeli, parlasi dei segni che precederanno il giudizio, a proposito delle parole evangeliche che qui riferisco per maggior chiarezza: " Cum.... audieritis praelia, et seditiones nolite terreri: oportet primum haec fieri, sed nondum statim finis.... Surget gens contra gentem, et regnum adversus regnum. Et terrae motus magni erunt per loca, et pestilentiae, et fames, terroresque de caelo, et signa magna erunt.... Et erunt signa in sole, et luna, et stellis, et in terris pressura gentium prae confusione sonitus maris, et fluctuum.... Videte ficulneam, et omnes arbores: cum producunt iam ex se fructum, scitis quoniam prope est aestas. Ita et vos cum videritis haec ferri, scitote quoniam prope est regnum Dei „. (Luc. XXI, 9, 10, 11, 25, 29, 30, 31).

S. Gregorio comincia dallo spiegarci la ragione per cui era bene che Iddio ci avvisasse di questi mali, prima che accadessero. " Dominus ac Redemtor noster perituri mundi praecurrentia mala denuntiat, ut eo minus perturbent venientia, quo fuerint praescita „ (1), ed ancora perchè " paratos nos invenire desiderans, senescentem mundum quae mala sequantur denuntiat; ut nos ab eius amore compescat „, così che " si Deum metuere in tranquillitate non volumus, vicinum eius judicium vel percussionibus attriti timeamus (2).

Passa quindi in rassegna questi varî segni " Bella..... ad hostes pertinent, seditiones ad cives „, così che noi saremo flagellati e dai nemici e dai fratelli. Ma dopo le guerre o le sedizioni non vi sarà tosto la fine; altri segni avverranno e noi soffriremo " alia e celo, alia e terra, alia ab elementis, alia ab hominibus „. La frase *surget gens contra gentem* indica le perturbazioni degli uomini, *erunt terrae motus magni per loca,* l'ira superiore; *erunt pestilentiae,* l'ineguaglianza dei corpi; *erit fames,* la sterilità della terra; *terroresque de caelo et tempestates* (lezione

(1) *Hom.*, XXXV, lib. II, in *Evang.*, I, 1612.
(2) *Hom.*, I, lib. I, in *Evang.*, I, 1436.

che Gregorio qui accetta invece della su riferita), l'ineguaglianza dell'aria (1). Ma di questi segni alcuni sono già apparsi, altri temiamo che in breve abbiano a comparire. " Che gente sorga contro gente, e che del loro peso gravino la terra, vediamo nei nostri tempi più di quello che leggiamo nei libri. Sapete con quanta frequenza ci giunga notizia da altre parti del mondo che il terremoto sconvolge innumerevoli città, e noi soffriamo senza riposo la pestilenza. — Finora non sono per anco apparsi segni nel sole, nella luna, nelle stelle, ma dalla stessa mutazione dell'aere possiamo supporre che non sono lontani. Sebbene abbiamo veduto in cielo delle ignee schiere, e corruscar quel sangue che poi fu sparso, prima che l'Italia fosse abbandonata " gentili gladio ferienda ", cioè ai Langobardi. — Neppur è sorta nuova confusione del mare e dei flutti, ma, essendosi già compiute molte delle cose annunziate, non v'è dubbio che seguiranno anche quelle *poche* che restano; giacchè le prime ce ne fanno fede (2).

Appare quindi evidente che Gregorio considerava le calamità del suo tempo come segni della prossima fine delle cose: su questo concetto egli insiste assai frequentemente, e credo che non sarà inutile che noi pure ci fermiamo alquanto. Redento, vescovo Ferentino (3), parlava talora a Gregorio, ancora nel monastero, della fine del mondo e gli narrava una visione da lui avuta nella chiesa del martire Eutichio, presso la tomba del quale aveva voluto riposare la notte. Mentre il vescovo stava fra il sonno e la veglia, gli si era fermato avanti il martire stesso che per tre volte gli aveva detto: " Finis venit universae carnis " e poi era sparito.

E ben presto erano apparsi i segni che provavano vere le parole udite da Redento, e questi segni che Gregorio riferisce

---

(1) *Hom.*, XXXV, lib. II, in *Evang.*, I, 1612.

(2) *Hom.*, I, lib. I, in *Evang.*, I, 1436. Si potrebbe aggiungere che nell'*Om.* XXXV (loc. cit., I, 1613), parlando delle *tempestates*, osserva doversi intendere di quelle solo che avvengono contro l'ordine dei tempi. " Quod nos quoque nuper experti sumus, quia *aestivum tempus omne conversum in pluvias hyemales vidimus* ". Ecco adempiuto altro dei segni. Nell'*Om.*, II, lib. I, sup. *Ezech.*, Gregorio ricorda pure i segni del giudizio colle parole di Matteo, XXIV, 29.

(3) *Dial.*, III, 38 (t. II).

al diacono Pietro, non sono che una paurosa descrizione di quei tempi.

Tosto, egli dice, apparvero in cielo quei segni terribili (forse allora nella memoria di tutti) di aste e di schiere ignee viste dalla parte di Aquilone. Tosto la feroce gente dei Langobardi, uscita dalla vagina delle sue stanze, colpì le nostre cervici e la popolazione che prima qui abbondava come messe, giacque recisa ed inaridita. Furono saccheggiate le città, distrutti i castelli, bruciate le chiese, abbattuti i monasteri di uomini e di donne, abbandonati i campi, dove prima eranvi i cultori ora è deserto, e dove prima abbondava la moltitudine degli uomini, ora è copia di fiere. — Che cosa si faccia nelle altre parti del mondo, non lo so, ma qui dove noi siamo, il mondo non solo annunzia, ma mostra che è giunta la sua fine.

La quale frase ci toglierebbe ogni dubbio se ancora fossimo incerti su quanto dicevamo: le calamità dei suoi tempi sono per Gregorio prova sicura che il mondo è ai suoi ultimi giorni, e che i mali che lo affliggono, sono i segni precursori della ruina totale.

Questo stesso concetto è ripetuto tante volte che noi correremo rischio di spendere parole inutili se volessimo riferire tutti i passi che trattano di questo argomento.

Ne riporto alcuni più importanti.

" Ecco già rovinate tutte le cose di questo mondo, che noi avevamo sentito dalle sacre carte dover perire, scrive egli ai preti, diaconi e clero della chiesa Milanese. Distrutte le città, abbattuti i castelli, rovinate le chiese, spopolata la nostra terra. In noi stessi rimasti così pochi, coi flagelli del cielo, incrudelisce senza tregua la spada degli uomini. Ecco che noi vediamo già i mali del mondo, che sentivamo dover accadere; le piaghe che hanno colpite le terre son fatte per noi quasi pagine di libro. Pensiamo quindi, nel morire di tutte le cose, che è nulla ciò che amammo; considerate l'avvicinarsi del giorno dell' eterno giudice, e col pentirvi, prevenitene il terrore..... (1). Che i destini umani stiano per compirsi, e che sotto gli occhi spaventati degli uomini d'allora si avveri quanto predivano le sacre carte, Gregorio lo ricorda pure al patriarca di Costantinopoli: " omnia

(1) Jaffè, 1233 (869), apr. 593, ind. 11, Reg., III, 29.

quae praedicta sunt, fiunt. Rex superbiae (l'Anticristo) prope est... La pestilenza e la spada che incrudeliscono per il mondo, le genti che insorgono contro le genti, il mondo scosso dai terremoti, la terra che perisce coi suoi abitatori, ne sono i segni funesti „ (1).

Le quali parole meglio serviranno a manifestarci l'animo di chi scriveva, se ricorderemo che poco dopo aggiungeva: " sub tantis tribulationibus circumfusus barbarorum gladiis premor, ut non dico multa tractare, sed mihi respirare vix liceat „. Queste sventure non sono però inaspettate per il cristiano, il quale vede in esse l'avverarsi della divina parola. " Abbiamo sentito, scrive al vescovo di Cartagine, con qual violenza la peste sia scoppiata nella parte dell'Africa, e perchè neppur l'Italia è libera da tale flagello, si raddoppiano in noi i gemiti di dolore. Ma fra questi mali e altre calamità innumerabili, il cuor nostro verrebbe meno per disperato dolore, *se la voce del Signore non avesse rafforzata la nostra fragilità,* col predire questi mali che doveano accadere all'avvicinarsi della fine del mondo. Non dobbiamo dunque dolerci di ciò che soffriamo, come di cose giunte all'improvviso. Il modo della morte è spesso di consolazione nel pensare alla morte di alcuno! „. Ed egli, volgendo

---

(1) Jaffè, 1357 (970), 1 iun. 595, ind. 13, Reg., V, 44. Le parole colle quali si descrivono le calamità del mondo sono ad un di presso quelle della lezione evangelica su citata, e le calamità stesse sono raggruppate in modo che rispondano a quelle. Perciò a questo riguardo nelle lettere gregoriane vi sono molte ripetizioni. Nella lettera all'imperatore Maurizio, contrapponendo alla desolante condizione dell'Europa il brutto esempio della superbia sacerdotale (e ciò sempre a proposito delle contese col patriarca di Costantinopoli), scrive: " Ecce cuncta in Europae partibus Barbarorum iuri sunt tradita „. Questi sono i ministri dell'ira divina, poichè aggiunge: " destructae urbes, eversa castra, depopulatae provinciae, nullus terram cultor inhabitat: saeviunt et dominantur quotidie in necem fidelium cultores idolorum, et tamen sacerdotes, qui in pavimento et cinere flentes iacere debuerunt, vanitatis sibi nomina expetunt „ (Jaffè, 1360 (972), iun. 595, ind. 13, Reg., V, 37). — Rimproverando i *nobiles* e i *possessores* della Sardegna perchè lasciavano vivere nel paganesimo i *rustici* delle loro possessioni, rammenta loro la prossima fine del mondo, annunziata dai soliti segni: " Quam vicinus finis urget (il mondo) aspicitis, quod modo humanus in nos, modo divinus saeviat gladius videtis „, eppur voi " a commissis vobis lapides adorari conspicitis et tacetis „ (Jaffè, 1295 (930), mai. 594, ind. 12, Reg., IV, 23).

attorno lo sguardo, vedeva che spesso la morte era il solo rimedio a tanti mali, e la vita un tormento (1).

Queste stesse riflessioni mette avanti nel consolare Italica e Venanzio per i loro mali privati. Nelle calamità che desolano il mondo come tristo annunzio di futuro danno, si spiegano i dolori particolari.

" Son già undici mesi che assai di rado posso sorgere dal letto; sono afflitto da sì gravi dolori di podagra e da tanti altri incomodi, che la vita mi è un supplizio gravissimo. Ogni giorno vengo meno nel dolore, e sospiro la morte come un rimedio. Nel clero e nel popolo di questa città (Roma) irruppero sì gravi languori di febbri, che nessuno rimase capace a far qualcosa. Dalle vicine città mi si annunziano ogni giorno stragi e morti. Voi che siete più vicini (in Sicilia), sapete meglio di me quali stragi semini morte in Africa, e cose più gravi annunziano quelli che vengono dall'Oriente. — Voi perciò non dovete troppo accorarvi delle vostre molestie, fra tutti questi mali, perchè vedete che il flagello è per tutti, avvicinandosi la fine del mondo. Ma come saggi volgete tutto il cuor vostro alla salute dell'anima, e più temete lo stesso giudizio, quanto più è vicino „ (2).

Alla desolazione del mondo, si deve aggiungere quella di Roma, le cui miserande condizioni si rilevano tristamente dalle pagine di Gregorio. " Noi vediamo quale sia rimasta Roma, che una volta pareva signora del mondo, per i suoi immensi dolori, per la desolazione dei cittadini, per gli assalti dei nemici, per la frequenza dei pericoli... essa ha perduto i potenti del secolo; e dove è ora il suo popolo, dove il Senato? e noi, pochi superstiti, le spade e le tribolazioni opprimono..... Roma brucia vuota..... „ (3).

Le quali parole tristamente lugubri, recitate avanti agli atterriti Romani, mentre la bufera langobarda minacciava la città (4), compiono il tristo quadro delle infelicità del mondo. —

---

(1) Jaffè, 1789 (1326), aug. 600, ind. 3, Reg., X, 20.

(2) Jaffè, 1759 (1280), aug. 599, ind. 2, Reg., IX, 232.

(3) *Hom.*, VI, lib. II, in *Ezech.*, I, 1374-5.

(4) È noto che la recita di queste Omelie fu interrotta nel 593 a cagione dell'assedio di Roma al tempo di Agilulfo. Otto anni più tardi il papa le fè raccogliere e spedire all'arcivescovo di Ravenna, Mariniano. Siccome di ciò parla il Grisar, così non mi soffermo a discorrerne più largamente.

E a conclusione di quanto dicemmo, si potrebbero riferire parecchi passi nei quali son riassunte quelle serie infinite di sventure (1): noi ci contenteremo di ricordarli in nota, e di osservare con Gregorio che il mondo stesso pieno di piaghe ora rivolgeva gli uomini a Dio (2) mentre un giorno era stato virtù il disprezzarlo quando era fiorente, quando " erat vita longa, salus continua, opulentia in rebus, foecunditas in propagine, tranquillitas in diuturna pace ".

Il mondo ebbe esso pure i suoi giorni splendidi, la sua giovinezza, e la vita allora era men dura: e il Romano pensava con rammarico a quei tempi lontani, egli obbligato a vivere nella vecchiezza del mondo stesso.

" Come nella gioventù è vigoroso il corpo, forte ed incolume il petto, torosa la cervice, piene e salde le braccia, e negli anni senili si curva la statura, si piega la cervice, il petto è affannoso, vien meno la forza, e l'anelito impedisce la parola, giacchè, anche non vi sia languore, ai vecchi è malattia la stessa salute; così il mondo, negli anni passati, ebbe quasi il vigore della gioventù, robusto per propagare la stirpe umana, florido per salute di corpi, ricco per opulenza di beni. Ora lo abbatte la sua

---

(1) Cfr. *Hom.*, VI, lib. II, super. *Ezech.*, I, 1376; *Hom.*, IV, lib. I, in *Evang.*, I, 1448, dove scrive: " Hoc (la fine delle cose)... etiam si Evangelium taceat, mundus clamat. Ruinae namque illius voces eius sunt... ". Cadde dalla sua gloria... ed è amaro a quelli stessi da cui era amato. È facile, ora che vediamo la rovina di ogni cosa, allontanare il nostro cuore dall'amore del mondo; era invece difficile allora quando " longe lateque omnes cernerent florere regna terrarum ". Ciò era al tempo della predicazione apostolica e nei primi tempi della chiesa " unde adiuncta sunt praedicatoribus sanctis miracula " (I, 1450); " quando si appicca il fuoco ad una casa, il padrone prende ciò che ha più caro e fugge; ora ecco che le fiamme delle tribolazioni bruciano il mondo, e che la prossima fine, come fuoco, guasta tutto ciò che in esso sembrava bello ". Consiglia quindi, in senso spirituale di imitare, nel fuggire, il padrone della casa incendiata. Ricordo per ultimo che fra i segnali della fine del mondo, Gregorio pone la conversione delle genti, che si era già compiuta: " in coelo iam sedet qui de conversione nos admonet: *iam iugo fidei colla gentium subdidit*, iam mundi gloriam stravit, iam, ruinis eius crebrescentibus, districti sui iudicii diem propinquantem denunciat " (*Hom.*, V, lib. I, in *Evang.*, I, 1450), nel quale passo, oltre all'accenno delle solite sventure e *ruine* del mondo, è indicato un segno che finora non avevamo visto ricordato.

(2) *Hom.*, XXVIII, lib. II, in *Evang.*, I, 1569.

stessa vecchiezza ed è spinto a morte non lontana da molestie che sempre si accrescono „ (1).

***

Alle ruine materiali del mondo è da aggiungere lo sfacelo morale. Gregorio, mentre scorgeva i dolori che sopportavano gli uomini del suo tempo, doveva pure attristarsi per la visibile decadenza della loro fede e dei loro costumi: segnale ancor questo dei terribili avvenimenti che si aspettavano.

“ Prima i cuori degli uomini si sconvolgono e poi gli elementi (2); nella fine dei secoli lo spirito maligno col freddo del suo torpore occuperà più gravemente le menti degli uomini „ (3). Abbondano i malvagi perchè giustamente siano oppressi dalle ruine del mondo (4), e già l'apostolo Paolo prediceva che “ in novissimis temporibus instabunt tempora periculosa, et erunt homines se ipsos amantes, cupidi, elati „ e Gregorio ben lo sapeva egli che, per non affliggere altrui, taceva quello che soffriva per

---

(1) *Hom.* I, lib. I, in *Evang.*, I, 1438-39. Cfr. pure: *Hom.* XXVIII, lib. II, in *Evang.*, I, 1568-69. Mi sia lecito ricordare ancora un luogo assai noto dei *Dialoghi* (IV, 35), che può interessarci. Si parla quivi della condizione dell'anima che, mentre sta per uscire dal corpo, conosce quelli coi quali dovrà avere comune il premio o il castigo. A conferma di ciò si parla di Eumorfio che, morente, aveva mandato il suo servo ad un conoscente, che pure era per morire, dicendogli che era giunta la nave per traghettarli in Sicilia. Il diacono Pietro chiede a Gregorio perchè a quel moribondo fosse apparsa una nave e perchè avesse predetto di dover essere trasportato in Sicilia. Gregorio, risposto alla prima delle due domande, osserva, rispetto alla seconda, che “ in eius terrae insulis eructante igne, tormentorum ollae patuerunt „. “ Quae. ut solent narrare qui noverunt, laxatis quotidie sinibus, *excrescunt*, ut, mundi termino appropinquante, quanto certum est illuc amplius exurendos collegi, tanto et eadem tormentorum loca amplius videntur aperiri „, Il che Dio permise si mostrasse in questo mondo a correzione dei viventi, affinchè le menti degl'infedeli, che non credono ai tormenti dell'inferno *vedano i luoghi dei tormenti*, essi che non vogliono credere a ciò che hanno udito. Cfr., su questa leggenda, Graf, *Miti, leggende e superstizioni del M. E.* II, 316; e II, 86 (Torino, Loescher, 1893).

(2) *Hom.* XXXV, lib. II, in *Evang.*, I, 1613.

(3) *Hom.* II, lib. I, in *Ezech.*, I, 1187-A.

(4) *Hom.* XXXV, lib. II, in *Evang.*, I, 1614.

le spade dei barbari, e per la perversità dei giudici (1). E quasi a togliere ogni consolazione quaggiù, sparivano dal mondo gli uomini migliori (2) perchè non vedessero i mali di questa terra, e si compisse con essi l'edifizio celeste, all'avvicinarsi della fine del mondo (3).

La fede stessa scadeva nel cuore degli uomini: " ora è scarsezza di uomini perfetti e mentre vediamo come la religione fiorisse negli antichi tempi, ora ne piangiamo la mancanza. Addolorati dalla miseria del tempo presente, sospiriamo che siasi sfrondato il fiore del tempo che passò, colla bellezza della santità. Gli stessi pastori delle anime si sono corrotti e guastati; essi pure attendono alle cose della terra, cercano le cose fuggitive, non mostrano neppure gli indizi della vita spirituale, nè spargono luce alcuna su di noi (4) ".

Anche il clero è giunto alla sua vecchiezza; la vecchiezza e la giovinezza di Samuele, indicano per Gregorio la vecchiezza e la giovinezza del sacerdozio. Era giovane Samuele quando il sacerdozio, nulla curando la terra, solo aspirava alle cose celesti, per poter più efficacemente predicarle; perciò e colle parole e cogli esempi accendeva gli animi dei sudditi all'amore di quelle. Forte e raggiante di bellezza giovanile, nello splendore della santa conversazione mostrava la forza della celeste parola, e colla sua vita confermava quanto predicava..... Ma è già gran tempo che Samuele invecchiò. È già gran tempo che molti seguono l'amore del secolo, di quelli che colla loro virtù avrebbero dovuto allontanare le gioie del mondo dal cuore degli altri " (5). Pur troppo, " vespere... pastores lupi fiunt " poichè nell'oscurarsi e nel mancare di questo mondo, non si peritano di rapire i doni dei loro soggetti, cosichè, agognando alle cose temporali, all'alba dell'ultimo dei giorni, si privano di quei premi che loro sarebbero toccati (6).

---

(1) Jaffè, 1489 (1124), sept. 597, ind. I, Reg., VIII, 2.

(2) Jaffè, 1078 (713), dec. 590, ind. IX, Reg., I, 11.

(3) *Dial.*, III, 37.

(4) Lib. IV, c. IV, in *Primum Regum*, III, pars 2ª, 207-8.

(5) Lib. IV, c. IV, in *Primum Regum*, III, pars 2ª, 190.

(6) Lib. I, c. I, in *Primum Regum*, III, pars 2ª, 17 C. — *Hom.* XXXV, in *Evang.*

Volendo riassumere quanto abbiamo detto fin qui, noi possiamo concludere: è evidente nelle opere di Gregorio una vera preoccupazione incessante per la prossima fine del mondo, che sta sospesa sugli uomini come una minaccia. — Forse la generazione di S. Gregorio Magno non l'avrebbe veduta, ma il terribile avvenimento non poteva tardare a compiersi, perchè troppi segni lo annunziavano vicino, quei segni stessi che, secondo le sacre carte, precederanno l'ultimo dei giorni.

Questi segni, araldi dell'ultima sventura, che Gregorio registra con dolore, altro non sono che le calamità che allora affliggevano il mondo romano, quello sfacelo materiale e morale a cui ogni animo romano assisteva con dolore. S. Gregorio è Romano, e coll'occhio del romano considera tutte le cose. Egli ha sempre presenti i tempi floridi del mondo, che son quelli della gloria di Roma; la decadenza di questa gloria, lo squallore di quella città, una volta regina, il periodo tumultuoso successo a un periodo così profondamente pacifico, indicano per lui la fine delle cose, ed i gravi avvenimenti che in quei secoli si compivano, l'urto fra il Romanesimo ed il Germanesimo non potevano da lui considerarsi che come una sventura, un segno dell'ira divina. Ma che tramonti quell'antico ordine di cose infino a tanto che durerà il mondo, egli non crede: l'impero è saldo e forte in Costantinopoli e le aggressioni barbariche sono un accidente e nulla più. Non è la civiltà romana che crolla; è il mondo stesso che si sfascia. Egli non avrebbe mai potuto prevedere da quel disordine un nuovo ordine di cose.

Perchè poi S. Gregorio credesse quelle sventure così gravi e non passeggere, perchè non mantenesse intatta la fede sul trionfo definitivo di Roma, ce lo dice in parte almeno l'opinione allora diffusa, che si vivesse nell'ultima delle età del mondo, e con simili convinzioni uno sconvolgimento così grave come quello a cui si assisteva nel secolo VI, non poteva che parere un segnale del termine di ogni cosa.

Sunto della Memoria: " *Studi psicofisiologici* ";

del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

Nello sviluppo storico dell'umano pensiero la scienza della natura fisica esteriore ha preceduto la scienza dell'uomo, e lo spirito speculativo trapassò dall'una all'altra di queste due scienze mosso sia dalle contraddizioni delle primitive dottrine filosofiche intorno l'origine e la natura del cosmo, sia dal bisogno di rispondere al problema riguardante l'origine, la natura, il fine supremo dell'uomo, problema che s'impone da sè alla mente del filosofo.

L'antropologia, malgrado la sua pressochè sterminata ampiezza, si distingue da tutte e singole le scienze particolari della natura, essendochè l'uomo possiede una natura specifica sua propria, per cui non va confuso con le specie di esseri corporei ed irragionevoli del cosmo esteriore. Essa va altresì distinta da quelle altre scienze affini, che contemplano l'uomo soltanto sotto tale o tal'altra delle sue manifestazioni particolari (quali sono ad esempio la morale, la politica, la pedagogia, la sociologia), mentre essa medita la natura umana in tutta la sua integrità ed ampiezza.

L'antropologia si trova di fronte a due sistemi, che la snaturano trascorrendo a due estremi opposti, lo scetticismo ed il razionalismo assoluto. Secondo lo scetticismo, niente si sa di vero intorno l'uomo, tutto è incerto e controverso; secondo il razionalismo assoluto tutto si può comprendere in riguardo all'essere umano, niente vi ha di inaccessibile alla ragione speculativa. Ma lo scetticismo contraddice a sè medesimo, perchè adopera la ragione per combattere la ragione, e non avverte che tra il conoscere tutto ed il conoscere nulla ci sta di mezzo quella parte di conoscenza, che si addice all'intelligenza umana. Il razionalismo assoluto poi si chiarisce insussistente sia dalla limitazione delle singole ragioni umane individuali, sia dai mi-

steri indicifrabili, in cui ci si presenta una parte dell'essere umano. L'antropologia possiede il vero frammisto coll'incerto e coll'ignoto, epperò riposa sicura tra i due estremi dello scetticismo e del razionalismo assoluto.

Tra il mondo esteriore della natura ed il mondo interiore dell'anima corrono analogie e corrispondenze molteplici e diverse. Fuori di noi si riscontrano sostanze corporee coi loro fenomeni fisici e colle forze, che li producono, dentro di noi una sostanza spirituale, l'anima, colle sue potenze, da cui derivano i fenomeni psichici. Fra i punti speciali di analogia tra il cosmo e lo spirito sono notevoli i seguenti. I primi vocaboli formati dall'uomo esprimevano l'esistenza delle sostanze corporee, le loro qualità ed azioni, poi furono adoperati metaforicamente ad esprimere la natura e le operazioni dell'anima, e ciò appunto in virtù dell'analogia intima e profonda, che corre fra i due mondi. Similmente nel mondo animato e vivente della natura troviamo: 1° che la vita è dapprima tutta inviluppata in una unità germinale omogenea ed indistinta, dalla quale si svolge poi una moltiplicità di elementi, di tessuti, di organi, di funzioni; 2° che l'individuo vivente possiede una forza organogenetica o potere formatore, che plasma l'organismo, ed una virtù assimilatrice, che lo conserva mediante il nutrimento. L'Io umano presenta sotto questo riguardo una perfetta analogia (non però identità) cogli organismi viventi della natura. Anche nell'anima del neonato la vita spirituale è originariamente chiusa in una semplicissima unità, anch'essa è fornita di un potere formatore, per cui dal suo stato rudimentale semplicissimo ed uno procede ad una moltiplicità di potenze e di operazioni, e di una virtù assimilatrice, per cui conforma al proprio stampo individuale il nutrimento proprio dello spirito.

Tra l'anima ed il corpo dell'uomo corrono analogie e corrispondenze assai più intime e naturali, che non quelle, che abbiamo riscontrate tra il mondo corporeo esterno ed il mondo psicologico interno. Un primo e notevole punto di corrispondenza sta nel parallelismo di sviluppo della mente e dell'organismo traverso le successive età della vita; parallelismo però, che non è nè assoluto, nè continuato, tanto meno poi una identità. Altra corrispondenza è quella che intercede tra la mente sana ed il corpo sano, tra le malattie dell'anima e le malattie

del corpo; il che ci porta a distinguere una duplice specie di igiene, di patologia e di terapeutica, corrispondenti alle due sostanze componenti l'essere umano. Anche i due stati della veglia e del sonno si corrispondono fra di loro, essendochè in ciascuno di essi le potenze dell'anima e le funzioni dell'organismo si mostrano sotto forme speciali ed analoghe. Infine lo spirito ed il corpo in tutto il corso ascensivo del loro perfezionamento si prestano vicendevoli uffici, essendochè lo spirito deve ai sensi esterni le prime conoscenze del mondo sensibile corporeo, alla parola lo sviluppo del suo pensiero, alla mano lo strumento della sua attività artistica e morale, ed alla sua volta ricambia il corpo de' ricevuti servizi, conferendogli virtù ed attitudini superiori alla sua costitutiva essenza.

L'anima ed il corpo nei loro fenomeni presentano una corrispondenza, la quale per la sua grande ampiezza e somma importanza dà luogo a gravissime e serie considerazioni e fornisce argomento di una scienza speciale, la psicofisiologia. A' tempi nostri troviamo traccie di questa scienza nel *Saggio sui principii ed i limiti della scienza dei rapporti del fisico e del morale* del Cerise, e più ancora nei *Principii generali di psicologia fisiologica* di Ermanno Lotze.

Ricercare il supremo principio generatore di tutti i fenomeni della vita umana, tale è il problema fondamentale della scienza psicofisiologica. Il problema può ricevere due principali soluzioni, secondochè si ripone il principio generatore di tutti i fenomeni in una sostanza, o nei fenomeni stessi. Nella prima supposizione abbiamo il sistema del dinamismo, nella seconda il fenomenismo. Ciascuna di queste due grandi categorie di sistemi psicofisiologici ha le sue suddivisioni, che sono riguardo alla prima il monodinamismo da un lato, il duodinamismo dall'altro. Il monodinamismo riconduce tutti i fenomeni umani ad una sola sostanza, come a loro principio generatore, la quale potendo essere o l'anima od il corpo, bipartisce il monodinamismo in animismo ed in materialismo. Il duodinamismo pone una essenziale differenza tra i due ordini di fenomeni, mentali e fisiologici, e quindi fa derivare gli uni dalla sostanza spirituale, che è l'anima razionale, gli altri dalla forza vitale intrinseca all'organismo. Il fenomenismo sta diametralmente opposto al dinamismo, e si bipartisce in dualistico ed evoluzionistico, secondochè riconosce

una linea di distinzione tra i due ordini di fenomeni, oppure sostiene che si trasformano gli uni negli altri. Secondo il sistema del fenomenismo, i fenomeni hanno in sè medesimi la loro ragione spiegativa, essendochè sono tra loro congiunti dal doppio vincolo di successione e di causalità per guisa che avvengono gli uni dopo gli altri, ed i precedenti sono causa dei susseguenti. Nel corso ascensivo della loro serie essi si mostrano da prima più o meno semplici, e diventano sempre più composti a mano a mano che vanno intrecciandosi e complicandosi.

L'autore della Memoria chiama ad esame critico queste diverse classi di sistemi psicofisiologici considerati nei loro rappresentanti più noti, fermandosi segnatamente sull'animismo di Stahl, di Francesco Bouillier, di Francesco Bonucci e di Antonio Rosmini. Venendo allo scioglimento del problema, vuolsi distinguere il duodinamismo esclusivo dal duodinamismo coordinato. Il duodinamismo esclusivo non risolve il problema, perchè separa l'uno dall'altro i due principî costitutivi dell'uomo. Invece il duodinamismo coordinato è conciliabile coll'unità dell'Io umano, poichè l'anima razionale non essendo uno spirito puro, è essa che informa ed avviva il corpo. Così il principio organico corporeo produce i fenomeni della vita fisica ed animale, ma in grazia della forza vitale ricevuta dall'anima, la quale perciò produce direttamente e per sè stessa i fenomeni della vita mentale, ed indirettamente ossia per mezzo del corpo i fenomeni della vita corporea.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

CLASSI UNITE

Adunanza del 29 Dicembre 1895.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Il Socio Naccari, Segretario della Giunta per l'aggiudicazione del nono premio Bressa, legge la seguente relazione:

La prima Giunta per il nono premio Bressa presentò alle Classi unite dell'Accademia nella seduta del 31 marzo 1895 la relazione degli studi da essa fatti per scegliere fra le opere inviate dai concorrenti o proposte dai Soci, quelle che meritassero d'essere prese in considerazione per il premio.

Fra le opere di 42 autori, che vennero esaminate dalla prima Giunta, vennero scelte le seguenti, che qui nomino in ordine alfabetico:

1. **Maurizio Cantor**, *Storia delle matematiche.*
2. **Teodoro Curtius**, *Studi sui composti idrogenati dell'azoto.*
3. **Adolfo Imbeaux**, *Studio idraulico sulla Durance.*
4. **Sophus Lie**, *Teoria dei gruppi di trasformazione ed altri scritti matematici.*
5. **Alessandro Macfarlane**, *Memorie di fisica matematica.*
6. **W. Ostwald**, *Trattato di Chimica generale e memorie di Fisico-chimica.*
7. **Lord Rayleigh** e **W. Ramsay**, *Scoperta dell'argon.*

Per proposte fatte da Soci nella detta seduta s'aggiunsero le opere seguenti:

1. **T. Behring**, *Scoperta del siero antidifterico.*
2. **R. Caverni**, *Storia del metodo sperimentale in Italia.*
3. **H. C. Vogel**, *Lavori di astronomia fisica.*

La seconda Giunta, prese in esame tutte queste opere, stimò che ciascuna di esse avesse pregi tali da renderla degna del premio. Tenuto conto però del numero notevole delle opere proposte, decise di dividerle in tre gruppi. La Giunta giudicò che le opere del primo gruppo abbiano qualche grado di preminenza sopra quelle degli altri due, e così quelle del secondo gruppo sopra quelle del terzo.

Nel primo gruppo vennero poste le opere

1° di Sophus Lie;

2° di lord Rayleigh e W. Ramsay;

3° di Ermanno Carlo Vogel;

4° del Dr Behring.

Rispetto a quest'ultimo va notato che la Giunta non fu così concorde come per gli altri tre autori nell'assegnargli un posto nel primo gruppo.

1. L'opera del Lie intitolata: " *Theorie der Transformationsgruppen* „ contiene una delle teorie più vaste e feconde della matematica moderna. Il Lie le diede completo sviluppo e ne fece importantissime applicazioni.

Non tutti i volumi dell'opera del Lie vennero pubblicati nel quadriennio 1891-1894, ma a questo appartiene il terzo ed ultimo volume pubblicato nel 1893, che è il più ampio ed importante dell'opera.

S'aggiunga che altre opere e memorie di molto valore furono pubblicate in questo quadriennio dal Lie.

2. La scoperta dell'*argon* fatta da lord Rayleigh e da W. Ramsay, pubblicata nell'autunno del 1894, è forse il più importante avvenimento scientifico degli ultimi tempi. Generalmente credevasi che la composizione dell'aria fosse perfettamente conosciuta, sicchè la scoperta di un nuovo gas contenuto in essa eccitò lo stupore generale. A merito singolare degli scopritori, e specialmente di lord Rayleigh, va notato che la scoperta non fu accidentale, come avvenne per la massima parte delle sostanze elementari. Lord Rayleigh avendo osservato delle minime ma costanti differenze di densità fra l'azoto tratto dall'aria e quello

ottenuto da composti azotati pensò che ciò potea provenire dall'esistenza di una sostanza ancora ignota nell'aria e diresse i suoi studi a chiarire la cosa, prendendo a suo collaboratore il Ramsay, che per le indagini chimiche aveva competenza speciale. L'ottenere l'argon libero e puro richiese una lunga serie di svariate e minuziose operazioni. Gli autori accompagnarono la pubblicazione della loro scoperta con tutte quelle determinazioni di costanti fisiche, che nello stato presente della scienza valgono a definire un gas.

Quanto alla scoperta dell'argon potendo venir fatta l'obbiezione che questo premio non può assegnarsi a due persone, la Giunta è di parere che la votazione debba farsi sul nome del solo Lord Rayleigh, il quale nella scoperta ebbe il merito maggiore ed è uno scienziato di valore grandissimo.

3. È merito di H. C. Vogel l'aver dato un grande impulso agli studi di astronomia fisica e l'aver creato intorno a sè in Potsdam una scuola dedicata a quella scienza. In particolare è suo vanto l'aver ottenuto delle misure di precisione della velocità degli astri nel senso della visuale con l'applicazione della fotografia allo spettroscopio e l'aver tratto da tali osservazioni delle conclusioni di somma importanza.

È noto che quando un corpo celeste si avvicina a noi le linee del suo spettro si spostano verso l'estremo più rifrangibile, che il fatto contrario avviene nel caso opposto e che gli spostamenti sono proporzionali alla velocità con cui l'astro si avvicina o si allontana. Da questo principio conosciuto sotto il nome di principio del Doppler venne un metodo di misurare la velocità degli astri nella direzione della visuale, metodo che fu applicato a molti astri dall'Huggins e da altri. Spetta al Vogel il merito di aver introdotto e perfezionato il sistema di misurare i minimi spostamenti delle linee spettrali, anzichè direttamente, sulle fotografie degli spettri stessi. Egli così ottenne un grado di precisione che prima non si credeva possibile.

Se un astro lontanissimo si move in un'orbita chiusa, può darsi che a cagione della grandissima distanza nessuno spostamento di quell'astro sulla vôlta celeste venga avvertito. Ma lo spettroscopio usato nel modo ora detto ci dice che l'astro ora si va avvicinando a noi, ora allontanando da noi, salvo il caso

che l'orbita giaccia in un piano perpendicolare alla visuale. Il Vogel osservò questo fatto nella stella variabile Algol e riuscì a porre fuori di dubbio ciò che prima era ipotesi, cioè che invece di un'unica stella Algol è un sistema di due astri, l'uno luminoso, l'altro oscuro, che si aggirano intorno al comune centro di gravità. Discutendo abilissimamente le osservazioni il Vogel riuscì a determinare i diametri, le masse, la distanza e la velocità di rotazione di questi astri, che non fu mai possibile distinguere con l'osservazione diretta.

Per dare una prova decisiva del grado di precisione del suo metodo il Vogel osservò Venere in diverse fasi del suo moto rispetto alla terra e mostrò come le velocità calcolate col suo metodo si accordino bene con quelle date dalle tavole astronomiche.

La memoria relativa ad Algol fu pubblicata nel 1890, quindi fuori del quadriennio, ma nella memoria intitolata: *Untersuchung über die Eigenbewegung der Sterne im Visionsradius auf spektroscopischem Wege,* pubblicata nel 1892 sono raccolte, oltre alle conclusioni definitive sul sistema di Algol altre consimili su α Virginis, β Aurigae, ξ Ursae minoris, β Orionis, ecc. Così il Vogel rivelò l'esistenza di una nuova classe di stelle doppie costituite ciascuna da due astri così vicini che i telescopi di più forte ingrandimento non ci dànno nessun indizio che la luce ci venga da due astri anzichè da un solo, o da un astro luminoso congiunto in sistema con uno oscuro.

4. Il D.r Behring fu tra i primi che notarono l'azione esercitata dal sangue nei processi d'immunizzazione acquisita. Nel 1891 egli dimostrò per primo la virtù preventiva e curativa del siero di sangue di animali resi immuni da infezioni, che originariamente erano atti a ricevere. Egli suggerì dei metodi, che vengono tuttora seguìti da tutti coloro che si dànno a tali studi.

Posta fuori di dubbio con prove sperimentali la sua scoperta, il D.r Behring si adoperò per vari anni a perfezionarla in modo da renderla applicabile all'uomo, e vi riuscì per l'infezione difterica, la quale, come è noto, si combatte oggidì vittoriosamente, seguendo appunto gli ammaestramenti del D.r Behring, col siero di animali resi immuni da quella infezione.

Nel secondo gruppo la Giunta pose le opere degli autori seguenti:

1° M. Cantor;
2° R. Caverni;
3° T. Curtius;
4° W. Ostwald.

1. L'opera del Cantor intitolata: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* è frutto di lunghi e pazienti studi, ed è ricca di nuovi fatti. È un'opera storica di grandissimo valore.

Non tutte le parti dell'opera furono pubblicate entro il quadriennio, ma il secondo volume pubblicato nel 1892 ed il terzo pubblicato nel 1894, vale a dire entro il quadriennio, abbracciano un periodo importantissimo per la storia della matematica, che va dal 1200 al 1699.

2. L'opera del Caverni intitolata: *Storia del metodo sperimentale in Italia,* ebbe il premio dall'Istituto Veneto nel concorso indetto per il lascito Tomasoni. Dell'opera, che si comporrà di sette volumi, vennero pubblicati finora tre volumi. Il primo, pubblicato nel 1891, è occupato per metà da un discorso preliminare. Nel resto del volume si narra l'invenzione dei principali strumenti fisici. Il secondo volume pubblicato nel 1892 comprende le applicazioni del metodo sperimentale all'ottica geometrica e fisica, all'acustica, all'elettricità, al magnetismo, alla meteorologia, alla geografia ed all'astronomia. Nel terzo volume pubblicato nel 1893 si ha la storia del metodo sperimentale applicato all'anatomia, alla meccanica dei moti animali, allo studio degli organi dei sensi, alla fisiologia vegetale, alla medicina ed alla geologia.

Il valore dell'opera fu stimato grandissimo e dai giudici del concorso dell'Istituto Veneto e da altri scienziati, fra i quali basti citare lo Schiaparelli. La varietà delle materie, l'ampiezza della orditura dell'opera richiesero un ricchissimo corredo di cognizioni e un enorme lavoro. V'è raccolto il frutto di molte pazienti letture di libri mal noti e dimenticati, e quello di ricerche diligentissime sui manoscritti e negli archivî.

3. Il prof. Curtius dell'Università di Kiel compì recentemente degli studi di grande importanza sui composti d'azoto e d'idrogeno. Egli riuscì prima ad ottenere una nuova combinazione d'azoto e d'idrogeno, la diammide o idrazina e poi l'acido azotidrico, composto che ha proprietà molto singolari. Le scoperte del Curtius sono tra le più importanti che si sien fatte in Chimica negli ultimi anni. Esse, oltre all'aver arricchito di due nuovi termini la serie delle combinazioni dell'idrogeno coll'azoto, esercitarono un'influenza grandissima sullo sviluppo di varie parti della Chimica organica. Recentemente il Curtius studiando le combinazioni dell'idrazina con le aldeidi e con gli acetoni riuscì a compire la serie dei derivati idrogenati del pirazolo con la scoperta della pirazolidina.

La prima notizia delle scoperte del Curtius è anteriore al 1891, ma nel quadriennio 1891-94 l'autore pubblicò continuamente memorie, che ampliano e completano quelle scoperte prima appena accennate. Queste memorie del Curtius furono pubblicate nel *Journal für praktische Chemie* del 1891 e 1892 e nei *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft* degli anni successivi.

4. Il prof. Ostwald dell'Università di Lipsia è uno dei più illustri cultori della Fisico-Chimica. La pubblicazione del suo trattato di Chimica generale contribuì in modo eminente allo sviluppo di questo nuovo ramo delle scienze fisiche, perchè l'autore vi coordinò per primo e ridusse come a corpo di dottrina le varie teorie sorte in questi ultimi anni, le quali costituiscono il fondamento della Fisico-Chimica. Fra i molti suoi lavori originali, tutti pregevoli, hanno un gran valore quelli intitolati: " *Considerazioni sull' energetica; la termochimica degli ioni; la dissociazione dell'acqua; la colorazione degli ioni* „, ecc.

Le ingegnose teorie dell'autore che si appoggiano sopra numerose e faticose indagini sperimentali, hanno promosso molti lavori di capitale importanza.

A questi meriti dell'Ostwald s'aggiunge quello d'aver creato nel suo laboratorio una scuola, dove si compiono svariati e numerosi studî sperimentali di Fisico-Chimica.

La Giunta pose nel terzo gruppo le opere dei seguenti autori:

1° Ing. Adolfo Imbeaux;

2° Prof. Aless. Macfarlane.

1. L'opera dell'ing. Imbeaux è intitolata: " *La Durance, régime, crues et inondations* ", fu pubblicata negli *Annales des mines* del 1892. È un pregevole studio della idrologia del bacino della Durance dedotto da sette anni d'osservazioni. Il problema complicatissimo del corso di questo fiume, che reca con le sue piene gravissimi danni, fu studiato con largo corredo di cognizioni scientifiche.

2. Le memorie del Macfarlane, pubblicate nel quadriennio 1891-94, riguardano specialmente l'applicazione del calcolo geometrico alla Fisica matematica. In questo campo di studi le memorie del dotto professore americano hanno una notevole importanza.

Dopo aver sommariamente indicato i pregi delle opere che la Giunta stimò meritevoli del premio e che essa vi pone innanzi affinchè scegliate tra esse quella che credete più degna, ripeterò i nomi degli autori divisi, come ho detto, in tre gruppi.

Primo gruppo:

1° Lie;

2° Rayleigh;

3° Vogel;

4° Behring.

Secondo:

1° Cantor;

2° Caverni;

3° Curtius;

4° Ostwald.

Terzo:

1° Imbeaux;

2° Macfarlane.

Benchè la Giunta abbia creduto opportuno di fare una tale distinzione fra le opere proposte, essa stima che qualunque sia tra gli autori indicati quello che raccoglierà la maggioranza dei vostri voti, il vostro giudizio varrà ad onorare le fatiche ed i meriti d'un valoroso scienziato.

Nella stessa adunanza il ff. di Presidente annunciò che con Decreto 15 settembre 1895 S. M. il Re ha approvato il disegno di Statuto organico per la *fondazione Gautieri,* deliberato dall'Accademia nell'adunanza delle Classi Unite del 31 marzo 1895, nella quale essa approvò pure il regolamento interno per il conferimento di detto premio.

UMBERTO I

per grazia di Dio e per volontà della Nazione

Re d'Italia

Veduto il R. Decreto 9 giugno 1892, col quale il Ministero della Pubblica Istruzione fu autorizzato ad accettare il legato di L. 4000 di rendita italiana disposto a suo favore dal cavaliere avvocato Cesare Gautieri, con testamento olografo del 31 luglio 1888, cogli oneri ivi stabiliti;

Veduta la deliberazione in data 18 novembre 1894, colla quale la R. Accademia delle Scienze di Torino si dichiarò disposta ad accettare l'amministrazione del legato offertale dal Ministero;

Veduta la domanda di erezione in ente morale del legato e il relativo progetto di statuto organico presentato dall'Accademia;

Sentito il Consiglio di Stato;

Sulla proposta del Nostro Ministro Segretario di Stato per la Pubblica Istruzione;

Abbiamo decretato e decretiamo:

Articolo unico.

La fondazione istituita dal cav. avv. Cesare Gautieri, con testamento olografo del 31 luglio 1888, è eretta in ente morale, e sarà amministrata dalla Regia Accademia delle Scienze di Torino.

È approvato lo Statuto organico di detta fondazione annesso al presente decreto e firmato, d'ordine Nostro, dal Ministro Segretario di Stato per la pubblica Istruzione.

Ordiniamo che il presente decreto, munito del sigillo dello Stato, sia inserto nella Raccolta ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia, mandando a chiunque spetti di osservarlo e di farlo osservare.

Dato a Monza, addì 15 settembre 1895.

UMBERTO

G. Baccelli.

Visto, *Il Guardasigilli:* V. Calenda di Tavani.

STATUTO ORGANICO DELLA FONDAZIONE GAUTIERI

Art. 1.

È eretta in ente morale presso la Reale Accademia delle Scienze di Torino, col nome di *Fondazione Gautieri,* la rendita legata dall'avv. cav. Cesare Gautieri al Ministero della Pubblica Istruzione in vantaggio dell'istruzione.

Art. 2.

Questa rendita sarà convertita in titoli del Consolidato italiano intestati alla Fondazione Gautieri amministrata dall'Accademia delle Scienze di Torino.

Art. 3.

Tre quarti di questa rendita, dedotte le tasse e le spese d'amministrazione, sono destinati a premiare la migliore pubblicazione in filosofia, storia e letteratura.

Art. 4.

Un quarto della rendita, depurata come sopra, sarà tenuto a disposizione del Ministero della Pubblica Istruzione per compensi a professori, docenti od anche a studenti; e sarà, a cura dell'Accademia, erogato in conformità delle indicazioni che dallo stesso Ministero le verranno fornite.

Al termine però d'ogni triennio, risultando un qualche residuo attivo sulle somme stanziate a tale scopo, quello sarà devoluto al fondo dei premii, e verrà ripartito nel modo indicato all'art. 8.

Art. 5.

Il premio sarà conferito ogni anno dall'Accademia Reale delle Scienze di Torino, la quale nell'assegnarlo, seguirà in ogni triennio, il seguente ordine:

1° *anno:* filosofia, inclusa la storia della filosofia;

2° *anno:* storia politica e civile in senso lato;

3° *anno:* letteratura, storia letteraria, critica letteraria.

Art. 6.

Il premio sarà dato a soli autori italiani e per opere scritte in italiano. Sono esclusi i Membri Nazionali residenti e non residenti dell'Accademia.

Art. 7.

Le opere, che la Commissione proporrà per il premio, devono essere state stampate nei tre anni antecedenti a quello, in cui il premio si conferisce.

Art. 8.

Nel caso in cui il premio non sia conferito, perchè niuna opera ne è stata giudicata degna, la somma destinata al premio andrà in parti uguali ad aumento dei tre premii successivi.

Disposizione transitoria.

Per i premii che si conferiranno nel primo trennio si prenderanno in considerazione le opere pubblicate dal 1° gennaio 1891.

Visto, d'ordine di S. M.
Il Ministro della Pubblica Istruzione
G. BACCELLI.

REGOLAMENTO INTERNO

PER IL CONFERIMENTO DEL PREMIO GAUTIERI

Approvato dall'Accademia Reale delle Scienze nell'adunanza del 31 marzo 1895.

Art. 1.

Nel primo semestre d'ogni triennio la Classe di Scienze morali, storiche e filologiche nomina una Commissione di sei membri con l'incarico di ricercare ed esaminare le pubblicazioni da proporre per l'aggiudicazione del premio Gautieri. Questa Commissione sarà composta di Accademici nazionali residenti, e sarà presieduta dal Presidente dell'Accademia o da chi ne farà le veci.

Art. 2.

La Commissione dura in ufficio sino a che non sia stato deliberato sul terzo premio del triennio. Per ciascun premio elegge, nel suo seno, un segretario relatore.

Art. 3.

Nel primo semestre dopo ciascun anno essa riferirà all'Accademia, in un'adunanza delle Classi unite, intorno all'ag-

giudicazione del premio, seguendo nei tre anni l'ordine enunciato nell'art. 5 dello Statuto.

Art. 4.

I Soci nazionali residenti e non residenti hanno facoltà di fare proposte di lavori da esaminare alla Commissione. Al principio d'ogni anno la Commissione li inviterà a presentare, entro il termine di un mese, proposte di opere per il premio da conferirsi nell'anno.

Art. 5.

La relazione della Commissione all'Accademia potrà contenere la proposta di una sola pubblicazione da premiarsi ovvero presentare la proposta di più pubblicazioni, fra cui l'Accademia dovrà scegliere quella, a cui assegnare il premio.

Art. 6.

La Commissione, ove riconosca in due pubblicazioni merito uguale, potrà proporre che il premio sia diviso fra esse per metà. Qualora la proposta non sia accettata l'Accademia voterà sull'aggiudicazione del premio fra le due opere proposte.

Art. 7.

L'Accademia non restituirà le opere, state inviate dagli Autori per richiamare su di esse l'attenzione della Commissione.

Gli Accademici Segretarii
FERRERO.
A. NACCARI.

Il Presidente
G. CARLE.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 15 al 29 Dicembre 1895.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 19. Berlin, 1895; 8°.

* **American** Journal of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. Vol. L, n. 300. New-Haven, 1895; 8°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia; vol. VII, f. 2-3. 1895.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; Anno I, fasc. 2. Torino, 1895; 8°.

Atti del terzo Congresso Nazionale di bacologia e sericoltura. Torino, 1895.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1895, n. 3. Roma, 1895; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, vol. XV, n. 11. Torino, 1894.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1894-95, n. 3; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VII, fasc. 10. Bologna, 1895; 8°.

* **Catalogo** della biblioteca dell'Ufficio Geologico del R. Corpo delle Miniere, 1° gennaio 1894. Roma, 1895; 8°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Octobre-Novembre. Cracovie, 1895; 8°.

Compte-Rendu sommaire de la séance de la Société Philomatique de Paris, n. 4; 14 décembre 1895. Paris; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thüringischen Staaten. 71 Liefer. Gradabth. 55; n. 11, 16, 17, 22 e 23. Berlin, 1895; 8° e f°.

** **Fortschritte** der Physik. Bd. XLV, 3 Abt.; Bd. L, 1 Abt. Braunschweig, 1895; 8°.

* **Giornale** del Genio Civile. Anno XXXIII, fasc. 8-9. Roma, 1895; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 11. Torino, 1895; 8°.

* **John Hopkins Hospital** Report. Report in Pathology, IV; vol. IV, 9. Baltimore, 1895; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 9, 10. Roma, 1895; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 1. London, 1895; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1895, n. 3. Göttingen, 1895; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 116. Gotha, 1895; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXVIII, p. 4. Calcutta, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXVIII, fasc. XVII. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. I, fasc. 11. Napoli, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Texas Academy of Science. Vol. I, n. 4, 1895. Austin, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, n. I-II, 1895; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 10-13, 1895. Wien, 1895; 8°.

* **Zoologischer Anzeiger,** herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1895, n. 491; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 8. 1895.

* *Dall'Università di Upsala:*

Borge (O.). Ueber die Rhizoidenbildung bei einigen fadenförmigen Chlorophyceen. Upsala, 1894; 8°.

Borgström (E.). Ueber Echinorhynchus turbinella, brevicollis und porrigens. Stockholm, 1895; 8°.

Brun (F. de). Bidrag till Weierstrass' teori för algebraiska funktioner. Upsala, 1895; 4°.

Carlgren (O.). Studien über nordische Actinien. I. Stockholm, 1894; 4°.

Cassel (G.). Kritiska studier öfver teorin för de automorfa funktionerna jämte deras användning för integration af linjära differentialeqvationer. Upsala, 1894; 4°.

Elfstrand (M.). Studier öfver alkaloidernas lokalisation, företrädesvis inom familjen Loganiaceæ. Upsala, 1895; 8°.

Forsling (S. E.). Om sulfonering af β-naftylamin. Upsala, 1895; 8°.

Fredrikson (T.). Anatomiskt-systematiska studier öfver lökstammiga Oxalisarter. Upsala, 1895; 8°.

Fries (Th. M.). Bidrag till en lefnadsteckning öfver Carl von Linné. II. Upsala, 1894; 8°.

— Naturalhistorien i Sverige intill medlet af 1600-talet. Upsala, 1894; 8°.

Hallgren (E.). Om beräkningen af Abelska integralers omvändning. Göteborg, 1894; 8°.

Nordenmark (N. V. E.). Sur le moyen mouvement dans l'anneau des astéroïdes. Upsala, 1894; 4°.

Palmær (K. V.). Om Iridiums ammoniakaliska föreningar. Upsala, 1895; 8°.

Sernander (R.). Studier öfver den Gotländska vegetationens utvecklingshistoria. Upsala, 1894; 8°.

Cocco-Licciardello (F.). Elementi di Geogenia. Catania, 1896; 8° (*dall'A.*).

** **Dippel** (L.). Das Mikroskop und seine Anwendung. Zweiter Theil. Erste Abtheilung. Braunschweig, 1896; 8°.

Valenti (G.). Sopra alcune generalità che riguardano la evoluzione della cellula. Perugia, 1895; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 22 Dicembre 1895 al 5 Gennaio 1896.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XV, n. 4. Leipzig, 1894; 8°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XL, Lfg. 197-198. Leipzig, 1895; 8°.

** **Archivio** storico italiano fondato da G. P. Vieusseux e continuato a cura della R. Deputazione di Storia patria per le provincie della Toscana e dell'Umbria. Firenze, 1895.

* **Archivio** storico pugliese. Periodico trimestrale della Società di studi storici pugliesi. An. II, vol. I, fasc. III-IV, 1895. Bari; 8°.

* **Archivio** storico lombardo. Milano, 1895.

** **Berliner** philologische Wochenschrift. 1895.

** **Bibliothèque** de l'École des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris, 1895.

** **Bollettino** ufficiale del Ministero dell'Istr. pubbl. Roma, 1895.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. V^e sér., T. III, n. 1. 1895; 4°.

* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato, 1895.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sess. straordinaria 1895, n. XVI; Sess. ordinaria di autunno, 1895, n. XVII-XXIV.

* **Controversia**. Vol. XVIII. Madrid, 1895; 8°.

** Ἐφεμερὶς ἀρχαιολογική. Ἐν Αθηναῖς, 1895.

* **Föreläsningar** och öfningar. h. t. 1894 och v. t. 1895. Upsala, 1894-95; 8°.

Gazzetta delle Campagne, ecc. Direttore Enrico Barbero. Torino, 1895.

** **Giornale di Erudizione**; Corrispondenza letteraria, ecc., raccolta da F. Orlando. Firenze, 1895.

Giornale scientifico di Palermo. Anno II, 1895, n. 11, 12. Palermo; 4°.
** **Giornale storico** della Letteratura italiana, diretto e redatto da F. Novati e R. Renier. Torino, 1895.
** **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg, 1895.
** **Historische** Zeitschrift. München, 1895.
* **Indices Chronologici** ad Antiquit. Ital. M. Æ. et ad Opera minora Lud. Ant. Muratorii. Fasc. VII-VIII. Aug. Taurinorum, 1896; 4°.
** **Journal Asiatique**, ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris, 1895.
** **Journal** des Savants. Paris, 1895.
** **Le Moyen Age**; Bulletin mensuel d'histoire et de philologie. Paris, 1895.
** **Nuova Antologia**; Rivista di Scienze, Lettere ed Arti. Roma, 1895.
** **Nord** und **Sud**; eine deutsche Monatschrift. Breslau, 1895.
** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N^r 117. Gotha, 1895; 8°.
* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Serie V, vol. IV. Roma, 1895.
** **Revue** archéologique, publiée sous la direction de MM. A. Bertrand et G. Perrot. Paris, 1895.
** **Revue** de Linguistique et de Philologie comparée. Paris, 1895.
** **Revue** des deux Mondes. Paris, 1895.
* **Revue** géographique internationale. Paris, 1895; 4°.
** **Revue** numismatique. Paris, 1895.
* **Rivista** di Sociologia. Anno II, 1895. Roma; 8°.
* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Anno III, vol. VII-IX. Roma, 1895; 8°.
** **Rivista storica** italiana; pubblicazione trimestrale diretta dal Prof. C. Rinaudo. Torino, 1895.
Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XII, quad. XI-XII. Valle di Pompei, 1895; 8°.
** **Séances** et Travaux de l'Académie des Sciences morales et politiques. Compte rendu. Paris, 1895.
Statistica dei Brefotrofi. Anni 1893 e 1894. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricolt., Ind. e Comm.*).
* **Upsala Universitets** Årsskrift för 1894. Upsala, 1894; 8°.

* *Dall'Università di Upsala:*

Ahlenius (K.). Olaus Magnus och hans framställning af Nordens geografi. Studier i geografiens historia. Upsala, 1895; 8°.
Almquist (J. A.). Riksdagen i Gefle 1792. Upsala, 1895; 8°.
Beckman (N.). Bidrag till kännedomen om 1700-talets svenska, huvudsakligen efter Sven Hofs arbeten. Lund, 1895; 8°.
Blomgren (L.). Th. Mommsens teori om romerska principatet granskad i dess väsentliga punkter. Upsala, 1895; 8°.

Carlson (J. S.). Om filosofien i Amerika. Upsala, 1895; 8°.

Clason (S.). Till reduktionens förhistoria. Gods- och ränteafsöndringarna och de förbudna orterna. Stockholm, 1895; 8°.

Florén (J.). Jesu lära om Guds rike enligt de synoptiska evangelierna från bibelteologisk synpunkt. Göteborg, 1895; 8°.

Jacobsson (A. J.). In Necyiam Virgilianam studia nonnulla. Upsala, 1895; 8°.

Fries (S. A.). Den israelitiska kultens centralisation. Upsala, 1895; 8°.

Nordin (H.). De ecklesiastika deputationerna under Fredrik I:s regering. Strengn., 1895; 8°.

Nylander (K. U.). Inledning till Psaltaren. Isagogiskt-exegetisk afhanddling. Upsala, 1894; 8°.

Wicksell (K.). Zur Lehre von der Steuerincidenz. Jena, 1895; 8°.

Zetterstéen (K. V.) Ur Jaḥjâ bin ʿAbd-el-Muʿṭi ez-Zawâwî's dikt Ed-Durra el-Alfîje fî ʿIlm el-ʿArabîje. Leipzig, 1895; 8°.

Marre (A.). Malais et Siamois. De l'esclavage dans la presqu'île Malaise au XIXe siècle. Paris, 1894; 8° (*dall'A.*).

— Madjapahit & Tchampa. Louvain, 1895; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). I Diari. Tomo XLIV, fasc. 191, 192. Venezia, 1895; 4°.

Tordi (D.). Vittoria Colonna in Orvieto durante la guerra del Sale. Perugia, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Wilkinson** (J. G.). The manners and customs of the ancient Egyptians. London, 1878, 3 vol.; 8°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Gennaio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July--12 Sept. 1896

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente, D'Ovidio, Direttore di Classe, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza e Naccari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Segretario presenta una memoria stampata del Professore Pietro Gambera intitolata: " *Delle proprietà dei miscugli di gaz perfetti* ", e una fotografia del ritratto dell'illustre botanico Allioni, inviata in dono all'Accademia dal signor Burnat di Vevey.

Viene accolta nei volumi accademici una memoria del Socio Mosso intitolata: " *Descrizione di un miotonometro per studiare la tonicità dei muscoli dell'uomo* ".

Viene pure approvata l'inserzione nei volumi accademici della memoria del Prof. Lauricella: " *Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* ", in seguito a relazione favorevole della commissione esaminatrice.

Viene accolta per l'inserzione negli *Atti* una nota del Socio VOLTERRA: " *Sull'inversione degli integrali definiti* ".

Viene affidato ad apposita Commissione l'esame d'una memoria del Prof. BETTAZZI, presentata dal Socio D'OVIDIO e intitolata: " *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi* ".

In seduta privata la Classe elegge, salvo l'approvazione Sovrana, a Socio residente il Prof. Icilio GUARESCHI, a Soci Nazionali non residenti i Signori Emanuele FERGOLA e Riccardo FELICI, a Soci Stranieri i Signori Giacomo Giuseppe SYLVESTER e Giuseppe Luigi BERTRAND.

Elegge pure a Soci Corrispondenti nella Sezione di Matematiche pure i Signori Camillo JORDAN e Gustavo MITTAG-LEFFLER; nella Sezione di Matematiche applicate i Signori Giovanni CELORIA e F. Roberto HELMERT; nella Sezione di Fisica i Signori Giuseppe Giovanni THOMSON e Luigi BOLTZMANN.

LETTURE

Sulla inversione degli integrali definiti;

Nota I del Prof. VITO VOLTERRA.

1. Sebbene spesso accada nelle applicazioni di esser condotti a delle inversioni di integrali definiti nel campo reale, pure, che io sappia, non si ha alcun mezzo sistematico per effettuare tali inversioni (che si sanno eseguire solo in casi particolari) e nemmeno si ha un indizio per riconoscere in generale quando questioni di tale natura sono suscettibili di soluzione, e, allorchè questo avviene, se ve ne è una sola o se ve ne sono più. Sotto questo aspetto la questione appare molto meno avanzata di altre di analisi in cui esistono criterî ben definiti per giudicare sulla esistenza e sulla univocità delle soluzioni (*).

In ciò che segue mi propongo di portare un piccolo contributo allo studio suddetto, comunicando alcuni risultati di cui sono in possesso già da qualche tempo, e limitandomi a considerare per ora il caso più semplice in cui può rispondersi in modo completo a tutte le parti sopra ricordate della questione.

Sulla *forma* delle funzioni che compariscono nel problema non pongo alcuna restrizione: alcune condizioni pongo relative all'esser esse finite ed alla loro continuità e derivabilità. Una condizione però si aggiunge relativa al non annullarsi di certi valori, che è essenziale, e sulla discussione della quale mi trattengo alquanto mostrandone la ragione d'essere e l'intima sua connessione con notissime teorie elementari.

(*) Il Dott. Levi-Civita in una Nota letta in questa Accademia nella seduta del 17 novembre u. s., prendendo occasione dalla risoluzione di alcuni casi interessanti, lamenta egli pure la mancanza di uno studio sistematico sulla questione. I lavori a mia cognizione sull'argomento, oltre questo ora citato, sono i seguenti:

Abel, *Solution de quelques problèmes à l'aide d'intégrales définies* (Œuvres, p. 11).
— *Résolution d'un problème de mécanique* (Œuvres, p. 97).
Beltrami, *Intorno ad un teorema d'Abel* (Rend. Ist. Lombardo, S. II, vol. XIII).

2. Per maggior chiarezza riassumo i risultati nel seguente

Teorema. — *Se si ha (nel campo reale) la equazione funzionale*

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x, y)\, dx \tag{1}$$

in cui $\mathrm{f}(\mathrm{y})$ *e* $\mathrm{f}'(\mathrm{y})$ *si mantengono finite e continue per* y *compreso fra* α *e* $\alpha + \mathrm{A}$; *e* $\mathrm{H}(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ *e* $\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial y} = \mathrm{H}_2(\mathrm{x}, \mathrm{y})$, *sono pure finite e continue per tutti i valori di* x *e* y *compresi entro i limiti* α *e* $\alpha + \mathrm{A}$, *mentre è maggiore di zero il limite inferiore dei valori assoluti di* $\mathrm{h}(\mathrm{y}) = \mathrm{H}(\mathrm{y}, \mathrm{y})$ *per* y *compreso nello stesso intervallo, esisterà una ed una sola funzione finita e continua* φ *che soddisfa l'equazione funzionale per* y *compreso fra* α *e* $\alpha + \mathrm{A}$, *la quale sarà data da*

$$\varphi(y) = \frac{f'(y)}{h(y)} - \frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y f'(x) \sum_0^\infty \mathrm{S}_i(x, y)\, dx \tag{2}$$

in cui

$$\left\{ \begin{aligned} \mathrm{S}_i(x, y) &= \int_y^x \mathrm{S}_0(\xi, y)\, \mathrm{S}_{i-1}(x, \xi)\, d\xi \\ \mathrm{S}_0(x, y) &= \frac{\mathrm{H}_2(x, y)}{h(x)}. \end{aligned} \right. \tag{3}$$

Dimostrazione. — 1° Cominciamo dal dimostrare che la serie

$$\sum_0^\infty {}_i\, \mathrm{S}_i(x, y) \tag{4}$$

è convergente in egual grado per tutti i valori di x, y compresi fra α e $\alpha + \mathrm{A}$.

— *Sulla teoria dell'attrazione degli ellissoidi* (Mem. Acc. di Bologna, S. IV, T. I). — *Sulle funzioni associate e specialmente su quelle della calotta sferica* (Ibid., S. IV, T. IV).

Dini, *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni di una variabile reale date arbitrariamente in certi intervalli* (Cap. VII. Annali delle Università Toscane, T. XVII).

Sonine, *Sur la généralisation d'une formule d'Abel* (Acta Mathematica, T. IV). — *Recherches sur les fonctions cylindriques* (Math. Ann., Bd. XVI).

Volterra, *Sopra un problema di elettrostatica* (Transunti Acc. Lincei. S. III, vol. VIII).

Nel campo complesso cito fra gli altri i lavori del Prof. Pincherle.

Se M_2 è il limite superiore dei valori assoluti di $H_2(x, y)$ per x, y compresi fra α e $\alpha + A$, e m il limite inferiore dei valori assoluti di $h(y)$, dico che

$$(5) \qquad |S_i| \leq \left(\frac{M_2}{m}\right)^{i+1} \frac{1}{i!} (|y - x|)^i \leq \left(\frac{M_2}{m}\right)^{i+1} \frac{1}{i!} |A|^i.$$

Abbiamo infatti

$$S_0 \leq \frac{M_2}{m}$$

e se la (5) è soddisfatta per un valore i, lo sarà anche per $i + 1$. La serie è dunque convergente in egual grado.

2° Proviamo che $\varphi(y)$ dato dalla (2) verifica l'equazione funzionale (1).

Infatti dalla (2) segue

$$\int_\alpha^y \varphi(x) H(x, y)\, dx = \int_\alpha^y \frac{f'(x)}{h(x)} H(x, y)\, dx -$$

$$\int_\alpha^y \frac{H(\xi, y)}{h(\xi)}\, d\xi \int_\alpha^\xi f'(x) \sum_0^\infty S_i(x, \xi)\, dx$$

e, applicando il principio di Dirichlet, avremo

$$(1') \qquad \int_\alpha^y \varphi(x) H(x, y)\, dx = \int_\alpha^y f'(x) \left\{ \frac{H(x, y)}{h(x)} - \right.$$

$$\left. - \int_x^y \frac{H(\xi, y)}{h(\xi)} \sum_0^\infty S_i(x, \xi)\, d\xi \right\} dx.$$

Si consideri ora la funzione

$$\frac{H(x, y)}{h(x)} - \int_x^y \frac{H(\xi, y)}{h(\xi)} \sum_0^\infty S_i(x, \xi)\, d\xi = G(x, y)$$

avremo

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{H_2(x, y)}{h(x)} - \sum_0^\infty S_i(x, y) - \int_x^y \frac{H_2(\xi, y)}{h(\xi)} \sum_0^\infty S_i(x, \xi)\, d\xi =$$

$$= S_0(x, y) - \sum_0^\infty S_i(x, y) + \int_y^x S_0(\xi, y) \sum_0^\infty S_i(x, \xi)\, d\xi$$

e a cagione della convergenza in egual grado della serie (4)

$$\frac{\partial G}{\partial y} = S_0(x,y) - \sum_0^\infty S_i(x,y) + \sum_0^\infty {}_i \int_y^x S_0(\xi,y)\, S_i(x,\xi)\, d\xi = 0.$$

Ma se in G noi facciamo $y = x$, otteniamo l'unità, quindi possiamo concludere che si avrà sempre

$$G = 1$$

e perciò ritornando alla equazione (1′), otterremo

$$(1'') \quad \int_\alpha^y \varphi(x)\, H(x,y)\, dx = \int_\alpha^y f'(x) = f(y) - f(\alpha).$$

La $\varphi(y)$ ricavata dalla (2) soddisfa dunque la (1).

3° Dimostriamo finalmente che non vi può essere che una sola funzione finita e continua φ che soddisfi l'equazione funzionale.

Ammettiamo che ne esistano due φ_1 e φ_2, ciascuna delle quali sia in valore assoluto inferiore a P.

Posto

$$\psi(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x)$$

avremo

$$0 = \int_\alpha^y \psi(x)\, H(x,y)\, dx$$

e derivando rapporto a y

$$0 = \psi(y)\, h(y) + \int_\alpha^y \psi(x)\, H_2(x,y)\, dx$$

onde

$$(6) \qquad \Psi(y) = -\frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y \psi(x)\, H_2(x,y)\, dx$$

e per conseguenza

$$\psi(y) = \frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y \frac{H_2(x,y)}{h(x)}\, dx. \int_\alpha^x \psi(x_1)\, H_2(x_1 x)\, dx_1$$

$$= -\frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y \frac{H_2(x,y)}{h(x)}\, dx \int_\alpha^x \frac{H_2(x_1,x)}{h(x_1)}\, dx_1 \int_\alpha^{x_1} \psi(x_2)\, H_2(x_2,x_1)\, dx_2 = \ldots$$

e così di seguito si potrà procedere indefinitamente sostituendo

successivamente per ψ la espressione che resulta dalla (6). Ora

$$|\psi(x)| < 2\,\mathrm{P},$$

quindi dalle equazioni precedenti si deduce

$$|\psi(y)| < 2\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{M}_2}{m}\right)^n \int_\alpha^{\alpha+|\mathrm{A}|} dx \int_\alpha^x dx_1 \ldots \int_\alpha^{x_{n-2}} dx_{n-1} = 2\mathrm{P}\left(\frac{\mathrm{M}_2}{m}\right)^n \frac{1}{n!}\,(|\mathrm{A}|)^n$$

in cui n può prendersi tanto grande quanto si vuole. Ne segue che $|\psi(y)|$ è inferiore ad ogni valore assegnabile, perciò deve essere

$$\psi(x) = 0$$

e quindi

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$$

il che dimostra la univocità della soluzione.

Il teorema resta così dimostrato.

3. Il resultato a cui siamo giunti è molto semplice ed ottenuto senza artifici di calcolo. Possiamo facilmente comprenderne la ragione. Se si prescinde infatti dalle condizioni di continuità e derivabilità poste per le funzioni e da quella di esser finite, si trova come condizione essenziale che $\mathrm{H}(y, y) = h(y)$ non si annulli per y compreso nell'intervallo α, $\alpha + \mathrm{A}$. Ora questa condizione può paragonarsi facilmente a quella che un determinante, i cui elementi a destra della diagonale sono nulli, è diverso da zero, allorchè i termini in diagonale sono tutti diversi da zero. Infatti si consideri il sistema di equazioni

$$\begin{aligned}
b_1 &= a_{11}\,x_1 \\
b_2 &= a_{12}\,x_1 + a_{22}\,x_2 \\
b_3 &= a_{13}\,x_1 + a_{23}\,x_2 + a_{33}\,x_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
b_n &= a_{1n}\,x_1 + a_{2n}\,x_2 + a_{3n}\,x_3 + \ldots + a_{nn}\,x_n;
\end{aligned}$$

il concetto di integrale ci porta facilmente a riguardare la questione di analisi funzionale rappresentata dalla (1) come un caso limite della risoluzione di un sistema d'equazioni analogo al precedente. In esso le a_{is} e le a_{ii} sarebbero le analoghe delle $H(x, y)$ e delle $H(y, y) = h(y)$.

Ora il determinante dei coefficienti nelle precedenti equazioni ha nulli tutti gli elementi situati alla destra della diagonale ed è quindi diverso da zero quando nessuna delle a_{ii} si annulla, e quando ciò si verifica la soluzione del sistema è possibile ed univoca.

L'analogia però si arresta qui, perchè mentre la condizione che le a_{ii} siano tutte diverse da zero non solo è sufficiente, ma è anche necessaria per la risolubilità e la univocità delle soluzioni, lo stesso non può dirsi del non annullarsi di $h(y)$. Si osservi infatti, per esempio, che, ammesso $h(y) = 0$ per tutti i valori di y compresi fra α e $\alpha + A$, la equazione funzionale (1) può scriversi mediante una integrazione per parti

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \Phi(x)\, H_1(x, y)\, dx$$

in cui

$$\Phi(x) = -\int_\alpha^x \varphi(x)\, dx, \quad H_1 = \frac{\partial H}{\partial x}.$$

Quindi se $H_1(x, y)$ avrà le stesse proprietà che prima avevamo posto per $H(x, y)$, e sarà $f'(\alpha) = 0$, si potrà determinare univocamente la $\Phi(x)$ e quindi con una derivazione successiva $\varphi(x)$ quando questa derivazione può effettuarsi.

4. I termini della serie (4) godono di una notevole proprietà che può esprimersi col teorema seguente:

Comunque si scelga j *compreso fra* 1 *e* i, *avremo:*

$$S_i = \int_y^x S_{i-j}(x, \xi)\, S_{j-1}(\xi, y)\, d\xi. \tag{7}$$

Questa proprietà è evidente per $i = 1$. Mostriamo che se è vera per i vale anche per $i + 1$. Infatti

$$S_{i+1} = \int_y^x S_0(\xi, y)\, S_i(x, \xi)\, d\xi =$$

$$= \int_y^x S_0(\xi, y)\, d\xi \int_\xi^x S_{i-j}(x, \xi_1)\, S_{j-1}(\xi_1, \xi)\, d\xi_1 =$$

$$= \int_y^x S_{i-j}(x, \xi_1)\, d\xi_1 \int_y^{\xi_1} S_0(\xi, y)\, S_{j-1}(\xi_1, \xi)\, d\xi =$$

$$= \int_y^x S_{i-j}(x, \xi_1)\, S_j(\xi_1, y)\, d\xi_1$$

il teorema è quindi dimostrato.

Ne possiamo concludere:

La formula di inversione della

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, H(x, y)\, dx$$

è

$$\varphi(x) = \frac{f'(y)}{h(y)} - \frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y f'(x)\, K(x, y)\, dx$$

in cui

$$(8) \quad \begin{cases} h(y) = H(y, y) \\ K(x, y) = \sum_0^\infty S_i(x, y) \\ S_0(x, y) = \frac{1}{h(x)} \frac{\partial H}{\partial y} \\ S_i(x, y) = \int_y^x S_{i-j}(x, \xi)\, S_{j-1}(\xi, y)\, d\xi. \end{cases}$$

5. Come esempio consideriamo il caso in cui si abbia

$$H(x, y) = F(\lambda(x) - \lambda(y))$$

e supponiamo $F(0) = 1$, al qual caso si ridurrà sempre quello in cui $F(0)$ ha un valore finito diverso da zero.

Poniamo

$$\begin{cases} s_0(z) = F'(z) \\ s_i(z) = \int_0^z s_{i-j}(z-u)\, s_{j-1}(u)\, du \end{cases}$$

avremo

$$S_i(x, y) = (-1)^{i-1} s_i(\lambda(x) - \lambda(y)) \,.\, \lambda'(y).$$

Infatti questa relazione è vera per $i = 0$; se è vera per i, sarà

$$S_{i+1}(x, y) = (-1)^i \int_y^x s_0(\lambda(\xi) - \lambda(y))\, \lambda'(y)\, s_i(\lambda(x) - \lambda(\xi))\, \lambda'(\xi)\, d\xi.$$

Pongasi

$$\lambda(x) - \lambda(\xi) = u,$$

avremo

$$S_{i+1}(x, y) = (-1)^i \lambda'(y) \int_0^{\lambda(x) - \lambda(y)} s_0(\lambda(x) - \lambda(y) - u)\, s_i(u)\, du =$$

$$= (-1)^i s_{i+1}(\lambda(x) - \lambda(y))\, \lambda'(y).$$

Perciò se

$$\Theta(z) = \sum_0^\infty (-1)^i s_i(z)$$

otterremo

$$K(x, y) = -\Theta(\lambda(x) - \lambda(y))\, \lambda'(y)$$

da cui segue:

La formula di inversione della

$$(9) \quad f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, F(\lambda(x) - \lambda(y))\, dx, \quad (F(0) = 1)$$

è

$$(10) \qquad \varphi(y) = f'(y) + \lambda'(y) \int_\alpha^y f'(x)\, \Theta(\lambda(x) - \lambda(y))\, dx$$

in cui

$$\begin{cases} \Theta(z) = \sum_0^\infty (-1)^i s_i(z) \\ s_0(z) = F'(z) \\ s_i(z) = \int_0^z s_{i-j}(z-u)\, s_{j-1}(u)\, du. \end{cases}$$

6. Le (7) ci forniscono una espressione notevole del resto della serie $K(x, y)$. Abbiamo infatti

$$K(x, y) = \sum_0^n{}_i S_i(x, y) + \sum_0^\infty{}_i \int_y^x S_n(x, \xi)\, S_i(\xi, y)\, d\xi =$$

$$= \sum_0^n{}_i S_i(x, y) + \sum_0^\infty{}_i \int_y^x S_n(\xi, y)\, S_i(x, \xi)\, d\xi,$$

onde a cagione della convergenza in egual grado

$$(11) \qquad K(x, y) = \sum_0^n S_i(x, y) + \int_y^x S_n(x, \xi)\, K(\xi, y)\, d\xi =$$

$$= \sum_0^n S_i(x, y) + \int_y^x S_n(\xi, y)\, K(x, \xi)\, d\xi.$$

Perciò il resto della serie sarà

$$(12) \qquad R_n = \int_y^x S_n(x, \xi)\, K(\xi, y)\, d\xi = \int_y^x S_n(\xi, y)\, K(x, \xi)\, d\xi.$$

7. La formula di inversione della (1) può mettersi anche sotto un'altra forma diversa dalla (2), e precisamente può scriversi

$$(13) \qquad \varphi(y) = \frac{d\Phi(y)}{dy}$$

in cui

$$(14) \qquad \Phi(y) = \frac{f(y) - f(\alpha)}{h(y)} + \int_\alpha^y \{ f(x) - f(\alpha) \} \sum_0^\infty S'_i(x, y)\, dx$$

$$S'_i = \int_x^y S'_0(\xi, y)\, S'_{i-1}(x, \xi)\, d\xi$$

$$S'_0 = \frac{H_1(x, y)}{h(x)}$$

essendo $H_1 = \frac{\partial H}{\partial x}$.

Si dimostra facilmente che se $H_1(x,y)$ si conserva finita e continua per x, y comprese fra α e $\alpha + A$, la serie

$$\sum_0^\infty S'_i(x, y) \tag{15}$$

è al pari della serie (4) convergente in egual grado per tutti i valori di x, y compresi fra gli stessi limiti, e perciò $\Phi(y)$ ha un significato. Se ammettiamo poi che anche $H_{12} = \frac{\partial^2 H}{\partial x\, \partial y}$ sia finita e continua per x, y compresi fra gli stessi limiti, anche la serie delle derivate $\sum_0^\infty \frac{\partial S'_i}{\partial y}$ sarà pure convergente in egual grado, e perciò, supposto $f'(x)$ finita e continua per x compresa fra α e $\alpha + A$, tale resulterà $\varphi(y)$ data dalla (13). Dimostriamo ora che questa funzione verifica la (1). Infatti dalle (13) e (14) segue, mediante una integrazione per parti

$$\int_\alpha^y \varphi(x)\, H(x, y)\, dx = f(y) - f(\alpha) + \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\} \sum_0^\infty S'_i(x, y)\, dx$$

$$- \int_\alpha^y \frac{f(x) - f(\alpha)}{h(x)} H_1(x, y)\, dx - \int_\alpha^y \frac{H_1(\xi, y)}{h(\xi)} d\xi \int_\alpha^\xi \{f(x) - f(\alpha)\} \sum_0^\infty S'_i(x, \xi)\, dx$$

e applicando il principio di Dirichlet, avremo

$$\int_\alpha^y \varphi(x)\, H(x, y)\, dx = f(y) - f(\alpha) + \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\} \sum_0^\infty S'_i(x, y)\, dx$$

$$- \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\} \left[\frac{H_1(x, y)}{h(x)} + \int_x^y \sum_0^\infty \frac{H_1(\xi, y)\, S'_i(x, \xi)}{h(\xi)}\, d\xi \right] dx.$$

Ora per la convergenza in egual grado della serie (15) abbiamo

$$\int_x^y \sum_0^\infty \frac{H_1(\xi,y)\,S'_i(x,\xi)}{h(\xi)}\,d\xi = \sum_0^\infty{}_i \int_x^y \frac{H_1(\xi,y)\,S'_i(x,\xi)}{h(\xi)}\,d\xi = \sum_1^\infty S'_i(x,y)$$

quindi

$$\int_\alpha^y \varphi(x)\,H(x,y)\,dx = f(y) - f(\alpha) + \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\} \sum_0^\infty S'_i(x,y)\,dx$$

$$- \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\} \left[\frac{H_1(x,y)}{h(x)} + \sum_1^\infty S'_i(x,y)\right] dx = f(y) - f(\alpha).$$

Come dovevasi dimostrare.

Anche i termini S'_i della serie (15) godono di una proprietà analoga alla (7) per le S_i, cioè, qualunque sia j, compreso fra 1 e i, si ha

$$S'_i = \int_x^y S'_{i-j}(x,\xi)\,S'_{j-1}(\xi,y)\,d\xi$$

e perciò: *La formula di inversione della*

$$f(y) - f(\alpha) = \int_x^y \varphi(x)\,H(x,y)\,dx$$

può scriversi

$$(14') \qquad \varphi(x) = \frac{d}{dy}\left[\frac{f(y) - f(\alpha)}{h(y)} + \frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\}\,K'(x,y)\,dx\right]$$

in cui

$$(16) \qquad \begin{cases} h(y) = H(y,y) \\ K'(x,y) = \sum_0^\infty S'_i(x,y) \\ S'_0(x,y) = \dfrac{1}{h(x)}\,\dfrac{\partial H}{\partial x} \\ S'_i(x,y) = \int_x^y S'_{i-j}(x,\xi)\,S'_{j-1}(\xi,y)\,d\xi \end{cases}$$

Anche il resto della serie $K'(x,y)$ può mettersi sotto una forma analoga a quello della (4) e cioè

$$R'_n = \int_x^y S'_n(x,\xi)\,K'(\xi,y) = \int_x^y S'_n(\xi,y)\,K'(x,\xi)\,d\xi.$$

8. Applicando le formule (14′) e (16) alla inversione della (9) si ottiene

$$\varphi(y) = \frac{d}{dy}\left[f(y) + \int_\alpha^y \{f(x) - f(\alpha)\}\, \Theta(\lambda(x) - \lambda(y))\, \lambda'(x)\, dx\right]$$

ed è facile riconoscere che essa coincide colla (10).

9. Per la esistenza della funzione Φ da cui poi dipende la φ, basta che f sia finita e continua e sia finita e continua la $H_1(x, y)$, mentre il limite inferiore dei valori assoluti di $h(y)$ sia maggiore di zero.

Proviamo che queste condizioni sono pure sufficienti per riconoscere la univocità di φ. Infatti se esistono due funzioni finite e continue φ_1 e φ_2 che verificano la (1), posto

$$\psi(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x), \quad \theta(x) = \int_\alpha^x \psi(x)\, dx$$

con una integrazione per parti si ha

$$0 = \int_\alpha^y \psi(x)\, H(x, y)\, dx = \int_\alpha^y \frac{d\theta}{dx} H(x, y)\, dx =$$

$$= \theta(y)\, h(y) - \int^y \theta(x)\, H_1(x, y)\, dx$$

onde

$$\theta(y) = \frac{1}{h(y)} \int_\alpha^y \theta(x)\, H_1(x, y)\, dx.$$

Con un ragionamento analogo a quello contenuto nella 3ª parte del § 2 si ricava da questa formula che $\theta(y)$ è inferiore a qualsiasi quantità assegnabile, quindi è nulla e per conseguenza $\varphi_1 = \varphi_2$.

10. Passando dal campo reale a quello complesso facciamo per ultimo osservare che *se* $f(x)$ *è una funzione olomorfa per tutti i valori della variabile complessa* x *tali che* $|x - \alpha| < A$, *e* $H(x, y)$ *è pure olomorfa per tutti i valori delle variabili complesse* x, y *per cui* $|x - \alpha| < A$, $|y - \alpha| < A$, *mentre* $h(y) = H(y, y)$ *non ha nessuno zero per valori di* y *tali che*

$|y - \alpha| < A$, *le formule di inversione trovate* (2) *e* (14′) *continuano a sussistere e definiscono una funzione olomorfa* $\varphi(y)$ *per tutti i valori di* y *per cui* $|y - \alpha| < A$. I diversi integrali che vengono a comparire nelle formule non dipendono che dagli estremi, sono cioè indipendenti dai cammini d'integrazione, purchè li supponiamo tali che lungo essi le variabili di integrazione differiscano da α di valori il cui modulo è inferiore ad A.

In una prossima Nota svolgerò il caso in cui $H(x,y)$ possa divenire infinita.

Relazione sulla Memoria del Prof. Lauricella:

Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate.

La Memoria del Prof. Lauricella è divisa in due parti, nella prima delle quali tratta della integrazione della equazione differenziale (1) $\Delta^2(\Delta^2 u) = f(x, y)$, e nella seconda della integrazione dell'equazione (2) $\Delta^2(\Delta^2 u) = ku$. Nella prima l'A., dopo avere stabilito una formula analoga a quella di Green, ed avere dimostrato che per determinare una funzione che soddisfa alla equazione differenziale (1) basta dare al contorno i suoi valori e quelli della sua derivata normale, passa a mostrare come la costruzione dell'integrale che verifica alle date condizioni al contorno possa farsi dipendere da quelle di una funzione analoga alla funzione di Green, che egli come esempio determina effettivamente nel caso in cui il contorno sia costituito da una retta indefinita, applicando perciò un procedimento analogo a quello ben noto delle immagini.

Sarebbe stato desiderabile che l'A. avesse svolto la questione relativa all'essere o meno caratteristici gli elementi dati al contorno, ma questo punto che forse in generale, e certamente nel caso particolare trattato dall'A. non deve essere

difficile ad esaminare, è sperabile ch'egli riesca ad approfondire, completando la trattazione della prima parte della Memoria.

Nella seconda parte l'A. si vale dei risultati conseguiti nella prima, e di un procedimento analogo a quello che egli stesso ha impiegato in un'altra memoria, sul moto dei corpi elastici che venne stampato nello scorso anno accademico nei volumi delle *Memorie* di questa Accademia,

Egli si fonda sulla determinazione di una serie indefinita di soluzioni eccezionali corrispondenti ai valori eccezionali del parametro k che comparisce nelle equazioni (2).

La commissione ritiene che i resultati ottenuti dal Professore Lauricella nella sua Memoria siano meritevoli di considerazione tanto che propone la lettura della Memoria stessa e la sua inserzione negli *Atti* accademici.

G. Ferraris.

V. Volterra, *Relatore.*

L'Accademico Segretario

Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Gennaio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: CLARETTA, Direttore della Classe, PEYRON, MANNO, NANI, COGNETTI DE MARTIIS, CIPOLLA, BRUSA, PERRERO, ALLIEVO e FERRERO Segretario.

Il Presidente annunzia alla Classe la morte del Socio Corrispondente Senatore Carlo NEGRONI. Ricorda le benemerenze dell'estinto, ed affida al Socio MANNO l'incarico di commemorarlo in una prossima adunanza della Classe.

Il Socio Segretario a nome dell'autore il Socio Corrispondente Aristide MARRE presenta il " *Vocabulaire des principales racines malaises et javanaises de la langue malgache* „ (Paris, 1896).

Il Presidente presenta un opuscolo intitolato: " *Di un precursore sconosciuto di Antonio Rosmini* „ (Napoli, 1895), di cui l'autore, Prof. Vincenzo LILLA, fa omaggio.

È comunicata una lettera di Lord J. W. STRUTT RAYLEIGH, che ringrazia l'Accademia per avergli conferito il nono premio Bressa.

Il Socio BRUSA legge la seconda parte di un suo lavoro: " *Di una sanzione penale alla convenzione ginevrina per i feriti in guerra* „.

Il Socio COGNETTI DE MARTIIS legge un lavoro del Dott. Leonardo COGNETTI DE MARTIIS: " *Gl'infortunii del lavoro* „. Questi due lavori sono pubblicati negli *Atti* accademici.

LETTURE

Di una sanzione penale alla convenzione ginevrina per i feriti in guerra;

Nota del Socio EMILIO BRUSA.

Fra le innumerevoli testimonianze dell'umano incivilimento, niuna più sublime della mitezza del costume e delle ingegnose discipline vôlte ad accrescerne e perpetuarne i benefizi immensi. Questa verità spicca manifestissima, specialmente in quelle regole e quei freni, che l'opera della ragione calma e serena riesce, incessantemente lottando contro le passioni irrompenti, a imporre alla furia delle armi nelle singolari tenzoni e negli spaventevoli combattimenti dei popoli o degli stati.

Alla cavalleria, e alle virtù virili e nobili cui essa ha educato, non piccola è la parte che di cotanto progresso va attribuita nell'odierno diritto della guerra. Le leggi e i costumi bellici dei dì nostri trovarono nelle norme della cavalleria duellare, esempio e stimolo efficace alla moderazione e alla pietà.

Quell'immane procedimento, nel quale le nazioni fra di loro nemiche gettano le proprie sorti esponendo ogni bene alla maggiore rovina e se medesime ai tormenti e pericoli della vendetta e della gelosia, che il trattato di pace lascia poi sussistere o anzi inasprisce, di tutti i mali ond'è afflitta la povera umanità, è il male più indomabile, il male, che tutt'al più può alquanto ritardarsi o prevenirsi, quando la tregua all'impeto delle passioni vien generata dal calcolo delle conseguenze inseparabili anche dalle più splendide vittorie. Onde, pur riconoscendo il fine buono cui tendono certe dottrine, tolleranti persino gli eccessi nella infondata lusinga di rendere meno tollerabile la guerra, sommamente lodato va qualunque tentativo serio di mitigarne i flagelli.

In quest'ordine di fatti prende un posto eminente la convenzione stipulata il 22 agosto 1864 a Ginevra per proteggere i feriti e malati in guerra senza distinzione di parti combat-

tenti. Come il rifiutare quartiere ai prigionieri di guerra sarebbe un'infrazione del diritto delle genti, così, e a più forte ragione, a quegl'infelici dovevano accordarsi le immunità maggiori, che la misera loro condizione richiedeva. Belligeranti, in senso proprio, sono gli stati, e non gl'individui; e oltrechè la qualità di belligerante non dura più di quanto bisogna per giungere alla pace, fiaccando la volontà dell'avversario, gl'individui cessano di essere stromenti nella contesa dal momento medesimo che lo stato di loro salute li rende innocui. Una differenza vi ha pure tra gli uni e gli altri in questo, che il dovere di umanità estende la protezione dei feriti e malati nel campo stesso nemico, in cui essi fossero, anche prima che siansi arresi come prigionieri. È in questo senso, che la citata convenzione obbliga i belligeranti a rispettare e proteggere egualmente e tutto il materiale e i convogli sanitari con le persone addette ai loro servizi, e le ambulanze e gli ospedali militari, fino a che vi siano malati e feriti e che manchi la custodia di una forza militare (art. 1, 2, 3, 5).

La convenzione ginevrina, figlia di quei sentimenti e di quel moto, che condussero in breve alla fondazione della società della Croce rossa e de' suoi comitati, internazionale sedente a Ginevra, nazionali nei singoli stati inciviliti, per quanto sotto vari riguardi tuttora imperfetta, rappresenta pur sempre uno dei maggiori, forse il più grande sforzo per diminuire gli orrori della guerra. L'inviolabilità attribuita ai malati e feriti e a ogni ogni persona o cosa legittimamente destinata al loro servizio sanitario, sembra fare il paio con le regole generose della cavalleria nelle tenzoni singolari. Or chi non vorrebbe augurare alla famiglia delle nazioni, che, come a prevenire i duelli sono giustamente reputati efficacissimi i tribunali d'onore, ancorchè poi alla legge penale non appartenga di prescriverne il giudizio, così parimenti, svolgendosi la salutare influenza della procedura cavalleresca nei conflitti delle nazioni, abbiano quest'ultimi a subordinarsi, in ogni caso e sempre, al previo assentimento di un arbitrato? Sarà questo il progresso più ardito e magnifico, che onorerà l'umana schiatta. Intanto però giova rattenere le pericolose impazienze e figgere addentro lo sguardo in una più modesta cerchia. Senza disperare di un futuro di tanto migliore del presente, oppure fidare troppo nella virtù del timore davanti

al cataclisma in cui verrebbe inevitabilmente travolta la società moderna, fanno opera savia frattanto coloro, che intendono a chiarire e fissare le leggi direttive e limitatrici della condotta della guerra, e a colmare le lacune dei costumi e delle leggi o convenzioni esistenti, correggendole dove occorra.

Sotto l'ispirazione di questi e somiglianti pensieri, vennero alla luce, da alcuni anni in qua, studi, discussioni, proposte e opere importanti. Tra essi meritano particolare menzione, oltre le " Istruzioni americane per il governo delle armate federali in campagna ", che di un solo anno precedettero la convenzione ginevrina, il progetto di una " convenzione internazionale concernente le leggi e i costumi della guerra " elaborato per ordine dello czar Alessandro II e che, approvato con modificazioni dalla conferenza di Bruxelles nel 1874, disgraziatamente non venne in seguito ratificato dalle potenze, nonchè l'opera pur collettiva, ma privata del " Manuale delle leggi della guerra terrestre ", compilato nel seno dell'Istituto di diritto internazionale, che lo votò nella sua riunione di Oxford nel 1880. Al quale novero sia lecito aggiungere il saggio di un regolamento completo, con ammirabile concisione e chiarezza raccolto in 93 articoli da Geffcken, e pubblicato nel tomo XXVI, p. 586-604 della *Revue de droit international* di Bruxelles del 1894. Il prudentissimo editore del celebre trattato di Heffter vi ha a bella posta intralasciate le regole desiderabili per garantire l'immunità della proprietà privata nemica in mare, ben persuaso com'egli è, che nelle presenti circostanze non avrebbero molta probabilità di essere accettate.

Poco innanzi che quest'ultimo scritto venisse fuori, un altro valoroso, il filantropo, che, presidente del comitato internazionale della Croce rossa, a buon titolo può dirsene il padre, Gustavo Moynier di Ginevra, aveva concepito il divisamento di provocare un accordo fra gli stati soscrittori e aderenti alla convenzione ginevrina del 1864, per dare alla medesima una *sanzione penale* intesa a garantire l'esecuzione deplorevolmente negletta de' suoi provvedimenti per la protezione dei feriti e malati in guerra.

L'esame di questo notevole tentativo e dell'esito che ottenne presso i dotti dell'Istituto di diritto internazionale congregati a Cambridge nell'agosto del 1895, è grandemente atto a istruire.

Il patto ginevrino del 1864, e le società di soccorso costituitesi col simbolo eccelso della croce rossa in campo bianco, traggono la loro origine dal sentimento di commiserazione salito in grande autorità nell'evo nostro. Figlio a sua volta di tante e tante cause, onde si è venuto a ingentilire il costume, questo sentimento si ricongiunge in precipua misura a quel domma cristiano dell'uguaglianza e fratellanza morale, che consacrato insiem con quello della legalità primamente come *bills of rights* nella costituzione dello stato di Virginia del 12 giugno 1776, e indi in sei altre americane tutte anteriori alla francese *déclaration des droits de l'homme et du citoyen,* passò in quest'ultima il 26 agosto 1789 per propagarsi più tardi nella maggior parte delle costituzioni dell'Europa continentale. Il diritto di natura e delle genti erasi, per tale maniera, rinnovellato secondo lo spirito classico arditamente generalizzatore e semplificatore. Or vengano pure i metodi positivi a chiarirne la insufficienza o anche la inconsistenza teorica e pratica. Nei grandi come nei piccoli particolari, le varietà indefinite della coltura e dei bisogni individuali e sociali presso i diversi popoli, non si rilevano dall'indistinto piano in cui più o meno da lunge si scorgono, se non col mezzo d'indagini pazienti, indefesse e ognora suscettibili di emendamenti. L'essenziale è oramai divenuto un patrimonio non meno della scienza che della morale applicata, ed egli è la coscienza di diritti e doveri, che sussistono nonostante l'imperversare della tempesta bellica, nonostante il furore della mischia quando più semina le sue stragi.

Se non che la coscienza dei doveri umanitari, ancorchè molto diffusa, non sempre basta da sola a imprimere ai fatti quel moto, dal quale soltanto essa potrebbe ricevere piena sodisfazione. Solleciti bensì a manifestare la propria simpatia per la causa degl'infelici che la violenza dell'armi ha ridotto innocui, gli stati legati alla convenzione di Ginevra parvero poi trascurati, indolenti, quanto al provvedere affinchè non rimanesse sterile sentimento. Impegno d'onore o giuridico che sia, essi lo hanno volontariamente e con vero slancio assunto, e serio dovevano averlo reputato, come seria ha sempre da essere ogni promessa di tal natura per parte degli stati.

Per verità, ben difficile, a quanti vi avessero riflettuto, bisognava che apparisse un'azione corrispondente al rapido, ge-

neroso, straordinario commuoversi della pubblica opinione in favore dei feriti e malati in guerra. Dei governi impegnati, pochi si diedero qualche cura nei propri ordinamenti militari, i più nessuna o giù di lì. Naturalmente, ne vennero errori molti sui propri diritti e doveri, ne vennero anche accuse reciproche intorno alla condotta respettiva, mentre la stessa deficienza o imperfezione dei provvedimenti fa pur mancare il modo di accertare errori e torti, dove ce ne fossero.

Giustamente geloso dei meriti e benefizi altissimi, onde va tanto esaltato il patto di Ginevra, l'ottimo Moynier si è addolorato dinanzi all'inatteso spettacolo di una trascuranza così grande e rattristante davvero. Il patto non è certamente perfetto. Le immunità ch'esso accorda ai feriti e malati in guerra, le qualifica inesattamente di *neutralità;* anzi, le stabilisce solo per la guerra terrestre, onde il 28 ottobre 1868 furono proposti, pure a Ginevra, articoli addizionali per estenderle anche a quella marittima, nonchè per chiarire il senso di alcune disposizioni del patto medesimo, articoli, peraltro, rimasti tuttora allo stato di semplice progetto. Ma lacuna ancora più deplorevole, che viemeglio rende manifesta e urgente la necessità di rivedere il patto, esso non ha neppur saputo prevedere l'importanza, cui d'un tratto doveva salire la istituzione, già nata nel 1863, della Croce rossa; le cui libere associazioni si sono propagate con ammirabile emulazione nei paesi inciviliti, sotto ordinamenti e con mezzi tali da promettere, esse da sole, quel sicuro, pronto e delicato servizio di soccorsi, che il numero ingente dei feriti nelle guerre odierne richiede in grado sempre maggiore. Per buona sorte, i governi non ebbero bisogno di attendere impulso e norma da un patto internazionale. Tanto di per sè grande e meravigliosa era ed è l'opera della Croce rossa, che il loro zelo non poteva mancare; ed essi l'hanno raccomandata e sostenuta infatti con la loro autorità, con la loro materiale assistenza, facendovi per conto proprio un assegnamento ben naturale, che li dispensa dal prendere, in via diretta, altri provvedimenti.

Intanto le imperfezioni sussistono in quel documento diplomatico, e una revisione che vi ripari, rimane tuttora un desiderio. Ora a codeste si è venuta aggiungendo quell'altra, donde trarrebbe origine l'incuria, come sopra lamentata, di por mano alle disposizioni della convenzione ginevrina per assicurarle

effettiva esecuzione. Nel periodo di tempo corso dalla data della sua stipulazione nulla o quasi nulla essendosi a tal fine provveduto dai singoli sottoscrittori, fa mestieri ormai che questi vengano eccitati a compiere il dover loro. Gustavo Moynier, incoraggiato da uomini eminenti, ha preso sopra di sè questo ufficio, invocando alla propria iniziativa il patrocinio dell'Istituto di diritto internazionale, di cui egli è un grande ornamento. Di tanti difetti, il maggiore o il meno tollerabile è, a suo avviso, la mancanza di una garanzia esecutiva per i casi di violazione della convenzione. Il perchè, attese le difficoltà e lentezze, che in pratica aumenterebbero di certo ove si riunisse questo provvedimento agli altri in una revisione generale, ha risoluto di spingerlo innanzi senz'altro da solo, come provvedimento che non ammette ulteriori indugi.

La proposta di Moynier si riassume in un disegno di convenzione complementare, preceduto dai motivi e formulato in otto articoli, sotto il titolo di " Considérations sur la sanction pénale à donner à la convention de Genève „ (Lausanne, 1893, pp. 33).

Si tratta dunque di un provvedimento di carattere penale. Perchè non altresì di altra natura, per esempio, amministrativo militare o anche civile? In fondo, oltrechè già quando si discuteva la convenzione, se di una sanzione penale non vi si è fatto cenno, l'omissione erasi voluta solo perchè il cenno riusciva almeno superfluo al cospetto di quell'atto spontaneo e nobilissimo, la inclinazione ai dì nostri prevalente nella scelta degli istituti giuridici e politici portava a preferire quelli propri del magistero punitivo. Il che segnatamente accade allora, che trovisi in bisogno, non tanto un diritto positivo e storicamente fondato, quanto piuttosto un principio, principio morale e razionale, sia pure d'incomparabile grandezza, com'è, nel presente caso, quello dell'umanità. D'altronde, poichè le solenni dichiarazioni di Ginevra obbligano, se non direttamenle gl'individui, gli stati di certo, così questi, ove non l'abbiano peranco fatto, debbono affrettarsi a emanare leggi, che obblighino costoro, onde, avvenendo che alle medesime contravvengano, i contravventori cadano inesorabilmente sotto le penalità incorse.

Partendo da questi concetti, il disegno di Moynier comprende, anzitutto l'obbligo per gli stati stipulanti di emanare

una legge punitiva estesa a tutte quante le possibili infrazioni alla convenzione del 1864, nonchè l'obbligo di notificare le leggi e loro modificazioni all'ufficio internazionale di pubblicità da crearsi per i trattati internazionali, e anzi, secondo la formula definitiva del progetto presentato all'Istituto, e da questo adottata su tal punto nella sessione di Cambdridge, al consiglio federale svizzero, che dalla convenzione ginevrina è già incaricato di ricevere le accessioni alla medesima. In secondo luogo, affine di ottenere ogni garanzia d'imparzialità nel giudizio degli imputati, il disegno, poco e quasi punto fiducioso nell'abnegazione degli stati allorquando debba giudicarsi della condotta dei propri funzionari e di loro medesimi, s'inalza nientemeno che al concetto di un tribunale arbitrale. Così, non solamente si costringerebbero gli stati per via internazionale a introdurre le sanzioni penali; ma li si assoggetterebbero a una giurisdizione, per la condotta de' propri sudditi e per la propria non meno, la cui origine consensuale niente varrebbe a toglierle il carattere supernazionale, che inevitabilmente inchiudesi in ogni parte di sovranità riguardata in atto di fronte al consorzio degli stati.

Tale il sistema ideato dal valentuomo, e accolto pure da Engelhardt secondo relatore per la proposta dinanzi all'Istituto. Del medesimo si è da taluno creduto di trovare un indizio precursore nell'art. 84 del su citato " Manuale delle leggi della guerra „, ma a torto. In quella disposizione è prescritto, infatti, che i violatori di queste leggi vadano soggetti ai castighi minacciati; ma non è poi detto che la minaccia debba stabilirsi in leggi o con sanzioni internazionali, sibbene vi si parla soltanto di " châtiments spécifiés dans la loi pénale „. Evidentemente vi s'intende la legge nazionale, come risulta esplicitamente chiarito, sia dal carattere del " Manuale „ stesso, di offrirsi semplicemente quale " base per una legislazione nazionale „, e non già come " un trattato internazionale „, sia ancora dalla dichiarazione più speciale al citato art. 84, secondo cui i colpevoli " doivent être punis, après jugement contradictoire, par celui des belligérants au pouvoir duquel ils se trouvent „ (*Annuaire de l'Institut de droit international*, 1881-82, Bruxelles 1882, p. 158 e p. 174). Il principio della sovranità, territoriale o nazionale che dir si voglia, non poteva essere più aperta-

mente conservato intatto rispetto alla potestà legislativa. Naturalmente, *a fortiori* esso rimane inviolato e intero parimenti quanto alla potestà giudiziaria, l'esercizio della quale presupporrebbe del resto, se di giustizia internazionale fosse caso, una legge o convenzione pure internazionale.

Or dunque un precedente non si potrebbe scorgere in codesto documento. Si cercherebbe forse, con migliore fortuna, in altre proposte serie di pubblicisti singoli o anche collettive? Non par probabile, e quindi ancor meno è da sperare che si trovi in alcun atto diplomatico. Sinora la sovranità è una nozione di puro diritto interno, e altrimenti non è possibile che sia mai per divenire. Il diritto positivo si ricollega indissolubilmente allo stato. Un diritto umanitario non sarebbe tuttavia, per ciò solo, una semplice chimera, un assurdo; ma appunto, se ed in quanto si costituisse, esso distruggerebbe addirittura la sovranità degli stati. Resta il concetto di federazione, che è il solo applicabile a una famiglia di stati sovrani, i quali per il comun bene si spogliassero di una parte della propria sovranità creandone una federale a tutti superiore. Più in là non è possibile di giungere in un ordinamento giuridico; e la impossibilità deriva da ciò, che gli stati, a differenza degli individui, o sono sovrani, o non appartengono più al novero delle personalità del diritto delle genti. Per gl' individui, la qualità di sudditi non è incompatibile con quella di persone capaci di diritto; per gli stati, la qualità di sudditi è contradittoria intrinsecamente. Quanto al caso di una costituzione federativa, è chiaro che la sovranità o il solo suo esercizio non vi sono che delegati.

La proposta Moynier non si direbbe concepita in base a una retta distinzione. La sovranità degli stati nei vari riguardi, e nel diritto penale in ispecie, è bene una dottrina, ma al pubblicista ginevrino non par fondata in una verità inconcussa, su di un assioma giuridico. Niente impedisce quindi, che, maturati com'ei li crede ora i tempi, altra cosa possa sostituirla, senza che per ciò il meccanismo sociale abbia a correre pericolo. Tanti cangiamenti sono accaduti e accadono nel mondo, come mai resterebbe inflessibile quella sola dottrina? E, a dir vero, non differente sembra che sia stato il punto di vista, dal quale si sono collocati in generale coloro, che a Cambridge presero

parte alle discussioni della di lui proposta nel seno dell'Istituto di diritto internazionale. A qual titolo mai si dovrebbe, allora, rinunciare a dar sanzione penale a impegni divenuti legge per la volontà stessa delle nazioni contraenti? All'infuori dei principii, non vi sono che semplici considerazioni di opportunità e di prudenza pratica; sempre è necessario infatti di procedere soltanto per gradi. La convenzione ginevrina è un testo di legge precisa e formalmente accettata; difficilmente il progresso potrebbe giungere oltre; non più semplici costumanze, tradizioni od usi più o meno vaghi e contestabili; il terreno sicuro e ben determinato ne' suoi confini, quale abbisogna per la costituzione di un tribunale internazionale, non manca più.

A questo modo di ragionare, non una parola di opposizione o di dubbio per parte dei dotti congregati di Cambridge; le loro divergenze si sono limitate a questioni d'ordine puramente pratico. Ed è stato un effetto di ciò, se nel risolvere le medesime l'Istituto fu poi tratto a conclusioni per avventura saviamente moderate, come si conviene infatti a un tale punto di vista. Comunque sia, della proposta primitiva di una legge internazionale e di un tribunale egualmente internazionale più nulla vi è in fine rimasto.

Or senza entrare qui in una troppo lunga discussione, è lecito dubitare assai se, trattandosi di un principio umanitario o di pietà, possano gli stati, senza perdere in tutto o in parte la propria sovranità, provocare una dichiarazione d'incapacità ad esercitare da sè il proprio ufficio repressivo, e delegarlo quindi a un'autorità federativa di origine convenzionale? Già da sola l'ipotesi della incapacità implica il difetto di una condizione essenziale alla personalità giuridico-politica dello stato: vi è dunque *contradictio in adiecto*. Un unico argomento potrebbe addursi a sostegno di codesta delegazione, ed è questo: che di fronte a un diritto, il quale avvince gli stati in un vincolo comune a tutti loro, manca necessariamente in essi l'attitudine a esercitare la sovranità, sia giudiziaria soltanto, o anche legislativa, perchè gli atti loro nei rapporti giuridici internazionali sono o possono essere sospetti di parzialità. Tale appunto è l'argomento fatto valere da Gustavo Moynier, ma esso non regge all'esame.

Di quanti mai usi, costumi, patti e diritti interni degli

stati in tema di relazioni giuridiche internazionali, appartengano esse, queste relazioni, al diritto privato o al pubblico, all'amministrativo o al penale, non pure i legislatori, ma i giudici stessi, non sono legislatori, non sono giudici nazionali? Per lo stesso giudizio delle prede marittime ancora non esistono quelli internazionali. E tuttavia se, come anche l'Istituto di diritto internazionale ha proposto per il giudizio medesimo, riusciremo qui ad avere arbitri d'origine neutrale, o almeno mista con preponderanza neutrale, codesta non sarà una delegazione fondata in una presunzione arbitraria d'incapacità e di parzialità, ma sibbene giustificata dalla *natura* stessa della relazione donde nasce la controversia da risolversi. Nel giudizio delle prede belliche si contende per un *interesse giuridico* tra il privato e il belligerante, il quale ultimo avendo operato la cattura, deve, quale giudice necessariamente sospetto, ritenersi incompatibile. Affermare, invece, che siansi commesse infrazioni alla convenzione ginevrina o a un altro patto d'indole umanitaria consimile, e che l'imputato ne sia colpevole, infliggendogli poi, in caso affermativo, la pena dovuta, questo giudizio non implica un preciso *interesse giuridico* dello stato, da parte dei sudditi del quale, siano pur questi suoi funzionari, e anzi d'ordine elevato, sarebbesi perpetrata la violazione. L'interesse della commiserazione per i feriti e i malati, a qualunque delle parti belligeranti appartengano, è un interesse umanitario, e perciò troppo superiore a quelli determinabili nella cerchia positiva del diritto, perchè le norme stesse del diritto possano davvero convenirgli.

Allorquando le autorità militari, che già per la natura dei propri gelosi uffici sono tutt'altro che inchinevoli ad adattarsi alle incomode prescrizioni del patto ginevrino, durante il combattimento procedono verso di queste senza sufficienti riguardi e cautele, la mala fede appare un'ipotesi inammessibile, la trascuranza un'ipotesi, se avvalorata da indizi, difficilissima da provarsi. Ma, ritenuto pure che fosse dimostrata la colpa di quelle autorità, il *diritto* di farne il rimprovero a titolo di delitto positivo, e di fondarvi l'applicazione di una pena, resta ancora da dimostrarsi, perocchè non basta allegare l'obbligo convenzionale degli stati per esimersi questi dal debito di giustificare quel preteso diritto. Una convenzione fra stati, che

obblighi *direttamente* i sudditi, sarebbe una singolarità. Ognorachè gli stati abbiano impartiti ai propri funzionari o sudditi in generale gli ordini e le istruzioni opportune, e, ove questi vengano trasgrediti, abbiano provveduto a richiamare costoro all'adempimento de' loro doveri e abbiano loro applicato le sanzioni penali incorse, niente più rimane da pretendersi in nome del patto che a tutto ciò obbligasse gli stati contraenti. Estendere il patto a maggiori obbligazioni trarrebbe di necessità alla creazione di un rapporto federativo, che implicherebbe, come s'è visto, la presunzione d'incapacità o parzialità nell'esercizio di funzioni *proprie* della sovranità e *inalienabili*, presunzione contradittoria per ciò, se già non fosse gratuita e insostenibile, quante volte lo stato non giudichi veramente della causa propria, ma di quella piuttosto dell'umanità, com'è nel caso presente.

La preda bellica è un diritto o un abuso di potere, e ricade sempre a danno di un terzo, al quale, se vi fu abuso, spetta un positivo diritto alla riparazione del torto recatogli: di questo torto non può evidentemente essere giudice lo stato catturante. Basta, invece, e sarebbe in verità strano che non avesse a bastare, la sovranità giudiziaria dello stato nelle cui acque territoriali fu sorpresa la nave negriera, o anche di un altro stato diverso, per giudicare e punire i colpevoli del delitto di tratta, come pure, nei casi di pirateria, per perseguitare e punire i pirati. E se pur a tanto sono reputati sufficienti i poteri sovrani degli stati, non si vede perchè mai debba, a riguardo delle infrazioni alla convenzione sui feriti e malati in guerra, richiedersi altrimenti la delegazione del potere giudiziario a un tribunale inter- o, meglio, supernazionale. La pirateria e la tratta, oltrechè offendere diritti nazionali, interessano pure, per i bisogni speciali della repressione, il diritto delle genti, l'umanità. Ma qui l'umanità vien posta in causa senza necessità di una lotta di due belligeranti, e nondimeno quel tribunale estranazionale non s'è mai richiesto per la punizione. Trattandosi poi della umanità verso i feriti nella lotta fra due belligeranti, manca anche più manifestamente il fatto arbitrario e *principale* di un solo; la lesione che si produce, avverasi quindi per modo incidente o conseguenziale soltanto; onde la cura di perseguitarne e punirne l'autore rientra tutta quanta nella sovranità principale o nazionale.

Gli è delle delegazioni convenzionali della sovranità, in un certo senso, come dei plebisciti. Quelle, come questi, esprimono un *sentimento:* sentimento rispettabile, anzi, se vuolsi, generalmente molto nobile ed elevato, qual è appunto quello della fratellanza, della carità o della commiserazione per gl'infelici feriti e malati nelle battaglie; ma non esprimono altresì necessariamente un *diritto.* Il plebiscito, che applicato al giure internazionale implicherebbe l'assurdo di un diritto, anzi del massimo diritto di sovranità, cioè quello di modificare i componenti dello stato, che sono il territorio e il popolo, diritto accordato alle frazioni dello stato, e può invece unicamente spettare all'intero, il plebiscito ben può tuttavia acquistare nella politica nazionale, e forse nella stessa politica internazionale, un carattere simpatico, che può rendervelo accetto. Anche le delegazioni di sovranità, assurde sempre che vi faccia difetto quell'unico motivo giustificatore, che è l'insufficienza, incapacità o parzialità degli stati a compiere da sè il proprio ufficio, allorchè invece tale motivo esista, ben si comprendono e coonestano nel diritto internazionale. Qui il disporre di sè è, o non è, diritto secondo che la natura del rapporto inchiuda, o no, la necessità di rimediare a tale difetto; là il voto popolare va pregiato soltanto se contenuto nella cerchia della politica, nazionale o internazionale.

Conchiudendo insomma, alla insufficienza degli stati singoli in argomento di vero diritto supplisca pure un anfizionato a base consensuale; ma questa base non varrebbe più a reggere un sindacato giuridico, dove l'interesse, per quanto sia umanitario, giuridico di sua natura non è, nè mai la nozione di sovranità tollererebbe che fosse. Il caso della convenzione di Ginevra appartiene a questa seconda ipotesi. Per essa i sottoscrittori hanno assunto l'impegno di provvedere, in una ragionevole misura, s'intende, a rendere immuni nella guerra i feriti e malati, le persone e le cose addette al loro servizio sanitario. Ma tale impegno non implica affatto una sanzione penale internazionale, che in questo tema contradirebbe alla nozione di sovranità. L'umanità, il sentimento umanitario, è un principio astratto, non mai un cessionario possibile, a favore del quale gli stati abbiano modo di rinunziare o delegare una parte della propria sovranità. Il patto ginevrino estende gli obblighi della

sovranità nazionale, non diminuisce, per una pretesa ingerenza legislativa e giudiziaria superiore, questa medesima sovranità. Le trascuranze da parte degli stati a dar opera efficace per adempiere il patto, provochino pure le doglianze degli uomini di cuore, e queste trascinino pure con sè la pubblica opinione: ciò è quanto di meglio può desiderarsi e, avverato che sia, non vi sarà più da temere che quelle si ripeteranno in avvenire. Tutt'al più, i pubblicisti e i filantropi, come sono riusciti a creare quell'ammirabile istituzione della Croce rossa, che dovunque risponde sempre a un tipo comune, pur svolgendosi diversamente a norma delle circostanze diverse nei vari paesi, promuovano e favoriscano quanto meglio potranno la formazione di una legge tipica, per servire di guida, possibilmente uniforme, nei provvedimenti nazionali da prendersi. Sarà molto, e nondimeno poco ancora, perchè l'azione legislativa sta notevolmente al disotto di quella amministrativa e preventiva.

In ultima analisi, una giurisdizione internazionale presume l'indegnità degli stati, li presume capaci di venir meno a un dovere semplicemente umanitario, benchè da loro medesimi contratto spontaneamente, come suolsi in condizioni di pace e amicizia. Presunzione odiosa, per quanto sia resa seria dai precedenti, mentre che quello che importa davvero, sarebbe di spingere gli obbligati a fare in modo, da non essere colti mai alla sprovvista dallo scoppio di una guerra, affinchè dell'impegno da essi assunto non abbia a dirsi poi, come da taluno fu sostenuto, che si riduce a una semplice manifestazione di plauso ai sentimenti umanitari, di cui fa prova la convenzione di Ginevra. Sono ordini, istruzioni da impartire, mezzi da mettere a disposizione delle autorità militari, sono minacce di sanzioni per ottenere l'esecuzione: questo e altro richiede tempo, richiede una certa stabilità di discipline, che soltanto una certa educazione potrebbe dare, e che durante la guerra, o poco prima, non si potrebbe.

Codeste e somiglianti considerazioni bene indussero l'Istituto di diritto internazionale al maggiore riserbo, com'è, del resto, suo costume e suo speciale vanto. Ammessa l'idea della convenzione complementare recante l'obbligo per i sottoscrittori di " elaborare una legge penale comprensiva di tutte le infrazioni possibili „ a quella di Ginevra (art. 1), e di notificare entro tre

anni, per via diplomatica, al consiglio federale svizzero, tali leggi e le successive modificazioni (art. 2), l'Istituto ha deliberato di accordare allo stato belligerante che si lagni di qualche violazione della convenzione ginevrina per opera di appartenenti dell'altro stato belligerante, " il diritto di domandare, con l'interposizione di uno stato neutro, che sia fatta una inchiesta. Lo stato chiamato in giudizio è obbligato di fare l'inchiesta col mezzo delle proprie autorità, di parteciparne l'esito allo stato neutro, che ha servito come intermediario, e di provocare, ove occorra, la punizione dei colpevoli in conformità delle leggi penali „ (art. 3). Questa la sostanza della convenzione complementare votata a Cambridge, e davvero sembra assai: perchè impegni maggiori non solo sarebbero stati inopportuni praticamente, ma inoltre eccessivi sotto l'aspetto dei principii razionali che governano la sovranità. In garanzia della inviolabilità stessa dei diplomatici una obbligazione convenzionale fra gli stati per prevenirne le violazioni, non fu mai creduta necessaria, rimettendosene piuttosto ai costumi, e questi hanno bastato e bastano tuttora insieme con le leggi e i giudici nazionali, che pur bastano nella tanto gelosa materia della estradizione, in materia di delitti commessi all'estero contro la sicurezza dello stato o contro altri importanti beni giuridici aventi attinenza con lo stato, e via dicendo, nonchè, come s'è già ricordato, in tema di pirateria e di tratta.

Tutti gli esempi che potrebbero dunque invocarsi, insegnano a rispettare la legislazione e la giustizia nazionale, nessuno a introdurre un nuovo diritto, che sarebbe veramente eccezionale in odio agli stati. E veggasi: tanta è la forza delle cose, che anche la proposta Moynier offriva già alcuni punti pieni di circospezione, punti che fanno presentire il senso della prudenza e moderazione nel proponente. Ma ei sono sforzi vani, perchè spesi in argomenti secondari, dove invece il concetto fondamentale vi era sbagliato. Giova tuttavia il ricordarli. Presentasi dapprima la libertà lasciata agli stati stipulanti di designare le istituzioni giudiziarie neutre superiori, cui dovrà competere, al rompersi di una guerra, l'ufficio di arbitri inappellabili nelle proprie controversie concernenti le infrazioni alla convenzione di Ginevra. Segue poi la distinzione fra i prigionieri di guerra e gli altri imputati, perocchè la giurisdizione neutrale è, per i

primi, ammessa soltanto come seconda istanza, e anche allora sol dietro richiesta del governo interessato, mentre in primo grado i giudici nazionali del belligerante rimangono. La proposta circoscrive, in fine, ogni giudizio arbitrale o neutro ai soli verdetti di colpabilità, chiamando di nuovo in ufficio il tribunale nazionale, quante volte, affermata la colpabilità, si tratti di applicare la pena, e persino rinunziando addirittura ad applicarla nei casi, in cui la responsabilità risalga a un funzionario d'ordine superiore e, perciò, non sia da attendersene un utile rinvio dinanzi al suo giudice nazionale; in tali casi la condanna rimarrebbe efficace per la sola eloquenza della giustizia del suo verdetto, come designazione del colpevole all'obbrobrio pubblico.

Senza discutere tutti questi temperamenti, non sarà tuttavia superfluo rilevare il ripetuto, benchè diverso, dualismo della giurisdizione, e particolarmente quello che più stride per la differenza di trattamento fra i semplici privati o anche funzionari bassi, e d'altro canto i funzionari superiori. La confessione d'impotenza del sistema giudiziario proposto non potrebbe essere più manifesta e più significativa. A chi ci rifletta alquanto per ricollegarne la spiegazione con le cause efficienti, apparirà chiaro, come il sistema stesso fallisca per tal modo là dove la sua virtù meglio dovrebbe dimostrarsi, cioè di fronte precisamente a codesti governi trascurati, nella cui condotta riprovevole sta infatti riposta l'origine stessa del progetto Moynier. E se quel pubblico marchio di vitupero tiene luogo di pena, se anzi è la sola pena che agli alti funzionari si addica, non v'è egli da inferirne appunto, che qui veramente si sostituirebbe a un atto di vera giurisdizione un semplice giudizio morale, pari in tutto a quello che può pronunciare e pronuncia la pubblica opinione, sicchè del giudice morale medesimo ragion voglia che ci teniamo paghi senza domandare altro?

In ogni cosa nuova, anche buona, moderare lo zelo costituisce sempre una difficoltà. La linea, ideale o positiva che si voglia, col mezzo della quale debbano tenersi separati gli sforzi diretti a incivilire la guerra senza impugnare di questa il principio, somiglia al taglio netto fra la verità e l'errore, e non si trova; ciò che troviamo è una linea in qualche grado approssimativa, e nulla più. Il divieto, stipulato a Pietroburgo nel 1868, di

usare proiettili esplosivi di un peso inferiore ai 400 grammi, a parecchi è parso già passare il segno, e non tutti costoro sono neppure di quelli che invocano la barbarie della guerra per rendere la guerra più presto intollerabile per le genti progredite.

L' esperienza insegna a misurare egualmente la propria fiducia, tanto agli uomini rapiti nella contemplazione dell'ideale, quanto a quelli che non sollevano da terra i propri occhi. Si è in tal senso, che deve recar meraviglia a un modo stesso, sia l'aspirazione a tradur oggi in atto un'umanità giuridica consacrata dalla legislazione e dalla giustizia inter- o supernazionali, sia la repugnanza ai mezzi modesti, e pur potenti, della carità e della pietà, cui già sin d'ora il diritto odierno non nega un posto capace di sodisfare alti sentimenti. In questo senso operasi più e meglio per il fine stesso, quanto più e meglio si usufruiscano i mezzi e gl'istituti esistenti, e, nel presente caso della convenzione di Ginevra, si usufruisca l'influenza benefica della Croce rossa, oltre quella pur molto importante, che possono esercitare le autorità militari. L'uno e l'altro concetto ebbero valenti fautori nel seno dell'Istituto riunito a Cambridge, e sono entrambi savi e prudenti concetti. Di essi, però, un solo riuscì a farsi accogliere, e neppure nel contesto della convenzione complementare come sopra adottata dall'Istituto, ma solamente in qualità di *voto* dal medesimo emesso. Il voto, proposto dal valente professore F. de Martens di Pietroburgo, fu da lui medesimo così formulato:

" Afin de donner à l'État belligérant dont les ressortissants " sont accusés d'avoir violé la convention de Genève, tous les " moyens de prouver son impartialité et la non-culpabilité des " accusés, l'Institut de droit international émet le vœu que " les puissances signataires de la convention de Genève re- " connaissent l'existence et l'autorité d'un comité international " de la Croix-Rouge, dont les membres pourraient, sur la de- " mande de l'État belligérant accusé, être délégués par celui-ci " afin de prendre part à une enquête sur le théâtre de la guerre, " sous les auspices des autorités nationales compétentes ".

Quanta riservatezza anche in questo voto, quale accurato studio di scansare del pari i disegni ambiziosi e le confessioni d'impotenza! L'intervento della benemeritissima istituzione di

beneficenza per contribuire dal canto proprio al conseguimento di un giudizio sereno e imparziale, è naturalmente subordinato alla richiesta dello stato accusato, il cui onore è posto qui in gioco, appunto perchè servirebbe a tal fine di potente stimolo. Ma una volta ch'esso risolvasi alla richiesta, è giusto che spetti a lui medesimo la facoltà di delegare i membri del comitato internazionale della Croce rossa per fare l'istruttoria del processo. L'istruttoria poi sarà fatta col concorso delle autorità nazionali, perchè vane risulterebbero altrimenti le investigazioni, che le autorità medesime volessero impedire. Nè va dimenticato mai, che se è facile esporsi a un'inchiesta, della quale l'esito tornar debba evidentemente a discolpa dell'accusato che la provoca, assai scarsa fiducia può, nel caso contrario, aversi in un'istruttoria ben condotta. Presso le autorità militari, donde pure può tutto o quasi tutto dipendere in tali contingenze, noi lo vedemmo, la Croce rossa non gode molte simpatie, perocchè l'intervento di questa menoma a quelle la libertà e crea anzi impacci. Comunque sia, il merito maggiore del voto, di che si parla, sta nell'avere saputo resistere alla tentazione, che era nata sotto forma di proposta, di addossare al detto comitato internazionale le funzioni di giudice, funzioni, che cumulate con le sue proprie d'istituto di beneficenza, ne avrebbero alterato la natura. È già molto che i suoi membri possano dall'accusato essere delegati all'inchiesta imparziale; ma a pericoli seri verrebbe indubbiamente esposta l'umanitaria istituzione, se a cagione dei verdetti di condanna, ancorchè giustamente da lei pronunciati, il suo credito e prestigio dovessero offuscarsi e declinare.

Resta a ricordare come non abbia trovato grazia nell'Istituto la proposta di L. von Bar, dottissimo professore di Gottinga, secondo la quale, ritenuta la necessità di non urtare le suscettibilità nazionali e militari dello stato accusato e, in generale, di escludere intromissioni intollerabili per le potenze, i governi avrebbero dovuto obbligarsi “ a istituire, in caso di guerra, autorità militari speciali con incarico di vegliare all'osservanza della convenzione di Ginevra „. Il motivo è semplice: bastare a tal fine le autorità militari ordinarie; che se il fine fosse di fare senz'altro inchieste sul modo col quale viene applicata dalle proprie truppe la convenzione di Ginevra, le spe-

ciali funzioni inquirenti implicherebbero già *a priori* per il belligerante il sospetto di trasgressioni per parte delle truppe medesime, donde in quelle il difetto di senso pratico. Veramente i comandanti han già cure molte e difficili, le quali da sole assorbono tutta quanta la loro attenzione e operosità, e quindi non riescirebbe del tutto superflua, almeno sembra, la creazione di un'autorità speciale, quasi pubblico ministero, com' ebbe a qualificarla G. Rolin-Jaequemyns, quell'eminente pubblicista e uomo di stato cui l'Istituto deve la sua fondazione. L' unico obietto di qualche valore, si potrebbe forse desumere dal timore di introdurre un organo ingombrante per l'azione militare, azione cui non soverchiano mai i mezzi e le disposizioni per la propria rapidità ed energia. Questo è bene che venga qui osservato, perchè altri nella discussione di Cambridge si è lasciato trattenere dalla difficoltà di costituire la commissione allo scoppiare della guerra, mentre, se difficoltà vi sia da temersi, questa sorgerebbe piuttosto durante il fervore delle battaglie e non prima o nell'imminenza della guerra. Ma la perfezione non è degli uomini o delle cose loro, e in questo genere di provvedimenti nuovi l'esperienza sola potrà dimostrare la convenienza di questo o quell'istituto. Intanto però i governi darebbero prova della loro buona volontà, sulla quale in definitiva si deve pur sempre contare perchè la verità possa venire in luce.

Così i governi volessero por mano fin d'ora, ove già non l'avessero fatto, almeno a quelle disposizioni, che nel duplice intento, disciplinare e penale, valgano a garantire, in via normale e nella previsione di ogni guerra futura, l'esecuzione dei patti ginevrini! L'Italia nostra non è certo seconda in ciò a nessuna potenza, tanto col determinare chiaramente nel suo Regolamento del 26 novembre 1881 per il servizio dell'esercito in guerra, i doveri derivanti da quei patti, quanto col predisporre nel progetto del 1893 del nuovo codice penale militare le sanzioni per i casi di che nei patti medesimi. È pregio dell'opera fare menzione di quest'ultime, non solo come chiusa opportuna alla presente relazione, ma altresì quale saggio di ciò che uno stato può fare da sè antivenendo in tale punto ogni patto internazionale.

Nel terzo libro del progetto, che tratta del tempo di guerra e nel suo titolo secondo sui delitti in ispecie, un capitolo ap-

posito, il quinto, in cinque distinti articoli contempla e punisce ogni violazione di doveri verso persone inferme, ferite o morte sul campo di battaglia, e cioè: l'omessa assistenza ad infermi o feriti durante e dopo il combattimento; l'uso delle armi contro ambulanze, ospedali, convogli o navi-ospedali o contro il personale addettovi; lo spoglio d'infermi o feriti e la sottrazione di danari od oggetti di dosso alle loro persone, aggravando proporzionatamente la pena secondo che il fatto sia commesso con violenza, o il colpevole sia incaricato del trasporto dell'infermo o ferito, o ambedue queste circostanze concorrano insieme; l'arresto o la violenza contro persone addette al servizio sanitario; la violazione di cadaveri umani mutilandoli o commettendo sopra di essi atti di vilipendio, ovvero sottraendoli per intero o in parte; lo spoglio dei morti sul campo di battaglia. A codesto novero s'aggiunge una disposizione del quarto capo, che tratta dell'abuso delle armi negli strattagemmi di guerra e nelle prede belliche, la quale prevede e punisce il fatto del militare, che, fuori del caso di necessità, omette di provvedere ai modi necessari per tutelare dal bombardamento gli ospedali e i luoghi in cui siano riuniti infermi o feriti, quando essi non siano adoperati contemporaneamente a scopi militari, e siano distinti mediante segni visibili indicati all'assediante. Anche questa testuale disposizione risponde al voto della convenzione ginevrina, in quanto proclama quella immunità, ch'essa, e con lei il progetto, a torto denominano neutralità delle ambulanze e degli ospedali militari non guardati da forza militare. Di codesta protezione potendosi però abusare, una disposizione successiva minaccia adeguata pena a chiunque falsamente usa dei segni, che in occasione di bombardamento distinguono gli ospedali e i luoghi dove sono ricoverati infermi o feriti, oppure della bandiera parlamentare, o dei distintivi internazionali detti, come sopra, di neutralità.

Tutto il secondo titolo del terzo libro è degno veramente di grande encomio per la molta cura adoperatavi nel definire e punire i vari delitti commessi nello stato di guerra e le circostanze modificative della loro gravità. Oltre i capitoli IV e V citati, esso ne comprende pure uno sulla resistenza e la violenza all'autorità (I), un altro sulla busca e saccheggio (II), un terzo sull'abuso nelle requisizioni, contribuzioni e prestazioni

forzate (III), un altro intorno ai delitti dei prigionieri di guerra (VI), e un ultimo concernente i delitti verso i prigionieri di guerra (VII), che sono la violenza, il vilipendo, lo spoglio, l'evasione procurata.

Giunto al termine delle sue considerazioni su questo titolo dei delitti speciali nello stato di guerra, ha avuto bene ragione il relatore senator Costa sul progetto di codice militare, di compiacersi di cotali disposizioni sue e di sentirsene tratto " a far voti perchè il codice penale militare italiano, abbia il vanto della priorità nel comprendere queste disposizioni che fanno solenne testimonianza dell'alto grado della sua civiltà ".

Gli infortunii del lavoro (1)
(Appunti d'Igiene sociale);

Nota del Dott. LEONARDO COGNETTI DE MARTIIS.

L'infortunio del lavoro, tolto nel suo significato più ampio, è elemento biologico dell'esistenza, come del resto la morte stessa: è coefficiente della lotta per la vita. Quindi comparsa dell'infortunio fin dalle prime origini dell'umanità, e poscia il moltiplicarsi del fenomeno per l'uomo, troppo spesso vinto nella lotta combattente per strappare alla terra la materia ed elaborarsela a seconda dei suoi bisogni.

Riesce vertiginoso immaginare quale ammasso di vittime l'umanità ha dovuto sacrificare alle opere ciclopiche, onde essa ha nelle varie epoche affermata la propria grandezza. E non il solo sudore della fatica, ma anche il sangue delle vittime cementa i macigni soprapposti nelle mura dell'antichità remota o nelle piramidi d'Egitto, e stringe le spranghe dei ponti colossali attraversanti i fiumi e le lamiere delle corazzate poderose solcanti i mari: detriti di ossa umane commiste alla terra rattengono le sponde del canale di Suez, e pavimentano le gallerie squarciate dalla vaporiera trionfante.

Nella storia degli infortunii del lavoro, i quali sono tanta parte delle sciagure umane, si possono considerare tre periodi distinti.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Economia Politica della Università di Torino.

Il primo è quello della *barbarie*. Abbraccia tutto il passato fin quasi a mezzo il secolo volgente. Sul campo di battaglia del lavoro cadevano senza numero morti e feriti; ma l'umanità permaneva inconscia spettatrice del lugubre dramma.

Il secondo periodo è della *statistica*. È sorto da poco più di mezzo secolo. Venivano raccolti i casi d'infortunio, e dalle cifre spaventosamente crescenti esplodeva il grido d'allarme.

Il terzo è il periodo della *previdenza*, tutto contemporaneo, perchè non per anco decennale. Schiude la via alla *terapeutica sociale del lavoro*.

Al secolo morente non i soli progressi della scienza, ma le associazioni di mutuo soccorso, le casse di risparmio, le assicurazioni contro gli infortunii, i congressi per gli accidenti del lavoro, mezzi tutti atti a dare base solida alla previdenza, rimedii non fallaci alle sventure della fatica. Al secolo morente il merito grandissimo di aver levato alto il vessillo della previdenza, dietro cui ora l'umanità si accalca sulla via aprica del benessere sociale.

Alla 2ª Sessione del Congresso Internazionale degli accidenti del lavoro, tenutasi a Berna, dal 21 al 26 settembre 1891, l'ingegnere capo delle miniere francesi Sig. Ottavio Keller, in un rapporto sulle *condizioni di una statistica razionale degli accidenti del lavoro*, ebbe accuratamente a notare come la statistica degli accidenti comprenda tre ordini di idee:

1° i fatti;
2° le loro cause;
3° le loro conseguenze.

E aggiunse: " La statistica, che noi diciamo generale, dà il quadro dei fatti: la statistica tecnica e la statistica morale ricercano quali ne sono le cause nell'ordine materiale e in quello del pensiero; la statistica medica e la statistica di assicurazione esaminano le loro conseguenze, fisiche o finanziarie, dal punto di vista delle vittime „ (1).

Tra i risultati ottenuti con le diverse indagini statistiche sugli infortunii del lavoro ve ne sono che interessano l'igienista ed il demografo. Ho cercato raccoglierli in brevi appunti d'igiene sociale.

E primieramente è da considerare l'intensità del fenomeno *infortunio del lavoro*. Le cifre più copiose al riguardo si hanno

(1) *Congrès international des accidents du travail*. Berne, 1891, p. 195.

per l'Inghilterra, esposte nei rapporti degli ispettori capi delle fabbriche e officine (1). Avendo fatto lo spoglio di tale interessante pubblicazione per il quarantacinquennio 1849-1894, ho raccolto 307.373 infortunii, con 11.212 morti. In media 6.830.51 infortunii l'anno, e 249 morti.

In Germania durante il settennio 1886-1892 furono denunziati 1.174.531 infortunii, dei quali 226.372 con diritto ad indennità, e 22.985 morti. In media 32.353 infortunii gravi l'anno, e 4.602 morti (2).

In Austria durante il triennio 1890-92 vennero registrati 62.103 infortunii, dei quali 23.823 con diritto ad indennità, e 1.616 morti. In media 8.315 infortunii gravi l'anno, e 562 morti (3).

Per gli altri Stati i dati raccolti finora sono puramente frammentarii. Così per l'Italia nel triennio 1879-1881 si ebbe una media annuale di 8.800 infortunii con 700 morti e 350 inabilitati al lavoro (4).

Anche di alcune grandi città del Regno si hanno dati raccolti. Così a Milano nel 1884 si ebbero a causa di infortunii del lavoro 1267 operai invalidi temporaneamente, 80 invalidi permanenti, 43 morti (5). Per Torino si ha la seguente tabella:

	VITTIME DEGLI INFORTUNII DEL LAVORO	
Anni	morti	feriti
1884	5	102
1885	10	112
1886	14	175
1887	20	304
1888	32	205 (6)

(1) *Report of the chief inspector of factories and workshops.* London, 1849..... 1894.

(2) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 10, 23, 28.

(3) *Idem*, p. 81.

(4) Moisè Sinigaglia, *La responsabilità civile dei padroni per gli infortunii del lavoro.* Torino, 1885.

(5) *Gli infortunii del lavoro nel 1883-84 e la responsabilità degli imprenditori.* Milano, 1885.

(6) *Relazione sull'opera del patronato di soccorso per gli operai colpiti da infortunio sul lavoro nell'anno 1888.* Torino, 1889.

Prendendo di mira la mortalità causata dagli infortunii in diversi anni ed in varii Stati si ha la seguente tabella:

Proporzione dei morti negli accidenti del lavoro per 1000 assicurati

	1886	1887	1888	1889	1890	1891	1892	
Germania .	0.71	0.77	0.68	0.71	0.73	0.71	0.65	(1)
Austria . .					0.67	0.66	0.64	(2)
Italia . . .		1.35	0.76	0.98	0.97	0.75		(3)

Meglio però vale fermarsi sui dati inglesi, dai quali si ricava il diagramma della mortalità indicata per il lungo periodo 1850-1894. Si ha così l'andamento del fenomeno per circa mezzo secolo. Risulta da tale diagramma che nel 1867 la mortalità cominciò ad elevarsi, raggiungendo finora due massimi, nel 1877 e nel 1890.

Mentre la espressione *infortunio* escluderebbe qualsiasi regolarità nella produzione del fenomeno, pure le indagini statistiche fatte finora, sebbene incomplete, lasciano trasparire la costanza di alcune influenze.

Così la distribuzione degli infortunii nelle varie ore della giornata di lavoro non è retta dal solo caso. L'Ufficio imperiale delle Assicurazioni in Germania ha potuto compilare al riguardo la seguente tabella (4):

---

(1) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 12.

(2) *Idem,* p. 83.

(3) *Étude statistique des accidents du travail d'après les rapports officiels sur l'assurance obligatoire en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCII, p. 120.

(4) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 148.

Ore in cui avvennero gli infortunii	Proporzione p. 100
Dalle 24 alle 3	0.2
Dalle 3 alle 6	2.4
Dalle 6 alle 9	12.7
Dalle 9 alle 12	26.2
Dalle 12 alle 15	16.6
Dalle 15 alle 18	29.4
Dalle 18 alle 21	11.3
Dalle 21 alle 24	1.2

Il massimo degli infortunii risultante da tale tabella tra le ore 15 e le 18 di sera, quando cioè la giornata di lavoro è sul finire, indica che la stanchezza dell'operaio è coefficiente d'infortunio. E siffatta deduzione è confermata dalla distribuzione degli accidenti nei giorni della settimana, tra i quali il sabato coincide con la cifra massima proporzionale, come dalla seguente tabella, stata compilata dallo stesso Ufficio imperiale delle Assicurazioni in Germania (1):

Giorni in cui avvennero gli infortunii	Proporzione p. 100
Domenica	3.9
Lunedì	16.6
Martedì	16.3
Mercoledì	15.6
Giovedì	15.5
Venerdì	15.4
Sabato	16.7

(1) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, MDCCCXCIV, p. 147.

Altro coefficiente agli infortunii è dato dalle stagioni. Osservazioni, fatte al riguardo in Germania, farebbero assegnare il massimo degli infortunii al mese di dicembre ed il minimo a quello di maggio, come dalla seguente tabella (1):

Mesi nei quali avvennero gli infortunii	Proporzione p. 100
Gennaio	8.9
Febbraio	9.1
Marzo	7.5
Aprile	6.5
Maggio	6.3
Giugno	7.8
Luglio	9.3
Agosto	9.6
Settembre	9.4
Ottobre	7.7
Novembre	7.9
Dicembre	10.0

Ma i dati raccolti in Italia a Milano per gli infortunii occorsi durante l'anno 1884 nella capitale lombarda, fanno coincidere il massimo in giugno e il minimo in febbraio, come dalla seguente tabella (2):

(1) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 147.

(2) *Gli infortunii del lavoro nel 1883-1884.* Milano, 1885, p. VII.

Mesi in cui avvennero gli infortunii del 1884 a Milano	Numero degl'infortunii
Gennaio	65
Febbraio	41
Marzo	99
Aprile	104
Maggio	165
Giugno	145
Luglio	146
Agosto	122
Settembre	149
Ottobre	142
Novembre	126
Dicembre	86

Tale disparità di risultati accenna ad altre influenze ancora ignote controbilancianti o superanti quella delle stagioni: forse topografiche, forse etniche.

Anche l'età ed il sesso operano il loro influsso sulla produzione degli infortunii.

Circa l'età è interessante il crescere della mortalità negli infortunii parallelamente all'aumento degli anni delle vittime, come provano le cifre dedotte dalle mentovate relazioni degli ispettori capi delle fabbriche e officine in Inghilterra dal 1849 al 1894.

Periodo statistico 1849-94	Adulti	Giovani	Fanciulli
Infortunii.	171.619	114.465	21.289
Morti	8.607	2.216	389
Morti su 100 infortunii. .	5.01	1.93	1.82

Ma tralasciando la mortalità, cui certo è più esposto l'adulto, poichè a lui incombe lavoro più faticoso, e prendendo in esame il fenomeno infortunio nel suo complesso, si osserva il fatto che il crescere degli anni fa diminuire il rischio dell'infortunio, come traspare dai seguenti dati proporzionali su 1390 infortunii stati raccolti in Italia a Milano durante l'anno 1884 (1):

Età in cui avvennero gli infortunii	Proporzione p. 100
Da 5 a 10 anni	1.79
„ 11 a 15 „	15.32
„ 16 a 20 „	17.91
„ 21 a 25 „	12.66
„ 26 a 30 „	10.64
„ 31 a 35 „	8.27
„ 36 a 40 „	7.05
„ 41 a 45 „	8.20
„ 46 a 50 „	4.74
„ 51 a 55 „	3.88
„ 56 a 60 „	3.66
„ 61 a 65 „	2.08
„ 66 a 70 „	0.57
„ 71 a 75 „	0.50
„ 76 a 80 „	0.11
„ 81 a 85 „	0.07

(1) *Gli infortunii del lavoro nel 1883-1884.* Milano, 1885, p. VIII e IX.

Si ha una progressione crescente dai 5 ai 20 anni, e poi una progressione costantemente decrescente, interrotta solo da una lieve sosta con debole rialzo tra i 41 e 45 anni. Onde segue non potersi disconoscere nel carattere inerente ad ogni età l'esistenza di un elemento modificatore degli infortunii, nel senso che con il crescere dell'età in genere oltre la gioventù diminuisce la probabilità del disgraziato accidente sul lavoro.

Circa l'influenza esercitata dal sesso, preziosi dati si possono raccogliere nelle relazioni più volte mentovate degli ispettori capi delle fabbriche e officine in Inghilterra durante il quarantacinquennio statistico 1849-1894.

Su 230.094 infortunii occorsi nei maschi si ebbero 10.420 morti, cioè 4.52 %, e sopra 76.165 infortunii nelle femmine si deplorarono 792 morti, cioè 1.03 %. In Germania è stata trovata la seguente proporzione: su 100 vittime d'infortunii 78.3 uomini, 21.7 donne (1).

Ne segue più intensa la mortalità per il sesso maschile, adoperato in lavori di maggior forza e pericolo.

Costanza anche si verifica nei danni degli infortunii, nel senso che le regioni del corpo umano soggette ai maltrattamenti dei traumi serbano proporzioni quasi invariabili. La seguente tabella è improntata ai dati raccolti in Austria durante il triennio 1890-92 (2):

Natura degli accidenti e proporzione centesimale delle lesioni	ANNI		
	1890	1891	1892
Ferite. Testa e faccia. . . .	3.7	3.9	3.7
„ Occhi	4.5	4.4	4.5
„ Braccia e mani . . .	17.3	17.3	17.1
„ Dita	32.7	30.8	31.1
„ Gambe e piedi . . .	22.3	23.0	23.0
„ Altre parti del corpo .	13.4	14.4	13.8
Lesioni interne	4.1	2.9	2.9
Asfissia	0.4	0.4	0.5
Annegamento	0.4	0.4	0.2
Ferite diverse	1.2	2.5	2.3

(1) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 149.

(2) *Idem*, p. 90.

L'esame comparativo del trienno mostra una regolarità quasi matematica nel ripetersi delle lesioni traumatiche per gli infortunii del lavoro. Le dita delle mani pagano il maggior tributo; seguono poi le gambe e i piedi, le braccia e le mani, le altre parti del corpo, gli occhi, la testa e la faccia.

Preziose indagini sul complesso delle cause produttrici degli infortunii sono state fatte principalmente in Germania, potendosi con i dati raccolti compilare la seguente tabella (1):

Età delle vittime	Colpa dei padroni %	Colpa dell' operaio %	Colpa del padrone e dell' operaio %	Colpa di terzi %	Caso e forza maggiore %	Altre cause %	Cause non determinate %
Meno di 16 anni	34.4	25.9	14.6	3.8	1.5	17.4	2.4
Da 16 a 20 anni	25.3	27.0	16.3	3.7	2.1	23.8	1.8
Più di 20 anni	16.7	24.1	20.8	2.6	2.2	31.4	2.3
Totali . .	76.4	77.0	51.7	10.1	5.8	72.6	6.5
Medie . .	25.4	25.6	17.2	3.3	1.9	24.2	2.1

Ne segue che in genere gli infortunii avvengono primamente per colpa dell'operaio, e poi, in proporzione decrescente, per colpa del padrone e dell'operaio, per colpa di terzi, per cause non determinate, e in ultimo per caso e forza maggiore.

Interessanti anche sono le deduzioni che si ricavano dalla stessa tabella circa l'età delle vittime. Sotto i 16 anni il massimo degli infortunii è prodotto dalla colpa dei padroni, il minimo dal caso e forza maggiore. Dai 16 ai 20 anni massimo per colpa dell'operaio, minimo per cause non determinate. Oltre

(1) *Étude sur les derniers résultats des assurances sociales en Allemagne et en Autriche.* Paris, M DCCC XCIV, p. 148.

il 20mo anno massimo da altre cause, minimo dal caso e forza maggiore. Dal che risulta evidente nella produzione degli infortunii la presenza del fattore psichico, cioè l'inesperienza del fanciullo, l'avventatezza del giovine, la distrazione dell'adulto. E si noti soprattutto come per le cause produttrici degli infortunii il caso e la forza maggiore occupino gli infimi gradini della scala.

Quali deduzioni possono ricavarsi dai dati statistici finora raccolti sugli infortunii del lavoro, specialmente dal punto di vista dell'igiene sociale? Benchè essi dati permangano ancora frammentarii, pure ci fanno intravvedere l'esistenza di leggi regolatrici imperanti sul fenomeno doloroso; e fra le importanti deduzioni ricavate da Keller (1) nel suo pregevole rapporto sulla *statistica degli accidenti*, presentato al 1° congresso internazionale sugli accidenti del lavoro, ricordiamo le seguenti:

1° Dato un gran numero di operai dedicati allo stesso lavoro, vi ha costante regolarità annuale negli accidenti e nelle vittime (morti e feriti), ond' è che alla parola *caso* bisogna dare il significato di *leggi misteriose.*

2° Tali *leggi* si lasciano modificare dai mezzi che si adoperano per prevenire gli accidenti e proteggere i lavoranti.

3° Molte professioni non hanno *rischi speciali*; ma lo spostamento di masse numerose, e la lotta contro le forze energiche e gli elementi ribelli della natura, espongono a ferite ed anche alla morte.

4° Il maggior numero delle industrie ha un *rischio d'accidente professionale.*

5° Il danno degli accidenti varia secondo l'industria, per frequenza di accidenti, per gravità, o per entrambe le condizioni riunite, come nei mestieri più pericolosi.

6° Donne e fanciulli dànno morti e feriti in proporzione minore che gli uomini, essendo addetti a lavori meno faticosi.

7° La probabilità di scampare alla morte od alla incapacità permanente aumenta con l'età delle vittime.

8° Le cause degli accidenti sono imputabili agli operai, ai padroni e loro impiegati, al così detto *caso fortuito.*

---

(1) *Congrès international des accidents du travail.* Tome premier, Paris, 1889, p. 189 et suiv.

Ma quando la statistica internazionale degli accidenti sarà divenuta adulta, quando ogni fattore ancora ignoto avrà la sua cifra comparata, quando infine l'analisi dei fatti permetterà di assurgere senza trepidazione alla sintesi scientifica, allora sarà squarciato il velo misterioso che ancora avvolge le *leggi degli infortunii*, allora si affermerà vitale la *scienza degli infortunii*, cui Keller porse lieto augurio nel 2° congresso internazionale degli accidenti del lavoro.

Alle vittime del lavoro mano pietosa porge l'igiene sociale, specialmente con i soccorsi d'urgenza. Le istituzioni filantropiche dei soccorsi immediati, sorte nel secolo primieramente per i bisogni della guerra, sonsi poi estese ai danneggiati dagli infortunii; e le città manifatturiere o specialmente industriali vantano oggi le compagnie di assistenza pubblica, come i grandi opifici del lavoro contano nel loro personale anche il medico, pronto a soccorrere i feriti. Oggi più che mai è veramente giusto il paragone che si fa del campo di lavoro con il campo di battaglia; ma sventuratamente i soldati del lavoro devono affrontare nemici invincibili, quali sono le forze poderose della natura.

Tale il presente. Quale l'avvenire? Si è già accennato al sorgere della scienza degli infortunii, e bisogna aver fede in questa branca novella della sociologia, perchè, come osserva acutamente Keller (1), " i fenomeni più capricciosi in apparenza nelle loro prime manifestazioni presentano al contrario una regolarità notevole, come han mostrato i matematici più eminenti, quando hanno reiterate le loro osservazioni per un tempo prolungato. Le cause perturbatrici sono alternativamente favorevoli e contrarie al cammino regolare degli avvenimenti; ond'è che i loro effetti si distruggono mutualmente nell'insieme di un gran numero di prove, e questo grande numero permette alle vere leggi dei fenomeni di manifestarsi chiaramente ".

Disperato ma vero il grido dell'illustre fisiologo torinese, affermante che noi non conosceremo mai la cornice che inquadra l'universo; ma anche la psiche umana è sconfinata, e il mate-

---

(1) *Congrès international des accidents du travail.* 2e session. Berne, 1891, p. 212.

matico non si arresta ad aggiungere cifre ai suoi logaritmi per approssimarsi sempre più a quel vero, che pur sa di non poter raggiungere.

E la chiave degli infortunii è nella statistica, " scienza che illumina il mondo, che contribuirà viemmaggiormente a stabilire una precisione ammirabile, dove non credevasi scorgere che l'effetto del caso „ (1).

---

(1) A. Quetelet, *Fisica Sociale* nella *Biblioteca dell'Economista*. Serie 3ª, vol. 2°. Torino, 1878, p. 317.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

CLASSI UNITE

Adunanza del 12 Gennaio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

In questa adunanza fu conferito il *nono Premio Bressa* a Lord John William Strutt Rayleigh, Segretario della Società Reale di Londra.

Gli Accademici Segretari

Andrea Naccari.

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 29 Dicembre 1895 al 12 Gennaio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXII, n° 4, 5. Leipzig, 1895; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entregas V, t. XL. Buenos Aires, 1895; 8°.

** **Annalen** der Physik und Chemie. Leipzig, 1895.

** **Annales** de Chimie et de Physique. Paris, 1895.

* **Annals** and Magazine of Natural History. London, 1895.

** **Annals** of Mathematics. Charlottesville, 1895.

** **Annuaire** pour l'an 1896, publié par le Bureau des Longitudes. Paris; 12°.

Annario del Observatorio astronómico nacional de Tacubaya para el año de 1896. Mexico, 1895; 8°.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. Leipzig, 1895.

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève, 1895.

** **Archives italiennes** de Biologie... sous la direction de A. Mosso. Turin, 1895.

** **Archivio** per le Scienze mediche, diretto da G. Bizzozero. Torino, 1895.

* **Atti** dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. Ser. 4ª, vol. VIII, 1895; 4°.

Atti della R. Accademia Peloritana; anno X, 1895-96. Messina, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLIX, N. s., n. IV. Napoli, 1895; 8°.

** **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. Leipzig, 1895.

** **Bibliotheca mathematica;** Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Eneström. Stockholm, 1895.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVII, n. 6. Cambridge U. S. A., 1895; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1895, n. 2. Copenhague, 1895; 8°.

** **Bulletin** de la Société anatomique de Paris, etc. Paris, 1895.
* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 11. Bologna, 1895; 8°.
* **Cimento** (Il nuovo). Pisa, 1895.
* **Comptes-rendus** hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Paris, 1895.
* **Éclairage** (L') électrique. Revue hebdomadaire. Paris, 1895.
* **Électricien** (L'). Revue internationale de l'électricité. Paris, 1895.
* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. Roma, 1895.
** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1889, Bd. XLV, 2 Abt. Braunschweig, 1895; 8°.
* **Gazzetta** chimica italiana. Roma, 1895.
* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LVIII, n. 12. Torino, 1895; 8°.
* **Jornal** de sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. Vol. XII, n. 2-3. Coimbra, 1894; 8°.
** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. Paris, 1895.
** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. Berlin, 1895.
* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1895, part 6. London, 1895; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et Lettres de Danemark. 6e série, section des sciences, t. VIII, n. 1. Copenhague, 1895; 4°.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. Wien, 1895.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 2. London, 1895; 8°.
Morphologisches Jahrbuch. Herausg. v. C. Gegenbaur. Leipzig, 1895.
** **Nature**, a Weekly illustrated Journal of Science. London, 1895.
** **Neues Jahrbuch** für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. Jahrg. 1895. Stuttgart.
** **Philosophische Studien**. Leipzig, 1895.
* **Physical** (The) Review. A Journal of experimental and theorical physics. Vol. III, n. 3. New-York, 1895; 8°.
* **Quarterly Journal** of pure and applied Mathematics. London, 1895.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXVIII, fasc. XVIII, XIX. Milano, 1895; 8°.
* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze fisiche, ecc. Roma, 1895.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. Paris, 1895.
* **Revue** sémestrielle des publications mathématiques. Amsterdam, 1895.
Ritratto di Carlo Allioni. Fotografia da un dipinto (*dono del sig. Emilio Burnat*).
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. Anno 1895. Roma.
Rivista di Matematica edita da G. Peano, vol. V, fasc. 1-2, Gennaio-Febbraio 1895; 8°.
Rivista di Topografia e Catasto pubblicata per cura di N. Jadanza. Vol. VIII, n. 5-6. Torino, 1895-96 (*dono del socio Jadanza*).
* **Transactions** of the Royal Scottish Society of Arts. Vol. XIV, p. 1a. Edinburgh, 1895; 8°.

* **Zeitschrift** für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht. Leipzig, 1895.

** **Caverni** (R.). Storia del metodo sperimentale in Italia. Tomo I-III. Firenze, 1891-93; 8°.

** **Kirchner** (O.) u. **Blochmann** (F.). Die Mikroskopische Pflanzen- und Thierwelt des Süsswassers. 2 Theil: 1 Abth. Hamburg, 1895; 4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dai 5 al 19 Gennaio 1896.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. IX, liv. III. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. V, fasc. 2°. Perugia, 1895; 8°.

* **Annuaire** de l'Académie des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique 1894, 1895. Bruxelles, 1894-95; 8°.

* **Anuario** estadístico de la República Oriental del Uruguay, Año 1894. Montevideo, 1895; 8°.

* **Ateneo Veneto.** — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Serie XX, vol. II, fasc. 7-10. Venezia, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del 24 di novembre 1895. Firenze, 1895; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche; vol. III, p. 2ª. Notizie degli Scavi. Ottobre 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Biographie Nationale** publiée par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. T. XII, fasc. 2; XIII, 1er fasc. Bruxelles, 1892-94; 8°.

* **Bulletins** de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. 3e série, t. XXVI à XXIX. Bruxelles, 1893-95; 8°.

* **Documents & Rapports** de la Société Paléontologique et Archéologique de l'Arrondissement judiciaire de Charleroi. T. XX. Maline, 1894; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. T. L, fasc. II, LI et LII. Bruxelles, 1893-95; 4°.

* **Mémoires Couronnés** et mémoires des savants étrangers publiés par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. T. LIII. Bruxelles, 1894; 4°.

* **Mémoires Couronnés** et autres mémoires publiés par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique. Collection in-8°, t. XLVII, L. Lettres, vol. I, LI, LII. Bruxelles, 1892-1895; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e sér. Section des Lettres, t. IV, n. 2. Copenhague, 1895; 4°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, vol. XXV, n. 9-11, 1895; 8°.

---

* **Boas** (F.). Chinook Texts. Washington, 1894; 8° (*dalla Smithsonian Institution — Bureau of Ethnology; J. W. Powell Director*).

* **Fowke** (G.). Archeologic Investigations in James and Potomac Valleys. Washington, 1894; 8° (*Id.*).

* **Mooney** (J.). The Siouan Tribes of the East. Washington, 1894; 8° (*Id.*).

Mugnier (F.). Le dict des Jardiniers. Paris, 1896; 8° (*dall'A.*).

Nadaillac (de). Foi et science. Paris, 1895; 8° (*Id.*).

— Un diplomate anglais au début de siècle. Paris, 1895; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLV, fasc. 193. Venezia, 1895; 4°.

Stasi (P.). Introduzione alle mie *Linee di Protosofia*. Lecce, 1895; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

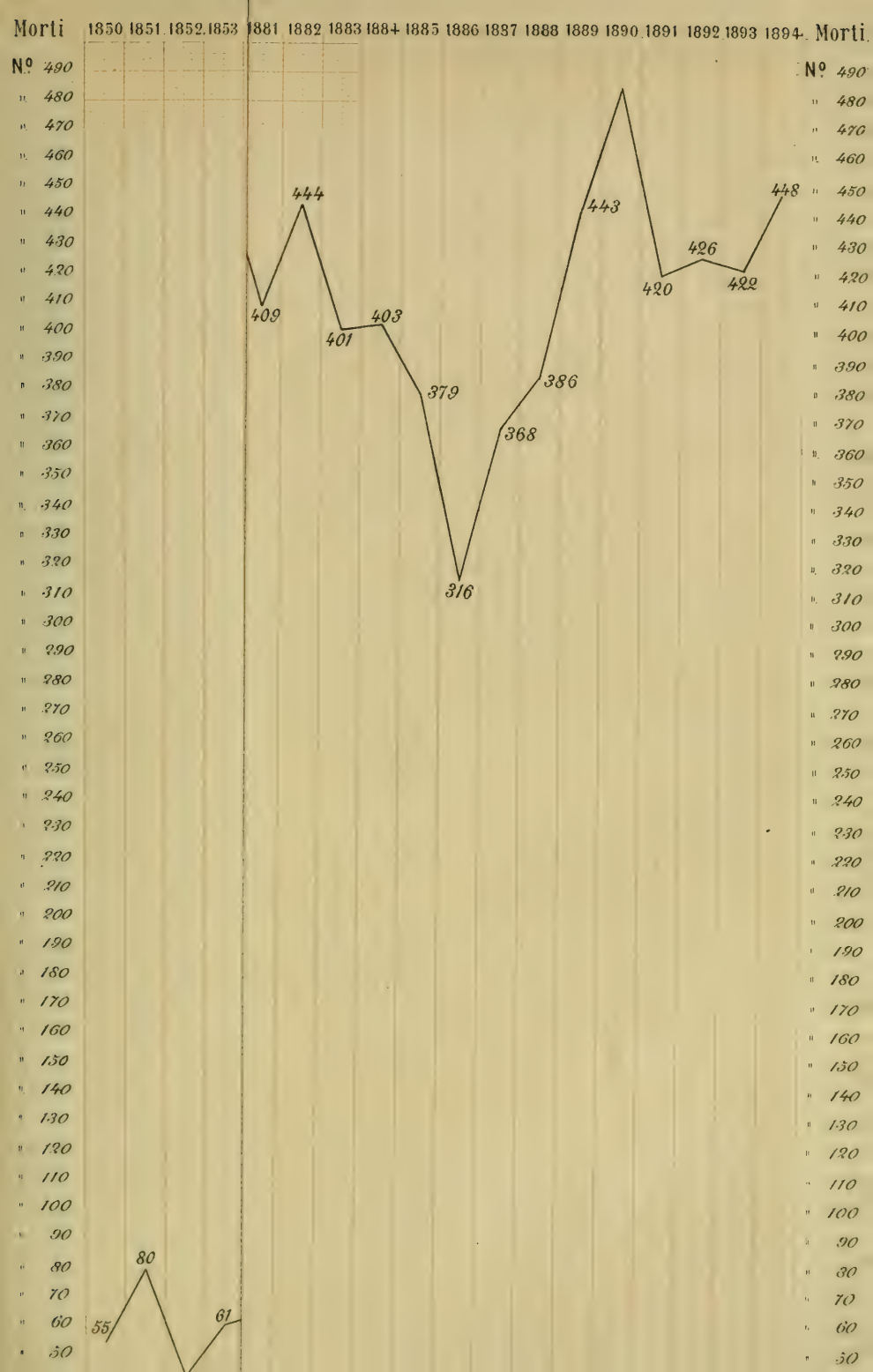
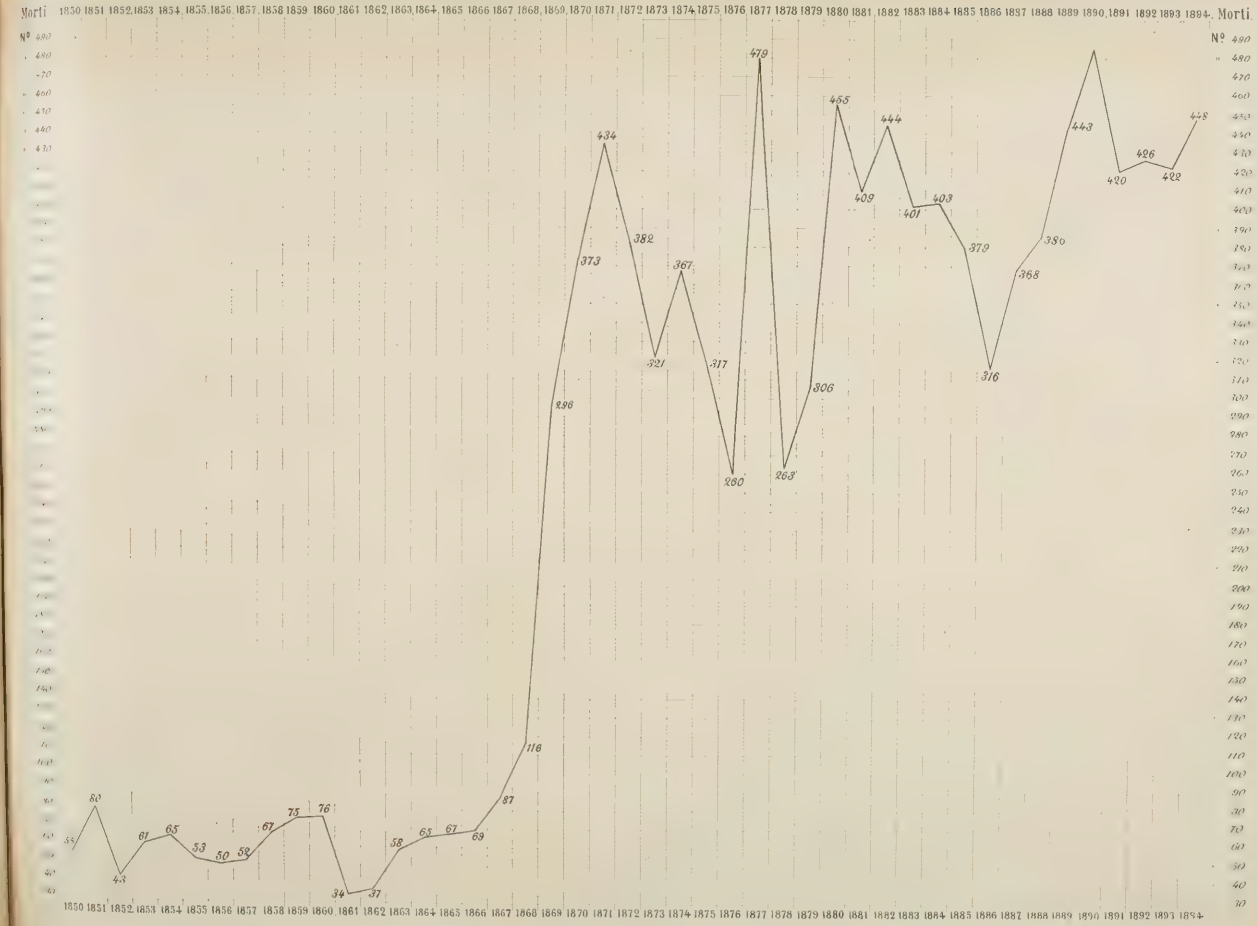

Morti
1850 1851 1852 1853 1881 1882 1883 1884 1885 1886 1887 1888 1889 1890 1891 1892 1893 1894
Morti
Nº 490
480
470
460
450
440
430
420
410
400
390
380
370
360
350
340
330
320
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
55
80
61
409
444
401
403
379
316
368
386
443
420
426
422
448

Diagramma rappresentante la Mortalità degli Infortunii nelle Fabbriche e Officine Inglesi durante il Periodo Statistico 1850-1894



CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Gennaio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July - 12 Sept. 1896

Sono presenti i Socii: Cossa, Vice-Presidente, D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Ferraris, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza e Naccari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Segretario comunica le lettere di ringraziamento di Lord Rayleigh, cui l'Accademia assegnò il premio Bressa, e dei Signori Jordan, Celoria, Helmert, Boltzmann e Thomson recentemente nominati Soci Corrispondenti.

Il Segretario legge quindi una lettera dei Segretarii della Società Reale di Londra con cui invitasi l'Accademia a pregare il governo italiano di nominare i proprii rappresentanti per una conferenza internazionale che stabilisca le norme per la pubblicazione di un catalogo universale di bibliografia scientifica. Il governo fu già invitato alla conferenza dal governo inglese dietro sollecitazioni della Società Reale di Londra. La Classe delibera di pregare S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione di prendere in seria considerazione quell'invito.

Il Socio Gibelli presenta in omaggio all'Accademia, a nome dell'autore Dott. Luigi Buscalioni, una memoria stampata intitolata: " *Studi sui cristalli di ossalato di calcio* ".

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario segnala una memoria del Socio Corrispondente J. Klein intitolata: " *Universaldrehapparat zur Untersuchung von Dünnschliffen in Flüssigkeiten* ".

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° " *Sullo sviluppo della Stropharia (Agaricus) merdaria.* Fries "; nota del Dott. Pietro Voglino, presentata dal Socio Gibelli;

2° " *Influenza dell'errore di verticalità della stadia nella misura delle distanze e delle altezze* "; nota del Socio Jadanza;

3° " *Sui principî che reggono la geometria di posizione* "; seconda nota del Prof. Mario Pieri, presentata dal Socio Peano;

4° " *Sull'inversione degli integrali definiti* "; seconda nota del Socio Volterra.

LETTURE

Sullo sviluppo della " Stropharia merdaria " Fries;

Ricerche del Dott. PIETRO VOGLINO.

Mentre facevo fin dal 1889 alcune prove intorno alla coltivazione artificiale dell'*Agaricus campester,* notavo, sopra un mucchio di letame equino frammisto a paglia di grano (che tenevo a mia disposizione per poter gradatamente trasportare nei letti caldi), molto abbondante la *Stropharia merdaria* Fries, nonchè (sulla paglia), dei filamenti bianchicci, con numerosi ciuffi bianchi che, esaminati al microscopio, riscontrai formati da numerosi organi di riproduzione o conidii di forma ellittica, lunghi 8-9 μ, larghi 7 μ, incolori e disposti a catenella, ch'io ritenni dapprima come una forma del genere *Oospora.*

La presenza di questi due miceti, mi decise allo studio del loro sviluppo per sorprendere quelle relazioni che potessero esistere fra di essi.

A tale scopo iniziai in quell'anno stesso delle coltivazioni artificiali colle spore della *Stropharia* e coi *conidii* dell'*ifomicete,* le ripetei ad intervalli nel periodo di 5 anni ed i tentativi furono coronati in questi ultimi tempi da lieto successo. Potei non solo stabilire il nesso genetico fra le due forme ma anche riprodurre individui completi di *Stropharia merdaria* Fries.

Tentai le coltivazioni nell'acqua ed in parecchi liquidi, quali decozioni di fimo equino, di erba, di paglia, di uva, in parecchie gelatine ed anche in mezzi solidi, come terra vegetale ricchissima di sostanze nutritizie e pezzi di fimo equino. I risultati migliori li ottenni colla decozione di fimo e coi pezzi di sterco equino e sopratutto quando mantenni l'ambiente delle colture molto umido e con una temperatura di 18° a 20° C.

Preparai le colture col metodo di frazionamento, cioè col ridurre le spore in numero di 2, 3 o 4 al più per ciascuna preparazione.

Molte furono le colture che fui costretto ad abbandonare e

ciò specialmente per l'infiltrazione di *muffe*; solo quando curai di sterilizzare con tutti i metodi possibili e con sterilizzatrici a secco ed a vapore e con lavature in sublimato corrosivo, i decotti, i mezzi solidi ed i diversi utensili adoperati, potei avere risultati ottimi. Per le colture con decotti usai le camere umide a goccia pendente e per quelle sopra mezzi solidi le camere umide formate da due vetrini copri-oggetti esilissimi, molto avvicinati fra loro e chiusi da tre lati con lastrine di vetro e nel quarto con uno strato di bombage (1).

La forma conidiale negli Agaricini è certo ormai che debba presentarsi per quasi tutti gli individui. Gli studi specialmente del Brefeld, del De-Seynes, ecc., la misero in evidenza per numerose specie del gen. *Coprinus, Panaeolus,* ecc., per la *Stropharia semiglobata, S. stercoraria, S. melanosperma* ed io stesso potei già riscontrarla nello studio dello sviluppo del *Tricholoma terreum* Schaeffer (2).

Per nessuna delle specie studiate fin ora era però ricordata una forma conidiale che si fosse manifestata anche senza le coltivazioni artificiali e così abbondante come riscontrai sulla paglia di alcuni letamai. Questo nuovo fatto serve così a dimostrare sempre più come molte forme imperfette classificate nel gruppo degli *Ifomiceti* dovranno essere ritenute come stadî di sviluppo oltrechè degli *Ascomiceti* anche di alcuni Basidiomiceti e specialmente *Agaricini.*

Descrizione del fungo perfetto.

La *Stropharia merdaria* Fries (fig. 37 e 38) ha un micelio formato da filamenti esilissimi, bianchicci, che si intrecciano in vario modo, formano dei cordoni e sono dotati di numerosi organi succhiatori che si attaccano alle particelle di sterco.

Lo stipite è cilindrico, tenace, formato di minutissimi fili

---

(1) Queste camere umide già da me adoperate per la coltura di altri Agaricini, offrono il grande vantaggio che lo sviluppo del fungillo può essere seguito da tutti i lati senza quasi mai asportare e quindi smuovere gli organi in germinazione.

(2) *Morfologia e sviluppo di un fungo Agaricino* (Nuovo giornale botanico, vol. II, n. 3, 1895).

bianchicci o di color giallo-grigiastro, leggermente cavo internamente e flessuoso, lungo da 2 a 3 cm. e largo 5-6 mm.; verso la parte superiore è coperto da un velo leggerissimo che forma un anello però molto fugace e bianchiccio.

Il pileo è convesso-piano, ottuso, glabro, leggermente vischioso quando è umido, striato al margine, e di color ocraceo quando è secco, cervino quando è bagnato, largo da 3 a 5 cm.: ha la polpa interna bianchiccia, e porta inferiormente un imenio formato da lamelle adnate o decorrenti per un sottilissimo dente, orizzontali, molli, piuttosto larghe, dapprima gialliccie poi bruno-porporine e munite nella parte inferiore di una esilissima frangia bianchiccia.

Sulle lamelle si notano basidii cilindrico-clavati, leggermente ristretti alla base e nella parte mediana, lunghi 24-28 μ., larghi 8 μ (fig. 34 e 36) con 4 sterigmi, dai quali hanno origine *spore* violacee, ellittiche o amigdaliformi, lunghe in media 10 μ. e larghe 6 μ. (fig. 1 *a*, *b*, *c*). L'orlo bianchiccio delle lamelle risulta costituito da un gran numero di *cistidii* fusoidei, leggermente ristretti e tondeggianti verso la parte superiore, incolori, lunghi 22-24-26 μ, larghi nella parte mediana 5 o 6 μ (fig. 35). La *Stropharia merdaria* Fries cresce comunemente sullo sterco equino specialmente nei letamai e nella stagione estiva, io l'ho trovata in diverse regioni del Piemonte, del Veneto e delle Marche.

Sulla paglia, in vicinanza di questo fungillo, si trovano frequentemente dei filamenti bianchicci che dànno origine a cespuglietti di conidii catenulati, incolori, ellittici, lunghi 8-9 μ. e larghi 7 μ. che potrebbero essere riferiti ad una forma di *Oospora*.

La *Stropharia merdaria* è già stata figurata da varii autori, le figure che più corrispondono però agli esemplari da me riscontrati sono quelle date dal Cooke, *Illustration of british fungi*, tav. 537.

Sviluppo del fungo.

Forma conidiale.

Se si prendono le spore mature della *Stropharia merdaria* e si collocano col metodo di frazionamento in numero di 2 o 3 in una goccia di decotto di sterco equino, piuttosto concentrato,

ed opportunamente sterilizzato, si noterà nello spazio di qualche ora che le spore si gonfiano leggermente. Dopo un periodo di tempo, che può variare dalle 6 alle 12 ore (1), se le spore provengono da esemplari freschi e fino alle 26 o 30 ore se gli esemplari adoperati sono già essiccati (2), si nota ad una estremità della spora stessa, un forellino nell'episporio. Da questo ne esce in breve una piccola protuberanza incolore (fig. 1 *d*), la quale o si allunga direttamente formando il primo filamento del promicelio, largo da 3 a 4 μ., oppure, nel maggior numero dei casi, si rigonfia, ed alcune volte tanto da formare un organo ellissoidale, rifrangente, della stessa od anche di grandezza superiore a quella della spora (fig. 1 *f* e 4 *a*). Quest'organo, nello spazio di poche ore, o si allunga direttamente in un filamento con diametro di 3, 5 a 4, 5 μ., il quale può scorrere in senso rettilineo (fig. 2) ed anche ripiegarsi ad arco (fig. 1 *d*), oppure dà origine ai lati o nella parte superiore a filamenti larghi circa 2 μ. (fig. 4) che si accrescono in lunghezza e larghezza fino a raggiungere un diametro di 3 a 4, 5 μ. e formano così i primi filamenti del promicelio (fig. 5). Questo sviluppo avviene abbastanza rapidamente. Si può calcolare che ogni ora si ha un accrescimento in lunghezza di circa 10 a 15 μ. Citerò ad esempio la germinazione che ho verificato in una spora (fig. 4) che raggiunse lo sviluppo dato dalla fig. 5 dopo nove ore. Dalla spora escono anche direttamente

---

(1) Ho potuto tenere un calcolo esatto delle ore perchè feci le osservazioni, nelle diverse prove, e specialmente nei primi giorni anche di notte, alle 10 di sera, alle 12, alle 5 ed alle 6 del mattino. Inoltre le medie sono dedotte dal diario di 5 tentativi, riusciti felicemente e sempre con 10 camere umide per seminagione. Avverto però che di 10 camere umide potei riuscire, la prima volta, a tenerne libera dalle muffe una sola fino a completo sviluppo e nelle successive sempre due. L'ambiente nel quale tenevo le camere umide aveva una temperatura media di 20° C. Nel termostato a 18° C. ottenni buonissimi risultati.

(2) Fra le diverse coltivazioni fatte nelle prime prove (giugno-luglio 1889) adoperai, in 4 camere umide, spore di esemplari da me raccolti nei dintorni di Massa nell'agosto 1887 ed osservai, dopo 30 ore, un aumento di volume in due spore e quindi la produzione del tubo germinativo. Del resto adoperai sempre o esemplari freschi oppure essiccati da quindici giorni a 2 mesi al più.

due o tre (fig. 3), raramente quattro filamenti che si ingrossano alle estremità e da tali ingrossamenti hanno origine nuovi fili variamente ramificati.

In alcune spore che avevano prodotto dapprima un rigonfiamento molto marcato, lo sviluppo del primo ramo si manifestò per alcuni giorni specialmente in grossezza, in modo da dare origine dopo 5 o 6 giorni ad una massa allungata con diametro da 12 a 14μ. (fig. 8-9), che ad intervalli di 12 a 14 ore formava rami con disposizione quasi raggiata (fig. 8) e con diametro da 8 a 10 μ. Solo dopo una diecina di giorni si era costituito una specie di promicelio (fig. 8) che misurava dal lato più lungo 500 μ. circa e dal lato più breve 120 a 130 μ. Questo stadio di quiescenza dura in media undici o dodici giorni, in seguito i rami si allungano in filamenti con diam. di 2, 5 a 3 μ., i quali si ramificano in vario modo e formano un vero promicelio.

In altre colture invece notai dopo 22 ore (1) un filamento lungo circa 200 μ. e con alcune ramificazioni laterali (fig. 7).

La media di una ventina di colture mi diede dopo 24 ore un filamento lungo da 40-60-90 e 100 μ. e con 2 o 3 ramificazioni laterali, con un accrescimento successivo di 10-20-30 μ. ogni 24 ore, nel ramo principale e di 4-6-10 μ. nei rami secondarii. I filamenti contengono minute granulazioni e vacuoli ma nessuna traccia di setti, e presentano in generale lo stesso diametro nello sviluppo, solo raramente si rigonfiano in alcuni punti (fig. 6 *a*) e da questi rigonfiamenti emettono nuovi rami.

Dalla spora adunque sia per mezzo del rigonfiamento iniziale che può o protendersi direttamente in filamenti ristretti (fig. 1 e 2) o dare origine ad un ramo molto ingrossato con ramificazioni raggiate (fig. 8-9), oppure anche formare, o all'estremità od ai lati parecchi rami del promicelio, sia infine per produzione diretta di uno (fig. 7) o più filamenti (fig. 3), si formano in uno spazio di tempo che può variare da 5-10 a 15 giorni dei filamenti con diametro di 2 a 3 μ, e variamente ramificati ma privi di setti.

I filamenti mantengono per qualche tempo lo stesso dia-

---

(1) Sempre calcolando dal principio dello sviluppo.

metro nello sviluppo, solo in alcuni punti presentano degli ingrossamenti (fig. 6 *a*) dai quali partono nuove ramificazioni con alcune anastomosi (fig. 6 *c*); quando poi hanno raggiunto quasi il massimo del loro sviluppo in lunghezza, e ciò in generale succede dopo 15 o 20 giorni, allora diminuisce di molto lo sviluppo in quel senso ed i rami incominciano ad ingrossarsi verso la periferia, tanto da misurare 6 o 7 μ. di diametro. Quindi si dividono per mezzo di setti trasversali in varie cellule, quasi tutte con nuclei ben distinti di forma ellittica ed addossati alle pareti (fig. 10, 11, 12, 14, 15), presentano ramificazioni laterali in vario modo e frequenti anastomosi fra cellule contigue dello stesso ramo (fig. 13).

Nei punti ove avviene la formazione dei setti i rami presentano generalmente degli ingrossamenti (fig. 10 *a*), dai quali poi hanno origine altri rami (fig. 10 *b*), che alla lor volta si ramificano ancora (fig. 10 *c*). In molti rami sopra e sotto al setto si osserva un piccolo nucleo (fig. 15 *a*, *b*), il che lascerebbe dubitare che la formazione delle cellule sia dovuta alla divisione dei nuclei.

Il promicelio ha così raggiunto il suo completo sviluppo, tanto in lunghezza che in larghezza.

Da tale momento i rami terminali e laterali si portano perpendicolari alla superficie di coltura, l'apice di questi rami in 10 o 12 ore si ingrossa e presenta un primo segmento (fig. 16 *a*) che separa la parte ingrossata. Dopo qualche ora la parte sottostante si ingrossa ancora e presenta un nuovo setto che va gradatamente restringendosi verso la parte interna in modo da dividere la porzione apicale in varii segmenti. Nello spazio di 20 a 30 ore al più si formano all'apice dei rami da 4 a 6 setti, i quali dividono i filamenti in altrettante porzioni (fig. 17, 18, 19, 21) o conidii, di forma ellittica che dopo una ventina di ore si staccano (fig. 20) e cadono sul substrato.

Tali conidii misurano da 8 a 9 μ. di lunghezza per 7 μ. di larghezza, sono incolori. Giunti a completa maturità presentano nell'interno alcune goccioline di natura oleosa e sono rivestiti da una esilissima membrana. Alcune volte nel mezzo dei filamenti conidiali si notano delle porzioni maggiormente allungate (fig. 21 *a*). Per tali caratteri, questi conidii, devono essere ritenuti come una forma riferita dal De-Bary per altri

funghi al genere *Oidium,* ma che siccome si sviluppa anche sulle sostanze in via di decomposizione parmi sarebbe meglio riferirla al gen. *Oospora.*

I conidii sono capaci di germinare e coltivati in camere umide con decotto di fimo emettono dopo poche ore, da un lato, un filamento (fig. 22) che in breve si ramifica e produce una forma di promicelio con rami muniti d'organi succhiatori (fig. 24 *a* e *b*). Feci numerose colture ma non potei mai ottenere un ulteriore sviluppo. Quando invece collocai i conidii in una goccia d'acqua con detriti di *humus* e pezzetti di paglia di letamaio, notai uno sviluppo di gran lunga superiore, cioè la formazione lungo i rami di organi succhiatori e dopo alcuni giorni la produzione di abbondanti conidii. Ottenni lo stesso risultato sostituendo i conidii ricavati direttamente dalla forma che aveva trovato nella paglia.

I conidii si sviluppano prontamente, quando sieno collocati in liquidi nutritizi con particelle solide, in ambienti molto umidi e con 20° C. circa di temperatura, perdono però anche molto presto la facoltà germinativa.

Io potei ottenere tre generazioni di conidii, tutti della stessa forma: feci anche le coltivazioni di conidii ottenuti dalle colture artificiali entro a vasi contenenti terra, sterco di cavallo e paglia opportunamente sterilizzati e collocati sotto campane circondate di carta bibula inbevuta d'acqua: potei dopo varii tentativi riuscire ad avere i pezzetti di paglia coperti da abbondante promicelio con conidii della stessa forma e grandezza di quelli seminati. Sulle patate e sulle carote questi conidii dànno uno sviluppo incompleto.

Formazione del micelio.

La produzione dei conidii, nelle coltivazioni delle spore, dura 2 o 3 giorni, cessata questa, sui rami del promicelio e specialmente in quelli che si avvicinano al margine della goccia di coltura si mostrano degli ingrossamenti dai quali nascono nuovi filamenti a raggi (fig. 25), che per quanto abbia tentato

nei mezzi di coltura liquidi non potei farli ulteriormente sviluppare.

Asportai allora, colle dovute cautele, dette colture sopra piccole porzioni di letame equino sterilizzato e collocato nelle camere umide formate dai due vetrini copri-oggetti. Feci numerose prove e controprove perchè le muffe cercavano sempre di far capolino, alfine potei isolarne una diecina. Sopra queste osservai che in alcuni filamenti del promicelio si erano sviluppati parecchi rami (fig. 25), i quali in breve si ramificavano in modo straordinario formando un vero micelio con rami fra loro riuniti in modo da costituire dei cordoni e frequenti anastomosi (fig. 27) con numerosi setti, nuclei (fig. 26) ed organi succhiatori (1) (fig. 28, *a, b, c*).

Anche i conidii germinanti dopo due o tre generazioni di organi di riproduzione, dànno origine a rami maggiormente ingrossati, che si avvicinano in vario modo fra loro in modo da formare dei veri cordoni miceliari.

I filamenti ed i cordoni sia nell'un caso che nell'altro sono perfettamente simili a quelli del micelio che si nota alla base di un esemplare di *Stropharia merdaria*. Presentano le medesime forme di anastomosi, lo stesso diametro di 4 o 5 μ. e sopratutto organi succhiatori formati da rami ingrossati all'apice e finamente dentellati (fig. 28, *a*, *b*, *c*).

Servendomi dei vapori di acido osmico e quindi del picro carminio notai anche dei filamenti con alcuni nuclei in cariocinesi della stessa forma di quelli già osservati nei filamenti della *Clitocybe odora*.

Formazione dell'apparecchio sporifero.

Continuando l'osservazione sopra le colture provenienti o dalle spore primitive o dalla germinazione dei conidii, notai che alcuni rami si ingrossavano in certi punti molto più degli

---

(1) Questi diversi stadî potei osservarli dapprima direttamente nelle camere umide, ma poscia fui costretto a smuoverne la parte interna di modo che non potevano più essere adoperate.

altri e da questi ingrossamenti avevano poi origine i primi rudimenti dell'apparecchio sporifero della *Stropharia*.

È difficilissimo il poter seguire lo sviluppo di quest'organo, il mezzo stesso in cui si deve fare l'osservazione, costituisce uno dei fattori per cui la ricerca riesce così faticosa.

Bisogna disporre di un gran numero di colture per sopprimerle a tempo oppurtuno. La formazione dei filamenti dell'apparecchio sporifero avviene in modo quasi analogo a quello già descritto per altre specie e generi affini, per cui non ripetendo più fatti già noti e troppo ben descritti, mi limiterò ad accennare quanto ho potuto osservare sommariamente.

L'apparecchio sporifero è formato dapprima da rami esilissimi che presentano anche anastomosi (fig. 29). Sono perpendicolari al filamento dal quale hanno origine, ingrossati all'apice, ricchissimi di granuli protoplasmatici ed estremamente teneri o gelatinosi nella parte superiore, per cui ho dovuto per metalli bene in evidenza ricorrere ai metodi diversi di colorazione, fra i quali mi diede sempre ottimi risultati l'alcool e la soluzione acquosa di eosina.

I rami esilissimi si allungano, si ramificano e si dispongono parallelamente fra loro presentando sempre, all'apice, un ingrossamento (fig. 30). Verso la parte superiore tali filamenti si ripiegano ad arco, in modo da formare, contorcendosi, un reticolato molto irregolare (fig. 33), che, per mezzo di uno o due esilissimi strati orizzontali di cellule ellittiche (fig. 31 *a*), resta gradatamente separato dalla parte inferiore. Hanno così origine lo stipite (fig. 31 *b*) ed il pileo (fig. 31 *c*).

Le cellule orizzontali dopo aver segnato il limite fra stipite e pileo, si protendono anche verso l'esterno, si allungano, si ramificano e formano l'anello molto fugace, che si nota nella parte superiore dello stipite.

La massa del pileo va poi gradatamente dividendosi in parecchie parti, cioè in un pigmento colorato esterno, in una polpa interna e verso la parte inferiore si protende in filamenti perpendicolari alla superficie, i quali costituiscono lo strato imeniale che si divide poscia in linee radiali (fig. 32) dando origine alle lamelle sulle quali lo strato esterno dei filamenti si raccorcia e forma i basidii e le spore; lo strato inferiore si protende nei cistidii.

Tanto i filamenti del pileo che dello stipite si colorano verso la parte esterna, al primo loro formarsi, in giallo-bruno.

*
* *

Riassumendo abbiamo nel ciclo di sviluppo della *Stropharia merdaria* le forme seguenti:

I. Le spore germinando producono promicelio con conidii (Oospora);

II. I conidii possono germinare prontamente e produrre nuove generazioni di conidii ed infine anche rami miceliari con organi di fruttificazione della *Stropharia;*

III. Cessata la produzione dei conidii, da alcuni rami del promicelio partono parecchie ramificazioni, le quali si allungano in modo straordinario, vivono solo su mezzi solidi, formano austori, si riuniscono in gruppi e costituiscono quindi un vero micelio;

IV. Da alcuni rami di questo micelio hanno origine gli organi di fruttificazione con spore della *Stropharia merdaria*;

V. I conidii dell'*Oospora* che vive sulla paglia dei letamai germinando possono produrre nuovi conidii e micelio di *Stropharia merdaria* con organi di fruttificazione.

Siccome ho in generale osservato che la formazione dell'organo di fruttificazione non ha luogo che dopo molto tempo e d'altra parte si nota sempre sotto agli esemplari di *Stropharia* abbondante micelio, così io credo che valga a diffondere il fungo da una all'altra annata ed il micelio ed anche le spore che possono germinare dopo alcuni mesi.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1, *a, b, c,* spore di *Stropharia merdaria* (Microscopio Koristka, oc. 4, ob. 9*), *d,* spora in germinazione, *e,* tubo di germinazione ripiegato ad arco, *f,* rigonfiamento iniziale (oc. 3, ob. 9*).

„ 2. Tubo di germinazione formatosi in senso rettilineo (oc. 3, ob. 9*).

„ 3. Spora che germinando produce tre filamenti ingrossati all'apice (oc. 3, ob. 9*).

„ 4. Spora con rigonfiamento (*a*) che forma rami laterali (oc. 4, ob. 9*).

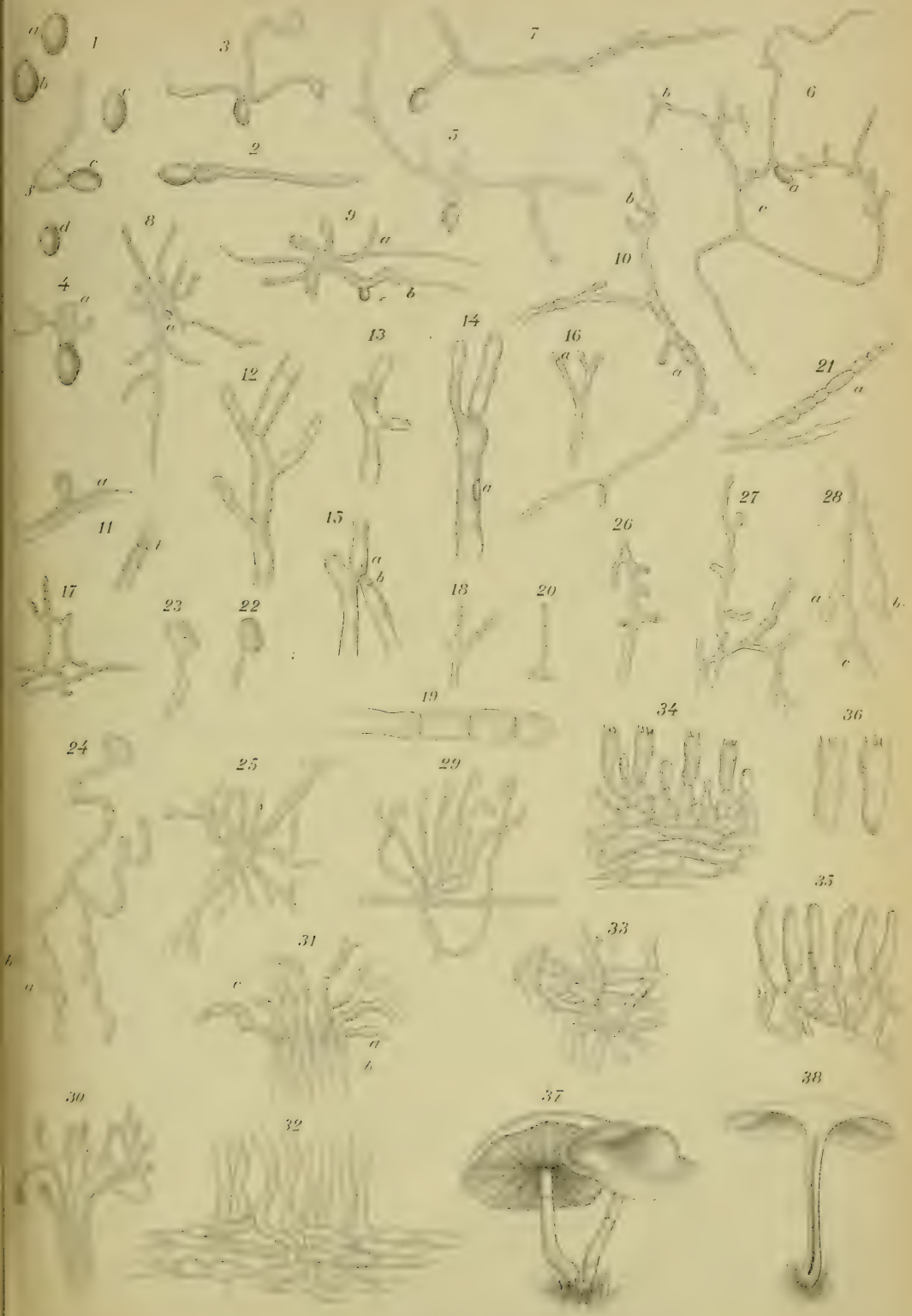


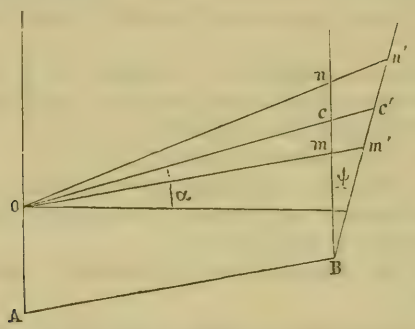
Fig. 5. Spora coi primi filamenti del promicelio formatisi dal rigonfiamento iniziale (oc. 3, ob. 9*).
„ 6. Spora (*a*) con filamenti ramificati sui quali si notano anastomosi (*c*) e rigonfiamenti (*b*) (oc. 3, ob. 7).
„ 7. Spora che forma i primi filamenti del promicelio senza alcun rigonfiamento iniziale (oc. 3, ob. 9*).
„ 8. Spora (*a*) che dà origine ad un filamento molto ingrossato dal quale partono rami con disposizione raggiata (oc. 3, ob. 5).
„ 9. Promicelio a rami molto ingrossati che in *a* e *b* si protendono in filamenti molto più ristretti (oc. 3, ob. 5).
„ 10. Filamento del promicelio diviso da setti in varie cellule, con ingrossamenti (*a*) nei punti ove avviene la formazione dei setti e col principio di un ramo (*b*) (oc. 3, ob. 9*).
„ 11. Porzioni di filamento con nucleo e setto (*b*) col principio di una ramificazione (*a*) (oc. 3, ob. 9*).
„ 12. Filamento del promicelio con setto e ramificazioni (oc. 4, ob. 9*).
„ 13. „ con anastomosi fra cellule contigue (*c*) (oc. 4, ob. 9*).
„ 14. „ con ramificazione e nucleo (*a*) (oc. 4, ob. 9*).
„ 15. „ con due ramificazioni e nuclei *a* e *b* in vicinanze del setto.
„ 16. Apice di un filamento con un primo setto *a* (oc. 3, ob. 7).
„ 17. Rami terminali con anastomosi e setti trasversali che formano i conidii (oc. 3, ob. 7).
„ 18. Rami terminali con setti che dànno origine a conidii (oc. 3, ob. 7).
„ 19. Porzione di ramo apicale con 3 conidii in via di formazione (oc. 4, ob. 9*).
„ 20. Ramo apicale con conidii che si staccano (oc. 3, ob. 7).
„ 21. Porzione di ramo apicale con 7 conidii dei quali quello centrale (*a*) molto più sviluppato in lunghezza.
„ 22. Conidio in via di germinazione (oc. 3, ob. 9*).
„ 23. „ con filamento maggiormente sviluppato (oc. 3, ob. 9*).
„ 24. „ germinante con filamento ramificato e munito di organi succhiatori (*a* e *b*) (oc. 3, ob. 9).
„ 25. Filamento del promicelio che dà origine a filamenti miceliari (oc. 3, ob. 9*).
„ 26. Filamento del micelio ramificato e con nucleo (*a*) (oc. 3, ob. 9*).
„ 27. „ „ con anastomosi (oc. 3, ob. 9*).
„ 28. „ „ con organi succhiatori (*a*, *b*, *c*) (oc. 3, ob. 9*).
„ 29. Rami che dànno origine ad un apparecchio sporifero (oc. 3, ob. 9*).
„ 30. Filamenti che si dispongono parallellamente e formano poi lo stipite ed il pileo (oc. 3, ob. 9*).
„ 31. Sezione longitudinale d'un giovane organo sporifero; *b*, stipite; *a*, cellule divisionali; *c*, pileo (oc. 3, ob. 9*).
„ 32. Filamenti di pileo che tendono verso il basso e dànno origine all'imenio (oc. 3, ob. 9*).
„ 33. Tessuto interno del pileo (oc. 3, ob. 9*).

Fig. 34. Filamenti dell'imenio che si restringono e formano i basidii (oc. 3, ob. 9*).
„ 35. „ „ „ „ „ i cistidii (oc. 3, ob. 9*).
„ 36. 2 basidii isolati (oc. 3, ob. 9*).
„ 37. Esemplari di *Stropharia merdaria* (grandezza naturale).
„ 38. Sezione longitudinale di un frutto di *Stropharia*.

Influenza dell'errore di verticalità della stadia sulla misura delle distanze e sulle altezze (*);

Nota del Socio NICODEMO JADANZA.

Sia da misurarsi la distanza orizzontale tra i punti A e B. Il punto da cui si contano le distanze sia o sulla verticale di A ed onn', occ', omm' sieno le visuali che passano pei tre fili del reticolo dei quali il medio divida in due parti eguali il segmento che unisce i punti d'intersezione degli altri due col filo verticale, sicchè si abbia $noc = com = \frac{1}{2}\omega$; ω essendo l'*angolo diastimometrico.*



Sia Bmn la posizione della stadia quando essa è situata verticalmente in B e B$m'n'$ quella che essa occupa quando devia dalla verticale di un angolo ψ. Nel primo caso la parte compresa tra i fili estremi del reticolo è $mn = S$, e nel secondo caso è $m'n' = S'$. Se α è l'angolo di altezza dell'asse ottico occ', gli angoli onB, omB sono rispettivamente eguali a

(*) Questo scritto è come un complemento dell'altro pubblicato nel volume XXIII (1888) col medesimo titolo.

$$90^\circ - \left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right);\ 90^\circ - \left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right)$$

e gli angoli on'B, om'B sono eguali a:

$$90^\circ - \left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right) - \psi;\ 90^\circ - \left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right) - \psi.$$

Dai due triangoli Bnn' e Bmm' si ottiene:

$$\frac{\mathrm{B}n'}{\mathrm{B}n} = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right)}{\cos\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega + \psi\right)} = \frac{1}{\cos\psi - \operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right)}$$

$$\frac{\mathrm{B}m'}{\mathrm{B}m} = \frac{\cos\left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right)}{\cos\left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega + \psi\right)} = \frac{1}{\cos\psi - \operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right)}$$

donde si deduce:

$$\mathrm{B}n'\cos\psi - \mathrm{B}n = \mathrm{B}n'.\operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}.\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right)$$

$$\mathrm{B}m'\cos\psi - \mathrm{B}m = \mathrm{B}m'.\operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}.\left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right).$$

Sottraendo membro a membro le due eguaglianze precedenti, ed osservando che è Bn' = Bm' + S' si ha:

$$\mathrm{S}'\cos\psi - \mathrm{S} = \mathrm{S}'\operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right) +$$

$$+ \mathrm{B}m'\operatorname{sen}\psi\left[\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right) - \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{1}{2}\,\omega\right)\right],$$

ovvero

$$\mathrm{S}'\cos\psi - \mathrm{S} = \mathrm{S}'\operatorname{sen}\psi\,\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{1}{2}\,\omega\right) +$$

$$+ \mathrm{B}m'\operatorname{sen}\psi\,.\,\frac{2\operatorname{tg}\frac{1}{2}\,\omega}{\cos^2.\alpha}\,.\,\frac{1}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha\,\operatorname{tg}^2\frac{1}{2}\,\omega}\ \ldots\ (1)$$

Gli angoli ψ ed ω sono angoli piccolissimi, trascurando le terze potenze di essi negli sviluppi in serie di cos ψ, sen ψ, tg $\frac{1}{2}\omega$, ecc., avremo:

$$S' - S = \psi \,.\, S' \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{2}\omega \,.\, \psi \,.\, \frac{S'}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{2}\psi^2 \,.\, S' +$$

$$+ \omega\psi \frac{Bm'}{\cos^2 . \alpha} \quad . \; . \; . \; (2)$$

nella quale ω e ψ s'intendono espressi in parti del raggio.

La formola precedente esprime l'errore che si commette in causa dell'inclinazione ψ della stadia.

Se si moltiplica il primo membro della (2) per il *rapporto diastimometrico,* che può ritenersi eguale ad $\frac{1}{\omega}$, e per il fattore $\cos^2 . \alpha$, si otterrà l'errore commesso nella misura della distanza tra A e B.

Indicando con δD tale errore, sarà:

$$\delta D = \frac{S' - S}{\omega} \cos^2 . \alpha = \frac{\psi}{\omega} \,.\, S' \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \frac{\psi}{2} \,.\, S' + \psi \,.\, Bm' +$$

$$+ \frac{\psi^2}{\omega} \,.\, \frac{S'}{2} \cos^2 . \alpha \quad . \; . \; . \; (3).$$

Il caso più sfavorevole è quando la visuale Onn' passa per l'estremo superiore della stadia; allora Bm' diventa $L - S'$, essendo L la lunghezza della stadia. In tal caso la (3) diventa:

$$\delta D = \frac{\psi}{\omega} \,.\, S' \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + \psi L - \frac{\psi}{2} S' + \frac{\psi^2}{\omega} \,.\, \frac{S'}{2} \cos^2 . \alpha.$$

Come vedesi, l'errore nella distanza cresce coll'angolo di altezza α ed è quasi sempre trascurabile per $\alpha = 0$. È quindi conveniente nella pratica evitare le misure di distanza colla stadia quando il cannocchiale è molto inclinato all'orizzonte.

L'errore nella distanza cambia segno al cambiare del segno di ψ e di α; ciò spiega il fatto accertato da molti operatori che, cioè, si ottengono risultamenti differenti sulla misura di una distanza nei terreni a forti pendenze a seconda che l'istrumento si trova nel basso o pure in alto rispetto alla stadia, e

ciò anche per distanze tali per le quali una tale differenza non può attribuirsi alla rifrazione.

A verificare il fatto ora accennato abbiamo fatto delle esperienze su due punti A e B la cui distanza $D = 64^m,60$ e la cui differenza di livello è di circa 11 metri. In ciascuno di essi si è prima posta la stadia in posizione verticale, indi inclinata alla verticale di un angolo $\psi = \frac{7}{400} = 0,0175$ (in parte del raggio). Il tacheometro adoperato è di Traugton e Simms avente il reticolo composto di 5 fili orizzontali, con due rapporti diastimometrici di valore 50 (coppia dei fili estremi) e 100 (secondo e quarto). Ecco i risultamenti ottenuti:

1° Tacheometro nel punto più basso A — Stadia nel punto più alto B.

Letture fatte ai 5 fili del reticolo:

Stadia verticale		Stadia inclinata alla verticale di $\psi = 0,0175$
$3^m,836$		$3^m,844$
3 ,500	Angolo di elevazione	3 ,506
3 ,165	$\alpha = 12^c,04$	3 ,168
2 ,830		2 ,832
2 ,497		2 ,498 $= Bm'$

I due valori di S′ sono $1^m,346$ e $0^m,674$. Calcolando i diversi termini della (3) si ottiene per valore di δD

$$\delta D = 0^m,23 + 0^m,01 + 0^m,04$$

ossia

$$\delta D = 0^m,28.$$

Calcolando la distanza colle due serie di osservazioni si ottiene

$$D = 64^m,60 \qquad D' = 64^m,97$$

essendo D′ la distanza ottenuta colle letture fatte sulla stadia inclinata.

2° Tacheometro nel punto più alto B — Stadia nel punto più basso A.

Letture fatte ai 5 fili del reticolo:

Stadia verticale		Stadia inclinata alla verticale di $\psi = 0{,}0175$
$3^m{,}882$		$3^m{,}876$
3 ,552	Angolo di depressione	3 ,548
3 ,223	$\alpha = 9^c{,}12$	3 ,220
2 ,892		2 ,889
2 ,562		2 ,560 $= Bm'$

I due valori di S′ sono $1^m{,}316$ e $0^m{,}659$. Calcolando i diversi termini della (3) col valore più grande di S′ si ottiene

$$\delta D = -\ 0^m{,}16 + 0^m{,}012 + 0^m{,}045$$

ossia

$$\delta D = -\ 0^m{,}10.$$

Calcolando direttamente la distanza si ha:

$$D = 64{,}65; \quad D' = 64{,}51.$$

I due valori di D′ mostrano ad evidenza quali differenze si possono ottenere quando non si bada molto alla verticalità della stadia. Si è ottenuta una differenza di $0^m{,}46$ su di una distanza di circa 65 metri con angoli d'inclinazione di 12^c e 9^c! È facile vedere quali differenze si otterranno su distanze più grandi e con angoli d'inclinazione maggiori.

Moltiplicando δD per tg α si ha l'errore commesso nella differenza di livello tra il punto c' ed il punto o. Indicando con δH tale errore si ottiene:

$$\delta H = \frac{\psi}{\omega} \cdot S' \operatorname{sen}^2 \alpha + \frac{\psi}{2} \cdot S' \operatorname{tg} \alpha + \psi \cdot Bm' \cdot \operatorname{tg} \alpha +$$

$$+ \frac{\psi^2}{\omega} \cdot \frac{S'}{2} \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \quad . \ . \ . \ (4)$$

e questa nel caso di $\delta D = 0^m{,}28$ dà $\delta H = 0^m{,}05$.

Le formole (3) e (4) indicano da sè le precauzioni che bisogna avere nella pratica dei rilevamenti di precisione. Esse si riducono in sostanza ad evitare, per quanto è possibile, le forti pendenze e a provvedere affinchè la stadia sia mantenuta in posizione verticale.

È sempre conveniente fare in modo che uno dei fili estremi del reticolo si proietti sulla stadia in vicinanza del suolo.

Sui principî che reggono la Geometria di Posizione;

Nota 2ª di MARIO PIERI.

La presente Nota e quella che le fa seguito versano intorno alcune conseguenze dei principî logico-geometrici, proposti ed analizzati assai distesamente in altro lavoro pubblicato alcuni mesi addietro sotto lo stesso titolo (*) — conseguenze molto importanti agli scopi della Geometria Projettiva. Gli argomenti trattati in queste due Note pajono sufficienti a mostrare come dai nostri Postulati circa gli enti primitivi *punto, retta* e *segmento* (projettivi) sia possibile svolgere tutta quanta la pura Geometria di Posizione, e quindi anche le Geometrie metriche astratte che ne derivano.

Si è stimato opportuno di riprender la numerazione dei §§ al punto ove si arresta la Nota precedente. Tanto più che i risultati di quella non si potrebber riassumere in breve: sicchè non è possibil supporre che chi vorrà leggere o consultar la presente non abbia anche quella sott'occhio.

Triangoli projettivi.

§ **11.** — Tra i vantaggi, che il segmento projettivo (§ 7) palesa come idea primitiva, va segnalato anche questo: che nel passaggio a forme di maggior dimensione il segmento projettivo (individuato dagli estremi ed un punto) conduce naturalmente al triangolo projettivo e al tetraedro (individuati mediante i vertici e un punto), per via non dissimile a quella, con cui dalla retta si giunge al piano e allo spazio. Ad una estensione consimile mal si presterebbe l'idea di successione ordinata.

(*) " *Sui principî che reggono la Geometria di Posizione* „: Nota di M. Pieri, negli " Atti d. R. Acc. d. Sc. di Torino „, vol. XXX (maggio 1895).

La considerazione di queste figure " *triangolo* e *tetraedro projettivo* „ riesce utilissima in molte questioni, eziandio elementari, di Geometria projettiva; però che in esse s'imperniano i più semplici fatti inerenti alla *connessione* del piano e dello spazio ordinario. G. C. von STAUDT le introdusse e ne usò (v.i p. e. i nn. 172-75 e 188-91 della G. d. L.) mettendone in vista alcune proprietà, derivanti (principalmente) dai suoi postulati circa le superficie coniche d'ordine pari e d'ordine dispari; ma non sappiamo che altri abbia trattato quest'argomento con più diffusione e maggior semplicità di premesse. — In questo § e nel susseguente, previa dimostrazione di alcuni fatti che occorrono assai di frequente, si studia appunto il *triangolo*, quale porzione di piano atta a projettarsi in un'altra della stessa natura; mostrandosi come le sue proprietà maggiormente intuitive e più spesso invocate discendano senz'altro dai Postulati I-VIII, XI-XVII e XIX (*)

P. 1. $a,b,c \in [0] \,.\, (a,b,c) \sim \in Cl \,.\, a' \in bc \sim \iota b \sim \iota c \,.\, b' \in ca \sim \iota c \sim \iota a : \supset :$
$: aa', bb' \in \mathrm{K}abc \cap [1] \sim \iota bc \sim \iota ca \sim \iota ab \,.\, aa' \sim = bb' \,.$
$.\, [aa' \cap bb'] \in [0] \cap abc \sim bc \sim ca \sim ab$ (**) Teor.

[(α) Hp . P8, 5 § 3 . P9, 3 § 2 . P3 § 4 : $\supset : a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.$
$.\, c \sim = a \,.\, ab \sim = bc \,.\, bc \sim = ca \,.\, ca \sim = ab \,.\, a', b' \in [0] \,.$
$.\, a' \sim = a \,.\, b' \sim = b \,.\, aa', bb' \in [1]$

(β) Hp . (α) . P4 § 2 . P5 § 3 : $\supset : aa' \sim = bc \,.\, bb' \sim = ca$

(*) Si osservi che, mentre i §§ 7-10 (eccezion fatta di P3 § 10) corrono al tutto indipendenti dai §§ 1-6 (tanto che nell'ipotesi di ogni proposizione dei §§ 7-10 è permesso di leggere $r \in \mathrm{K}$ invece di $r \in [1]$), nelle proposizioni dei §§ 11, 12 si collegano i principî relativi a tutti e tre gli enti non definiti. — Circa alle nostre dimostrazioni simboliche è da avvertire che d'ordinario (qui, come addietro) nel corso di una singola deduzione o catena di deduzioni non si cita più d'una volta una stessa proposizione, quantunque usata più volte. E col citare una catena di deduzioni si vuole soltanto allegare quella proposizione che nasce guardando al primo e all'ultimo membro di essa, e astraendo dagli altri.

(**) Qui ed appresso la scrittura $[u \cap v]$, dove u e v siano classi, sta in vece di $\bar{\iota}(u \cap v)$; cioè la classe $u \cap v$ si concepisce come l'insieme degli individui eguali ad $[u \cap v]$.

(γ) Hp . (α) .∴ ⊃ .∴ $aa' = ca$. P7 §2 : ⊃ : $a' \epsilon ca$. P11 §2 : ⊃ :
: $ca = ca'$. P5 §2 : ⊃ . $ca = bc$ ∴ ⊃ . $aa' \sim = ca$

(δ) Hp . (α) .∴ ⊃ .∴ $aa' = ab$. P7 §2 : ⊃ : $a' \epsilon ab$. P5 §2 : ⊃ :
: $ab = ba'$. P11 §2 : ⊃ . $ab = bc$ ∴ ⊃ . $aa' \sim = ab$

(ξ) Hp . (α) ∴ ⊃ ∴ $aa' = bb'$. P4 §2 : ⊃ : $b \epsilon aa'$. P11 §2 : ⊃ .
. $aa' = ab$: (δ) ∴ ⊃ . $aa' \sim = bb'$

(η) Hp . (α) . P 5 § 3 . P 4 § 5 : ⊃ : $a, a' \epsilon a(bc)$. $b, b' \epsilon b(ca)$.
. P14, 15 § 5 : ⊃ : $a, a', b, b' \epsilon abc$. P22, 21 §5 . P3 §2 : ⊃ :
: $aa' \cap bb' \sim = \Lambda$. $aa', bb' \epsilon \mathrm{K}abc$

(ζ) Hp . (α) . P3 §2 ∴ ⊃ ∴ $x, y \epsilon aa' \cap bb' . x \sim = y$. P15 §2 : $\supset_{x,y}$:
: $aa' = bb'$: (ξ) ∴ ⊃ : $x, y \epsilon aa' \cap bb'$. $\supset_{x,y}$. $x = y$: (η) ∴ ⊃ .
. $[aa' \cap bb'] \epsilon [0] \cap abc$

(λ) Hp . (α) . (ζ) .∴ ⊃ .∴ $[aa' \cap bb'] = b$. P3 §2 : ⊃ : $b \epsilon aa'$.
. P11 §2 : ⊃ . $aa' = ab$: (δ) ∴ ⊃ . $[aa' \cap bb'] \sim = b$

(μ) Hp . (α) . (ζ) .∴ ⊃ .∴ $[aa' \cap bb'] \epsilon ab$. (λ) . P5 § 2 : ⊃ :
: $ab = b\,[aa' \cap bb']$. P11 § 2 : ⊃ . $ab = bb'$: $\binom{b,a,b',a'}{a,b,a',b'}$(δ) .
. P6 § 2 ∴ ⊃ . $[aa' \cap bb'] \sim \epsilon ab$

(ν) Hp . (α) . (ζ) .∴ ⊃ .∴ $[aa' \cap bb'] \epsilon bc$. (λ) . P11, 3 §2 : ⊃ .
. $bc = b\,[aa' \cap bb'] = bb'$: $\binom{b,a,b',a'}{a,b,a',b'}$(γ) . P6 § 2 .∴ ⊃ .
. $[aa' \cap bb'] \sim \epsilon bc$

Hp . (α) . (β) . (γ) . (δ) . (ξ) . (η) . (ζ) . (μ) . (ν) . $\binom{b,a,b',a'}{a,b,a',b'}$(γ)(δ)(ν) : ⊃ . Th]

P. 2. $a, b, c \epsilon [0] . (a, b, c) \sim \epsilon Cl$: ⊃ : $[0] \cap abc \sim bc \sim ca \sim ab . \sim = \Lambda$
Teor.

[Hp . P1 :: ⊃ :: $a' \epsilon bc \sim \iota b \sim \iota c . b' \epsilon ca \sim \iota c \sim \iota a : \sim =_{a',b'} \Lambda$ ∴ ⊃ :
: $[aa' \cap bb'] \epsilon [0] \cap abc \sim bc \sim ca \sim ab . \sim =_{a',b'} \Lambda$.∴
.∴ P10 §2 : : ⊃ . Th]

P. 3. $a, b, c \in [0] . (a, b, c) \sim \in Cl . d \in abc \sim bc \sim ca \sim ab : \supset : d \in [0] .$
$. \iota a \cup \iota b \cup \iota c \cup \iota d \in \mathrm{K}abc \cap \overline{\mathrm{num}}\ 4 . \iota ab \cup \iota cd \cup \iota bc \cup \iota ad \cup$
$\cup \iota ca \sim \iota bd \in \mathrm{K}[1] \cap \mathrm{KK}abc \cap \overline{\mathrm{num}}\ 6$ Teor.

In altri termini " essendo a, b, c tre punti non collineari e d un punto del piano abc non giacente in alcuna delle rette bc, ca, ab (ipotesi non assurda in virtù della prop.^{e} prec.^{e}) saranno a, b, c, d quattro punti *distinti*, e ab, cd, bc, ad, ca, bd sei rette *distinte*, del piano abc ".

[(α) Hp . P8 §3 . P 2, 14 § 5 . P4 § 2 : $\supset$: $a \sim = b . b \sim = c .$
$. c \sim = a . d \in [0] \sim \iota b \sim \iota c \sim \iota a$

(β) Hp . (α) . P5 § 3 . P4, 14 § 5 . P7 § 2 : $\supset . a, b, c \in abc$

(γ) Hp . (α) . P5 § 3 . P9 § 2 : $\supset : ab \sim = bc . bc \sim = ca . ca \sim = ab .$
$. bc \sim = cd . ca \sim = ad . ab \sim = bd$

(δ) Hp . (α) . P12 § 2 : $\supset : bc \sim = bd . ca \sim = cd . ab \sim = ad$

(ξ) Hp . (α) . P14 § 2 : $\supset : c \sim \in bd . a \sim \in cd . b \sim \in ad$. P9 § 2 : $\supset$:
$: bd \sim = dc . cd \sim = da . ad \sim = db$

(η) Hp . (α) $\therefore \supset \therefore ab = cd$. P7 § 2 : $\supset . d \in ab$: P15 § 5 $\therefore \supset$:
$: ab \sim = cd . bc \sim = ad . ca \sim = bd$

(ζ) Hp . (α) . (β) . P3 § 4 . P21 § 5 . P3 § 2 : $\supset . ab, cd, bc, ad,$
$ca, bd \in [1] \cap \mathrm{K}abc$
Hp . (α) . (β) . (γ) . (δ) . (ξ) . P6 § 2 . (η) . (ζ) : $\supset$. Th].

P. 4. Hp P3 . $\supset . [bc \cap ad], [ca \cap bd], [ab \cap cd] \in [0] \cap abc \sim \iota a \sim$
$\sim \iota b \sim \iota c \sim \iota d$ Teor.

Cioè " nelle stesse ipotesi della P3, le rette bc e ad hanno a comune un punto ed uno solo, il quale è diverso da ciascuno dei punti a, b, c, d: e il simile è da dire circa le coppie di rette ca e bd, ab e cd ".

[(α) Hp . P3 . P3 § 2 $\therefore \supset \therefore x, y \in bc \cap ad$. P15 § 2 : $\supset_{x,y} . x = y$:
: P22, 21 § 5 $\therefore \supset : bc \cap ad \sim = \Lambda . [bc \cap ad] \in [0] \cap abc$

(β) Hp . P3 . P14, 13 §2 . P5 §3 : ⊃ : $b, c \sim \epsilon\, ad$. $a, d \sim \epsilon\, bc$.
. P3 §2 : ⊃ . $[bc \cap ad] \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota b \cup \iota c \cup \iota d$
Hp . (α) . (β) . P15 §5 : ⊃ . Th]

P. 5. HpP3 . $a' \equiv [bc \cap ad]$. $b' \equiv [ca \cap bd]$. $c' \equiv [ab \cap cd]$: ⊃ :
: $a' \sim = b'$. $b' \sim = c'$. $c' \sim = a'$. $[ab \cap a'b'], [bc \cap b'c'], [ca \cap$
$\cap\, c'a'] \epsilon [0] \cap abc \sim \iota a \sim \iota b \sim \iota c \sim \iota d$. (*) Teor.

[(α) Hp . P4,3,1 . P3,5 §2 : ⊃ : $aa' \sim = ca$. $ca = ab'$. P8 §2 : ⊃ .
. $a' \sim = b'$

(β) Hp . P4,3 . (α) ∴ ⊃ ∴ $ab = a'b'$. P4 §2 : ⊃ : $a' \epsilon\, ab$. P11 §2 : ⊃ .
. $ab = aa'$: P1 . P3 §2 ∴ ⊃ : $ab \sim = a'b'$. P22, 21 §5 .
. P15 §2 ∴ ⊃ : $ab \cap a'b' \sim = \Lambda$. $[ab \cap a'b'] \epsilon [0] \cap abc$

(γ) Hp . P4, 3 . (α) ∴ ⊃ ∴ $[ab \cap a'b'] = a$. P3 §2 : ⊃ : $a \epsilon\, a'b'$.
. P13 §2 : ⊃ : $b' \epsilon\, aa'$. P11 §2 : ⊃ : $aa' = ab'$. P5 §2 : ⊃ .
. $aa' = ca$: P1 . P6 §2 . P15 §5 ∴ ⊃ . $[ab \cap a'b'] \sim \epsilon\, \iota a \cup \iota b$

(δ) Hp . P5 §3 : ⊃ : $c, d \sim \epsilon\, ab$. P3 §2 : ⊃ . $[ab \cap a'b'] \sim \epsilon\, \iota c \cup \iota d$
Hp . (α) . (β) . (γ) . (δ) . P15 §5 : ⊃ . Th]

Questi teoremi posson servire d'introduzione allo studio del *quadrangolo completo* (o *rete del* Möbius) e delle forme *armoniche*. Nella proposizione che segue è già rilevato il separarsi delle coppie armoniche.

P. 6. HpP5 . ⊃ . $[ab \cap a'b'] \epsilon [0] \sim (ac'b) \sim \iota a \sim \iota b$ Teor.

[(α) Hp . P3 . P4 §3 : ⊃ : $(b, c, d) \sim \epsilon\, Cl$. P15, 18 §5 . P5 §3 .

(*) Essendo A un aggregato di simboli avente senso già noto, ed x un segno, o gruppo di segni, scriveremo $x \equiv$ A per denotare che x è per sostituirsi ad A; ossia che A è la definizione (nominale) di x: come è significato in

$$\{\, x \equiv \mathrm{A} \,.=.\, x = \mathrm{A} \text{ Def} \{ \quad \text{Def}$$

. P 14, 13 §2 : ⊃ : $a \epsilon bcd \sim bc \sim cd \sim db$. $\binom{b,c,d,a,c',a'}{a,b,c,d,a',c'}$P5 : ⊃ :
: $b' \sim = a'$. $[cd \cap b'a'] \epsilon [0] \sim \iota c \sim \iota d$

(β) Hp . (α) . P 3, 4 . P 3, 7 §2 . P 8, 9, 28, 2, 4 §8 : ⊃ : $cd \sim (c[cd \cap$
$\cap b'a']\, d) \sim \iota c \sim \iota d \sim \iota c'$. $\sim = \Lambda$

(γ) Hp . $z \epsilon cd \sim \iota c$. P 3, 4 . P 3, 11, 5 §2 : $\supset_z$. $z \epsilon [0] \sim \iota a' \sim \iota b'$

(δ) Hp . $z \epsilon cd \sim \iota c \sim \iota d$. P 3, 4, 1 . P 6 §3 . P 18, 15 § 5 .
. P 5, 11, 6, 3 §2 : $\supset_z$: $(b,c,b') \sim \epsilon Cl$. $z \epsilon bcb' \sim bc \sim cb' \sim b'b$.
. $\binom{b',z}{a,d}$ P 4 : $\supset_z$. $[bc \cap b'z] \epsilon [0] \sim \iota b \sim \iota c$

(ξ) Hp . $z \epsilon cd \sim \iota d \sim \iota c'$. P 3, 4, 1 . P 3 §3 . P 3, 5, 11 §2 . P 18 §5 : $\supset_z$:
: $(a, b, b') \sim \epsilon Cl$. $z \epsilon abb' \sim ab \sim bb' \sim b'a$. $\binom{b',z}{c,d}$P4 . (γ) .
. P 4, 6 §2 : $\supset_z$: $[ab \cap b'z] \epsilon [0] \sim \iota a \sim \iota b \sim \iota c'$

(η) Hp . $z \epsilon cd \sim \iota c \sim \iota d \sim \iota c'$. $\binom{b,a,b',a'}{a,b,a',b'}$(δ)(ξ) . P6 §2 . P 15 §5 .
. P 3 : $\supset_z$: $[ca \cap a'z] \epsilon [0] \sim \iota c \sim \iota a$. $[ab \cap a'z] \epsilon [0] \sim \iota a \sim$
$\sim \iota b \sim \iota c'$

(ζ) Hp . $z \epsilon cd \sim (c[cd \cap b'a']d) \sim \iota c \sim \iota d \sim \iota c'$. (α) . (γ) . (δ) . (ξ) . (η) .
. P 3, 4 . P 7, 3 §2 . P 2, 7 §3 . P 3 §10 : $\supset_z$: $[bc \cap b'z] \sim$
$\sim \epsilon (ca'b)$. $[ca \cap a'z] \sim \epsilon (cb'a)$. P 3 §10 : $\supset_z$: $[ab \cap b'z] \sim$
$\sim \epsilon (c'[ab \cap a'z]b)$. $[ab \cap a'z] \sim \epsilon (c'[ab \cap b'z]a)$. P 1, 7, 19,
3, 5, 16 § 8 : $\supset_z$: $[ab \cap a'z] \sim = [ab \cap b'z]$. $a, b \epsilon ([ab \cap$
$\cap b'z][ab \cap a'z]c')$. P 27 §8 : $\supset_z$. $c' \epsilon (a[ab \cap b'z]b)$

(λ) Hp . $z \epsilon cd \sim (c[cd \cap b'a']d) \sim \iota c \sim \iota d \sim \iota c'$. (α) . P 3 . P 7, 3 §2 .
. P 18 §8 : $\supset_z$: $[cd \cap b'a'] \sim \epsilon (czd)$. P 4, 5 . (γ) . P 2, 7 §3 .
. P 3 §10 : $\supset_z$: $[ab \cap b'a'] \sim \epsilon (a[ab \cap b'z]b)$. (ζ) . (ξ) . P 14 §8 :
: $\supset_z$. $[ab \cap b'a'] \sim \epsilon (ac'b)$

Hp . (λ) . (β) . P 5 . P 6 §2 : ⊃ . Th]

Questo teorema è, in fondo, una relazione tra i quattro punti *a, b, c, d* che si deduce da altre relazioni inerenti alla figura dei cinque punti *a, b, c, d, z* mediante eliminazione di *z*.

Tale è il principio che informa l'ingegnosa dimostrazione dovuta all'ENRIQUES (*), da noi qui parzialmente imitata.

Il simbolo $(abcd)$ leggasi " *triangolo projettivo* $abcd$ ".

P. 7. $a,b,c \in [0] \,.\, (a,b,c) \sim \in Cl \,.\, d \in abc \sim bc \sim ca \sim ab : \supset .\, (abcd) =$
$= [0] \sim \iota a \sim \iota b \cap \overline{x \in} \,\}\, [bc \cap ax] \in (b\,[bc \cap ad]\,c) \,.\, [ca \cap$
$\cap\, bx] \in (c\,[ca \cap bd]\,a)\}$ Def.

P. 8. Hp P 7 . $\supset$. $(abcd) = a(b[bc \cap ad]c) \cap b(c[ca \cap bd]a)$ Teor.

Le P 7, 8 voglion dire in sostanza che " essendo a, b, c tre punti non allineati e d un punto del piano abc non appartenente a nessuna delle rette bc, ca, ab, se con a', b' indichiamo le projezioni del punto d dai punti a, b sulle rette bc, ca, la figura $(abcd)$ sarà l'insieme dei punti x, diversi da a e b, che projettati come il punto d mandano le loro imagini dentro i segmenti projettivi $(ba'c)$, $(cb'a)$ — ovvero, che è lo stesso,

---

(*) *Loc. cit.*, § 8: la quale si può forse imputare di poca simmetria nelle parti e dell'uso non necessario d'una proposizione (il teor.ª sui triang.ⁱ omologici) dipendente da postulati spaziali. Con le modificazioni da noi portate essa è ridotta, in sostanza, al ragionamento che segue. Sia $a'b'cd$ un quadrangolo costruttore del gruppo armonico $abc'c_1$; e per a passino i lati $b'c$ e $a'd$, per b i lati $a'c$ e $b'd$, per c' e c_1 risp.ᵉ i lati cd e $a'b'$. Detto c'' il punto comune alle linee cd e $a'b'$, prendasi nella cd un punto z diverso da c' e separato da c'' per mezzo dei punti c e d. Allora le coppie c, b ed a', x', projezioni delle coppie c, d e c'', z dal punto b' sulla retta bc, dovranno eziandio separarsi a vicenda; e similmente le coppie c, a e b', y', projezioni dal punto a' sulla retta ca. Ne viene che anche le coppie c', b e y, x, projezioni delle c, b e a', x' dal punto z sulla retta ba, si separano; e nello stesso modo le coppie c', a e x, y, projezioni delle c, a e b', y'. Da ciò segue che il punto c' giace dentro il segmento axb. Ma le coppie separate c, b e a', x' dànno, per projezione da b' su ab, le coppie a, b e c_1, x: quindi il punto c_1 non appartiene al segmento axb. Dunque i punti c' e c_1 son separati dai punti a e b. Con ciò resta altresì dimostrato che i punti c' e c_1 non posson coincidere. — La dimostrazione che si suol dare a questo teorema (V. p. e., REYE, PASCH, SANNIA) è per ciò appunto in difetto, che presuppone distinti l'uno dall'altro quei punti c' e c_1. Veramente il PASCH (*loc. cit.*, pag. 83) afferma che essi sono diversi; per altro senza addurne ragioni.

(P8 = P7) l'insieme dei punti comuni alle visuali di questi segmenti prese dai centri a e b „ (*).

P. 9. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\supset.\, (abcd) \supset abc \sim bc \sim ca \sim ab$ Teor.

$\Big[\mathrm{Hp} :: \supset : x \in (abcd) \,.\, \mathrm{P}8,3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}1,2,4\,\S 8 \,.\, \mathrm{P}5\,\S 3 \,.$
$.\, \mathrm{P}11\,\S 4 : \supset_x .\therefore a_1 \in bc \sim \iota b \sim \iota c \,.\, b_1 \in ca \sim \iota c \sim \iota a \,.\, x =$
$= aa_1 \cap bb_1 : \sim =_{a_1, b_1} \wedge .\therefore \mathrm{P}1 :: \supset . \mathrm{Th}\Big]$

P. 10. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\supset.\, d \in (abcd)$ Teor.

$[\mathrm{P}7,3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}1,7\,\S 8 : \supset . \mathrm{P}10]$

P. 11. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\supset.\, (a\,d[bc \cap ad]) \supset (abcd)$ Teor.

$\Big[(\alpha)$ $\mathrm{Hp} \,.\, x \in (a\,d[bc \cap ad]) \,.\, \mathrm{P}3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}1,2\,\S 8 : \supset_x :$
$: x \in ad \sim \iota a \,.\, \mathrm{P}11,4\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}5\,\S 3 : \supset_x : x \in abc \sim \iota b \,.\, bx \sim = ca \,.$
$.\, \mathrm{P}22\,\S 5 \,.\, \mathrm{P}15\,\S 2 : \supset_x : x \in [0] \cap ad \sim \iota a \sim \iota b \,.\, [ca \cap bx] \in [0]$

(β) $\mathrm{Hp} \,.\, x \in (a\,d[bc \cap ad]) \,.\, (\alpha) \,.\, \mathrm{P}3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}7,2\,\S 3 \,.$
$.\, \mathrm{P}3\,\S 10 \,.\, \mathrm{P}3\,\S 8 : \supset_x . [ca \cap bx] \in (c[ca \cap bd]\,a)$

(γ) $\mathrm{Hp} \,.\, x \in (a\,d[bc \cap ad]) \,.\, (\alpha) \,.\, \mathrm{P}3 \,.\, \mathrm{P}11\,\S 2 : \supset_x . [bc \cap ax] =$
$= [bc \cap ad] \,.\, \mathrm{P}4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}7\,\S 8 : \supset_x . [bc \cap ax] \in (b[bc \cap$
$\cap\, ad]\,c)$

$\mathrm{Hp} \,.\, (\alpha) \,.\, (\beta) \,.\, (\gamma) \,.\, \mathrm{P}7 : \supset . \mathrm{Th}\Big]$

P. 12. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\, x \in [0] \sim \iota a \sim \iota b \,.\, [bc \cap ax] \in (b\,[bc \cap ad]\,c) \,.\, [ca \cap$
$\cap\, bx] \in (c[ca \cap bd]\,a) : \supset_x : x \sim = c \,.\, [ab \cap cx] \in (a[ab \cap cd]\,b)$
Teor.

$\Big[(\alpha)$ $\mathrm{Hp} \,.\, \mathrm{P}3,4 \,.\, \mathrm{P}3,7\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}5\,\S 3 \,.\, \mathrm{P}1,2,4\,\S 8 : \supset_x . [bc \cap ax],$
$[ca \cap bx] \in [0] \sim \iota a \sim \iota b \sim \iota c$

(β) $\mathrm{Hp} \,.\, (\alpha) \,.\, \mathrm{P}3,4 \,.\, \mathrm{P}3,11\,\S 2 \,.\therefore \supset_x : a[bc \cap ax] = ax \,.\, b[ca \cap$
$\cap\, bd] = bd \,.\, (^{bc \cap ax}_{a'}, {}^{ca \cap bd}_{b'})\mathrm{P}1 \,.\therefore \supset_x : [ax \cap bd] \in [0] \cap$

(*) Cfr. Staudt, *loc. cit.*, n. 175.

$\cap abc \sim bc \sim ca \sim ab$. P4 §2 . $(^{ax \cap bd}_{d})$P4 .·. $\supset_x$.·. $x_1 \equiv$
$\equiv [ax \cap bd] . \supset : x_1 \in [0] \sim \iota a . ax_1 = ax . [bc \cap ax] \sim = x_1 .$
$. [ab \cap cx_1] \in [0] \sim \iota a \sim \iota b$

(γ) Hp . (α) . P3,11 §2 : $\supset_x : a[bc \cap ax] = ax . b[ca \cap bx] = bx .$
$. (^{bc \cap ax,\ ca \cap bx}_{a',\ b'})$P1 . P7 §2 : $\supset_x$: $ax \in [1] \sim \iota ca \sim \iota ab .$
$. [ax \cap bx] \in [0] \cap abc \sim bc \sim ca \sim ab . [ax \cap bx] = x .$
$. (^{x}_{d})$P3,4 : $\supset_x : ax \in [1] \sim \iota ca \sim \iota ab . x \sim = c . [ab \cap cx] \in [0]$

(δ) Hp . $x_1 \equiv [ax \cap bd]$. (α) . (β) . P3,4 . P7,3 §2 . P7,2 §3 .
. P3 §10 : $\supset_x : x_1 \in (bd[ca \cap bd])$. P3 §10 : $\supset_x : [ab \cap$
$\cap cx_1] \in (b[ab \cap cd]a)$. P14,3 §8 : $\supset_x . (b[ab \cap cx_1]\, a) =$
$= (a[ab \cap cd]b)$

(ξ) Hp . $x_1 \equiv [ax \cap bd]$. (α) . (β) . (γ) . P3,4 . P7,3 §2 . P2,7 §3 .
. P3 §10 : $\supset_x : x \in ([bc \cap ax]\, x_1 a)$. P3 §10 : $\supset_x : [ab \cap$
$\cap cx] \in (b[ab \cap cx_1]a)$. (δ) : $\supset_x . [ab \cap cx] \in (a[ab \cap cd]\, b)$

Hp . (ξ) . (γ) . (β) : $\supset_x$. Th]

Per la prop.e ora dimostrata, che è fra le principali intorno al triangolo, si potrebbe sostituire alla definiz.e contenuta in P7 quest'altra (da aversi qui come teorema):

P.13. Hp P7 . $\supset . (abcd) = [0] \sim \iota a \sim \iota b \sim \iota c \cap \overline{x \in} \}\, [bc \cap ax] \in (b[bc \cap$
$\cap ad]c) . [ca \cap bx] \in (c[ca \cap bd]a) . [ab \cap cx] \in (a[ab \cap cd]b) \{$

la quale, tuttochè sovrabbondante, ha il pregio d'una maggior simmetria. Essa viene a dire in sostanza che " essendo a, b, c, d come sopra (P3,7,...), se con a', b', c' indichiamo ordinatame le projezioni del punto d dai punti a, b, c sulle rette bc, ca, ab, il triangolo $(abcd)$ sarà l'insieme dei punti, che projettati da a, b, c mandano le loro immagini dentro i segmenti $(ba'c)$, $(cb'a)$, $(ac'b)$ ". La P12 afferma che se le due prime immagini cadono sopra i segmenti $(ba'c)$, $(cb'a)$, l'ultima cadrà per forza nel segmento $(ac'b)$. — Conseguenza immediata della P13 è:

P. 14. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\supset.\, (abcd) = (bcad) = (cabd) = (cbad) = (acbd) =$
$= (bacd)$ Teor.

$[\mathrm{P}13,3,4 \,.\, \mathrm{P}6,7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}15\,\S 5 \,.\, \mathrm{P}3\,\S 8 : \supset .\, \mathrm{P}14]$.

Onde saranno vere altresì le propos.^{i} che nascono dalle P7,8 permutando nei secondi membri soltanto le lettere a, b, c fra loro; p. e.:

P. 15. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\supset.\, (abcd) = b(c[ca \cap bd]a) \cap c(a[ab \cap cd]b) =$
$= c(a[ab \cap cd]b) \cap a(b[bc \cap ad]c) = a(b[bc \cap ad]c) \cap$
$\cap\, b(c[ca \cap bd]a) \cap c(a[ab \cap cd]b)$ Teor.

$[\mathrm{P}8,14 \,.\supset.\, \mathrm{P}15]$.

Chiamando *vertici* del triangolo i punti a, b, c e *lati* i segmenti $(ba'c)$, $(cb'a)$, $ac'b)$, la P15, insieme con la P8, dice che " ogni punto, nel quale si taglino i raggi che projettan due punti comunque presi in due lati dai vertici opposti ai medesimi, sta sempre in un raggio projettante dal terzo vertice un punto del terzo lato — ed appartiene al triangolo ". Si chiamerà poi *contorno* del triangolo $(abcd)$ la figura $(ba'c) \cup (cb'a) \cup (ac'b) \cup$ $\cup\, \iota a \cup \iota b \cup \iota c$, somma logica dei lati e dei vertici. Il segmento (P19 §9) $ab \sim (ac'b) \sim \iota a \sim \iota b$ sarà il *complemento* del lato $(ac'b)$. — I punti del contorno sono esclusi dal triangolo in virtù di P9; cioè:

P. 16. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\, x \in (abcd) : \supset_x .\, x \sim \in (b[bc \cap ad]c) \cup (c[ca \cap bd]a) \cup$
$\cup\, (a[ab \cap cd]b) \cup \iota a \cup \iota b \cup \iota c$ Teor.

$[\mathrm{P}9,3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}1\,\S 8 : \supset .\, \mathrm{P}16]$

P. 17. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P}7 \,.\, d' \in (abcd) : \supset_{d'} .\, (abcd) = (abcd')$ Teor.

$\Big[$ (α) $\mathrm{Hp} \,.\, \mathrm{P}9 : \supset_{d'} .\, d' \in abc \sim bc \sim ca \sim ab$

(β) $\mathrm{Hp} \,.\, \mathrm{P}7 : \supset_{d'} : [bc \cap ad'] \in (b[bc \cap ad]c) \,.\, [ca \cap bd'] \in (c[ca \cap$
$\cap\, bd]a) \,.\, \mathrm{P}3,4 \,.\, \mathrm{P}7,3\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}14\,\S 8 : \supset_{d'} : (b[bc \cap ad]c) =$
$= (b[bc \cap ad']c) \,.\, (c[ca \cap bd]a) = (c[ca \cap bd']a)$

$\mathrm{Hp} \,.\, (\alpha) \,.\, (\beta) \,.\, (\frac{d'}{d})\mathrm{P}7 : \supset_{d'} .\, \mathrm{Th}\ \Big]$

Pertanto " all'oggetto di determinare un triangolo projettivo $(abcd)$ si può sempre sostituire il punto d con altro punto qualsivoglia della stessa figura ". Come corollario si ha:

P. 18. $a,b,c \in [0] \,.\, (a,b,c) \sim \in Cl \,.\, d,d' \in abc \sim bc \sim ca \sim ab : \supset \therefore$
$\therefore (abcd) \cap (abcd') \,.\, \sim = \Lambda : \supset \,.\, (abcd) = (abcd')$ Teor.

$\Big[$ Hp $\therefore \supset \therefore p \in (abcd) \cap (abcd') \,.\, $ P 17 $: \supset_p \,.\, (abcd) = (abcp) =$
$= (abcd') \therefore \supset \,.\,$ Th $\Big]$

ossia " due triangoli projettivi coincidono, se hanno gli stessi vertici e un punto a comune ".

P. 19. HpP7 $\,.\, z \in ab : \supset_z \therefore z \sim \in (a[ab \cap cd]b) \cup \iota a \cup \iota b \,.=:$
$: [bc \cap dz] \in (b[bc \cap ad]c) \,.\, [ca \cap dz] \in (c[ca \cap bd]a)$ Teor.

$\Big[$ (α) Hp $\,.\,$ P3 $\,.\,$ P3,4,15 §2 $\,.\,$ P22 §5 $: \supset_z : z \in [0] \sim \iota d \,.\, [bc \cap dz],$
$[ca \cap dz] \in [0]$

Hp $\,.\,$ P3,4 $\,.\,$ P7,3 §2 $\therefore \supset_z \therefore z \sim \in (a[ab \cap cd]b) \cup \iota a \cup \iota b \,.$
$.$ P13 §8 $:=: z \in ([ab \cap cd]ba) \cap (ba[ab \cap cd]) \,.\,$ (α) $\,.$
$.$ P2,7 §3 $\,.\,$ P3 §10 $:=: [ca \cap dz] \in (c[ca \cap bd]a) \,.\, [bc \cap$
$\cap dz] \in (b[bc \cap ad]c) \therefore \supset_z \,.\,$ Th $\Big]$.

Atteso che il triangolo $(abcd)$ non muta per lo scambio dei vertici (P14), nè se al posto del punto d si metta un altro punto qualsivoglia del triangolo stesso (P17), la P19 potrà essere enunciata in questa forma: " Se una retta contenente un punto interno al triangolo incontra il complemento di un lato, dovrà incontrare gli altri due lati — e viceversa ".

P. 20. HpP7 $\,.\, a' \equiv [bc \cap ad] \,.\, b' \equiv [ca \cap bd] \,.\, c' \equiv [ab \cap cd] \,.\, x,y \in abc \,.$
$.\, x \sim = y \,.\, d \in xy \,.\, a,b,c \sim \in xy : \supset_{x,y} \therefore [ab \cap xy] \sim$
$\sim \in (ac'b) \,.=:\, [bc \cap xy] \in (ba'c) \,.\, [ca \cap xy] \in (cb'a)$ Teor.

$\Big[$ Hp $\,.\,$ P3 $\,.\,$ P3,7,15 §2 $\,.\,$ P22 §5 $: \supset_{x,y} : [ab \cap xy] \in ab \sim \iota a \sim$
$\sim \iota b \,.\, d\,[ab \cap xy] = xy \,.\, ({}^{ab}\underset{z}{\cap}{}^{xy})$P19 $: \supset_{x,y} \,.\,$ Th $\Big]$

P. 21. Hp P20 . $\supset_{x,y}$ ∴ $[bc \cap xy] \in (ba'c)$. $[ca \cap xy] \in (cb'a)$. $[ab \cap xy] \sim \sim \in (ac'b)$: ∪ : $[bc \cap xy] \in (ba'c)$. $[ca \cap xy] \sim \in (cb'a)$. $[ab \cap \cap xy] \in (ac'b)$: ∪ : $[bc \cap xy] \sim \in (ba'c)$. $[ca \cap xy] \in (cb'a)$ . . $[ab \cap xy] \in (ac'b)$ Teor.

[(α) Hp . $[ab \cap xy] \in (ac'b)$. P20 ∴ $\supset_{x,y}$ ∴ $[bc \cap xy] \sim \in (ba'c)$. ∪ . . ∪ . $[ca \cap xy] \sim \in (cb'a)$: P20 ∴ $\supset_{x,y}$ ∴ $[bc \cap xy] \sim \in (ba'c)$ . . $[ca \cap xy] \in (cb'a)$. $[ab \cap xy] \in (ac'b)$: ∪ : $[ca \cap xy] \sim \in (cb'a)$ . . $[ab \cap xy] \in (ac'b)$. $[bc \cap xy] \in (ba'c)$

(β) Hp . $[ab \cap xy] \sim \in (ac'b)$. P 20 : $\supset_{x,y}$: $[ab \cap xy] \sim \in (ac'b)$ . . $[bc \cap xy] \in (ba'c)$. $[ca \cap xy] \in (cb'a)$

Hp . (α) . (β) : $\supset_{x,y}$. Th].

La P 21 (dacchè ogni punto di $(abcd)$ può tener luogo del punto d) viene a dire in sostanza che " ogni retta giacente nel piano abc, la quale contenga un punto, ma non un vertice, del triangolo projettivo $(abcd)$, taglia necessariamente due lati del triangolo stesso e non incontra il rimanente ". D'altra parte ogni retta (P12), la quale unisca un punto interno al triangolo con uno dei vertici, taglia sempre il lato opposto al medesimo.

P. 22. Hp P 7 . $z \in ab \sim (a[ab \cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b$: $\supset_z$: $([bc \cap dz]\, d\, [ca \cap \cap dz]) \supset (abcd)$. $([bc \cap dz]\, z\, [ca \cap dz]) \cap (abcd) = \Lambda$ Teor.

[(α) Hp . P 3,4,19 . P 3,7,15 §2 . P 3 §4 . P 21,22 § 5 . P2,4 § 8 : $\supset_z$: : $z \in [0] \cap abc \sim \iota d$. $dz \in [1] \cap Kabc \sim \iota ab \sim \iota ca$. $[bc \cap dz] \in [0] \sim \sim \iota d \sim \iota b \sim \iota c \sim \iota z$. $[ca \cap dz] \in [0] \sim \iota d \sim \iota c \sim \iota a \sim \iota z$. $[bc \cap \cap dz] \sim = [ca \cap dz]$

(β) Hp . (α) . P3,4 . P3,7 § 2 . P 7,2 § 3 . P 3 § 10 : $\supset_z$: $z \sim \in ([ca \cap \cap dz]\, d\, [bc \cap dz])$. P 21 § 8 : $\supset_z$. $([ca \cap dz]\, d\, [bc \cap dz]) \supset \supset ([ca \cap dz]\, d\, z)$

(γ) Hp . $t \in ([bc \cap dz]\, d\, [ca \cap dz])$. (α) . P 3 . P3,7,15 § 2 . P5 § 3 . . P22 § 5 . P1 § 8 : $\supset_{z,t}$: $t \in [0] \cap dz \cap abc \sim \iota c \sim \iota a$. $[bc \cap$

$\cap at], [ab \cap ct] \in [0] \,.\, (\beta) \,.\, \mathrm{P}4 \,.\, \mathrm{P}3\,\S 8 \,.\, \mathrm{P}7{,}2\,\S 3 \,.\, \mathrm{P}3\,\S 10 :$
$: \supset_{z,t} : t \in [0] \sim \iota c \sim \iota a \sim . [bc \cap at] \in (b[bc \cap ad]c) . [ab \cap ct] \in$
$\in (a[ab \cap cd]b) \,.\, \mathrm{P}7{,}14 : \supset_{z,t} . t \in (abcd)$

(δ) Hp $. t \in ([bc \cap dz]z[ca \cap dz]) . (\alpha) . \mathrm{P}3 . \mathrm{P}3{,}7{,}15\,\S 2 . \mathrm{P}5\,\S 3 .$
$. \mathrm{P}22\,\S 5 . \mathrm{P}1\,\S 8 : \supset_{z,t} : t \in [0] \cap dz \cap abc \sim \iota c . [ab \cap ct] \in [0] .$
$. \mathrm{P}7{,}2\,\S 3 . \mathrm{P}3\,\S 10 : \supset_{z,t} : [ab \cap ct] \in (bza) . \mathrm{P}4 . \mathrm{P}28{,}3\,\S 8 :$
$: \supset_{z,t} : [ab \cap ct] \sim \in (a[ab \cap cd]b) . \mathrm{P}13 : \supset_{z,t} . t \sim \in (abcd)$

Hp $. (\gamma) . (\delta) : \supset_z . \mathrm{Th}$]

La P22, se si tien conto delle precedenti, dice che " ogni retta non passante per alcun vertice del triangolo, ma contenente un punto interno al medesimo, resta divisa dai punti ove essa taglia il contorno in due parti, una interna e l'altra esterna al triangolo ". Che lo stesso fatto succeda, se quella retta appartiene ad un vertice, s'è già parzialmente affermato in P11: il resto al lettore.

§ **12**. — Nel presente § noteremo alcune proprietà del triangolo, per la dimostrazione delle quali ci occorre generalmente la P6 del preced.e §, di cui finora non s'è fatto alcun uso.

P.1. $a,b,c \in [0] . (a,b,c) \sim \in Cl . d \in abc \sim bc \sim ca \sim ab . x \in (b[bc \cap$
$\cap ad]c) . y \in (c[ca \cap bd]a) : \supset_{x,y} . [ab \cap xy] \in [0] \sim (a[ab \cap$
$\cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b$ Teor.

[(α) Hp $. \mathrm{P}3\,\S 11 . \mathrm{P}7{,}3\,\S 2 . \mathrm{P}5\,\S 3 . \mathrm{P}1{,}2{,}4\,\S 8 . \binom{x,y}{a',b}\mathrm{P}1\,\S 11 :$
$: \supset_{x,y} : x \in [0] \cap bc \sim \iota b \sim \iota c \sim \iota a . y \in [0] \cap ca \sim \iota c \sim \iota a \sim \iota b .$
$. [ax \cap by] \in [0] \cap abc \sim bc \sim ca \sim ab$

(β) Hp $. t \equiv [ax \cap by] . (\alpha) . \mathrm{P}3{,}4\,\S 11 . \mathrm{P}3{,}7\,\S 2 . \mathrm{P}5\,\S 3 . \mathrm{P}11\,\S 4 .$
$. \mathrm{P}1\,\S 8 : \supset_{x,y} : t \in a(b[bc \cap ad]c) \cap b(c[ca \cap bd]a) . \mathrm{P}8\,\S 11 :$
$: \supset_{x,y} : t \in (abcd) . \mathrm{P}7{,}12\,\S 11 : \supset_{x,y} : [ab \cap ct] \in (a[ab \cap cd]b) .$
$. \mathrm{P}14\,\S 8 : \supset_{x,y} : (a[ab \cap cd]b) = (a[ab \cap ct]b) . t \in (abcd)$

(γ) Hp $. t \equiv [ax \cap by] . (\alpha) . \mathrm{P}3{,}4{,}14\,\S 2 : \supset_{x,y} : x \in at . y \in bt .$

$. \binom{t}{d} \mathrm{P}4\,\S 11 : \supset_{x,y} : [bc \cap at] = x \,.\, [ca \cap bt] = y \,.\, \mathrm{P}8\,\S 2 \,.$

$. \binom{t,x,y}{d,a',b'} \mathrm{P}6\,\S 11 : \supset_{x,y} : [ab \cap xy] \in [0] \sim (a[ab \cap ct]\,b) \sim \iota a \sim$

$\sim \iota b \,.\, (\beta) : \supset_{x,y} \,.\, [ab \cap xy] \in [0] \sim (a[ab \cap cd]\,b) \sim \iota a \sim \iota b$

$\mathrm{Hp} \,.\, (\gamma) : \supset_{x,y} \,.\, \mathrm{Th}\Big]$

La P1 esprime che " *la retta congiungente due punti presi a piacere sopra due lati del triangolo non incontra mai il terzo lato* ". Nell'opera di Staudt ciò risulta immediatamente da certi principî generali di *analysis situs* circa le superficie coniche (*): ond'è che la (nostra) P6 §11, conseguenza immediata della presente, vi si dimostra (**) in modo tanto più semplice. Ma non è men notevole il fatto, che i fondamenti della Geometria Projettiva siano resi indipendenti da quei postulati di Staudt sulla connessione del piano (stella).

La prop.e prec.e si può a questo modo invertire: " Se una retta incontra il complemento d'un lato ed uno qualsiasi degli altri due lati, dovrà tagliare eziandio il rimanente ". Ciò è significato dalla:

P. 2. $a,b,c \in [0] \,.\, (a,b,c) \sim \in Cl \,.\, d \in abc \sim bc \sim ca \sim ab \,.\, z \in ab \sim$

$\sim (a[ab \cap cd]\,b) \sim \iota a \sim \iota b \,.\, x \in (b[bc \cap ad]\,c) : \supset_{z,x} \,.\, [ca \cap zx] \in$

$\in (c[ca \cap bd]\,a)$ Teor.

$\Big[(\alpha)$ $\mathrm{Hp} \,.\, \mathrm{P}3,4\,\S 11 \,.\, \mathrm{P}3,7,15\,\S 2 \,.\, \mathrm{P}22\,\S 5 \,.\, \mathrm{P}1,2,4\,\S 8 : \supset_{z,x} :$

$: z,x \in [0] \cap abc \,.\, x \in bc \sim \iota b \sim \iota c \sim \iota z \,.\, [ca \cap zx] \in [0] \cap ca \sim$

$\sim \iota c \sim \iota a$

(β) $\mathrm{Hp} \,.\, y \equiv [ca \cap zx] \,.\, (\alpha) \,.\, \binom{x,y}{a',b'} \mathrm{P}1\,\S 11 : \supset_{x,x} \,.\, [ax \cap by] \in [0] \cap$

$\cap\, abc \sim bc \sim ca \sim ab$

(γ) $\mathrm{Hp} \,.\, y \equiv [ca \cap zx] \,.\, t \equiv [ax \cap by] \,.\, (\alpha) \,.\, (\beta) \,.\, \mathrm{P}3,7,14\,\S 2 \,.$

$. \mathrm{P}5\,\S 3 : \supset_{z,x} : x \in at \,.\, y \in bt \,.\, \binom{t}{d} \mathrm{P}4,5,6\,\S 11 \,.\, \mathrm{P}8\,\S 2 : \supset_{z,x} :$

$: [bc \cap at] = x \,.\, [ca \cap bt] = y \,.\, [ab \cap ct] \in [0] \sim \iota a \sim \iota b \,.$

$. x \sim = y \,.\, [ab \cap xy] \in [0] \sim (a[ab \cap ct]\,b) \sim \iota a \sim \iota b$

(*) *Loc. cit.*, nn. 15, 16, 17, 18, 20.

(**) *Ibidem*, n. 93.

(δ) Hp . $y \equiv [ca \cap zx]$. $t \equiv [ax \cap by]$. (α) . (γ) . P3,13 §2 : $\supset_{z,x}$:
$z \epsilon xy$. $[ab \cap xy] = z$. $z \epsilon [0] \sim (a[ab \cap ct]b) \sim \iota a \sim \iota b$.
. P3,4 §11 . P7 §2 . P18 §8 : $\supset_{z,x}$: $[ab \cap cd], [ab \cap ct] \epsilon ab \sim$
$\sim (azb) \sim \iota a \sim \iota b$. P18 §9 : $\supset_{z,x}$: $(a[ab \cap cd]b) = (a[ab \cap$
$\cap ct]b)$. P7 §8 : $\supset_{z,x}$: $[ab \cap ct] \epsilon (a[ab \cap cd]b)$. P7,14 §11 :
: $\supset_{z,x}$: $t \epsilon (abcd)$. P13 §11 : $\supset_{z,x}$. $[ca \cap bt] \epsilon (c[ca \cap bd]a)$
Hp . (δ) . (γ) . (β) : $\supset_{z,x}$. Th].

Dalla P2 deriva subito quest'altra: " Ogni retta, la quale unisca due punti situati nei complementi di due dei tre lati, taglia ancora il complemento del terzo „; vale a dire:

P. 3. $a,b,c \epsilon [0]$. $(a,b,c) \sim \epsilon Cl$. $d \epsilon abc \sim bc \sim ca \sim ab$. $z \epsilon ab \sim$
$\sim (a[ab \cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b$. $x \epsilon bc \sim (b[bc \cap ad]c) \sim \iota b \sim \iota c$:
: $\supset_{z,x}$. $[ca \cap zx] \epsilon [0] \sim (c[ca \cap bd]a) \sim \iota c \sim \iota a$ Teor.

E dall'insieme delle P1,2,3 si raccoglie che " una retta giacente nel piano del triangolo, ma non contenente alcun vertice, o non incontra affatto il contorno, o lo taglia in due punti „, cioè:

P. 4. $a,b,c \epsilon [0]$. $(a,b,c) \sim \epsilon Cl$. $d \epsilon abc \sim bc \sim ca \sim ab$. $a' \equiv [bc \cap$
$\cap ad]$. $b' \equiv [ca \cap bd]$. $c' \equiv [ab \cap cd]$. $u,v \epsilon abc$. $u \sim = v$.
. $a,b,c \sim \epsilon uv$: $\supset_{u,v}$.·. $[bc \cap uv] \epsilon (ba'c)$. $[ca \cap uv] \epsilon (cb'a)$.
. $[ab \cap uv] \sim \epsilon (ac'b)$: $\cup$: $[bc \cap uv] \epsilon (ba'c)$. $[ca \cap uv] \sim$
$\sim \epsilon (cb'a)$. $[ab \cap uv] \epsilon (ac'b)$: $\cup$: $[bc \cap uv] \sim \epsilon (ba'c)$. $[ca \cap$
$\cap uv] \epsilon (cb'a)$. $[ab \cap uv] \epsilon (ac'b)$: $\cup$: $[bc \cap uv] \sim \epsilon (ba'c)$.
. $[ca \cap uv] \sim \epsilon (cb'a)$. $[ab \cap uv] \sim \epsilon (ac'b)$ Teor.

La dimostrazione simbolica di queste ultime due propos.[i] è rimessa al lettore.

P. 5. HpP1 . $\supset_{x,y}$. $[cd \cap xy] \epsilon (abcd)$ Teor.

[(α) Hp . P3,4 §11 . P3,5,7,11 §2 . P3 §4 . P1,2,3,4,14 §8 : $\supset_{x,y}$:

$: x \epsilon bc \sim \iota b \sim \iota c \,.\, y \epsilon ca \sim \iota a \sim \iota x \,.\, xy \epsilon [1] \sim \iota ab \sim \iota bc \sim \iota cd \,.$
$.\, (cxd) = (c[bc \cap ad]b)$

(β) Hp . (α) . P3 §11 . P3,7,15 §2 . P22 §5 . P1 : $\supset_{x,y}$: $[cd \cap$
$\cap\, xy] \epsilon [0] \sim \iota a \,.\, [ab \cap xy] \epsilon [0] \sim (a[ab \cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b \sim$
$\sim \iota x \sim \iota y$

(γ) Hp . (β) . P3,4 §11 . P7,3 §2 . P18,5,3 §8 : $\supset_{x,y}$: $[ab \cap cd] \epsilon$
$\epsilon (a\, b\, [ab \cap xy]$. (α) . P2,7 §3 . P3 §10 : $\supset_{x,y}$. $[cd \cap xy] \epsilon$
$\epsilon (y\, x\, [ab \cap xy])$

(δ) Hp . $t \equiv [cd \cap xy]$. (β) . P3 §11 . P3,7,15 §2 . P5 §3 .
. P22 §5 : $\supset_{x,y}$: $[bc \cap at] \epsilon [0]$. (γ) . (α) . P4 §11 . P2,7 §3 .
. P3 §10 : $\supset_{x,y}$: $[bc \cap at] \epsilon (c\,[bc \cap ad]\,b)$. P3 §10 : $\supset_{x,y}$.
. $[cd \cap xy] \epsilon (c\, d\, [ab \cap cd])$

Hp . (δ) . $\binom{c,a,b}{a,b,c}$P11 § 11 . P15 § 5 . P14 § 11 : $\supset_{x,y}$. Th]

Così resta provato che " la retta congiungente due punti, presi a piacere sopra due lati, penetra dentro il triangolo "; e di qui tosto risulta, grazie alle P22,17 §11, che " i segmenti in cui la retta è divisa da que' due punti sono l'uno interno e l'altro esterno al triangolo " — ossia che:

P. 6. Hp P1 . $\supset_{x,y}$: $(x[cd \cap xy]y) \supset (abcd)$. $(x[ab \cap xy]y) \cap (abcd) = \Lambda$
Teor.

Più generalmente si può anche concludere che " penetra nel triangolo $(abcd)$ qualsivoglia retta del piano abc, la quale tagli uno dei lati "; però che essa, in virtù di P4, dovrà tagliare eziandio un altro lato, o passar per un vertice: onde si ritorna alla P5, od alla P11 §11.

P. 7. $a, b, c \epsilon [0]$. $(a, b, c) \sim \epsilon Cl$. $d \epsilon abc \sim bc \sim ca \sim ab$. $e \epsilon [0] \sim$
$\sim (abcd) \sim bc \sim \iota a$. $[bc \cap ae] \epsilon (b[bc \cap ad]c)$: $\supset$: $[ca \cap be] \epsilon [0] \sim$
$\sim (c[ca \cap bd]a) \sim \iota c \sim \iota a$. $[ab \cap ce] \epsilon [0] \sim (a\,[ab \cap cd]b) \sim$
$\sim \iota a \sim \iota b$ Teor.

Cioè " se la retta che unisce un punto esterno al triangolo con uno dei vertici taglia il lato opposto al medesimo, le rette che uniscon quel punto con gli altri due vertici taglieranno i complementi degli altri due lati ". Deriva immediatamente dalla definizione di triangolo (P7 §11).

P. 8. $a,b,c \in [0] . (a,b,c) \sim \in Cl . d \in abc \sim bc \sim ca \sim ab . e \in [0] \sim bc \sim$
$\sim \iota a . [bc \cap ae] \in (b[bc \cap ad]c) . [ca \cap be] \sim \in (c[ca \cap bd]a) : \supset .$
$. [ab \cap ce] \in [0] \sim (a[ab \cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b$ Teor.

[Hp . P7 §11 : $\supset$: $e \sim \in (abcd)$. P7 : $\supset$. Th]

P. 9. $a,b,c \in [0] . (a,b,c) \sim \in Cl . d,e \in abc \sim bc \sim ca \sim ab . [bc \cap ae] \sim$
$\sim \in (b[bc \cap ad]c) . [ca \cap be] \sim \in (c[ca \cap bd]a) : \supset . [ab \cap ce] \in$
$\in (a[ab \cap cd]b)$ Teor.

[(α) Hp . $x \equiv [bc \cap ae]$. $y \equiv [ca \cap be]$. $z \equiv [ab \cap ce]$. $\binom{c}{d}$P 3, 4, 6 § 11 . P3 §2 : $\supset$: $z \in ab \sim \iota a \sim \iota b . [ab \cap xy] \in ab \sim (azb) \sim$
$\sim \iota a \sim \iota b$. P7 §2 . P18 §8 : $\supset$: $z \in ab \sim (a[ab \cap xy]b) \sim \iota a \sim$
$\sim \iota b . [ab \cap xy] \in ab \sim \iota a \sim \iota b$

(β) Hp (α) . $\binom{c}{d}$P 3,4 §11 . P3 §2 : $\supset$: $x \in bc \sim \iota b \sim \iota c . y \in ca \sim$
$\sim \iota c \sim \iota a . \binom{b,c,a,x,y}{a,b,c,z,x}$P3 . P15 §5 : $\supset$: $[ab \cap xy] \in ab \sim (a[ab \cap$
$\cap cd]b) \sim \iota a \sim \iota b$. P3,4 §11 . P7 §2 . P18 §8 : $\supset$: $[ab \cap$
$\cap cd] \in ab \sim (a[ab \cap xy]b) \sim \iota a \sim \iota b$. (α) . P18 §9 . P7 §8 :
: $\supset$. $z \in (a[ab \cap cd]b)$

Hp . (β) . (α) : $\supset$. Th]

Da queste due P8,9 e dalla P12 §11 si raccoglie:

P. 10. $a,b,c \in [0] . (a,b,c) \sim \in Cl . d,e \in abc \sim bc \sim ca \sim ab . a' \equiv [bc \cap$
$\cap ad] . b' \equiv [ca \cap bd] . c' \equiv [ab \cap cd] . a'' \equiv [bc \cap ae] .$
$. b'' \equiv [ca \cap be] . c'' \equiv [ab \cap ce] : \supset \therefore a'' \in (ba'c) . b'' \in (cb'a) .$
$. c'' \in (ac'b) : \cup : a'' \in (ba'c) . b'' \sim \in (cb'a) . c'' \sim \in (ac'b) : \cup :$
$: \cup : a'' \sim \in (ba'c) . b'' \in (cb'a) . c'' \sim \in (ac'b) : \cup : a'' \sim \in (ba'c) .$
$. b'' \sim \in (cb'a) . c'' \in (ac'b)$ Teor.

Vale a dire, in somma " Se un punto e del piano abc, non giacente in alcuna delle rette bc, ca, ab, sia projettato dai punti a, b, c su queste rette, le imagini cadranno tutte e tre sul contorno del triangolo $abcd$, oppure una sola di esse cadrà sul contorno (e ciò secondo che il punto è interno od esterno al triangolo) ".

P.11. $a,b,c \in [0] . (a,b,c) \sim \in Cl . d,e,f,g \in abc \sim bc \sim ca \sim ab . e,f,g \sim$
$\sim \in (abcd) . [bc \cap ae] \in (b[bc \cap ad]c) . [ca \cap bf] \in (c[ca \cap bd]a) .$
$. [ab \cap cg] \in (a[ab \cap cd]b) : \supset . abc = bc \cup ca \cup ab \cup (abcd) \cup$
$\cup (abce) \cup (abcf) \cup (abcg)$ Teor.

[(α) Hp $. \supset : a' \equiv [bc \cap ad] . b' \equiv [ca \cap bd] . c' \equiv [ab \cap cd] . a'' \equiv$
$\equiv [bc \cap ae] . b'' \equiv [ca \cap be] . c'' \equiv [ab \cap ce] . a''' \equiv [bc \cap$
$\cap af] . b''' \equiv [ca \cap bf) . c''' \equiv [ab \cap cf] . a^{\text{IV}} \equiv [bc \cap ag] .$
$. b^{\text{IV}} \equiv [ca \cap bg] . c^{\text{IV}} \equiv [ab \cap cg]$

(β) Hp . (α) . P7 . P3,14 §11 . P15 §5 $: \supset : b'', b^{\text{IV}} \sim \in (cb'a) . c'',$
$c''' \sim \in (ac'b) . a''', a^{\text{IV}} \sim \in (ba'c)$

(γ) Hp $. p \in abc \sim bc \sim ca \sim ab$. (α) . P10 $\therefore \supset_p \therefore [bc \cap ap] \in (ba'c) .$
$. [ca \cap bp] \in (cb'a) . [ab \cap cp] \in (ac'b) : \cup : [bc \cap ap] \in (ba'c) .$
$. [ca \cap bp] \sim \in (cb'a) . [ab \cap cp] \sim \in (ac'b) : \cup : [bc \cap ap] \sim$
$\sim \in (ba'c) . [ca \cap bp] \in (cb'a) . [ab \cap cp] \sim \in (ac'b) : \cup : [bc \cap$
$\cap ap] \sim \in (ba'c) . [ca \cap bp] \sim \in (cb'a) . [ab \cap cp] \in (ac'b) :$ (β) .
. P3,4 §11 . P7,3 §2 . P7,14 §8 . P18 §9 $\therefore \supset_p \therefore [bc \cap ap] \in$
$\in (ba'c) . [ca \cap bp] \in (cb'a) . [ab \cap cp] \in (ac'b) : \cup : [bc \cap ap] \in$
$\in (ba''c) . [ca \cap bp] \in (cb''a) . [ab \cap cp] \in (ac''b) : \cup : [bc \cap$
$\cap ap] \in (ba'''c) . [ca \cap bp] \in (cb'''a) . [ab \cap cp] \in (ac'''b) : \cup :$
$: \cup : [bc \cap ap] \in (ba^{\text{IV}}c) . [ca \cap bp] \in (cb^{\text{IV}}a) . [ab \cap cp] \in (ac^{\text{IV}}b) :$
$:$ P13 §11 $\therefore \supset_p : p \in (abcd) . \cup . p \in (abce) . \cup . p \in (abcf) . \cup .$
$. \cup . p \in (abcg)$

(δ) Hp . P9,3 §11 : ⊃ . $(abcd) \cup (abce) \cup (abcf) \cup (abcg) \cup bc \cup ca \cup$
$\cup\, ab \supset abc$

Hp . (γ) . (δ) : ⊃ . Th]

Pertanto: " Le rette ab, bc, ca spezzano il piano abc nei quattro triangoli $(abcd)$, $(abce)$, $(abcf)$, $(abcg)$ per modo che, tolte esse rette, il piano è la somma logica dei quattro triangoli ". Due qualunque dei quali non hanno punti comuni:

P. 12. HpP11 . ⊃ . $(abcd) \cap \{(abce) \cup (abcf) \cup (abcg)\} = \Lambda$ Teor.

[Hp ∴ ⊃ ∴ $(abcd) \cap \{(abce) \cup (abcf) \cup (abcg)\} \sim = \Lambda$. P18 §11 :
: ⊃ : $(abcd) = (abce)$. ∪ . $(abcd) = (abcf)$. ∪ . $(abcd) =$
$= (abcg)$: P10 §11 : ⊃ : $e \in (abcd)$. ∪ . $f \in (abcd)$. ∪ .
. ∪ . $g \in (abcd)$ ∴ ⊃ . Th]

Nè sarà superfluo il mostrare come " sotto le stesse ipotesi, una retta arbitraria r del piano abc, sempre che non passi per alcuno dei punti a, b, c, penetra sempre in tre dei quattro triangoli $(abcd)$, $(abce)$, $(abcf)$, $(abcg)$, anzi in tre solamente ". Invero, preso un punto p sulla r, il quale non appartenga a nessuna delle ab, bc, ca (come è lecito per le P7,8 §8); questo, per la P11, giacerà in uno dei quattro triangoli, p. e. in $(abcd)$. Allora, in forza di P21 §11, la r dovrà tagliare due volte il contorno di $(abcd)$: p. e. nei punti u, v situati rispettiv.e sui lati $(ba'c)$, $(cb'a)$. Quindi (P1) il punto $w \equiv r \cap ab$ giacerà fuori del segmento $(ac'b)$, al pari dei punti c'' e c''' (P7); vale a dire (P19 §9) starà nei segmenti $(ac''b)$ o $(ac'''b)$ che non differiscon tra loro. Ma neppure differiscon tra loro (P14 §8) i segmenti $(ba'c)$, $(ba''c)$, o i segmenti $(cb'a)$, $(cb'''a)$: cosicchè la retta r taglia eziandio doppiamente il contorno di ognuno dei triangoli $(abce)$, $(abcf)$, ossia (P5) penetra in essi. Infine, poichè nessuno dei punti u, v, w appartiene al contorno $(ba^{IV}c) \cup (cb^{IV}a) \cup (ac^{IV}b) \cup$
$\cup\, \iota a \cup \iota b \cup \iota c$ del rimanente triangolo [dal momento (P14 §8) che $(ac'b) = (ac^{IV}b)$, laddove (P28 §8) i segmenti $(ba'c)$ e $(ba^{IV}c)$, come pure $(cb'a)$ e $(cb^{IV}a)$, non hanno punti comuni], la r sarà tutta esterna (P21 §11) al triangolo $(abcg)$.

Sulla inversione degli integrali definiti;

Nota II del Socio VITO VOLTERRA.

1. In una Nota presentata nella scorsa seduta esposi un teorema sulla inversione degli integrali definiti per la cui validità basta soltanto che le funzioni che compariscono nel problema siano continue, derivabili e finite. È da osservare ora che in alcuni casi importanti che si presentano effettivamente in pratica quest'ultima condizione non è soddisfatta.

Si ricordi l'importanza che riconoscemmo avere quella funzione che nella nota precedente chiamammo $h(y)$ e che fu supposta finita e diversa da zero. È appunto questa quantità che nei casi a cui ora abbiamo accennato diviene infinita.

Mi propongo quindi di svolgerli (come già annunziai nella nota citata) togliendo così una limitazione alle funzioni date nel problema.

2. Supponiamo perciò che nella formula da invertire

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x, y)\, dx \tag{1}$$

$\mathrm{H}(x, y)$ divenga infinita per $x = y$ di ordine inferiore all'unità, in modo che si possa porre

$$\mathrm{H}(x, y) = \frac{\mathrm{G}(x, y)}{(y - x)^\lambda} \tag{2}$$

in cui $\lambda < 1$. Questa ipotesi corrisponde evidentemente a quella in cui si abbia

$$h(x) = \infty.$$

Ammettiamo $f(y)$ e $f'(y)$ finite e continue per y compreso fra α e $\alpha + A$ $(A > 0)$; $G(x, y)$, $G_2(x, y) = \frac{\partial G}{\partial y}$ pure finite e continue per tutti i valori di x, y compresi fra α e $\alpha + A$, e si supponga maggiore di zero il limite inferiore dei valori assoluti di $G(x, x)$.

Cerchiamo di ricondurre questo caso a quello trattato nella Nota precedente.

3. A tal fine supponiamo che la funzione finita e continua $\varphi(x)$ soddisfi la (1).

Moltiplicando ambo i membri di questa equazione per $\frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}}$ in cui $\alpha + A > z > \alpha$ e integrando fra i limiti α e z, si otterrà

$$\int_\alpha^z \{ f(y) - f(\alpha) \} \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} = \int_\alpha^z \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} \int_\alpha^y \varphi(x) \frac{G(x, y)}{(y-x)^\lambda} dx$$

onde applicando il principio di Dirichlet

$$(3) \quad \int_\alpha^z \{ f(y) - f(\alpha) \} \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} = \int_\alpha^z \varphi(x)\, dx \int_x^z \frac{G(x, y)}{(z-y)^{1-\lambda} (y-x)^\lambda} dy.$$

Poniamo

$$(4) \qquad \int_\alpha^z \{ f(y) - f(\alpha) \} \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} = \psi(z)$$

$$(5) \qquad \int_x^z \frac{G(x, y)}{(z-y)^{1-\lambda} (y-x)^\lambda} dy = L(x, z)$$

allora l'equazione precedente diverrà

$$(6) \qquad \psi(z) = \int_\alpha^z \varphi(x)\, L(x, z)\, dx.$$

Possiamo dunque concludere che, *se la funzione finita e continua* $\varphi(x)$ *soddisfa la* (1), *verificherà la* (6).

4. Dalla (4) segue, mediante una integrazione per parti,

$$\psi(z) = \frac{1}{\lambda} \int_\alpha^z f'(y)\, (z-y)^\lambda\, dy$$

quindi derivando

$$(7) \qquad \psi'(z) = \int_\alpha^z f'(y) \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}}.$$

Ne segue che $\psi'(z)$ si mantiene finita e continua per i valori di z compresi fra α e $\alpha + A$. Inoltre dalla (4) si deduce

$$\psi(\alpha) = 0.$$

Si ponga nella (5)

$$y = (z - x)\, u + x$$

allora si avrà

$$(5') \qquad L(x, z) = \int_0^1 G(x, (z-x)\, u + x) \frac{du}{u^\lambda (1-u)^{1-\lambda}},$$

perciò indicando con z_1 un valore compreso fra x e z resulterà

$$(5'') \quad L(x, z) = G(x, z_1) \int_0^1 \frac{du}{u^\lambda (1-u)^{1-\lambda}} = G(x, z_1) \frac{\pi}{\operatorname{sen} \lambda\pi}.$$

Se ne conchiude che $L(x, z)$ è una funzione sempre finita pei valori di x, z compresi fra α e $\alpha + A$. Avremo poi

$$L(z, z) = l(z) = G(z, z) \frac{\pi}{\operatorname{sen} \lambda\pi}$$

onde, posto

$$G(z, z) = g(z)$$

si otterrà

$$(5''') \qquad l(z) = \frac{\pi}{\operatorname{sen} \lambda\pi}\, g(z).$$

Dalla (5) resulta pure la continuità di $L(x, z)$. Derivando la (5') rapporto a z si ha

$$(8) \quad L_2(x, z) = \frac{\partial L(x, z)}{\partial z} = \int_0^1 G_2(x, (z-x)\, u + x) \left(\frac{u}{1-u}\right)^{1-\lambda} du =$$

$$= \int_x^z G_2(x, y) \left(\frac{y-x}{z-y}\right)^{1-\lambda} \frac{dy}{z-x}.$$

Ne segue che

$$(8') \quad L_2(x, z) = G_2(x, z_2) \int_0^1 \left(\frac{u}{1-u}\right)^{1-\lambda} du = G_2(x, z_2) \frac{\pi(1-\lambda)}{\operatorname{sen} \lambda\pi}$$

in cui z_2 è un valore compreso fra x e z.

Possiamo dunque concludere che $L_2(x, z)$ è finita per x e z compresi fra α e $\alpha + A$; oltre a ciò essa è anche continua.

5. La questione dunque di invertire la formula (6) rientra nella classe di problemi esaminati nella precedente Nota e si potrà concludere che *vi è una ed una sola funzione finita e continua* $\varphi(x)$ *che soddisfa la* (6) la quale sarà data da

$$\varphi(y) = \frac{\psi'(y)}{l(y)} - \frac{1}{l(y)} \int_\alpha^y \psi'(y) \sum_0^\infty S_i(x, y)\, dx$$

in cui

$$S_0 = \frac{L_2(x, y)}{l(x)}$$

$$S_i = \int_y^x S_{i-j}(x, \xi)\, S_{j-1}(\xi, y)\, d\xi.$$

Applicando dunque le (5'''), (7), otterremo

$$\varphi(z) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi g(z)} \int_\alpha^z f'(x) \frac{dx}{(z-x)^{1-\lambda}} -$$

$$- \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi g(z)} \int_\alpha^z \left\{ \int_\alpha^y f'(x) \frac{dx}{(y-x)^{1-\lambda}} \right\} \sum_0^\infty {}_i S_i(y, z)\, dy$$

ovvero, mediante il principio di Dirichlet,

$$\varphi(z) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi g(z)} \int_\alpha^z f'(x) \left\{ \frac{1}{(z-x)^{1-\lambda}} - \int_x^z \sum_0^\infty {}_i \frac{S_i(y, z)}{(y-x)^{1-\lambda}} dy \right\} dx$$

e finalmente, a cagione della convergenza in egual grado della serie,

$$(9) \qquad \varphi(z) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi g(z)} \int_\alpha^z f'(x) \left\{ \frac{1}{(z-x)^{1-\lambda}} + \right.$$

$$\left. + \sum_0^\infty {}_i \int_z^x \frac{S_i(y, z)}{(y-x)^{1-\lambda}} dy \right\} dx.$$

6. Bisognerà ora provare che questa funzione verifica l'equazione data (1).

A tal fine basterà dimostrare inversamente a quanto si è fatto nel § 3 che, *se la funzione finita e continua* $\varphi(z)$ *soddisfa la* (6) *essa verificherà la* (1).

Infatti osserviamo che se è verificata la (6), ossia la (3) derivando rapporto a z ambo i membri avremo (tenendo presente la (7))

$$\int_\alpha^z f'(y) \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} = \frac{d}{dz}\int_\alpha^z \varphi(x)\, dx \int_x^z \frac{G(x,y)}{(z-y)^{1-\lambda}(y-x)^\lambda}\, dy$$

e moltiplicando ambo i membri per $\frac{dz}{(v-z)^\lambda}$ in cui $\alpha + A > v > \alpha$ e integrando fra α e v, si otterrà

$$(10) \qquad \int_\alpha^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \int_\alpha^z f'(y) \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} =$$

$$= \int_\alpha^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \frac{d}{dz}\int_\alpha^z \varphi(x)\, dx \int_x^z \frac{G(x,y)}{(z-y)^{1-\lambda}(y-x)^\lambda}\, dy =$$

$$= \frac{d}{dv}\int_\alpha^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \int_\alpha^z \varphi(x)\, dz \int_x^z \frac{G(x,y)}{(z-y)^{1-\lambda}(y-x)^\lambda}\, dy.$$

Ora per il principio di Dirichlet

$$\int_\alpha^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \int_\alpha^z f'(y) \frac{dy}{(z-y)^{1-\lambda}} = \int_\alpha^v f'(y)\, dy \int_y^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda (z-y)^{1-\lambda}} =$$

$$= \frac{\pi}{\operatorname{sen} \lambda\pi} \{ f(v) - f(\alpha) \};$$

$$\int_\alpha^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \int_\alpha^z \varphi(x)\, dx \int_x^z \frac{G(x,y)}{(z-y)^{1-\lambda}(y-x)^\lambda}\, dy =$$

$$= \int_\alpha^v \varphi(x)\, dx \int_x^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda} \int_x^z \frac{G(x,y)}{(z-y)^{1-\lambda}(y-x)^\lambda}\, dy =$$

$$= \int_\alpha^v \varphi(x)\, dx \int_x^v \frac{G(x,y)\, dy}{(y-x)^\lambda} \int_y^v \frac{dz}{(v-z)^\lambda (z-y)^{1-\lambda}} =$$

$$= \frac{\pi}{\operatorname{sen} \lambda\pi} \int_\alpha^v \varphi(x)\, dx \int_x^v \frac{G(x,y)}{(y-x)^\lambda}\, dy.$$

Quindi la (10) diventerà

$$\frac{\pi}{\operatorname{sen}\lambda\pi}\{f(v)-f(\alpha)\}=\frac{d}{dv}\left\{\frac{\pi}{\operatorname{sen}\lambda\pi}\int_\alpha^v \varphi(x)\,dx\int_x^v \frac{G(x,y)\,dy}{(y-x)^\lambda}\right\}=$$

$$=\frac{\pi}{\operatorname{sen}\lambda\pi}\int_\alpha^v \varphi(x)\,\frac{G(x,v)}{(v-x)^\lambda}\,dx$$

e per la (2)

$$f(v)-f(\alpha)=\int_\alpha^v \varphi(x)\,H(x,v)\,dx$$

come volevasi dimostrare.

7. Avremo dunque il teorema seguente:

Se si ha la equazione funzionale

$$\text{(A)}\qquad f(y)-f(\alpha)=\int_\alpha^y \varphi(x)\,\frac{G(x,y)}{(y-x)^\lambda}\,dx\quad(\lambda<1)$$

in cui $f(y)$ *e* $f'(y)$ *si mantengono finite e continue per* y *compreso fra* α *e* $\alpha+A$ $(A>0)$; *e* $G(x,y)$ *e* $\frac{\partial G}{\partial y}=G_2(x,y)$ *sono pure finite e continue per tutti i valori di* x, y *compresi entro i limiti* α *e* $\alpha+A$, *mentre è maggiore di zero il limite inferiore dei valori assoluti di* $g(y)=G(y,y)$ *per* y *compreso nello stesso intervallo, esisterà una ed una sola funzione finita e continua* φ *che soddisfa l'equazione funzionale per* y *compreso fra* α *e* $\alpha+A$, *la quale sarà data da*

$$\text{(B)}\qquad \varphi(z)=\frac{\operatorname{sen}\lambda\pi}{\pi}\,\frac{1}{g(z)}\int_\alpha^z f'(x)\sum_0^\infty{}_i\,T(x,z)\,dx$$

in cui

$$\text{(C)}\quad\begin{cases} S_0(y,z)=\dfrac{\operatorname{sen}\lambda\pi}{\pi}\,\dfrac{1}{g(z)}\displaystyle\int_y^z G_2(y,\xi)\left(\frac{\xi-y}{z-\xi}\right)^{1-\lambda}\frac{d\xi}{z-y}\\[2ex] T_0(x,z)=\dfrac{1}{(z-x)^{1-\lambda}}\\[2ex] T_i(x,z)=\displaystyle\int_z^x S_0(\xi,z)\,T_{i-1}(x,\xi)\,d\xi.\end{cases}$$

Infatti dalla (9) segue

$$T_i(x, z) = \int_z^x \frac{S_{i-1}(y, z)}{(y-x)^{1-\lambda}} dy = \int_z^x S_{i-1}(y, z)\, T_0(x, y)\, dy$$

quindi

$$T_i(x, z) = \int_z^x T_0(x, y)\, dy \int_z^y S_{i-j-1}(y, \xi)\, S_{j-1}(\xi, z)\, d\xi =$$

$$= \int_z^x S_{j-1}(\xi, z)\, d\xi \int_\xi^x T_0(x, y)\, S_{i-j-1}(y, \xi)\, dy$$

e per conseguenza

$$T_i(x, z) = \int_z^x S_{j-1}(\xi, z)\, T_{i-j}(x, \xi)\, d\xi$$

onde facendo $j = 1$

$$T_i(x, z) = \int_x^x S_0(\xi, z)\, T_{i-1}(x, \xi)\, d\xi.$$

8. Possiamo facilmente vedere in quale relazione sta questo risultato con la nota formula di Abel.

Questa formula risolve il caso in cui si supponga costante ed eguale ad 1 la funzione $G(x, y)$. Allora le T_i $(i > 0)$ della (B) divengono zero e la quantità sotto il segno d'integrazione si riduce al suo primo termine. Dunque la formula data da Abel corrisponde al primo termine dello sviluppo col quale abbiamo dato la soluzione del problema nel caso generale.

9. Esaminiamo il caso particolare in cui sia $G(x,y) = F(y-x)$, e $F(0) = 1$. Avremo allora

$$S_0(y, z) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi} \int_y^z F'(\xi - y) \left(\frac{\xi - y}{z - \xi}\right)^{1-\lambda} \frac{d\xi}{z - y} =$$

$$= \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi(z-y)} \int_0^{z-y} F'(u) \left(\frac{u}{z-y-u}\right)^{1-\lambda} du$$

onde, posto

$$s_0(v) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi v} \int_0^v F'(u) \left(\frac{u}{v-u}\right)^{1-\lambda} du,$$

sarà

$$S_0(y, z) = s_0(z - y).$$

Si ponga

$$t_0(v) = \frac{1}{v^{1-\lambda}}$$

$$t_i(v) = \int_0^v s_0(v - u)\, t_{i-1}(u)\, du$$

avremo

$$T_i(x, z) = (-1)^i\, t_i(z - x).$$

Infatti per $i = 0$ questa formula è vera. Supponiamola vera per i, allora

$$T_{i+1} = (-1)^i \int_z^x s_0(z - \xi)\, t_i(\xi - x)\, d\xi =$$

$$= (-1)^i \int_{z-x}^0 s_0(z - x - u)\, t_i(u)\, du =$$

$$= (-1)^{i+1} \int_0^{z-x} s_0(z - x - u)\, t_i(u)\, du = (-1)^{i+1}\, t_{i+1}(z - x).$$

Si ponga

$$\Omega(v) = \sum_0^\infty (-1)^i\, t_i(v)$$

ne seguirà

$$\sum_0^\infty T_i(x, z) = \Omega(z - x)$$

e per conseguenza

La formula di inversione della relazione funzionale

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, \frac{F(y - x)}{(y - x)^\lambda}\, dx \quad (\lambda < 1,\ F(0) = 1)$$

è

$$\varphi(z) = \frac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi} \int_\alpha^z f'(x)\, \Omega(z - x)\, dx$$

in cui

$$\begin{cases} s_0(v) = \dfrac{\operatorname{sen} \lambda\pi}{\pi v} \displaystyle\int_0^v F'(u) \left(\frac{u}{v-u}\right)^{1-\lambda} du \\ t_0(v) = \dfrac{1}{v^{1-\lambda}} \\ t_i(v) = \displaystyle\int_0^v s_0(v-u)\, t_{i-1}(u)\, du \\ \Omega(v) = \displaystyle\sum_0^\infty (-1)^i t_i(v). \end{cases}$$

Questo resultato è evidentemente più generale di quello di Sonine (*), giacchè lo si ottiene senza ricorrere allo sviluppo di F in serie del Taylor.

(*) *Acta Mathematica*, T. 4, page 171.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 2 Febbraio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Pezzi, Nani, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Egli annuncia alla Classe la morte del Socio Corrispondente il Senatore Giuseppe Fiorelli, ed affida al Socio Segretario l'incarico di commemorarlo in una prossima adunanza.

Presenta poi, a nome dell'Autore, il Prof. Lando Landucci dell'Università di Padova, la parte 1ª del vol. I dell'opera: " *Storia del diritto romano dalle origini fino alla morte di Giustiniano* „ (Padova, 1895), e brevemente ne discorre.

Il Direttore della Classe offre un opuscolo: " *Le navire de bonheur de l'avocat Bernardi, publié par* Léon-G. Pélissier „ (Toulouse, 1896), di cui l'editore fa omaggio a tale pubblicazione.

Il Socio Allievo legge la relazione della Commissione, di cui ha fatto parte coi Socii Peyron e Brusa per esaminare il lavoro manoscritto presentato per l'inserzione nelle pubblicazioni accademiche dal Dottore Francesco Frigeri ed intitolato:

" *La filosofia e Pico della Mirandola* „. La relazione è contraria all'ammessione del lavoro alla lettura.

La Classe approva la conclusione della relazione.

Il Socio Cipolla, delegato coi Socii Bollati di Saint-Pierre e Perrero ad esaminare il lavoro del Dott. Luigi Schiaparelli: " *Origini del Comune di Biella* „, presentato per l'inserzione nelle *Memorie* accademiche, legge una relazione conchiudente per la lettura del lavoro. La Classe approva tale conclusione, e dopo lettura del lavoro, ne approva la stampa nelle *Memorie*.

Il Socio Perrero legge un suo lavoro: " *I regali di prodotti nazionali invalsi nella diplomazia piemontese dei secoli XVII e XVIII* „, che è pubblicato negli *Atti*.

LETTURE

I regali di prodotti nazionali invalsi nella diplomazia piemontese dei secoli XVII e XVIII;

Nota del Socio DOMENICO PERRERO.

Chi si faccia a svolgere le corrispondenze de'nostri ministri, residenti all'estero, dei due ultimi secoli, non può non arrestare la sua attenzione sopra certi spedienti, che faranno non poco sorridere i diplomatici del nostro tempo, ma che pure, a quei giorni, erano dai nostri generalmente adottati come agevolanti il disimpegno delle commissioni loro affidate, non già perchè avessero alcunchè di comune cogli affari, ma perchè, in date circostanze, avevano per effetto di disporre favorevolmente gli animi di coloro, che avevano a trattarli, a quel modo, press'a poco, che, ne'meccanismi, le sostanze oleose, pur non comunicando ai roteggi il movimento, lo accelerano e lo accrescono, diminuendone gli attriti.

Fra questi spedienti, atti a scemare gli attriti nelle relazioni internazionali, ed anche a prevenirli, all'uopo, fu dai vecchi nostri ministri ritenuto come il più acconcio, e quindi più spesso usitato, quello de'regali, proclamati dal Poeta gli ammansatori universali: " Munera, crede mihi, placant hominesque Deosque „. Un po' di storia a tale riguardo non mi parve fuor di proposito, non tanto per chiarire, in sul fatto, la parte, in addietro, dai nostri uomini di Stato assegnata a questo seducente intermediario politico, quanto per rinfrescare la memoria di alcuni speciali prodotti naturali e industriali, che già furono vanto e delizia de'nostri antenati, e che non saranno forse fuori di posto nella storia economica del Piemonte, quando piacerà a qualche benemerito studioso delle cose patrie di darcene una.

I regali, di cui qui si tratta, nulla hanno di comune colla sfacciata corruzione che, colla borsa alla mano, assalta le persone, che si vogliono guadagnare, patteggiandone l'opera ad un determinato fine, ed il prezzo a cosa compiuta, secondo la for-

mola usitata, corruzione, che i Latini molto acconciamente designavano colla frase appunto: " aggredi aliquem donis „. Di essa non mancano, certo, anche nella nostra storia diplomatica, gli esempi, specialmente sotto i regni di Carlo Emanuele I e di Vittorio Amedeo II, ma, per l'onore de'corrotti non meno de'corruttori, *il tacerne è bello.* Il mio argomento si restringe a quei piccoli regali, i quali, giusta il noto adagio francese, mirano e servono a conservare le amicizie e, qualche volta, anche a crearle, disponendo gli animi alla simpatia e alla confidenza, senza punto inquietare le coscienze. E di tal fatta appunto erano quelli, che, più generalmente, i nostri principi, a suggerimento de'loro ambasciatori, spedivano ad ora ad ora alle principali corti d'Europa, per esservi distribuiti ai ministri ed ai personaggi altolocati, e talora anche offerti ai Sovrani medesimi; regali consistenti in alcuni prodotti speciali del suolo e della industria piemontese, che, in quegli esteri paesi, o difettavano, o non si trovavano che di qualità inferiore. Felice *usanza* era questa, siccome quella, che, oltre all'ottenere, il più delle volte, lo scopo diretto, a cui come sopra mirava, produceva ancora indirettamente un altro non men benefico effetto, qual era quello di far conoscere ed apprezzare le nostre produzioni nelle primarie corti d'Europa, vale a dire là dove il gusto e la moda avevano il principale loro seggio, e dettavano le autorevoli loro leggi.

Nè si creda, che siffatti regali si avessero in conto di troppo volgari, e che, come tali, venissero freddamente ricevuti; il fatto si è che avveniva precisamente tutto il contrario, come bentosto verrà dimostrato, e come già, d'altra parte, avvertiva un nostro ambasciatore a questo proposito appunto: " Quelquefois (scriveva il marchese di Dogliani da Parigi al San Tomaso nel 1688) une bagatelle donnée de bonne grace, fait plus d'effet qu'un présent considerable n'en ferait... ces choses là l'on les reçoit et dix mille écus on le refuse... Si V. E. sçavait le bruit qu'a fait un peu de vin de Piémont, qui était excellent, Elle en serait étonnée: il m'a fait avoir la plus noble compagnie du monde à diner avec moi, et bien de personnes, que je ne puis nommer, m'en ont demandé et fait demander... (1687) „. Quei regali, pertanto, non solo ricevevano le più liete accoglienze, ma venivano anche arditamente domandati quando non giungevano così pronti e frequenti, come il gusto impaziente de'regalati avrebbe desi-

derato. Ond'era continuo il reclamare, non pure del Dogliani, ma anche degli altri ambasciatori generalmente, perchè da Torino si spesseggiassero le relative spedizioni: " Je profitterai (rescriveva quegli al San Tomaso) de tous les bons avis qu'Elle me donne, mais la supplierais de vouloir en donner un bon à S. A. R. de se resoudre à envoyer du vin et du rosoly, qu'assurément il ne sçait pas la brêche qu'il fait..... Je ferai des amis et des amies avec du rosoly et du vin claret du Piémont... et Elle n'y perdra rien et sera très bien employé... Ces sortes de générosité produisent quelquefois de si bons effets qu'on peut aisément par leur moyen faire des ouvertures qui ne sont pas inutiles (1687) „ (1).

Tal era l'attrattiva, che il vino e il rosolio del Piemonte esercitavano alla corte di Francia; tali gl'innocenti seduttori, che i nostri ministri, per agevolarsi il felice esito delle loro missioni, vi mettevano in opera. E lo stesso re Luigi XIV non isfuggì a quell'attrattiva, come dirò a suo tempo ritornando sulla sua corte, dopo aver messo in chiaro, che il nostro vino in ispecie aveva già prima ottenuto il medesimo favore anche nella corte d'Inghilterra, e presso il re Stuardo Carlo II.

Nel 1675, il marchese di San Maurizio, figlio, era stato da Mad^a Reale Gioanna Battista di Nemours inviato a Londra per significare a quel re la morte del duca Carlo Emanuele II. Lo Stuardo, alle condoglianze espresse per la perdita del duca, trovò modo ed ebbe il coraggio di frammettere un rimprovero alla memoria del defunto, perchè avesse, negli ultimi anni, alquanto negletta la solita spedizione de'vini, e, ad un tempo, un eccitamento alla duchessa vedova di ripigliare l'antica buona usanza, come esso inviato le scriveva l'11 di settembre del detto anno: "... J'ai encore vu le roi d'Angleterre. Il m'avait déjà dit plusieurs fois de lui faire envoyer du vin de Piémont, mais il m'en chargea encore très particulierement, me disant que feu S. A. R. avait perdu la coutume de lui en envoyer „.

Non occorre nemmeno soggiungere, che la duchessa, tutta intenta a disporre le cose per ottenere in quel regno il trattamento regio, non fu lenta a riparare alla passata negligenza,

---

(1) Queste e le seguenti citazioni tutte sono estratte dall'Archivio di Stato in Torino, Categ. *Lettere Ministri.*

riprendendo le solite spedizioni del vino; ed anzi, a modo di onorevole ammenda, vi aggiunse anche il rosolio, vanto speciale della città di Torino. Per amore di brevità, mi restringo a quelle fatte in dicembre del 1679 e nel gennaio successivo, come quelle, che abbracciano anche le spedizioni contemporaneamente fatte al re di Francia, agli Svizzeri ed al Governatore di Milano, riferendone, in termini precisi, la relativa menzione fattane nei conti camerali, dove si legge: " Sotto li 21 dicembre 1679, e sotto li 24 gennajo 1680, si sono fatti partire, per comando di Madama Reale, li due regali di vini e rosolio mandati alle due corone di Francia e d'Inghilterra, insieme a quelli de' Svizzeri al sig. marchese di Gresy (*ambasciatore ducale* ivi) e a Milano al sig. conte Porro (*Agente ducale*) per le spese de' quali... si è pagata la somma di lire 15 mila „.

Si comprende da ciò quale estensione andassero pigliando siffatte spedizioni, e quale voga acquistando ovunque i nostri vini e rosolj. Alla corte di Francia in ispecie questa vòga pigliava piede ogni giorno più, grazie sopratutto alle relazioni nella più alta società a grande studio coltivate dal marchese di San Maurizio, padre, ambasciatore ducale a Parigi, come pure grazie all'insistenza, colla quale ne sollecitava le spedizioni da Torino: " Si V. A. R. (scriveva egli al duca il 5 ottobre 1668) envoyait quelques cantines de vin de Piémont, dont ils sont ici fort friands, aussi bien que du rosoly, pourvu qu'il ne sente pas l'anis, cela ferait un bon effet, particulierment auprès de M. de Lionne: on pourrait lui en donner un couple de charges, comme aussi aux autres ministres „. E che non s'ingannasse nel giudicare del gusto de'signori francesi, ben lo provò l'assalto, che questi, poco tempo dopo, gli diedero riguardo al vino appunto: " Je dinai hier avec M. de Lionne chez M. de Bellefond (rescriveva egli) . . . Quoiqu'il y eût grande compagnie, M. de Beaufort, D. Francisco de Mello, M. de Pomponne, le duc de Chaulne, le comte de St-Alban, M. de Laon et le marquis de Cœuvres, ils m'y donnerent bien des attaques pour du vin de Piémont „.

Arriva, alfine, il sospirato nettare, e l'imbarazzo dell'ambasciatore, importunato da tante domande, tutte rispettabili, cresce a dismisura, trovandosi alle prese coll'arduo problema di dover contentare molti con poco. Pure, non si perdette d'animo, e procedè arditamente alla distribuzione, da lui specificata in let-

tera dell'11 febbraio 1669, e abbastanza caratteristica, perchè meriti di venir qui riprodotta, tanto più che vi figura un nuovo prodotto della Savoia, che in seguito ritornerà spesso. La distribuzione comincia, come di ragione, dal gran Colbert: " Je lui ai envoyé (ivi si legge) six barils de vin de Piémont, une caisse de fromage (i rinomati *vacherins* savoiardi) et une caisse de rosoly; il fit quelque difficulté de l'accepter „, ma finì coll'accettare. " J'ai fait un pareil présent (continua il San Maurizio) à MM. de Lionne, Le Tellier et Bellefond, à mesdames de Chevreuse et d'Arquien, à MM. les maréchaux d'Estrées et Duplessis, et à MM. de Laon et marquis de Cœuvres; tout ensemble j'ai fait aussi remettre les essences à madame de Laon. — Quand les barils ont été remplis, il ne s'en est trouvé que 51; j'en ai déjà fait distribuer 38: j'en ai encore 13 que je donnerai dans des bouteilles aux Nonce et ambassadeur de Venise, au Grand Prieur, au maréchal de Grancé, au marquis de Pienne, au duc de Navaille, au sieur de Bonœuil „; e chi più ne ha, più ne metta; " parceque (egli conchiude) j'ai toujours besoin d'eux. „ Argomento non dubbio della già sperimentata virtù di que'regali nelle occorrenze del suo ministero.

Il fatto si è che il successo e il gradimento, per parte dei regalati, non potevano essere maggiori, e non è a dire quanto l'ambasciatore se ne compiacesse: " J'ai quasi fait tous les présents (egli scriveva): on ne parle d'autre chose: le roi a bu du vin et mangé du fromage; il a trouvé excellents l'un et l'autre. „ Figurarsi l'entusiasmo eccitato da quella straordinaria degnazione per parte del Re — Sole! Il male si era, che i regali non crescessero all'avvenante delle mani, che, da tutte le parti, gli si stendevano per ottenerne: " Il faudrait (soggiungeva) bien avoir ici de ce vin: tout le monde en demande effrontément; le chevalier de Lorraine en a envoyé prendre: monsieur le Duc, au nom de sa maitresse, la belle veue du comte de Marey et jusqu'aux filles de la Reine: il a fallu leur donner du fromage (!). „ Qual mortificazione pel povero ambasciatore nel dover rimandare tante sì belle ed influenti dame con qualche prosaica forma di cacio! Fortuna, che gli fu poi dato di meglio trattarle nelle successive distribuzioni, che continuarono di mano in mano durante la sua lunga ambasciata.

L'esempio dato dal marchese di San Maurizio era stato

tale, che doveva animare i suoi successori nella legazione di Parigi a non lasciarlo cadere; ed, infatti, le spedizioni di quei regali furono da essi continuate sin verso lo scorcio di quel secolo, vale a dire sino alla rottura delle relazioni fra Luigi XIV ed il duca Vittorio Amedeo II. Ancora negli anni 1687-88, quando le corrispondenze fra i due paesi cominciavano già ad inasprirsi, la confidenza del marchese di Dogliani nell'efficacia dei regali in discorso, come più innanzi si è detto, perseverava viva più che mai. Infatti, il marchese di Louvois (nome uggioso al Piemonte) essendosi, col nostro ambasciatore, lasciate sfuggire minacce tali, le quali potevano far presentire, che qualche cosa di grave si stava disponendo a danno del Piemonte, e diventando indi urgente di penetrarne i disegni, — mentre il Duca non vedeva altro mezzo da ciò, che il guadagnare col denaro qualche influente personaggio della corte, il Dogliani invece, pur non osando scartare siffatto spediente, cercava, come meno arrischiato, e tuttavia non meno efficace, di farvi concorrere l'antico sistema de' piccoli regali, come appunto spiegavasi nel suo dispaccio del 27 settembre 1688: " Pour découvrir (ivi si legge) les desseins que le roi pourrait avoir... il est bien certain, comme V. A. R. le remarque, que l'argent en est un bon moyen... Mais il faudrait pour cela qu'il y eût ici un fond entre les mains de M. Planque (*Agente ducale a Parigi*) ou de quelque autre personne, comme d'un banquier, du quel je pusse disposer sans être obligé d'en rendre compte qu'à V. A. R. — Quelque présents aussi de bouteilles de vin ou de resoly de Piémont à des certaines personnes qui aiment fort ces bagatelles, serviraient beaucoup à les gagner, et V. A. R. ne saurait croire combien je me suis fait d'amis par ce moyen. „

Ma le cose precipitarono, e ne susseguì bentosto la guerra, che obbligò le due corti a pensare a tutt'altro che a regali; e così le vecchie tradizioni a tale riguardo restarono interrotte, non sì però, che non venissero poi riprese nel secolo seguente, sebbene col mezzo di altri prodotti, come vedremo.

Nel fratempo, la stessa usanza era anche passata, facendovi ottime prove, nella nostra ambasciata di Roma, dove pure mi propongo di tenerle dietro. Se non che, trovandomi, sul cammino, la città di Firenze, vi farò una breve sosta per prender atto dell'autorevole testimonianza dal Gran Duca, Ferdinando II,

fino conoscitore quant'altri mai, renduta alla bontà del nostro rosolio. Venutogli a notizia, che Luigi XIV faceva frequente uso di questo liquore, fu preso dal desiderio di assaggiarlo, e, per mezzo della contessa Fabroni, intrinseca colle due corti, ne fece richiesta a Mad^a Reale Cristina di Francia, con lettera del 2 aprile 1654: " J'ai reçue (ivi diceva la contessa) une petite commission de Madame la Grande Duchesse . . . LL. AA. voulurent savoir de moi si j'avais sçu, du tems que j'ai eu l'honneur de voir V. A. R., qu'elle envoyât au roi son neveu, une chose appelée *Rosolie,* de la quelle, on a dit au Gran Duc que le roi boit au lieu de vin . . . Le Grand Duc me parla aussi de certaines eaux de vie que l'on fait en Piémont, et aurait curiosité d'avoir un peu de l'un et de l'autre... „

In quegli anni le relazioni tra le due corti erano, ben più che in altri tempi, amichevoli e quasi cordiali, giacchè qualche mezza trattativa di matrimonio erasi iniziata e si andava coltivando per mezzo appunto della Fabroni. Onde Madama Reale non fu lenta ad appagare il Gran Duca facendogli pervenire tutte le varie specie di rosolio in voga; nè Ferdinando fu meno sollecito a fargli giungere, in un co'suoi ringraziamenti, il risultato, al tutto soddisfacente, del fattone assaggio: " M. le Grand Duc (rescriveva la contessa il 30 stesso aprile)... a trouvé le rosolie excellent; il en boit quelquefois les après-dînée avec de l'eau glacée; je crois que ce n'est pas la façon que l'on le boit en Piémont. Le Grand Duc, dans ces choses-là, invente tous les jours quelque chose de nouveau... Je ne saurais dire à V. A. R. laquelle sorte de ces rosolis a été trouvée la meilleur... je sais seulement qu'elles ont été trouvées très bonnes. „

A questa autorevole sanzione data ai nostri rosolj da un giudice così competente, vedremo ora far coro l'applauso dell'alta società Romana, che pur era, di lunga mano, assuefatta a ben altri regali e di ben altro pregio. A differenza però di quanto aveva luogo a Parigi, a Roma, il rosolio veniva sovente accompagnato colle confetture del Mondovì; perciocchè, egli è da sapere, che l'arte di manipolare lo zucchero e di candire abilmente i frutti, vantava i suoi più celebri maestri, non già nella capitale del Piemonte, ma sì bene a Mondovì, dove la stessa famiglia reale era obbligata di mandare ad istruirsi e a praticarsi le persone, che, in qualità di confettieri, chiamava

al servizio della corte, come appunto avvenne nel 1682, a proposito di un giovane colà mandato a perfezionarsi in quell'arte da Madama Reale Giovanna Battista, e sul conto del quale così scriveva, il 2 ottobre, il marchese della Chiesa di Cinzano, governatore del Mondovì: " Oggi è qui giunto il giovane, che V. A. R. desidera che impari a far le confetture bianche, e da V. A. R. mi viene imposto collocarlo con uno de' più periti di quest'arte. Il che ho subito eseguito e con il confettiere di questa città, che è riputato il più intendente di tutti gli altri che vi siano „.

Si comprende, quindi, che trattandosi d'inviare regali di confetture a personaggi cospicui, quelle di Mondovì dovessero ottenere il posto d'onore, come, tra altre volte, ebbe luogo nel 1676, in occasione della solenne offerta fatta allo stesso pontefice Innocenzo XI, nelle seguenti circostanze: Madama Reale, il 23 dicembre, scriveva al conte Orazio Provana, suo ambasciatore a Roma, come infra: " Sono giunte dal Mondovì le confetture e s'invieranno costì... Voi ne farete quel miglior uso con cotesti signori cardinali e prelati, che si conviene al fine, che si ha, di dare un'annuale ricognizione a qualche numero di cardinali e di prelati, che si procurerà da voi di rendere ben propensi, per tutte le occorrenze di questa real Casa. „ — Il 23 febbraio 1677, il Provana rispondeva, che le confetture erangli giunte ben condizionate, e che il primo regalo di esse e di rosolio l'aveva fatto al Card. Pio; indi soggiungeva: " Stavo pensando se dovevo mandarne altrettanto ad ognuno dei tre ministri di palazzo, ma dubitai che forse potrebbero essere ricusati. „

Chi mai avrebbe creduto, che quegli, il quale tanto dubitava dell'accettazione dei ministri, quegli stesso osasse poi ripromettersela dal Pontefice? Eppure così fu; ed il fondamento di tale sua presunzione stava tutto nello Scalco del papa, piemontese, che il conte Provana diceva *molto suo amico*. Sull'assicurazione da questo avuta, che il regalo avrebbe incontrato il gradimento del suo padrone, il Provana diede l'incarico all'Agente ducale, Paolo Negri, di farne la presentazione, che ebbe effettivamente luogo nel mattino del 23 detto febbraio, nel modo, che esso Agente ebbe a riferire il giorno stesso ne' seguenti termini: " Questa mattina, sono stato da S. Santità con dodici bacili di confetture, e due casse di rosolio, le quali monsignor Scalco

(che è suddito di S. A. R.) ha fatto porre sopra di una gran tavola nella stanza dove il papa doveva mangiare, le quali per la quantità facevano una superbissima comparsa. In questo regalo la Santità S. ci ha fatto un grandissimo onore, mentre si è partito dalle proprie stanze dell'udienza, per venire a ricevere il regalo suddetto. E stando io nella detta camera, è venuto il papa, al quale ho fatto il complimento: la Santità Sua è rimasta attonita in rimirare così gran numero di bacili carichi di confetture e le due casse de' rosolj, e mi ha domandato di che luoghi erano, e volsutele vedere, mi ha ordinato di aprirne e, scopertene di molte, ha S. Santità gustato un poco di agresto col fiore di melangolo dentro. Mi ha poi detto che il signor Residente gli aveva mandata una bottega intiera, e che era troppo generoso. Rivoltosi verso le casse de' rosolj, mi ha chiesto a che serviva *quel liquore,* ed io le ho risposto, che conferisce molto alla sanità, la quale tutto il mondo cristiano desidera infinitamente alla Santità Sua, che supplicavo, in nome del signor Residente, di dargli la consolazione, che lo potessi assicurare, che Sª Santità gli perdonava l'ardire, che aveva preso in mandarle queste bagattelle. Mi replicò, ch'era un superbissimo regalo, e che ringraziava molto il signor Residente. „ — E per non lasciar dubbio sulla sincerità di quel gradimento, soggiunse, in ultimo, avergli poi lo Scalco detto, che il papa *ne aveva discorso un pezzo a tavola.*

Il 3 marzo seguente lo stesso Negri scriveva al marchese di San Tomaso, che si era quindi fatta la distribuzione delle confetture e de'rosolj ai cardinali e prelati specificati in una nota annessa, nella quale si leggono inscritti i cardinali Pio, Carlo Barberino, Altieri, Azzolino, Massimi, Spada, Litta, Vidone, Albizi, Vuard, D'Estrées, ambasciatore di Francia, monsignor Altoviti, segretario della Congregazione dell'immunità ed altri, vale a dire quanto di più cospicuo noverava il Sacro Collegio e la prelatura romana.

Ben poteva quindi dirsi, avere il Provana condotta a buon fine un'ardua impresa; onde, immaginandosi d'averne acquistato un titolo di benemerenza verso la Casa reale, stava attendendone i complimenti per parte della duchessa. Quale pertanto fu il suo disinganno nel ricevere la lettera del ministro, nella quale, invece di rallegrarsene, faceva intendere, essere stata la

duchessa poco meno che mortificata dello sfarzo con cui erasi fatta la presentazione al papa di un regalo in sè stesso di un pregio così poco proporzionato alla dignità del donatario, non meno che alla propria. — “ Non vedo (scriveva il desolato ambasciatore, difendendosi alla meglio), che costì si sia fatto un gran applauso all'onore, che mi fece Sª Santità, di ricevere il regalo, che presi l'ardire di mandargli, anzi mi pare, che sia convenuto all'E. V. di scusare quest'atto. Eppure, è stato uno de' maggiori vantaggi, che abbia ricevuto il mio carattere, perchè il papa non ammette alla sua presenza, se non i presenti degli ambasciatori regj e delle principesse di prima riga, ricevendosi gli altri dal maggiordomo o dallo Scalco. Onde, essendo Sª Santità partita dalla sua camera dell'udienza, e venuta in altra stanza a ricevere il regalo, ed avendolo eziandio assaggiato alla presenza del mio mastro di camera, non poteva farmi un onore più singolare. „

Che il povero ambasciatore abbia o non convinto Madama Reale della convenienza del suo operato, poco importa al mio soggetto, bastandomi di aver chiarito, che i nostri confetti e rosolj erano dai cardinali e prelati romani gustati ed apprezzati per modo da essere ritenuti come “ buon mezzo per renderli propensi a tutte le occorrenze della real Casa „ giusta l'espressione, con cui la duchessa ne accompagnava la spedizione al Provana.

E questo favore, riguardo al rosolio in ispecie, perdurò lungamente, come ne fanno fede le ulteriori spedizioni ogni poco fattesene. Mi arresterò ad una sola di esse, che ebbe luogo 50 anni dopo, notabile specialmente per la persona dell'ambasciatore, che se ne servì; intendo parlare del marchese Ferrero d'Ormea. — È noto, che egli, nel 1725, risiedeva in Roma, inviatovi da Vittorio Amedeo II per l'aggiustamento delle intricate controversie ecclesiastiche da più anni vertenti fra la corte di Torino e la Santa Sede; come pure sono note le acri opposizioni, che molti membri del sacro Collegio sollevavano contro le buone intenzioni verso il re, del pontefice Benedetto XIII.

L'Ormea sapeva benissimo quanti e quali erano i suoi avversari, ma sapeva pure, ad un tempo, quanta fosse, in quel paese in ispecie, la potenza dell'*auri sacra fames*, e perciò, prima di avviarvisi si era ampiamente fornito di tutto l'occorrente per

espugnare certe fortezze, che, per arrendersi, altro non aspettavano, che di venire attaccate. Fedele al mio proposito di non addentrarmi nei misteri delle corruzioni diplomatiche propriamente dette, malgrado la tentazione, che il personaggio me ne offre, mi restringerò a dire, che, pur avendo a sue mani i grossi regali, a cui lo abilitavano le ragguardevoli somme lasciate a piena sua disposizione, non credette tuttavia di poter dispensarsi dal mettere in opera anche i piccoli regali soliti distribuirsi dai suoi predecessori, giacchè questi, nel suo concetto, dovevano servire come di tasto e di avviamento per quelli. Si è con questo intendimento, che egli ne faceva espressa domanda al re Vittorio con sua lettera del 14 aprile, nel modo che segue: " Crederei opportuno, che S. M. mi facesse avere una mezza dozzina di casse di rosolio, con due di tabacco, per farne alcuni regali a misura che anderò prevedendone il buon uso; e già, sino da ieri, il signor cardinale Alessandro Albani dimostrò di gustare il tabacco di Piemonte, ed, il giorno avanti, il Merlini, e con essi feci divisione di quello, che mi ero portato meco „.

La voga del rosolio, come si vede, continuava tuttora, ed intanto un'altra cominciava a farsi strada a favore del *tabacco del Piemonte*, e vuolsi intendere del tabacco in polvere da annasare. Vittorio Amedeo II, vista la consumazione straordinaria, invalsa e sempre più crescente di detto tabacco sì in Piemonte, come negli altri paesi finitimi e massime in Francia, pensò di crearsene una rendita per le sue Finanze, rendendone indigene la produzione e la fabbricazione. Fece, a tal effetto, a cura e per conto del governo, mettere in punto, giusta le migliori regole, diverse estese piantagioni di tabacco nei territorj di Stupinigi, di Mirafiori, della Crocetta, della Venaria ed in altri dello Stato, e chiamati da riputate fabbriche estere, i più esperti dell'arte, pervenne, mediante il segreto di squisite concie, con grandi artifizi e dispendi procuratosi, a far manipolare la pregiata foglia in modo da incontrare il genio de' buongustai. Se non che le guerre, che desolarono il Piemonte durante una buona parte della metà del secolo scorso, interruppero sgraziatamente in sul più bello questa industria, che prometteva non pochi nè lievi vantaggi al nostro paese.

Ho accennato all'uso smodato, nel tempo, di cui si tratta, invalso del tabacco da fiuto; aggiungo ora (cosa appena credi-

bile), che le grandi dame erano quelle, che specialmente si segnalavano in questa moda, venutaci dalla grande legislatrice delle mode, la Francia. La duchessa d'Orleans (la palatina) n'era indegnata: " C'est une chose affreuse " (scriveva essa, nel 1713, in termini che ben improntano il suo naturale); " C'est une chose affreuse que ce tabac... Cela me met hors de moi de voir arriver toutes les femmes d'ici (scriveva da Parigi) avec leur nez sale, comme si elles l'avaient, sauf votre respect, frotté dans la boue, et fourrer leurs doigts dans les tabatières des hommes; il faut que je crache de dégout „ (1).

Questa moda non poteva a meno di passare anche in Piemonte, ed a farvela signoreggiare bastava l'esempio di una dama, che della moda ben poteva dirsi regina nel nostro paese, voglio dire la celebre contessa di Verrua. A costo di sfrondare di qualche raggio l'aureola di questa seduttrice Sirena, devo produrre alcune cifre estratte dai conti de' Tesorieri ducali, le quali fanno fede della sfrenata manìa di lei per la polvere Nicoziana. Nel volume del Controllo Camerale, 1697-98, fra le molte svariate spese, inscritte a servizio della medesima, si legge anche la seguente, che trascrivo letteralmente: " Tabacs expédiés l'année courante 1697 pour service de madame la comtesse de Verrua, *livres* 5822 „ (!); e nell'annessavi nota, sottoscritta dalla Verrua, si portano in una sola volta, sotto il 20 9bre, livres *400 tabac supérieur à la fleur d'orange;* e queste eran libbre di peso, che importarono, in un solo mese, una somma di L. 2400 in denaro. Ben so, che tutto ciò non era a solo uso della Verrua, ma anche de' suoi amici, a cui ne faceva regalo, ma ciò, oltre alla quantità de' suoi amici, prova pure un andazzo straordinario di stabaccare nella più alta e più gentile parte della società d'allora. Non è quindi a stupire se, nell'inventario dell'eredità della Contessa si trovino registrati nientemeno che 60 vasi da tabacco, e 228 tabacchiere d'ogni forma e d'ogni materia.

Si comprende benissimo, ciò stante, come un regalo di tabacco del Piemonte, offerto da un regio ambasciatore, potesse venire gradito, come una dimostrazione di stima e di preferenza,

---

(1) *Corresp. de Mad. duchesse d'Orléans*, par E. Jacglé, 1880, vol. II, p. 131.

da cardinali e prelati, e come l'Ormea, pur disponendo di altri mezzi d'influenza ben più potenti, abbia stimato di dover giovarsi anche di questo.

In quel mentre, un altro nostro prodotto andava acquistando, nelle corti straniere, riputazione e favore, minacciando di cacciare ogni altro di nido; ed era il tartufo. Questo vegetale, quasi trascurato in addietro, aveva, verso il principio del secolo scorso, cominciato ad attirare, in particolar modo, l'attenzione e le cure degli agronomi e de' gastronomi. Il Piemonte, a tale riguardo, specialmente dalla natura favorito, anzichè attendere dagli altri paesi l'impulso e l'esempio per trarre da questo favore di natura, tutti i vantaggi possibili, era in obbligo di precederli e di farsi loro duce e maestro, ed invero non fallì punto a tale suo obbligo.

Un nostro latinista e poeta di vaglia, Bernardo Vigo, nel 1776, stampò in Torino, ad onore de' tartufi, un poemetto intitolato: *Tubera terræ*, il quale, anche oggi, può leggersi con gusto dagli amatori delle eleganze virgiliane e dei tartufi. Nella prefazione, in buona prosa latina premessavi, l'A., rendendo ragione del prescelto argomento, dice, aver, con esso, inteso d'illustrare una gloria ed una fonte di ricchezza specialmente propria di alcune regioni subalpine, singolarmente privilegiate di siffatta produzione. " Ed a comprovare siffatto privilegio (egli soggiunge) ciò solo basta, che essendosi sovente, presso parecchie nazioni, eccitato il desiderio di farne ricerca nelle proprie terre, tornò sempre vana ogni diligenza usatavi dagli indigeni, vana ogni opera. Ma che dico: *dagli indigeni?* Mandati dai re Vittorio Amedeo II e Carlo Emanuele III, andarono altre volte in Germania, in Francia ed in Inghilterra, coi più eletti cani, i nostri più esperti cacciatori... e, sebbene allettati con grandi premi, e dallo stesso loro amor proprio vivamente stimolati, nulla omettessero d'industria nè di fatica, tuttavia non ispuntarono mai di far paghi que' principi forestieri (che, dicesi, avessero più d'una volta spettatori e quasi cooperatori nelle loro ricerche) nel giustissimo desiderio, pel quale erano stati ad essi mandati... non essendo mai riusciti a scoprirne di tali, che e pel colore e per la squisitezza del profumo e del sapore, non fossero di gran lunga inferiori ai nostrani „.

Non credasi, che il Vigo, trascinato dall'entusiasmo poetico,

o dall'ambizione di accrescere importanza al proprio soggetto, abbia inventati i fatti da lui accennati, od esageratili, colorandoli più del dovere colla sua immaginazione. Il poeta ha, in questa parte, rigorosamente adempiti i doveri di storico, inspirandosi alla pura realtà delle cose, confermata dai più espliciti documenti. — La Francia si vanta de' suoi tartufi del Périgord: non discuto siffatto vanto, perchè ne sarei giudice affatto incompetente, e quindi mi attengo unicamente alla questione di fatto, ed è che i loro Sovrani, nel secolo scorso, e ancora nel principio di questo, hanno, sempre quando l'occasione se ne presentava, data la preferenza ai tartufi del Piemonte, come ben mostrano le spedizioni, che di questi si andavan facendo alla corte di Francia dai nostri principi, alle volte spontaneamente e spesso anche in conseguenza delle richieste della corte stessa, trasmesse dai nostri ministri colà residenti.

Per non dilungarmi di soverchio in citazioni, toccherò di una sola, che le varie precedenti, in certo modo, riassume e comprova.

Correva il mese di dicembre del 1814, e perciò erano appena trascorsi pochi mesi dacchè il re Luigi XVIII aveva fatto il suo ingresso in Parigi dopo restaurata la monarchia. Egli è quindi facile immaginarsi da quali e quante cure dovesse trovarsi assediato in que' primordj di un regno ancora vacillante. Eppure (chi lo crederebbe?), in mezzo a tante e sì gravi cure, e dopo 25 anni di rivoluzione e d'esiglio, la memoria dei tartufi piemontesi sotto l'antica monarchia assaporati, trovò modo di farsi strada nel suo animo e di farglieli sospirare per modo, che il conte di Jaucourt, suo ministro, dovette ricorrere al marchese Alfieri, ambasciatore nostro a Parigi, perchè glie ne procurasse al più presto una spedizione, come questi appunto fece scrivendo il seguente dispaccio al conte di Vallesa: " Le comte de Jaucourt m'avait dit, il y a quelques jours, que S. M. lui avait parlé de son désir de réavoir des truffes de Piémont, comme avant la révolution, et qu'il allait en écrire au marquis d'Osmond (*ambasciatore francese a Torino*). Je lui ai répondu que j'en attendai un envoi qui était en route, et que s'il voulait se charger d'offrir celles-ci, en attendant, à S. M., je me croyais trop heureux de pouvoir lui en faire hommage. Il m'a dit que, certes, il s'en ferait un plaisir et qu'elles seraient fort agrées.

Mais, malheureusement, grace au tems syrocal, et celui qu'elles restent en route, je les ai reçues toutes pourries. Jugez, Monsieur le Comte, comme cela m'a contrarié, d'autant plus qu'elles vont finir... *autrefois la cour en faisait d'envois considérables ici...* „. Questo desiderio di Luigi XVIII, che si rinnovassero le antiche spedizioni dei nostri tartufi alla sua corte, mentre aveva a sua disposizione quelli indigeni del Perigord, non prova certo la precellenza di questi sopra quelli, massime trattandosi di un giudice di quella competenza ch'era il re.

Nè minore era il gradimento, che a Vienna incontrava il prezioso nostro vegetale. Malgrado la pace del 1736, le relazioni fra la nostra corte e quella di Vienna erano fredde anzichè non: Maria Teresa era non poco amareggiata dalle cessioni, a cui aveva dovuto acconsentire a favore della Casa di Savoia; il che fastidiva non poco il conte di Canale, che doveva andarvi ambasciatore. Si fu allora, che il marchese di Breglio, il quale molto onorevolmente l'aveva preceduto in quell'ambasciata, gli suggerì, che, lasciata alquanto sbollire quella irritazione, avesse ricorso al solito rimedio de' piccoli regali, da lui stesso già sperimentata efficace. Il fatto giustificò il suggerimento, chè, grazie, un poco, all'influenza del rimedio, e, molto, all'abilità di chi ebbe ad applicarlo, dopo qualche anno, le relazioni tra le due corti si fecero più cordiali, e la stessa Maria Teresa prese a ricambiare con prelibato vino di tokai, i regali dai nostri principi, per mezzo dell'ambasciatore, offertile.

Fra questi regali, al tartufo veniva sempre attribuito il posto d'onore, *velunt inter ignes — Luna minores*. Qualche estratto della corrispondenza diplomatica metterà meglio sott'occhio la cosa. — " L'Intendant de la maison du Roi (scriveva al Canale il Segretario Cav. Raiberti) vous expedie par la Poste deux caisses à votre adresse, dont l'une contient net 42 livres de truffes, et l'autre six vacherins, que S. M. fait envoyer à LL. MM. Impériales „ (20 xbre 1766). Il conte di Canale accusando la ricevuta della spedizione, scriveva: " S. M. l'impératrice de même que l'Empereur ont été sensibles à cette attention. Les truffes étaient fort bien conservées, quoique gélées, et pourvu qu'on les garde dans une chambre froide jusqu'au moment qu'on les sert, elles ne perdent rien de leur bonté „ (1° del 1767). — Ed infatti il Canale rescriveva pochi giorni dopo: " L'Im-

pératrice reine fait bien des remercimens à S. M. pour les truffes et les vacherins, dont elle a fait garder trois parts pour sa table „. Il che prova, meglio delle parole, il reale suo gradimento.

Il Canale, che aveva suggerito di aggiungere ai futuri regali, anche le pernici rosse denominate in Piemonte *bertavele,* con lettera del 14 xbre 1769, così facevasi ad acquetare gli scrupoli del Raiberti, a cui erasi supposto, che le dette pernici fossero comuni anche a Vienna: " J'ai reçu (scrivevagli) la cassette avec les truffes et les 18 perdrix rouges, qui ont été présentées à LL. MM. Impériales par M. le Comte de St. Julien Grand-Maitre de cuisine... Tout est arrivé bien conditionné et a été fort agrée, LL. MM. m'ayant fait recommander de beaucoup remercier le Roi de son souvenir et de son obligeante attention... Je vous assure qu'on a ici un soin particulier des truffes, qu'on les pèse à la cour et que l'impératrice en fait la distribution. — Pour ce qui est des perdrix rouges, je ne sçais pas comment on peut dire qu'elles sont communes à Vienne; il en vient très rarement du Tyrol et elles sont d'une espèce différente et très inferieures aux *bertavelles.* Feu le marquis de Breil, qui le sçavait bien, m'en donna douze pour le chancelier de Zinzendorf, très entendu en bonne chère, lorsque je vins à Vienne pour la première fois: le chancelier en fit grand bruit, comme d'un régal. Ainsi, ce fut là un trait d'erudition que j'appris dans les premiers instants de mon séjour à Vienne „.

Si è poco dianzi accennato ai regali di vino Tokai soliti farsi dalla corte di Vienna alla nostra. Di questi regali, che, molto frequenti fin da principio, finirono col diventare quasi annuali (1). Non farò menzione che di uno solo, perchè si connette con un avvenimento, il quale, a que' giorni, menò gran rumore e avrebbe forse potuto dar luogo ad importanti conseguenze, se coi desideri di Maria Teresa e colle speranze di Carlo Emanuele III, avesse potuto andar d'accordo il genio del-

(1) Il conte di Scarnafigi, succeduto al Canale nell'ambasciata di Vienna, il 3 dicembre 1774, scriveva al suo ministro a Torino: " M. le comte de St-Julien m'a annoncé ces jours passés, qu'il avait déjà reçu les ordres pour me remettre le *vin de Tokai que l'impératrice est dans l'usage d'envoyer à S. M.* TOUS LES ANS „.

l'imperatore Giuseppe II; intendo parlare della visita, che questi fece, nel 1769, alla nostra corte, visita, alla quale si annetteva generalmente il disegno di matrimonio con una delle principesse reali, nè senza fondamento. E a tale visita appunto alludeva il conte di Canale nel suo dispaccio del 9 9bre del detto anno, nell'occasione dell'invio, per parte dell'imperatore di due fusti di Tokai: "...Le comte de St. Julien, qui en avait la commission, m'a dit que c'était l'empereur et non l'impératrice, qui avait destiné le vin pour le Roi... L'Empereur (aggiungeva l'ambasciatore) m'ayant fait l'honneur hier de m'adresser la parole m'a encore parlé beaucoup de Turin, se servant des termes les plus expressifs pour marquer le plaisir qu'il avait eu de s'entretenir avec S. M. et la famille royale, et combien il desirerait d'être à portée de se procurer cette satisfaction et apprendre du Roi l'art de gouverner „ (1).

Quale assegnamento era da farsi sulla sincerità di siffatta dichiarazione? Nulla osando affermare, ritorno ai nostri tartufi, riguardo ai quali almeno si può essere certi della sincerità sì dell'imperatore come della imperatrice nella espressione del loro gradimento, autenticata, com'era, dal fatto. Perciocchè, mentre altre volte, come si è veduto, degl'inviati tuberi riservate tre parti per la famiglia imperiale, la residua quarta parte veniva da essi distribuita ai ministri e principali personaggi della corte, ultimamente, omessa ogni distribuzione, tutti se li riservavano per la sola famiglia imperiale. Ciò non metteva conto al nuovo ambasciatore conte di Scarnafigi, succeduto in quel mentre al conte di Canale, perchè avendo sempre bisogno di que' ministri e personaggi, avrebbe voluto vederli gratificati almeno di quel poco, come per l'innanzi. Ond'è che, con dispaccio 3 8bre 1774, ricordando a Torino la solita spedizione de' tartufi, soggiungeva: " Si dans la susdite expédition, V. E. trouve à propos d'en faire ajouter une petite quantité pour distribuer à deux ou trois des principales personnes de cette ville, Elle me mettra à meme de continuer une attention pratiquée par le feu comte de Canal, et pour laquelle on lui ètait très reconnaissant „.

(1) Sull'eccellenza di quel Tokai così scriveva il Canale: " Il faut que le Roi conserve ce vin pour sa bouche et sa famille, car, pour de l'argent, je ne pourrai pas en trouver de semblable „ (25 ottobre 1764).

L'avvertenza fu riconosciuta giusta, e allora e poi sempre la piccola aggiunta mai non mancò a simili spedizioni, e l'esito fu quale era previsto, come lo stesso Scarnafigi, soddisfatto, significava anche l'anno successivo 1755: " Samedi, 23 de ce mois (décembre), j'ai reçu par une estafette, quatre caisses, savoir: deux de truffes, une de vacherins, et l'autre de *bertavelles*. Le tout étant arrivé dans le meilleur ètat possible, je me suis empressé de le faire remettre tout de suite à S. M. l'imperatrice. J'ai gardé à ma disposition la plus petite des caisses, contenant des truffes pour les distribuer aux principaux ministres de cette cour qui m'en sçavent un gré infini „.

In questo stato di cose, era naturale, che i principi delle corti estere, i quali avevano mostrato di gustare ed apprezzare, come si è veduto, i tartufi del Piemonte, sentissero il desiderio d'indagare se ne' propri Stati allignasse l'ambito vegetale. Giusta il metodo primitivo, più generalmente allora praticato, la cerca o caccia se ne faceva col concorso di un ausiliario dall'odorato infallibile, è vero, ma dal grugnito inamabile. Gli Inglesi, in ispecie, così esigenti in fatto di pulizia, ne rifuggivano assolutamente, preferendo di abbandonare alla terra il prezioso suo tesoro, al doverlo all'abilità di un siffatto collaboratore. Ed essi infatti, furono a giorni nostri i creatori della miglior razza di cani per la caccia de' tartufi. — Nel tempo, però, del quale si tratta, questo vanto spettava al Piemonte. Presso di noi, era di buon'ora invalso l'uso di tale caccia per mezzo de' cani; ond'è che i ragguardevoli esteri viaggiatori, che, nelle loro peregrinazioni per l'Italia, facevano qui, d'ordinario, una prima sosta, vi pigliavano, volentieri, parte, come ad un passatempo nuovo per essi, il quale alle emozioni della caccia della selvaggina, univa il vantaggio, prezioso agli amici degli animali, di non costare pure una goccia di sangue. Il perchè, rimpatriati, tanto que' gentiluomini si lodavano e del vegetale e del modo di cacciarlo, che fecero più d'una volta sorgere in qualche estera corte amica la vaghezza di avere dai nostri principi e uomini e cani abili e addestrati a tale caccia per poter goderne ed accertarsi, ad un tempo, della esistenza o non, ne' loro paesi, del pregiato vegetale.

Due di siffatte richieste vennero a mia notizia e credo bene di qui ricordare. La prima rimonta al 1723, e venne dalla

Francia per parte del giovane re Luigi XV, come il conte Annibale Maffei, ambasciatore Sardo a Parigi, ne informava il marchese Delborgo, ministro sopra gli affari esteri, con dispaccio del 27 7bre: " M. le Comte Merville (*ministro sopra gli affari esteri francese*) m'a fait entendre que le Roi souhaitait d'avoir trois ou quatre bons chiens élevés à la chasse des truffes avec un homme entendu à celà et propre à les diriger et à les nourrir... n'osant pas les demander au Roi, son grand père (Vittorio Amedeo II) „.

Da Torino fu bensì, d'ordine di Vittorio Amedeo, spedito l'uomo con quattro cani al nipote (piccato forse nei rimproveri, che spesso ne riceveva per la vita troppo molle ed oziosa che menava), ma dell'esito di quella spedizione tace la corrispondenza del Maffei.

Molto più complete e specifiche sono le notizie lasciateci sull'altra consimile spedizione fattasi ventotto anni dappoi sotto Carlo Emanuele III, in occasione di altra richiesta pervenutagli, per mezzo della legazione britannica in Torino, da parte del vincitore di Culloden, il duca Guglielmo di Cumberland, secondo genito del re Giorgio II d'Inghilterra. Piacque al nostro re, in quella occasione, non solo di soddisfare il duca, ma di dare anche a tale soddisfazione una specie di solennità, affine di fare spiccare agli occhi del pubblico, non meno che della corte stessa di Londra il suo studio di coltivare l'antica amicizia tra la sua dinastia ed il governo britannico. Gli è in questo senso che il Cav. Ossorio, ministro sopra gli affari esteri, così scriveva, con dispaccio del 4 7mbre 1751, al conte di Perrone, nostro ambasciatore a Londra:

" Le Roi ayant su que M. le duc de Cumberland souhaite d'avoir des chiens dressés à la chasse des truffes, et un homme entendu à les mener et à en dresser d'autres en Angleterre, S. M. a saisi avec plaisir cette occasion de satisfaire le désir de S. A. R., et en conséquence des ordres qui avaient été donnés pour trouver ces chiens, l'on en a fait partir huit, ces jours passés, sous la conduite de deux chasseurs entendus à cette sorte de chasse; lesquels sont adressés à M. le marquis de St. Germain (*ambasciatore sardo a Parigi*), qui est chargé de donner les dispositions pour la continuation de leur voyage jusqu'à Londres, et pour l'envoi d'une caisse à votre adresse,

contenant l'habillement dont le bureau de la maison du Roi les a fait pourvoïr. — Vous les présenterez avec les chiens à S. A. R. en lui témoignant le plaisir que S. M. se fait de les lui procurer. Le nom des deux chasseurs est Vachina frères, et quant aux chiens, âges et marques se trouvent détaillés dans la note ci-jointe. — Il faudra que vous preniez le soin de faire pourvoir les deux hommes d'un chapeau bordé à l'anglaise ou d'un bonnet à l'anglaise, selon que vous jugerez plus à propos. Je suis bienaise de vous ajouter, au sujet des susdits chasseurs, que celui qui est marié, ne doit point se laisser engager à demeurer en Angleterre; pour l'autre, qui est garçon, il y peut demeurer y trouvant ses convenances „.

Tutto andò a seconda de' presi concerti; ad eccezione di un cane perdutosi in cammino, tutti, uomini e bestie, giunsero alla loro destinazione, ed il conte di Perrone potè, al giorno appuntato, che fu il 26 di ottobre, farne la solenne presentazione a Windsor, coll'esito, che, due giorni dopo, significava al re stesso ne' seguenti termini: " J'ai été avant hier à Windsor, et j'ai eu l'honneur de présenter à Monseigneur le duc de Cumberland les chiens qu'Elle lui a envoyés. Il en a été extrêmement content, et m'a très fort recommandé d'en témoigner sa vive reconnaissance à V. M. et de l'assurer que l'on ne saurait être plus sensible qu'il l'est, de la façon dont Elle a cherché à lui faire plaisir dans cette occasion. Il a voulu aller tout de suite à la chasse des truffes; j'ai eu l'honneur de l'accompagner, mais il n'a pas été possible d'en trouver, et j'ai grande peur qu'il n'y en aye aucune dans les environs. — Quoiqu'il en soit, il est certain que ce présent lui a été très agréable, surtout parce qu'il vient de la part de V. M., ce qu'il n'a cessé de me répéter „. Ed in lettera a parte all'Ossorio, aggiugneva: " Le tout ensemble avait bonne mine, et Monseigneur en a été extrêmement content „.

Il duca però non si lasciò scoraggiare da quel primo vano tentativo, e la sua perseveranza venne ben presto coronata da felice successo, che il Perrone sollecito notificava a Torino, colla soddisfazione, quasi, con cui avrebbe annunziata una vittoria diplomatica: " Hier, enfin (scriveva li 11 9bre) les chasseurs ont trouvé, prés de Windsor, les truffes qui ont la même odeur que les notres. Le duc de Cumberland en a été enchanté „. — Che

ne fu del cacciatore scapolo, che aveva la licenza di rimanere al servizio del Duca? Riuscì egli a fondare quella scuola di ammaestramento dei cani indigeni, per cui sopratutto era stato chiamato? E la prima trovata del vegetale fu ella una eccezione, od il principio di un raccolto continuato? Fu realtà o non piuttosto mera compiacenza pel duca l'allegata somiglianza, quanto all'odore, del tubero allora trovato, col nostrano? Le carte tacciono affatto a tale riguardo, ma la tradizione contemporanea, trasmessa dal Vigo, affermava, come vedemmo, che i tartufi, allora trovati " e pel colore e per la squisitezza dell'odore e del sapore, erano di gran lunga inferiori ai nostri „ a detta dei cacciatori reduci dall'Inghilterra.

Quanto ai cacciatori, tutto induce a credere, che quegli dei due fratelli, il quale era autorizzato a starsene in Inghilterra, vi sia realmente rimasto più o meno lungamente sino a compiuto raggiugnimento dello scopo, per cui eravi stato chiamato, tanto più che il primo sperimento felicemente riuscito dovette incoraggiare sempre più il duca nel suo proposito. Questo è certo, in ogni modo, che deve aversi in conto di una mera leggenda ed anzi di favola, il racconto, che un giornale francese spaccia a questo riguardo, riportandolo però da una Rivista inglese, in questi termini: " Par un curieux caprice de l'histoire, c'est un Espagnol, qui a enseigné aux Anglais l'art de chercher les truffes... Etait-ce un matelot echappé au désastre de l'*Armada,* qui au lieu de poursuivre une légitime vengeance, apportait un immense bienfait aux ennemis de sa patrie? Est-ce un aventurier? Un vagabond? Ce problème historique n'est pas encore élucidé, mais il n'en est pas moins hors de doute que l'Angleterre doit à un Espagnol le seul progrés sérieux qu'elle ait réalisé depuis trois cent ans dans l'art culinaire „ (1).

Lasciando, senz'altro, agl'Inglesi, quando così stimino, la cura di difendersi dalla taccia di essere in ritardo di qualche secolo nel progresso dell'arte culinaria, ritengo, che il problema storico sopra accennato debba oramai dirsi risolto, e risolto a favore del Piemonte, a fronte dei documenti dianzi prodotti, dai quali risulta, che, prima del 1751, in Inghilterra non era

---

(1) *Figaro, Supplém., Longmans Magazine,* 1895.

ancora accertata l'esistenza dei tartufi, come prodotto indigeno, e tanto meno n'era in uso la caccia, giacchè in quell'anno appunto, risulta, aver avuto luogo, come spettacolo straordinario e nuovo, il primo esperimento di siffatta caccia, e questo per mezzo d'uomini e di cani fatti, a tale scopo appunto, venire dal Piemonte. Infino a che, pertanto, con documenti di eguale chiarezza ed autorità di quelli sopra addotti, non si verrà a provare, che un altro anteriore consimile esperimento siasi fatto o dal supposto marinaio Spagnuolo, o dal preteso avventuriere e vagabondo o da chicchessia altro, si può e si deve senza più affermare, che tutte le ipotesi come sopra affastellate dallo scrittore francese, non sono che " sogni d'infermi e fole di romanzi „ ed i piemontesi sono in diritto di rivendicare per sè l' onore d'essere stati i primi scopritori del prezioso tubero in Inghilterra, ed i maestri agl'Inglesi del modo di farne la caccia e di addestrarvi i cani. Ho detto: *l'onore;* qualcuno osserverà: Dove mai l'onore va a cacciarsi! Per rispondere a questo scrupoloso mi affido ai gastronomi, che sanno apprezzare al suo giusto valore questa perla del regno vegetale, e alla estensione ed importanza, che la sua coltivazione e il suo commercio vanno di giorno in giorno acquistando.

Relazione sul lavoro del Dott. Luigi Schiaparelli, intitolato:

" *Origini del Comune di Biella* „.

I sottoscritti presero in esame il lavoro del Dr Luigi Schiaparelli, che si intitola: *Origini del Comune di Biella.*

Ecco, in riassunto, gli argomenti trattati in questo lavoro.

Principia l'Autore dal raccogliere le notizie riflettenti l'età classica, quando il territorio biellese faceva parte dell'*ager Vercellensis.* Le notizie per quest'epoca sono assai poche, sicchè l'A., dopo brevi pagine, entra nell'età media e discute il diploma di Lodovico il Pio dell'anno 826, nel quale per la prima volta si ricorda espressamente la *villa* detta *Bugella.* La discussione

intorno a questo diploma offre campo ad indagini sulla persona di Bosone, che in esso è menzionato, sulla geografia del sito in relazione a Biella e ad Ivrea (del cui celebre marchesato l'A. parla con qualche larghezza), e sopra questioni secondarie.

Partendo dai risultati storico-geografici ottenuti dall'esame del diploma dell'anno 826, l'A. si inoltra a considerare le carte posteriori, fra le quali abbondano relativamente i diplomi imperiali, venendo sino all'età di Federico I Barbarossa, e giunge a stabilire con piena certezza che cosa era il territorio Biellese, ossia — secondo la terminologia antica — il " totum Bugellense ".

Fino dal secolo IX cadente i vescovi di Vercelli esercitarono, per quanto pare, giurisdizione civile sul territorio di Biella; questo fatto che trova la sua lontana radice nella condizione territoriale dell'età romana, viene accuratamente studiato dall'A., dopo esaurita la parte geografica. Confrontando tra loro i non pochi documenti che direttamente o indirettamente riguardano questo argomento, siano essi diplomi o carte pagensi, l'A. riesce a determinare l'estensione giuridica dei diritti episcopali vercellesi, e nel tempo stesso incontra i primi indizi della vita popolare e comunale. Questi primi indizi egli li trova anzitutto studiando la condizione della proprietà, la quale era o ecclesiastica, o della *pars publica*, o dei *consortes,* o dei *vicini*, o dei privati. Naturalmente per l'A. ha sopratutto importanza la proprietà dei *vicini.* Così la questione riflettente l'autorità episcopale si collega alla questione economica, e questa si coordina alle ricerche sull'origine del comune. È quasi inutile avvertire che anche per Biella, come per tante altre località, la eliminazione degli ordini pubblici carolingici, a mezzo dell'autorità episcopale, servì indirettamente, ma efficacemente allo sviluppo del comune. Per Biella poi ci fu da parte dei vescovi vercellesi anche una prossima cooperazione alla mutazione avvenuta negli ordini antichi.

Dovendo l'A. determinare esattamente le relazioni dei vescovi di Vercelli con Biella, espone con minutissimi particolari, in gran parte basandosi su documenti inediti, l'amministrazione della Chiesa di Biella, i diritti dei canonici e del loro preposito, ecc., e studia la supremazia della Chiesa di Vercelli, spiegandone con molta precisione i diritti e i doveri.

Pare che l'assestamento definitivo dei Biellesi in forma di

associazione comunale si debba ad alcune concessioni fatte loro dal vescovo Uguccione, che visse ai tempi di Federico I. L'A. chiarisce questo punto per quanto gli è possibile; tuttavia, per mancanza di documenti, forse non riesce a metterlo in tutta quella luce, che la nostra curiosità desidererebbe. Ma egli fa quanto gli è possibile, senza omettere di illuminare anche le questioni di contorno, tra le quali ricordo la discussione sui *boni homines;* a Biella si principia a incontrarli appunto a questo tempo, ed essi accennano agli ordinamenti comunali ormai introdotti o prossimo ad attuarsi. I consoli compariscono soltanto più tardi.

Non trascura l'A. la ricerca etnografica, basandosi sulle professioni di legge. Egli non ignora le obbiezioni che in qualche caso si possono fare sul significato di una professione di legge, ma pur sa che, nella considerazione di molte professioni, gli errori mutuamente si elidono, così che per questa via si può pur sperare di giungere ad un buon risultato. I documenti che egli esamina, sono abbastanza numerosi e vanno dal 988 al 1197, ed essi provano che l'elemento etnografico preponderante era il romano, ma erano abbastanza forti anche gli elementi longobardo e salico. Assai per tempo si trovano nelle carte alcune parole che accennano al volgare, che si andava costituendo e svolgendo.

Così termina il nucleo del lavoro. Fa seguito una lunga nota dedicata a ricerche diplomatiche sulla composizione delle carte pagensi a Biella. Sono queste indagini importanti, in ispecie per la soluzione dei gravi quesiti che possono sorgere sull'autenticità dei documenti.

Viene poi una scelta di documenti inediti (dal secolo XI alla fine del XIII), tolti e trascritti con cura dalle pergamene esistenti negli Archivi di Biella.

A tutto questo segue un'Appendice, nella quale l'Autore tratta alcune questioni riflettenti i Vittimuli, la storia dei quali si collega intimamente colle origini di Biella. Quest'appendice si divide in vari paragrafi. Nel primo l'A. riassume in breve la discussione fatta intorno al passo di Strabone, dove è parola della aurifodina Vittimulense. Più importanti sono i paragrafi II, III e IV, nei quali l'A., seguendo il filo raccolto nel § I, e facendo uso di fonti edite e inedite, nonchè dei risultati della

ispezione locale da lui stesso fatta, e mettendo fra loro a riscontro notizie archeologiche e diplomatiche, rifà la storia del pago e del castello dei Vittimuli tra l'età classica e l'età medioevale.

A parere dei sottoscritti il lavoro del D.r Schiaparelli reca veramente nuova luce sulle origini del Comune Biellese, sia per i documenti inediti da lui studiati, sia per il metodo scientifico con cui esaminò gli atti già conosciuti. Essi ritengono quindi che il lavoro del Dr Schiaparelli possa venir letto alla Classe.

Torino, 2 febbraio 1896.

Bollati di St-Pierre
Domenico Perrero
C. Cipolla, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 12 al 26 Gennaio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 17, Atlas. Berlin, 1895; 8° e 4°.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIX, Heft. II. Frankfurt a. M., 1895; 4°.

* **Almanach** der k. Akademie der Wissenschaften. 1894. Wien, 1894; 8°.

* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. 4ª ser., Vol. I, n. 1. New-Haven, 1896; 8°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VII, Entr. 4ª. Montevideo, 1895; 8°.

* **Annales** de la Société Royale Malacologique de Belgique. T. XXVII, Ann. 1892. Bruxelles; 8°.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1895. Rio de Janeiro, 1894; 8°.

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Memorie, vol. XIV, 1895; Processi verbali, vol. IX, pp. 243-310.

* **Berichte** der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg I. B., IX Bd., 1894-95; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1894, n. 4. Moscou, 1895; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle, année 1895, n. 7. Paris, 1895; 8°.

Bulletin of the United States Geological Survey, n. 118-122. Washington, 1894; 8° (*dal dipartimento dell'Interno, U. S. geological survey*).

* **Bulletins** du Comité Géologique de St-Pétersbourg, 1894, t. XIII, n. 4-6; suppl. au T. XI Bibliothèque Géologique de la Russie, 1893. St-Pétersbourg, 1894; 8°.

Calendario del Santuario di Pompei per l'anno 1896. Valle di Pompei; 16°.

* **Denkschriften** der k. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. Bd. 61. Wien, 1894; 4°.

Geologic Atlas of the United States. Fol. 1-6, 8-12. Washington, 1894; f° (*dono del Governo degli Stati Uniti d'America*).

* **Journal** of Comparative Neurology; Vol. VI, pp. 139-214 + XLIII-CII. Cincinnati, Granville, Ohio, 1895; 8°.

* **List** of the Members of the R. Irish Academy, 1895. Dublin; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg. Classe physico-mathématique. 7e série, t. XLII, n. 7-12; 8e série, t. I, n. 1-8. St.-Pétersbourg, 1894; 4°.
* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. T. XIV, n. 1. St-Pétersbourg, 1895; 4°.
* **Memoirs** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XVIII. Cambridge U. S. A., 1895; 4°.
* **Memoirs** of the California Academy of Sciences. Vol. II, n. 4. San Francisco, 1895; 4°.

Monographs of the United States geological Survey, vol. XXIII, XXIV. Washington, 1894; 4° (*Department of Interior*).

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. III, nº 4. Dublin, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LIX, n. 353. London, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1895. Part III. London; 8°.
* **Proceedings** of the Academy of natural Science of Philadelphia. Part I, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIV, n. 147. Philadelphia, 1895; 8°.
* **Proceedings** of the California Academy of Sciences. 2d Ser., vol. IV, part 2. San Francisco, 1895; 8°.
* **Procès-Verbaux** des séances de la Société Malacologique de Belgique. T. XXIV, 1895, pp. I-LXXXIV. Bruxelles; 8°.

Report (14 Annual) of the United States Geological Survey 1892-'93. Washington, 1893-94, 2 vol. in-4°.

Scuola di Agricoltura presso la R. Università di Torino. A. II, 1895-96; 8° (*dal Comizio Agrario di Torino*).

* **Sitzungsberichte** der K. Akademie der Wissenschaften. Mathem.-naturwissenschaftliche Classe. CIII Bd., Abth. I, n. 4-10; II a, 6-10; II b, 4-10, III, 5-10. Wien, 1894; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXVIII, fasc. 12. Modena. 1895; 8°.
* **Transactions** of the R. Irish Acad. Vol. XXX, part XV-XVII. Dublin, 1895; 4°.
* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIII, par. 11. 1895; 4°.
* **Transactions** of the American Philosophical Society, held at Philadelphia. Vol. XVIII, N. 5, Part. II, 1895; 4°.
* **Transactions** of the Wagner Free Institute of Science of Philadelphia. Vol. 3, p. III. 1895; 4°.
* **Transactions** of the Academy of Science of St-Louis. Vol. VI, n. 18; VII, n. 1-3. 1895; 8°.

Gambera (P.). Delle proprietà dei miscugli dei gas perfetti. Salerno, 1895 (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 19 Gennaio al 2 Febbraio 1896

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVII, n. 1. Leipzig, 1895; 8°.

* **Annuario** della R. Accademia dei Lincei, 1896. Roma; 16°.

Annuario della R. Università degli studi di Torino per l'anno accademico 1895-96. Torino, 1896; 8°.

* **Archiv** für österreichische Geschichte. Herausg. von der zur Pflege vaterländischer Geschichte aufgestellten Commission der k. Akad. der Wissenschaften, B. 81, 2 Hälfte. Wien, 1895; 8°.

Atti dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXV. Annuario pel 1896. Napoli, 1895; 4° e 16°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIII, Appendice. Venezia, 1895; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, n. 860-865, 867; Catalogue of the Persian Books and Manuscripts. Fasc. III. Calcutta, 1895; 8° e 4°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXVII, cuad. I. Madrid, 1896; 8°.

* **Fontes rerum austriacarum.** Œsterreichische Geschichts-Quellen. Herausg. von der Historischen Commission der k. Akad. der Wissenschaften in Wien. XLVII Bd., 2 Hälfte 1894; 8°.

Monumenta Conciliorum generalium seculi decimi quinti. Concilium Basileense. Scriptorum, t. III, pars III. Vindobonae, 1895; 4°.

* **Sitzungsberichte** der k. Akademie der Wissenschaften. Philosophisch-Historische Classe. CXXXI Bd., Jahr. 1894. Register zu den Banden 121 bis 130. Wien, 1894; 8°.

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVI, fasc. 4°. Roma, 1895; 4° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-giuridiche*).

Lilla (V.). Di un precursore sconosciuto di Antonio Rosmini. Napoli, 1895; 4°.

Marre (A.). Vocabulaire des principales racines Malaises et Javanaises de la langue Malgache. Paris, 1896; 8°.

Piette (Ed.). Hiatus & lacune. Vestiges de la période de transition dans la grotte du Mas-d'Azil. Beaugency, 1895; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 9 Febbraio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Rec'd. 28 July - 12 Sept. 1896

Sono presenti i Soci: Berruti, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Segre, Volterra, Jadanza e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato il verbale della precedente adunanza.

Il Segretario comunica la lettera di ringraziamento inviata dal Prof. Mittag-Leffler recentemente eletto Socio Corrispondente.

Il Socio D'Ovidio presenta una nota del Socio nazionale non residente Brioschi intitolata: " *Il risultante di due forme binarie biquadratiche e la relazione fra gli invarianti simultanei di esse* ", e ne parla. La nota ha forma di lettera diretta al Socio D'Ovidio; sarà inserita negli *Atti*.

Il Socio Segre, membro della Commissione incaricata di esaminare una memoria del Prof. Rodolfo Bettazzi intitolata: " *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi* ", annunzia che l'autore ha ritirato quella memoria. Lo stesso Socio presenta quindi una nota del medesimo autore la quale porta il titolo:

" *Sulla catena di un ente in un gruppo* ", ed è estratta dalla memoria anzidetta.

Sarà inserta negli *Atti*.

Vengono pure accolti per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

" *Sui principî che reggono la geometria di posizione* ", nota del Prof. Mario Pieri, presentata dal Socio Naccari a nome del Socio Peano.

" *Osservazioni meteorologiche fatte durante l'anno 1895 all'Osservatorio della R. Università di Torino* " calcolate dal Dott. G. B. Rizzo, presentate dal Socio Naccari.

LETTURE

Il risultante di due forme binarie biquadratiche e la relazione fra gl'invarianti simultanei di esse.

(Lettera di F. BRIOSCHI ad E. D'OVIDIO) (*).

Preg.mo Collega,

Il prof. Bertini nel 1877, Ella nel 1880, si occuparono del sistema simultaneo di due forme binarie biquadratiche, e delle relazioni o sigizie esistenti fra gli invarianti ed i covarianti simultanei delle forme stesse. Nel volume XV degli *Atti* di codesta Accademia, Ella ha fatto conoscere la relazione esistente fra gli otto invarianti simultanei delle due forme, relazione di sesto grado rispetto ai coefficienti dell'una e dell'altra forma. Il Bertini, iniziatore di queste ricerche, aveva già dimostrato che una sola relazione poteva esistere fra quegli invarianti; ma, rispetto al grado di essa, i risultati non coincidevano, mentre pel Bertini saliva al dodicesimo, per Lei, come già dissi

(*) Mi tengo onorato di comunicare all'Accademia, da parte dell'autore, la seguente lettera direttami dal socio Sen. *F. Brioschi*, nella quale l'illustre scienziato, applicando un suo recente ed importante teorema, perviene con rapidità ed eleganza a trovare simultaneamente il risultante di due forme binarie biquadratiche, espresse mediante i loro invarianti fondamentali e la relazione esistente fra gl'invarianti medesimi. Altre notizie circa quest'ultima relazione, oltre quelle accennate dall'autore, si trovano nella mia nota " Sopra alcune classi di sigizie binarie „ (Atti Acc. Torino, v. 28). Ivi osservai che la relazione, nella forma datale dall'egregio sig. B^ne *v. Gall*, certamente conteneva un fattore superfluo, e sospettai che questo fosse D (secondo la notazione, da lui e da me adottata); e così credette poscia anche il *v. Gall*. Ma qui il Prof. *Brioschi* trova che il fattore superfluo è $D - \frac{1}{6} i_1$ (secondo la mia notazione), ossia $D - \frac{1}{6} AA$ (secondo la notazione del *v. Gall*).

E. D'O.

al sesto, e più tardi, cioè nel 1888 (" Mathematische Annalen ", Bd. XXXIV, pag. 335) il sig. v. Gall la dichiarava dell' ottavo grado.

Un teorema che ho di recente comunicato alla Società Scientifica di Erlangen, sulle soluzioni comuni a due equazioni, potendo trovare opportuna applicazione anche a ricerche di questa specie, mi indusse a ritornare sull'argomento, nello scopo altresì di chiarire con un esempio il nuovo metodo.

Come si vedrà più avanti questo metodo conduce direttamente all'unica relazione esistente fra gli otto invarianti simultanei, e questa relazione è del sesto grado. Ma prima parmi opportuno dimostrare che la relazione del sig. v. Gall non è che apparentemente del grado ottavo, ma che essa riducesi al sesto, e precisamente a quella già da Lei calcolata (*).

Sieno φ, ψ le due forme binarie biquadratiche, ed a, c i due covarianti di esse:

$$a = \frac{1}{2}(\varphi\varphi)_2 \qquad c = \frac{1}{2}(\psi\psi)_2$$

Definisco gli otto invarianti simultanei come segue:

$$A = \frac{1}{2}(\varphi\varphi)_4, \quad C = \frac{1}{2}(\psi\psi)_4 \quad E = (\varphi\psi)_4, \quad K = (ac)_4$$

$$D = (\varphi c)_4, \quad \Delta = (\psi a)_4, \quad G = (\varphi a)_4, \quad H = (\psi c)_4$$

e pongo:

$$6K - AC = P, \quad E^2 - 4AC = Q$$

$$2(H\Delta - D^2) = U \quad D\Delta - GH = V \quad 2(GD - \Delta^2) = W$$

inoltre:

$$l = P - \frac{1}{2}Q \quad m = -DE + C\Delta + AH, \quad n = \Delta E - AD - CG$$

$$\lambda = -\frac{1}{3}CP + U, \quad \mu = \frac{1}{6}EP + V, \quad \nu = -\frac{1}{3}AP + W.$$

(*) Con analoga calcolazione, ma più complicata, può ottenersi il medesimo risultato per la relazione del prof. Bertini.

Indico infine con L e con M i due determinanti:

$$L = \begin{vmatrix} A & E & C \\ G & 2\Delta & D \\ \Delta & 2D & H \end{vmatrix} = AU + EV + CW$$

$$M = \begin{vmatrix} l & m & n \\ m & \lambda & \mu \\ n & \mu & \nu \end{vmatrix}$$

ed osservo che:

$$\frac{1}{2} L^2 = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} Q & m & n \\ m & U & V \\ n & V & W \end{vmatrix}$$

eguale cioè al determinante M nel quale siasi posto $P = 0$. Ora la espressione denominata R nella citata memoria del sig. v. Gall, è la seguente:

$$R = \frac{1}{3} P^2 - \frac{1}{3.4} QP + \frac{1}{2} L$$

risulta quindi che nella sua relazione:

$$2R^2 - M = 0$$

i termini indipendenti da P spariscono, e la relazione stessa divisa per P diviene del sesto grado. Essa prende così la semplice forma:

$$8P^3 - 3QP^2 - 3.4(3P - Q)L - 3^2.4.(UW - V^2) -$$
$$- 3.4(Am^2 + Emn + Cn^2) = 0.$$

A questa relazione si giunge direttamente nel seguente

modo. Supponiamo che le equazioni $\varphi(x) = 0$, $\psi(x) = 0$ ammettano una soluzione comune y, e sia:

$$\varphi(x) = (x - y)\alpha(x), \quad \psi(x) = (x - y)\beta(x).$$

Pel teorema che ho sopra citato un invariante simultaneo delle forme φ, ψ, invariante (p, q, o) si esprime in funzione di invarianti e covarianti simultanei delle forme α, β, funzione $(p, q, p + q)$.

Infatti, fra le 26 forme le quali costituiscono il sistema completo di due simultanee forme cubiche, considerando le undici:

$$\alpha, \beta, \; h = \frac{1}{2}(\alpha\alpha)_2, \quad g = (\alpha\beta)_2, \quad k = \frac{1}{2}(\beta\beta)_2, \quad \vartheta = (\alpha\beta)$$

$$t = 2(\alpha h), \quad \tau = 2(\beta k), \quad u = 2(\alpha k), \quad v = 2(\beta h), \quad J = (\alpha\beta)_3$$

cioè dieci covarianti ed un invariante: trovasi che i valori degli otto invarianti simultanei delle forme biquadratiche φ, ψ, sono:

$$A = -\frac{3}{4}h, \quad E = -\frac{3}{4}g, \quad C = -\frac{3}{4}k$$

$$D = \frac{1}{4^2}(J\beta - 3u), \quad \Delta = -\frac{1}{4^2}(J\alpha + 3v)$$

$$G = -\frac{3}{4^2}t, \quad H = -\frac{3}{4^2}\tau, \quad K = -\frac{1}{2.4^2}J\vartheta + \frac{3}{4^4}(3g^2 - 4hk)$$

nei quali covarianti, alla x intendesi sostituita la soluzione comune y.

Ora il sig. v. Gall ha dimostrato (" Mathem. Annalen ", Bd. XXXI, pag. 438) che fra quelle undici forme sussistono le quattro relazioni:

$$t\beta - v\alpha - 2h\vartheta = 0 \qquad \tau\alpha - u\beta + 2k\vartheta = 0$$

$$\vartheta^2 = g\alpha\beta - k\alpha^2 - h\beta^2, \qquad u\alpha - v\beta = J\alpha\beta - g\vartheta$$

e non altre.

Sostituendo nelle medesime pei sette covarianti h, g, k, u, v, t, τ, i valori dedotti dalle equazioni superiori si deducono

quattro relazioni fra gli otto invarianti A, E, C..... e le $J\alpha$, $J\beta$; e quindi dalla eliminazione di queste ultime, due relazioni fra gli otto invarianti. L'una di esse è del quarto grado (4, 4, 0), ed è il valore del risultante delle due forme φ, ψ, da Lei pubblicate negli *Atti* di codesta Accademia nel gennaio del 1880, risultante che nel caso attuale deve annullarsi. L'altra è la relazione (6, 6, 0) fra gli otto invarianti simultanei, della quale già dissi sopra.

Posto:

$$J\alpha = 4p, \qquad J\beta = 4q, \qquad T = \frac{8}{3}P - Q$$

nell'ultima delle quali le P, Q, hanno i valori indicati sopra, le quattro relazioni sono:

$$p^2 + 4\Delta p - 4Gq = AT$$

$$q^2 - 4Dq + 4Hp = CT$$

$$Cp^2 - Epq + Aq^2 = \frac{3}{4^2}T^2, \; pq = \frac{1}{2}ET + 4(\Delta q - Dp).$$

Sostituendo nella terza i valori di p^2, pq, q^2 dati dalle altre tre si ottiene la:

$$mp + nq = -\frac{1}{4^3}T(3T + 8Q)$$

e dalla eliminazione delle p^2q, pq^2 le altre due relazioni lineari

$$4Tm = \left[4^2U + TC\right]p + \left[4^2.V - \frac{1}{2}TE\right]q$$

$$4Tn = \left[4^2V - \frac{1}{2}TE\right]p + \left[4^2W + TA\right]q$$

Moltiplicando la prima di queste per p, la seconda per q, osservando essere:

$$Up^2 + 2Vpq + Wq^2 = TL$$

si giunge per la precedente alla:

$$3T^2 + 4TQ + 2.4^3L = 0$$

o sostituendo il valore di T, alla:

$$P^2 - \frac{1}{4} PQ - \frac{3}{4^3} Q^2 + 6L = 0$$

risultante delle due forme φ, ψ.

La eliminazione delle p, q, riconduce alla relazione (6, 6, 0), quando si tenga conto della precedente.

Aggradisca, caro Collega, i miei affettuosi saluti.

Sulla catena di un ente in un gruppo;

Nota di RODOLFO BETTAZZI.

Per la brevità e chiarezza del linguaggio premettiamo alcuni schiarimenti e definizioni.

a) In tutto quello che segue la parola *gruppo* indicherà un gruppo di enti di natura qualunque.

Useremo in generale pei gruppi le denominazioni proposte dal Dedekind nel suo opuscolo: " Was sind und was sollen die Zahlen "; dove dovremo aggiungerne o modificarne qualcuna, sarà detto esplicitamente.

b) Diremo *legame* di più gruppi *(Gemeinheit* del Dedekind (1)) il gruppo di tutti e soli gli enti ad essi comuni.

c) Diremo che due gruppi G_1 e G_2 sono in *corrispondenza,* quando sia data una rappresentazione simile (2) di G_1 su una parte, propria o no, di G_2, o di G_2 su una parte di G_1. In tale rappresentazione un ente e la sua immagine si diranno *corri-*

---

(1) Dedekind, *Was sind und was sollen die Zahlen* (Braunschweig, 1888), N. 17.

(2) Dedekind, *l. c.*, N. 21, 26.

spondenti: gli enti di un gruppo che non hanno corrispondenti, si diranno *isolati.*

d) Se in una corrispondenza di un gruppo G con sè stesso l'immagine di una parte G′ di G (che può constare anche di un solo ente) è lo stesso G′, diremo che in tale corrispondenza G′ è un *ciclo*, che sarà *parziale* se G′ è parte propria di G.

Se nessuna parte propria di un ciclo è ciclo essa stessa, diremo *semplice* il ciclo.

e) Diremo *sviluppabile* il gruppo che il Dedekind dice infinito *(unendlich* (1)), cioè quello che è simile ad una sua parte propria.

1. — Sia una parte G_1 di un gruppo G simile ad un'altra G_2 dello stesso gruppo (distinta o no da essa) in una corrispondenza α di G (o di una sua parte) con sè stesso. Se a è un ente di G_1, si indichi con σa il suo corrispondente in G_2, e se b è di G_2, sia πb il suo corrispondente in G_1. Possono esistere in G enti privi di ente σ, o di ente π, o di entrambi.

Si indichi con $(a)_\sigma$ ogni gruppo parte di G, che contenga un ente a di G, e che, se contiene un ente di G, contenga anche il suo ente σ (quando questo esiste).

Def. 1ª. — Diremo *catena* di a in G rispetto al criterio σ il legame di tutti i gruppi $(a)_\sigma$ (2).

La catena di un ente a esiste sempre, e si riduce ad a quando non esiste σa. — Essa pure è un gruppo $(a)_\sigma$, e nessun altro gruppo $(a)_\sigma$ è sua parte propria.

Definizione analoga può darsi rispetto al criterio π.

Def. 2ª. — Diremo *opposti* i due criteri σ e π, ed *opposte* le due catene di un medesimo ente rispetto a due criteri opposti.

2. Teorema. — *Se* b *è un ente della catena di* a *fatta in* G *rispetto al criterio* σ, *la catena di* b *pure rispetto a* σ *è parte di quella di* a.

---

(1) Dedekind, *l. c.*, N. 64. La ragione di questo cambiamento di nome sta in ciò, che, come conto di mostrare in un'altra nota, è da modificare, ampliandola, la definizione che il Dedekind dà del gruppo infinito.

(2) Il Dedekind (*l. c.*, N. 44) parla di catene anche nelle corrispondenze non simili; ma si restringe a quelle che diremo illimitate (cfr. § 3 di questa Nota).

Altrimenti il gruppo legame delle due catene sarebbe un gruppo $(b)_\sigma$ che non conterrebbe come parte l'intera catena di b.

3. Teorema. — *In una catena può esistere al più un ente, del quale non vi sia in essa l'ente* σ, *ed al più uno privo in essa di ente* π.

1° Se Γ è catena di a rispetto al criterio σ, e b è di Γ e non è a, qualora in Γ non esistesse πb, sopprimendo b in Γ resterebbe un gruppo $(a)_\sigma$ di cui Γ non sarebbe parte (§ 1). Dunque il solo ente a può esser privo di ente π.

2° Se b è un ente che in Γ è privo di ente σ, si costruisca la catena Γ' di b in Γ rispetto al criterio π. Essa, se contiene un ente di Γ ne contiene il π, e quindi se non contiene un ente non ne contiene il σ: perciò, se non contenesse a, non conterrebbe intera la catena Γ di a, e in conseguenza neppure b. Dunque Γ' contiene a. Ma per la 1ª parte già dimostrata nell'attuale teorema un solo ente di Γ' può esser privo di σ (essendo π il criterio di Γ') e questo è b, dunque Γ' contiene a e il σ di ogni ente che contiene, quando esiste, e in conseguenza (§ 1) contiene Γ, con cui dovrà perciò coincidere. È dunque vero per Γ ciò che si è detto ora per Γ', ossia che il solo ente privo di ente σ è b.

Osservazione. — In una catena di a rispetto al criterio σ, il solo ente che *può* esser privo di π è a: nella catena rispetto a π, a è il solo ente che *può* essere privo di σ.

Def. — Una catena fatta rispetto al criterio σ si dirà *limitata* od *illimitata*, secondochè esiste in essa o no un ente privo di ente σ; *aperta* o *chiusa* secondochè esiste in essa o no un ente privo di ente π.

Corollario. — *Una catena aperta illimitata è un gruppo sviluppabile* (e).

4. Teorema. — *Se la catena* Γ *di un ente* a *presa in* G *rispetto al criterio* σ *non consta di un solo ente ed è chiusa, è catena chiusa anche rispetto al criterio* π, *ed in entrambi gli aspetti è illimitata.*

Essendo Γ chiusa (§ 3, Def.), essa contiene l'ente π di ogni proprio ente. Costruendo in G la catena Γ' di a rispetto al criterio π, essa dovrà dunque far parte di Γ.

Inversamente deve Γ essere parte di Γ'. Ed invero Γ' contiene a. Inoltre contiene l'ente σ di ogni ente, eccetto al più a (§ 3. Teor.), essendo fatta rispetto al criterio π; ma contiene anche σa, altrimenti se mancasse in essa σa, mancherebbe l'ente σ di σa (di cui σa è ente π) ed in generale mancherebbe il σ di ogni ente che in essa manca, e quindi mancherebbe tutta la catena Γ, eccetto a, il che è assurdo, poichè πa che è di Γ (essendo Γ chiusa e non constando di un solo ente a), è anche di Γ'. Si conclude che Γ' contiene a e l'ente σ di ogni ente che contiene, e quindi tutto Γ.

I gruppi Γ e Γ' sono ciascuno parte dell'altro, e quindi sono identici, come si doveva provare.

Inoltre Γ', e quindi anche Γ, contiene l'ente σ di ogni suo ente: così Γ, e quindi Γ', contiene l'ente π di ogni suo ente; perciò Γ e Γ' sono entrambi illimitate, *c. d. d.*

Cor. 1°. — *Ogni catena chiusa non di un solo ente coincide colla propria opposta.*

Cor. 2°. — *Ogni catena limitata è aperta.*

Cor. 3°. — *Una catena chiusa è un ciclo* (d) *nella corrispondenza da cui essa nasce.*

5. Teorema. — *Nella corrispondenza da cui nasce una catena, nessuna parte propria della catena è un ciclo.*

Invero, se Γ è catena di a ed è Γ' un suo ciclo, Γ' non deve contenere a, altrimenti conterrebbe l'intero Γ, di cui invece è parte propria. Inoltre Γ' non può contenere l'ente σ di nessuno degli enti che esso non contiene, cioè non contiene nessun ente di Γ, mentre al contrario dev'essere costituito con enti di Γ. Un tale ciclo dunque non esiste.

Cor. 1°. — *Ogni catena chiusa è un ciclo semplice nella corrispondenza che l'ha prodotta* (§ 4, Cor. 3°).

Cor. 2°. — *Il gruppo composto di due catene opposte di un medesimo ente* a (§ 1. Def. 2ª), *che siano entrambe illimitate, è un ciclo semplice nella corrispondenza da cui nascono le catene.*

6. Teorema. — *Una catena chiusa* Γ *di un ente* a *in un gruppo* G *è in esso catena di uno qualunque dei propri enti rispetto allo stesso criterio ed all'opposto.*

Infatti, se Γ è catena di a rispetto al criterio σ e b è ente di Γ, si ha che Γ contiene la catena Γ' di b rispetto a σ (§ 2. Teor.). Ma se Γ' contiene un ente, contiene il suo ente σ, e quindi se manca di un ente, manca anche del suo ente π, dato anche che questo esista; e siccome se non contenesse a, dovrebbe per tal ragione mancare di tutta la catena di a rispetto a π, che è Γ stessa (§ 4. Teor.), e quindi anche di b, il che è assurdo, così si conclude che contiene l'ente a e quindi (§ 2. Teor.) la catena Γ di a. Dunque Γ e Γ' si contengono a vicenda, cioè coincidono *c. d. d.*

Così dicasi della catena di b rispetto a π.

7. Teorema. — *Se in una corrispondenza priva di cicli un gruppo* G *ha per immagine una sua parte propria, esso si può spezzare in un gruppo di catene aperte ed illimitate di enti di* G.

Sia G′ la parte propria di G, sua immagine nella corrispondenza α, e G_0 il gruppo degli enti di G, che non sono enti di G′. Diciamo σ di un ente di G la sua immagine: ogni ente di G ammette l'ente σ, ogni ente di G′ l'ente π, gli enti di G_0 sono privi di π.

Si costruisca la catena, rispetto a σ, di ciascuno degli enti di G_0: tali catene sono chiaramente aperte ed illimitate. Allora

1° " Due catene Γ_a e Γ_b di due enti distinti a e b di G_0 non possono avere enti comuni ".

Altrimenti b non essendo di Γ_a nè a di Γ_b, giacchè a e b non hanno ente π (§ 3. Oss.), il legame di Γ_a e Γ_b, se esistesse, sarebbe composto di enti aventi ciascuno l'ente π e l'ente σ, e quindi costituirebbe un ciclo nella corrispondenza contro l'ipotesi.

2° " Ogni ente di G deve trovarsi in qualcuna delle catene ora costruite ".

Infatti gli enti di G_0 vi si trovano per costruzione. Gli altri sono quelli che ammettono in G il proprio σ ed il proprio π: talchè se un ente mancasse in tutte quelle catene, mancherebbe pure il suo σ ed il suo π. Il gruppo degli enti mancanti in tutte quelle catene, se esistesse, costituirebbe un ciclo nella corrispondenza, contro l'ipotesi, e quindi non esiste.

Cor. 1°. — *Se* p *è un ente di* G, *e* G *ha per immagine il gruppo degli enti di* G *distinti da* p *in una corrispondenza priva di cicli, sarà* G *catena aperta illimitata di* p *in tale corrispondenza.*

Cor. 2°. — *Se in una corrispondenza un gruppo ha per immagine una sua parte propria, esso, rispetto a quella corrispondenza, si spezza in un gruppo di catene aperte illimitate e di cicli.*

8. Teorema. — *Se in una corrispondenza* α *un gruppo* G *è un ciclo semplice* (d), *esso in questa corrispondenza o è una catena chiusa, o si spezza in due catene aperte illimitate di criteri opposti.*

L'immagine di un ente di G si dica suo ente σ; di ogni ente di G esisterà allora l'ente σ e l'ente π. Si costruisca la catena Γ rispetto al criterio σ di un ente qualunque a di G. Se essa è chiusa, dev'essere identica all'intero gruppo G, altrimenti (§ 4. Cor. 3°) sarebbe un ciclo parziale nella corrispondenza, che non esiste per ipotesi, essendo G un ciclo semplice. Il teorema allora è provato.

Se Γ è aperta, è anche illimitata, non essendovi ente privo di σ. Essa allora non è identica a G, mancando almeno di πa (§ 3. Def.). In essa manca l'ente π di ogni ente che vi manca, perchè se un ente vi comparisce, vi comparisce anche il suo σ: dunque fra gli enti di G, che mancano in esso, vi è πa ed il π di ogni ente che manca, talchè il gruppo Γ' degli enti di G mancanti in Γ è un gruppo $(\pi a)_\pi$ (§ 1). E Γ è precisamente catena di πa rispetto al criterio π, giacchè altrimenti una tale catena sarebbe illimitata e parte propria di Γ', ed il gruppo composto di essa e di Γ costituirebbe un ciclo parziale, contro l'ipotesi.

Dunque l'intero gruppo è composto di Γ e di Γ', catene illimitate rispetto a criteri opposti *c. d. d.*

Cor. — *Se rispetto ad una corrispondenza in cui è ciclo semplice, un gruppo non è catena chiusa di nessun suo ente, il gruppo è sviluppabile* (§ 3. Cor.).

Passiamo ora ad occuparci della ordinabilità delle catene.

f) Per le definizioni relative ai gruppi ordinati e bene ordinati prenderemo quelle del Cantor, rese complete dal prof. Burali-Forti, nella sua Nota: " Sulle classi ordinate ed i numeri transfiniti „ (1) colle leggiere modificazioni che accenneremo.

---

(1) *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo,* tomo VIII.

g) In un gruppo ordinato ammetteremo che possano esistere un ente senza precedenti ed uno senza seguenti. Crediamo conveniente adottare quindi la seguente distinzione:

Diremo *limitati* i gruppi ordinati, in cui esiste un ente senza precedenti ed uno senza seguenti: *illimitati* gli altri.

h) Per i gruppi bene ordinati renderemo un poco più generale la definizione del prof. Burali-Forti, e così:

Un gruppo si dirà *bene ordinato rispetto a* σ (*o a* π) quando sia ordinato, e di ogni ente, che ammette seguenti, esista l'immediatamente seguente (o di ogni ente, che ammette precedenti, esista l'immediatamente precedente).

i) I gruppi bene ordinati illimitati, in cui esiste un ente privo di precedenti, e quindi (*g*) nessuno privo di seguenti, ed ogni ente abbia l'immediatamente seguente, — e analogamente quelli in cui esiste un ente privo di seguenti e non ve n'è nessuno privo di immediatamente precedente, si diranno *ad un senso* (risp.: *rispetto a* σ od *a* π).

Quelli in cui non vi sono enti privi di precedenti, nè enti privi di seguenti, e, perchè bene ordinati, ammettono l'immediatamente seguente o l'immediatamente precedente di ogni ente, si diranno *a due sensi* (risp.: *rispetto a* σ od *a* π).

j) Nei gruppi bene ordinati, in cui ogni ente, tranne al più uno, ha l'immediatamente seguente, diremo (quando esistono) *originario* l'ente senza precedenti, *finale* quello senza seguenti: in quelli in cui al più uno è privo di immediatamente precedente, diremo invece inversamente *originario* l'ente senza seguenti e *finale* quello senza precedenti, quando esistono.

9. Lemma 1°. — *Dato un gruppo* G, *di cui* p *è un ente, se* G *ha per immagine* G-p (*gruppo degli enti di* G *distinti da* p) *in una corrispondenza* α *priva di cicli, esso è bene ordinabile e può dare origine ad un gruppo bene ordinato illimitato ad un senso* (1).

Se a è un ente di G, si indichi con σa il suo corrispondente a' in G-p, ed allora a si indichi con $\pi a'$. Esisterà il σ di ogni ente di G, ed il π di ogni ente di G, eccetto di p.

---

(1) Di questo lemma e del seguente non si riporta per disteso la lunga ma non difficile dimostrazione, che si troverà completa in una nostra ulteriore pubblicazione: *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi.*

Si definisca allora il gruppo dei seguenti di un ente qualunque a di G come il gruppo composto di tutti i gruppi possibili, formati con enti di G, in modo che:

1° non contengano a;

2° contengano σa;

3° se contengono un ente di G, contengano anche il suo ente σ (quando esiste).

Si vede senza difficoltà che tali gruppi esistono, e che obbediscono a quelle condizioni che sono richieste nel concetto di seguente affinchè il gruppo si dica ordinato; inoltre che di ogni ente esiste l'immediatamente seguente e di p non esistono precedenti. Il gruppo apparisce quindi bene ordinato, illimitato ad un senso.

Lemma 2°. — *Dato un gruppo* G, *che sia ciclo semplice in una corrispondenza* α, *esso è bene ordinabile e dà origine sempre ad un gruppo bene ordinato limitato, ed in alcuni casi anche ad un gruppo bene ordinato, illimitato a due sensi.*

Sia p un ente di G e q l'ente di cui p è immagine, che è distinto da p in causa della mancanza di cicli parziali. Essendo G immagine di sè stesso nella corrispondenza α, per ipotesi, G-q avrà per immagine G-p.

Indico, come nel caso precedente, con σa l'immagine a' di un ente di G-q, e con $\pi a'$ l'ente a. Esisterà il σ di ogni ente di G tranne di q, e il π di ogni ente di G tranne p.

Il gruppo dei seguenti di un ente si definisca come nel lemma precedente: il gruppo sarà così ordinato. Inoltre, di ogni ente diverso da q esiste l'immediatamente seguente, e di ogni ente che non è p l'immediatamente precedente: il gruppo dato sarà così bene ordinato e limitato, con p ente originario e q ente finale.

Si costruisca la catena G_0 di p rispetto al criterio σ. Se essa non è identica all'intero gruppo, il gruppo G_1 degli enti restanti è catena di q rispetto al criterio π. Dicendo tutti gli enti di G_0 seguenti a tutti quelli di G_1, il gruppo resta ancora bene ordinato, ma illimitato ed a due sensi, tanto rispetto al criterio σ, quanto rispetto a π.

Osservazione. — I casi dei due lemmi precedenti non si escludono a vicenda necessariamente.

10. Teorema 1°. — *Una catena chiusa è bene ordinabile e dà un gruppo limitato.*

Infatti una catena chiusa è un ciclo semplice nella corrispondenza che l'ha prodotta (§ 5. Cor. 1°): quindi potrà ordinarsi producendo un gruppo bene ordinato, limitato, avente per originario un ente qualunque di essa, e per finale l'ente π di tale ente (§ 9. Lemma 2°).

Osservazione 1ª. — Non è possibile il secondo ordinamento in gruppo illimitato, a cui si accenna nel Lemma 2° del § 7, giacchè la catena di un ente qualunque di una catena chiusa è di nuovo la catena stessa (§ 6. Teor.) e quindi non ne è parte propria.

Teorema 2°. — *Una catena aperta limitata è bene ordinabile e dà origine ad un gruppo limitato.*

Infatti se a è l'ente di cui Γ è catena rispetto al criterio σ e b quello privo di ente σ, dicendo a immagine di b, si ottiene una corrispondenza in cui Γ è immagine di sè stesso, che non ammette cicli parziali, non esistendo tali cicli in Γ rispetto alla corrispondenza che produce la catena (§ 5. Teor.). Allora in tale corrispondenza Γ è un ciclo semplice, e quindi (§ 9. Lemma 2°) è bene ordinabile in un gruppo limitato, avente per originario a e per finale b, o per originario un altro ente qualunque diverso da a e per finale l'ente $\pi\, a$.

Osservazione 2ª. — È facile vedere come neppure in questo caso è possibile l'ordinamento in gruppo illimitato, di cui parla il Lemma 2° del § 9.

Teorema 3°. — *Una catena aperta illimitata è bene ordinabile e dà un gruppo illimitato ad un senso.*

Infatti se Γ è la catena in questione ed è catena di a rispetto p. es.: al criterio σ, di ogni ente esiste l'ente σ e l'ente , eccetto per a, che è privo di π; fra Γ e Γ-a vi è quindi una corrispondenza, nella quale Γ-a è l'immagine di Γ. Tale corrispondenza è quella che produce la catena, e quindi è priva di cicli (§ 5. Teor.). Dunque (§ 9. Lemma 1°) la catena è ordinabile e produce un gruppo illimitato e ad un senso, avente per originario a.

Osservazione 3ª. — Non si esclude la possibilità di altri ordinamenti in questo caso.

11. — Dato un gruppo G bene ordinato rispetto a σ (cioè tale che in esso ogni ente ammette l'immediatamente seguente tranne al più uno, il finale b), e se il σ di un ente si dice sua immagine, chiaramente si stabilisce una corrispondenza fra G e sè stesso, nella quale l'immagine di G o di G-b è quella parte propria, che è costituita dagli enti di G, i quali ammettono un ente immediatamente precedente.

Rispetto a tale corrispondenza si può costruire la catena di un ente a. Le catene di cui si parlerà nei teoremi seguenti s'intenderanno prese rispetto alla corrispondenza citata.

Teorema 1°. — *La catena* Γ *di un ente* a *in un gruppo bene ordinato rispetto a* σ *contiene soltanto enti seguenti di* a.

Infatti il gruppo degli enti non precedenti di a, che sono in Γ, contiene a, e, se contiene un ente, contiene anche il suo immediatamente seguente, e quindi l'intera catena.

Cor. 1° — *La catena di un ente* a *in un gruppo bene ordinato è aperta.*

Teorema 2°. — *Se nella catena di un ente* a *in un gruppo bene ordinato manca un ente* b *seguente di* a, *mancano tutti i seguenti di* b.

Infatti, se nella catena Γ vi fossero anche enti seguenti di b, sopprimendoli, resterebbe un gruppo contenente a, l'ente σ di ogni ente che contiene (giacchè b, unico ente immediatamente precedente a qualcuno degli enti soppressi che non sia fra essi, non esiste in Γ) e quindi un gruppo contenente intera la catena di a, il che è assurdo.

Cor. 2°. — *Se la catena di* a *in un gruppo bene ordinato contiene un ente* c, *che dev'essere seguente di* a (§ 11. Teor. 1°) *contiene tutti gli enti compresi fra* a *e* c (*seguenti di* a *e precedenti di* c).

Cor. 3°. — *Se la catena dell'ente originario di un gruppo bene ordinato limitato contiene l'ente finale del gruppo, essa coincide col gruppo; e quindi se essa non coincide col gruppo intero, non contiene l'ente finale, ed è quindi illimitata.*

12. Teorema 1°. — *In un gruppo* G *bene ordinato rispetto a* σ, *se si dimostra una proprietà per un suo ente* a, *e si prova*

che se essa è vera per un ente, lo è anche per il suo ente σ, *tale proprietà resta provata per tutti gli enti della catena di* a.

Ed invero il gruppo degli enti di g che godono la data proprietà contiene a ed il σ di ogni ente che contiene, e quindi contiene tutta la catena di a.

Cor. 1° — *Se un gruppo bene ordinato illimitato ad un senso o limitato è catena del suo ente originario, una proprietà dimostrata per l'ente originario e che, supposta vera per un ente, si dimostri vera per il suo ente* σ, *è provata per qualunque ente del gruppo.*

Osservazione. — Il fatto indicato nel Corollario precedente non è che il *principio d'induzione matematica* (1).

È vero il reciproco del Corollario precedente, cioè:

Teorema 2°. — *Se in un gruppo bene ordinato, limitato od illimitato ad un senso (rispetto a* σ*), vale il principio d'induzione, esso è catena del suo ente originario rispetto a* σ.

Infatti se un gruppo contiene l'originario a del gruppo in questione G e l'ente σ di ogni ente di G che contiene, per il principio d'induzione supposto conterrà tutto G, e quindi G sarà comune a tutti i gruppi $(a)_\sigma$ dei quali sarà il legame, e sarà perciò (§ 1. Def. 1ª) catena di a.

Cor. 2°. — *La condizione necessaria e sufficiente che deve verificarsi in un gruppo bene ordinato avente un ente originario, affinchè valga in esso il principio d'induzione, è che esso sia catena del proprio ente originario.*

---

(1) Dedekind, *l. c.*, N. 59, 60.

Sui principî che reggono la Geometria di Posizione;

Nota 3ª di MARIO PIERI.

Trasformazioni segmentarie (*).

§ 13. Essendo r, r' due rette projettive, col simbolo $\mathsf{T}_{r,\,r'}$ — da leggersi " trasformazione *segmentaria* di r in r' „ — si rappresenta ogni trasformazione *Simile* di r in r', la quale muti i punti d'un segmento in punti d'un segmento; conforme alla seguente definizione:

$$\text{P. 1.}\quad r,r' \epsilon [1] \,.\, \supset .\, \mathsf{T}_{r,r'} = (r'\mathrm{f}r)\mathrm{Sim} \cap \overline{\tau\epsilon} \,\}\, a,b,c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.$$
$$.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.\, d \epsilon (abc) : \supset_{a,b,c,d} .\, \tau d \epsilon (\tau a\, \tau b\, \tau c) \,\}\, (^{**}).$$

Alle trasformazioni segmentarie si collegano da una parte le *affinità* del Peano (***), e da un'altra le *corrispondenze ordinate* di F. Enriques (****).

(*) Ved. le Note 1ª e 2ª già pubblicate in questi *Atti* (vol.i XXX e XXXI) con lo stesso titolo, e contenenti i §§ 1, 2, ... 12.

(**) Il simbolo $r'\mathrm{f}r$ denota " rappresentazione *univoca* di r su r' „. *Simile* è detta ogni trasformazione o rappresentazione " che conserva i diversi „, cioè che non può subordinare due individui fra loro eguali in r' a due fra loro diversi in r:

$$u,v \epsilon \mathrm{K} \,.\, \tau \epsilon v \mathrm{f} u : \supset :: \tau \epsilon \mathrm{Sim} \,.=\therefore x,y \epsilon u \,.\, x \sim = y : \supset_{x,y} .\, \tau x \sim = \tau y \qquad \text{Def.}$$

(Ved. Peano, *Not. de Log. Math.*, § 26). Una relazione siffatta è alquanto più generale di quella che suol chiamarsi corrispondenza *bi*-univoca, univoca *in ambi i sensi*, univoca e *reciproca*, cioè:

$$u,v \epsilon \mathrm{K} \,.\, \supset \therefore \tau \epsilon (v \mathrm{f} u)\mathrm{Rec} \,.=:\, \tau \epsilon v \mathrm{f} u \,.\, \bar{\tau} \epsilon u \mathrm{f} v \qquad \text{Def.}$$

(Ved. *Formul. de Math.*, I, §5 P22, dove è usato il segno " sim „ in vece del nostro " Rec „).

(***) " *Sui fondamenti della Geometria* „ nella " Rivista di Matematica „, vol. IV, pag. 77.

(****) *Loc. cit.*, § 10.

P. 2. $r, r' \epsilon [1] \,.\, \tau \epsilon \mathsf{T}_{r,r'} \,.\, a, b, c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.$
$.\, d \epsilon r \sim (abc) \sim \iota a \sim \iota c : \supset .\, \tau d \epsilon r' \sim (\tau a\, \tau b\, \tau c) \sim \iota \tau a \sim \iota \tau c$ Teor.

$\Big[$ Hp . P10 §8 : $\supset$: $d \epsilon (bca) \cap (cab)$. P1 : $\supset$: $\tau d \epsilon (\tau b\, \tau c\, \tau a) \cap$
$\cap (\tau c\, \tau a\, \tau b)$. P11 §8 : $\supset$. Th $\Big]$

P. 3. $r, r', r'' \epsilon [1] \,.\, \tau \epsilon \mathsf{T}_{r,r'} \,.\, \sigma \epsilon \mathsf{T}_{r',r''} : \supset .\, \tau\sigma \epsilon \mathsf{T}_{r,r''}$ Teor.

ossia " Il prodotto di due trasformazioni segmentarie è una trasformazione segmentaria ".

P. 4. $r \epsilon [1] \,.\, \tau \epsilon \mathsf{T}_{r,r} \,.\, a, b, c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.\, a' \equiv$
$\equiv \tau a \,.\, b' \equiv \tau b \,.\, c' \equiv \tau c \,.\, (a'b'c') \cup \iota a' \cup \iota c' \supset (abc) \,.\, c' \epsilon (aca') :$
$: \supset : \mathbf{h} \equiv (abc) \cap \overline{x \epsilon} \,\}\, x' \equiv \tau x \,.\, x' \epsilon (acx) \,.\!.\, x_1 \epsilon (abc) \,.$
$.\, x \epsilon (acx_1) \,.\, x_1' \equiv \tau x_1 : \supset_{x_1} .\, x_1' \epsilon (acx_1) \,\}\, .\, \mathbf{k} \equiv (abc) \sim \mathbf{h}$ Def.

In altri termini " Essendo r una retta projettiva, τ una trasformazione segmentaria di r in sè stessa, a, b, c tre punti distinti su r e a', b', c' i loro trasformati per τ; e supposto inoltre che il segmento $(a'b'c')$ stia con ambo gli estremi nel segmento (abc), e il punto c' nel segmento (aca'): allora con $\mathbf{h}$ indicheremo l'insieme di tutti i punti x di (abc) soddisfacenti a queste condizioni: 1° che l'omologo x' di x giaccia sempre in (acx); 2° che se x_1 è un punto di (abc) tale che x giaccia in (acx_1), sempre il suo trasformato x_1' appartenga ad (acx_1): di poi rappresenteremo con $\mathbf{k}$ l' insieme di tutti quegli (abc) che non sono $\mathbf{h}$ ".

Da questa definizione (e dai principî svolti nei §§ 8, 9, 10) trarremo alcune conseguenze, che fanno da introduzione allo studio dei gruppi armonici e delle omografie.

P. 5. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P4} \,.\, \supset : \mathbf{h} \sim = \Lambda \,.\, \mathbf{k} \sim = \Lambda$ Teor.

$\Big[$ (α) Hp . P1 . P1,2,4 §8 : $\supset$: $a', b', c' \epsilon r \,.\, a' \sim = b' \,.\, b' \sim = c' \,.$
$.\, c' \sim = a' \,.\, a', c' \epsilon (abc) \sim \iota a \sim \iota c$

(β) Hp . $x \epsilon r \sim (aca') \sim \iota a \,.\, x' \equiv \tau x$. (α) . P5 §8 : $\supset_x$: $x \epsilon (ca'a)$.

$. \mathrm{P}3,14\,\S 8 : \supset_x : x \epsilon (abc) . \mathrm{P}1 : \supset_x : x' \epsilon (a'b'c') . \mathrm{P}14\,\S 8 :$
$: \supset_x : (a'x'c') \supset (abc) . \binom{a',x',c'}{x,y,z} \mathrm{P}13\,\S 9 : \supset_x : x' \epsilon (aca') . x,x' \epsilon (abc)$

(γ) $\mathrm{Hp} . x \epsilon r \sim (aca') \sim \iota a' . (\alpha) . \mathrm{P}6,3\,\S 8 : \supset_x : x \epsilon (caa') . \mathrm{P}25\,\S 8 :$
$: \supset_x . a' \epsilon (acx)$

(δ) $\mathrm{Hp} . x \epsilon r \sim (aca') \sim \iota a \sim \iota a' . (\alpha) . (\beta) . (\gamma) . \binom{a',x'}{y,z} \mathrm{P}9\,\S 9 : \supset_x .$
$. x' \epsilon (acx)$

(ξ) $\mathrm{Hp}(\delta) . x_1' \equiv \tau x_1 . x_1 \epsilon (abc) . x \epsilon (acx_1) . (\beta) . (\gamma) . \mathrm{P}1,2,4\,\S 8 .$
$. \binom{x_1,x,a'}{x,y,z} \mathrm{P}9\,\S 9 : \supset_{x,x_1} : x_1 \epsilon r \sim \iota a \sim \iota c . a' \epsilon (acx_1) . (\alpha) .$
$. \binom{a',x_1}{d,e} \mathrm{P}2\,\S 9 : \supset_{x,x_1} : x_1 \epsilon r \sim (aca') \sim \iota a \sim \iota a' . \binom{x_1}{x} (\delta) : \supset_{x,x_1} .$
$. x_1' \epsilon (acx_1)$

(η) $\mathrm{Hp} . (\beta) . (\delta) . (\xi) . \mathrm{P}4 : \supset : r \sim (aca') \sim \iota a \sim \iota a' \supset \mathbf{h} . (\alpha) . \mathrm{P}8\,\S 8 :$
$: \supset . \mathbf{h} \sim = \Lambda$

(ζ) $\mathrm{Hp} . y \epsilon r \sim (cac') \sim \iota c \sim \iota c' . y' \equiv \tau y . \binom{c,a,c',r',y}{a,c,a',c',x} (\beta)(\delta) . (\alpha) . \mathrm{P}3,$
$25\,\S 8 : \supset_y : y,y' \epsilon (cba) . y' \epsilon (cay) . \binom{c,a,y',y}{a,c,d,e} \mathrm{P}2\,\S 9 . \mathrm{P}1,2,4\,\S 8 :$
$: \supset_y : y \sim \epsilon (cay') . y' \epsilon r \sim \iota c \sim \iota a . \binom{c,a,y',y}{a,b,c,d} \mathrm{P}22\,\S 8 : \supset_y : y' \sim$
$\sim \epsilon (acy) . \mathrm{P}4 : \supset_y . y \epsilon (abc) \sim \mathbf{h}$

(λ) $\mathrm{Hp} . (\zeta) . \mathrm{P}4 : \supset : r \sim (cac') \sim \iota c \sim \iota c' \supset \mathbf{k} . (\alpha) . \mathrm{P}8\,\S 8 : \supset . \mathbf{k} \sim = \Lambda$
$\mathrm{Hp} . (\eta) . (\lambda) : \supset . \mathrm{Th}$].

In secondo luogo si proverà che " sotto le stesse ipotesi della P4, un punto x di $\mathbf{h}$ e un punto y di $\mathbf{k}$, comecchè presi ad arbitrio, soddisfano la relazione $y \epsilon (acx)$ "; ossia che:

P. 6. $\mathrm{Hp}\mathrm{P}4 . \supset \therefore x \epsilon \mathbf{h} . y \epsilon \mathbf{k} : \supset_{x,y} . y \epsilon (acx)$ Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . x_1,x_2 \epsilon (abc) . x_1 \epsilon (acx_2) . x \epsilon (acx_1) . \mathrm{P}9\,\S 9 : \supset_{x_1,x_2,x} . x \epsilon (acx_2)$

(β) $\mathrm{Hp} . x \epsilon \mathbf{h} \because \supset_x \because x_1 \epsilon (abc) . x \epsilon (acx_1) . x_1' \equiv \tau x_1 . \mathrm{P}4 :: \supset_{x_1} ::$
$:: x_1' \epsilon (acx_1) \therefore x_2 \epsilon (abc) . x_1 \epsilon (acx_2) . x_2' \equiv \tau x_2 . (\alpha) . \binom{x_2}{x_1} \mathrm{P}4 :$
$: \supset_{x_2} : x_2' \epsilon (acx_2) . \binom{x_1,x_2}{x,x_1} \mathrm{P}4 :: \supset_{x_1} . x_1 \epsilon \mathbf{h}$

(γ) $\mathrm{Hp} \,.\, x \epsilon \mathbf{h} \therefore \supset_x \therefore y \epsilon (abc) \,.\, x \epsilon (acy) \,.\, \binom{y}{x_1}(\beta) : \supset_y \,.\, y \epsilon \mathbf{h} \therefore \supset_x \therefore$

$\therefore y \epsilon \mathbf{k} \,.\, \mathrm{P4} : \supset_y \,.\, x \sim \epsilon (acy)$

$\mathrm{Hp} \therefore \supset \therefore x \epsilon \mathbf{h} \,.\, y \epsilon \mathbf{k} \,.\, (\gamma) \,.\, \mathrm{P4} : \supset_{x,y} : x,y \epsilon (abc) \,.\, x \sim = y \,.$

$.\, x \sim \epsilon (acy) : \mathrm{P10}\,\S 9 \therefore \supset \,.\, \mathrm{Th}\Big]$.

Pertanto le due figure $\mathbf{h}$ e $\mathbf{k}$ definite in P4 verificano tutte le condizioni domandate nell'ipotesi del Postulato XVIII (P1 § 10); quindi è:

P. 7. $\mathrm{Hp P4} \,.\, \supset \,.\, \{ z \epsilon (abc) \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} \therefore$

$\therefore v \epsilon (abc) \,.\, v \epsilon (acz) : \supset_v \,.\, v \epsilon \mathbf{k} \} \sim =_z \Lambda$ Teor.

$[\mathrm{Hp} \,.\, \mathrm{P4,5,6} \,.\, \mathrm{P1}\,\S 10 : \supset \,.\, \mathrm{Th}]$.

Infine proveremo che un punto z, qual'è quello di cui si afferma l'esistenza in P7, è necessariamente *unito* (tautologo) per la trasformazione data τ; laddove ogni altro punto u di (abc), tale che z appartenga al segmento (acu), non può essere unito. Con ciò verremo in somma alla conseguenza che più ci interessa; per altro giova spezzare il lavoro in più proposizioni.

P. 8. $\mathrm{Hp P4} \,.\, \supset :.: z \epsilon (abc) \,.\, z' \equiv \tau z \,.\, z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) :$

$: \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \,.\, z \sim \epsilon (acz')$ Teor.

$\Big[(\alpha)$ $\mathrm{Hp} \,.\, z \epsilon (abc) \,.\, z' \equiv \tau z \,.\, z \epsilon (acz') \,.\, \mathrm{P1} \,.\, \mathrm{P1,2,4}\,\S 8 : \supset_z \therefore x \epsilon r \sim$

$\sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' \,.\, \binom{z,x,z'}{x,y,z}\mathrm{P12}\,\S 9 \,.\, \binom{z',x}{x,y}\mathrm{P16}\,\S 9 : \supset_x : x \epsilon (abc) \,.$

$.\, x \epsilon (acz') \,.\, z \epsilon (acx)$

(β) $\mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, (\alpha) \,.\, \mathrm{P1} \,.\, \mathrm{P1,2,4}\,\S 8 : \supset_z \,.\, \therefore x \epsilon r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' \,.$

$.\, x' \equiv \tau x \,.\, \binom{z,x}{d,e}\mathrm{P2}\,\S 9 : \supset_x : x \epsilon r \sim (acz) \sim \iota a \sim \iota z \,.\, \mathrm{P2} : \supset_x :$

$: x' \epsilon r \sim (a'c'z') \sim \iota z' \,.\, (\alpha)\mathrm{P5} \,.\, \binom{z',x'}{x,y}\mathrm{P17}\,\S 9 : \supset_x : x' \epsilon r \sim (acz') \sim$

$\sim \iota z' \,.\, \binom{z',x'}{x,y}\mathrm{P10}\,\S 9 : \supset_x : z' \epsilon (acx') \,.\, \binom{x',z',x}{x,y,z}\mathrm{P9}\,\S 9 : \supset_x : x \epsilon (acx') \,.$

$.\, \binom{z,x'}{d,e}\mathrm{P2}\,\S 9 : \supset_x : x' \sim \epsilon (acx) \,.\, \mathrm{P4} : \supset_x \,.\, x \sim \epsilon \mathbf{h}$

(γ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \therefore x \epsilon r \sim (zaz') \sim$
$\sim \iota z \sim \iota z' . (\alpha) : \supset_x . x \epsilon \mathbf{h}$

(δ) $\mathrm{Hp} . z \epsilon (abc) . z' \equiv \tau z : \supset_z \therefore x \epsilon r \sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . x \epsilon \mathbf{h} . (\beta) :$
$: \supset_x . z \sim \epsilon (acz')$

(ξ) $\mathrm{Hp}(\delta) \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \therefore x \epsilon r \sim (zaz') \sim$
$\sim \iota z \sim \iota z' . x \sim \epsilon \mathbf{h} . (\gamma) : \supset_x . z \sim \epsilon (acz')$

Sommando membro a membro le deduzioni (δ) e (ξ) dopo aver moltiplicato a sinistra l'una per la proposizione (condizionale in z) $z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \epsilon \mathbf{h}$, e l'altra per $z \sim = z'$; si ottiene:

(η) $\mathrm{Hp}(\delta) . z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \therefore x \epsilon r \sim$
$\sim (zaz') \sim \iota z \sim \iota z' . (\delta) . (\xi) : \supset_x . z \sim \epsilon (acz')$.

D'altra parte:

(ζ) $\mathrm{Hp}(\delta) . z \sim = z' . \mathrm{P1} . \mathrm{P1,2,8}\ \S 8 : \supset_z : x \epsilon r \sim (zaz') \sim \iota z \sim$
$\sim \iota z' . \sim =_x \Lambda$

Onde si può eliminare x dalla (η):

(λ) $\mathrm{Hp}(\delta) . z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \epsilon \mathbf{h} \therefore (\eta) . (\zeta) ::$
$:: \supset_z . z \sim \epsilon (acz')$

$\mathrm{Hp} . (\lambda) . (\delta) : \supset . \mathrm{Th}$]

P. 9. $\mathrm{Hp P4} . \supset :.: z \epsilon (abc) . z' \equiv \tau z . z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) . z \epsilon (acu) :$
$: \supset_u . u \epsilon \mathbf{h} \therefore v \epsilon (abc) . v \epsilon (acz) : \supset_v . v \epsilon \mathbf{k} :: \supset_z . z' \sim \epsilon (acz)$

Teor.

[(α) $\mathrm{Hp} . z \epsilon (abc) . z' \equiv \tau z . z' \epsilon (acz) . \mathrm{P1} : \supset_z \therefore y \epsilon r \sim (z'az) \sim$
$\sim \iota z' \sim \iota z . \binom{y,z',z}{x,z,z'} (\alpha) \mathrm{P8} : \supset_y : y \epsilon (abc) . y \epsilon (acz) . z' \epsilon (acy)$

(β) $\mathrm{Hp}(\alpha) . (\alpha) . \mathrm{P1} . \mathrm{P1,2,4}\ \S 8 : \supset_z \therefore y \epsilon r \sim (z'az) \sim \iota z' \sim \iota z .$
$. y' \equiv \tau y : \supset_y : y' \epsilon (a'c'z') . (\alpha) \mathrm{P5} . \binom{z',y'}{x,y} \mathrm{P17}\ \S 9 : \supset_y : y' \epsilon (acz') .$
$. \binom{y,z',y'}{x,y,z} \mathrm{P9}\ \S 9 : \supset_y . y' \epsilon (acy)$

(γ) $\mathrm{Hp} \,.\, z \epsilon (abc) : \supset_z \therefore y_1 \epsilon (abc) \,.\, {}^{z,y_1}_{x,y}\mathrm{P10}\,\S 9 : \supset_{y_1} : y_1 = z \,.\, \cup \,.$
$.\, \cup \,.\, y_1 \epsilon (acz) \,.\, \cup \,.\, z \epsilon (acy_1)$

(δ) $\mathrm{Hp} \,.\, z' \equiv \tau z \,.\, z' \epsilon (acz) : \supset_z \therefore y_1 = z \,.\, y_1' \equiv \tau y_1 \,.\, \mathrm{P1} : \supset_{y_1} .$
$.\, y_1' \epsilon (acy_1)$

(ξ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \,.\, \mathrm{P1} \,.\, \mathrm{P1,2,4}\,\S 8 : \supset_z :: y \epsilon r \sim (z' a z) \sim \iota z' \sim \iota z \,.\, \supset_y \therefore$
$\therefore y_1 \epsilon (abc) \,.\, y \epsilon (acy_1) \,.\, y_1 \epsilon (acz) \,.\, y_1' \equiv \tau y_1 : \supset_{y_1} : y_1' \epsilon (a'c'z') .$
$.\, (\alpha)\mathrm{P5} \,.\, {}^{z',y_1'}_{x,y}\mathrm{P17}\,\S 9 : \supset_{y_1} : y_1' \epsilon (acz') \,.\, (\alpha) \,.\, {}^{y,z',y_1'}_{x,y,z}\mathrm{P9}\,\S 9 :$
$: \supset_{y_1} : y_1' \epsilon (acy) \,.\, {}^{y_1,y_1'}_{x,z}\mathrm{P9}\,\S 9 : \supset_{y_1} \,.\, y_1' \epsilon (acy_1)$

(η) $\mathrm{Hp} \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \therefore y_1 \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acy_1) :$
$: \supset_{y_1} : y_1 \epsilon \mathbf{h} \,.\, y_1' \equiv \tau y_1 \,.\, \mathrm{P4} : \supset_{y_1} \,.\, y_1' \epsilon (acy_1).$

Dall'insieme delle propos.^{i} (γ), (δ), (ξ), (η) si raccoglie:

(ζ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} \therefore (\gamma) \,.\, (\delta) \,.\, (\xi) \,.\, (\eta) ::$
$:: \supset_z :: y \epsilon r \sim (z' a z) \sim \iota z' \sim \iota z \,.\, \supset_y \therefore y_1 \epsilon (abc) \,.\, y \epsilon (acy_1) .$
$.\, y_1' \equiv \tau y_1 : \supset_{y_1} \,.\, y_1' \epsilon (acy_1).$

Pertanto:

(λ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} \therefore (\alpha) \,.\, (\beta) \,.\, (\zeta) \,.\, \mathrm{P4} ::$
$:: \supset_z : y \epsilon r \sim (z' a z) \sim \iota z' \sim \iota z \,.\, \supset_y \,.\, y \epsilon \mathbf{h}$

(μ) $\mathrm{Hp}(\alpha) \therefore v \epsilon (abc) \,.\, v \epsilon (acz) : \supset_v \,.\, v \epsilon \mathbf{k} :: \supset_z \therefore y \epsilon r \sim (z' a z) \sim$
$\sim \iota z' \sim \iota z \,.\, (\alpha) : \supset_y : y \epsilon \mathbf{k} \,.\, \mathrm{P4} : \supset_y \,.\, y \sim \epsilon \mathbf{h}$

(ν) $\mathrm{Hp} \,.\, z \epsilon (abc) \,.\, z' \equiv \tau z \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h} :: \supset_z \therefore$
$\therefore y \epsilon r \sim (z' a z) \sim \iota z' \sim \iota z \,.\, y \sim \epsilon \mathbf{h} \,.\, (\lambda) : \supset_y \,.\, z' \sim \epsilon (acz)$

(ρ) $\mathrm{Hp} \,.\, z \epsilon (abc) \,.\, z' \equiv \tau z \therefore v \epsilon (abc) \,.\, v \epsilon (acz) : \supset_v \,.\, v \epsilon \mathbf{k} :: \supset_z \therefore$
$\therefore y \epsilon r \sim (z' a z) \sim \iota z' \sim \iota z \,.\, y \epsilon \mathbf{h} \,.\, (\mu) : \supset_y \,.\, z' \sim \epsilon (acz).$

Infine, moltiplicando rispettiv.^{e} le ipotesi di (ν), (ρ) per le proposiz.^{i} (condizionali in z): $z \sim = z' \therefore v \epsilon (abc) \,.\, v \epsilon (acz) :$
$: \supset_v \,.\, v \epsilon \mathbf{h}$, e $z \sim = z' \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) : \supset_u \,.\, u \epsilon \mathbf{h}$; indi sommando membro a membro:

$$(\sigma)\quad \mathrm{Hp}\,.\,z\epsilon(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,z\sim=z'\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.\,z\epsilon(acu):\supset_u\,.$$
$$.\,u\epsilon\mathbf{h}\,.\!:.\,v\epsilon(abc)\,.\,v\epsilon(acz):\supset_v\,.\,v\epsilon\mathbf{k}::\supset_z\,.\!:.\,y\epsilon r\sim(z'az)\sim$$
$$\sim\iota z'\sim\iota z\,.\,(\nu)\,.\,(\rho):\supset_y\,.\,z'\sim\epsilon(acz).$$

Il teorema proposto risulta di qui mediante eliminazione di y:

$$\mathrm{Hp}\,.\,(\sigma)\,.\,\mathrm{P1}\,.\,\mathrm{P1,2,8}\,\S 8:\supset.\,\mathrm{Th}\Big]$$

P.10. $\mathrm{Hp}\,\mathrm{P4}\,.\supset.\}\,z\epsilon(a'b'c')\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,z=z'\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.\,z\epsilon(acu)\,.$
$.\,u'\equiv\tau u:\supset_u\,.\,u\sim=u'\}\sim=_x\wedge$ Teor.

Ossia " Nelle predette ipotesi, vi sarà sempre nel segmento $(a'b'c')$ un punto z mutato in sè stesso da τ, e di più tale che ogni punto u di (abc) soddisfacente alla condizione $z\,\epsilon\,(acu)$ (vale a dire (§ 10) precedente z nell'ordine naturale abc) non può essere unito ".

$$\Big[(\alpha)\quad \mathrm{Hp}\,.\,z\epsilon(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.\,z\epsilon(acu):\supset_u\,.\,u\epsilon\mathbf{h}\,.\!:.$$
$$.\!:.\,v\epsilon(abc)\,.\,v\epsilon(acz):\supset_v\,.\,v\epsilon\mathbf{k}\,.\!:.\,\mathrm{P8,9}::\supset_z\,.\!:.\,z\sim\epsilon(acz')\,.$$
$$.\,z'\sim\epsilon(acz):\cup:z\sim\epsilon(acz')\,.\,z=z':\cup:z'\sim\epsilon(acz)\,.\,z=$$
$$=z':\cup:z=z'\,.\!:.\,\mathrm{P1}\,.\,{}^{(z,z')}_{(x,y)}\mathrm{P10}\,\S 9::\supset_z:z=z'\,.\,\mathrm{P1}::$$
$$::\supset_x:z\epsilon(a'b'c')\,.\,z=z'.$$

La prima delle tre deduzioni rispetto a z proviene dal moltiplicare insieme le due P8 e P9 dopo avere in ognuna di esse trasferito il fattore $z\sim=z'$ dall'ipotesi nella tesi, conforme alla regola: $\mathrm{P}\,.\,\mathrm{Q}:\supset.\,\mathrm{R}\,.\!:.\supset.\!:.\,\mathrm{P}\,.\supset:\mathrm{R}\,.\cup.\sim\mathrm{Q}$. D'altra parte si ha:

$$(\beta)\quad \mathrm{Hp}\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.\,z\epsilon(acu):\supset_u\,.\,u\epsilon\mathbf{h}\,.\!:.\,\mathrm{P4}::\supset_z\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.$$
$$.\,z\epsilon(acu)\,.\,u'\equiv\tau u:\supset_u:u'\epsilon(acu)\,.\,\mathrm{P1,2,4}\,\S 8:\supset_u\,.\,u'\sim=u.$$

Ora moltiplicando fra loro (α) e (β):

$$(\gamma)\quad \mathrm{Hp}\,.\,z\epsilon(abc)\,.\,z'\equiv\tau z\,.\,(\alpha)\,.\,(\beta)\,.\!:.\,u\epsilon(abc)\,.\,z\epsilon(acu):\supset_u\,.\,u\epsilon\mathbf{h}\,.\!:.$$

$\therefore v \epsilon (abc) \,.\, v \epsilon (acz) : \supset_v . v \epsilon \mathrm{k} :: \supset_z :: z \epsilon (a'b'c') \,.\, z = z' \therefore$

$\therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) \,.\, u' \equiv \tau u : \supset_u . u \sim = u'$

$\mathrm{Hp} \,.\, (\gamma) \,.\, \mathrm{P7} : \supset . \mathrm{Th} \Big]$

Accanto a questo teorema è da mettersi l'altro:

P. 11. $r \epsilon [1] \,.\, \tau \epsilon \mathrm{T}_{r,r} \,.\, a,b,c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.\, a' \equiv$
$\equiv \tau a \,.\, b' \equiv \tau b \,.\, c' \equiv \tau c \,.\, (a'b'c') \cup \iota a' \cup \iota c' \supset (abc) \,.\, a' \epsilon (acc') :$
$: \supset . \{ z \epsilon (a'b'c') \,.\, z' = \tau z \,.\, z = z' \therefore u \epsilon (abc) \,.\, z \epsilon (acu) \,.\, u' \equiv$
$\equiv \tau u : \supset_u . u \sim = u' \} \sim =_z \Lambda$ Teor.

che si potrebbe dimostrar similmente: ma, in ciò che segue, non ci bisogna adoperarlo.

Quanto al contenuto essenziale, le P10,11 sono modificazioni d'un teorema sulle *corrispondenze ordinate* dovuto all'Enriques (*).

Corrispondenze armoniche e teorema di Staudt.

§ 14. — Il soggetto di questo § sarà sviscerato altrove: qui si vuol solamente indicare una via per dedurre il teorema fondamentale di Staudt da ciò che precede; onde si espongono appena i fatti più rilevanti senza dimostrazioni simboliche.

P. 1. $r \epsilon [1] \,.\, a,b,c, \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a : \supset . \mathbf{Arm}_{a,b}\, c =$
$= r \cap \overline{x \epsilon} \} u,v \epsilon [0] \sim r \,.\, u \sim = v \,.\, (c,u,v) \epsilon Cl \,.\, ([au \cap bv],$
$[av \cap bu], x) \epsilon Cl : \sim =_{u,v} \Lambda \{$ Def.

Il simbolo " $\mathbf{Arm}_{a,b}\, c$ " si può leggere " armonico di c rispetto ad a, b "; esso denota una certa classe, non illusoria, di punti esterni al segmento (acb) (P6 § 11), vale a dire:

P. 2. $\mathrm{HpP1} \,.\, \supset . \mathbf{Arm}_{a,b}\, c \epsilon \mathrm{K}r \sim (acb) \sim \iota a \sim \iota b \sim \Lambda$ Teor.

(*) *Loc. cit.*, § 10.

Dalla P 1 seguono immediatamente queste altre due:

P. 3. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, \supset .\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, c = \mathbf{Arm}_{b,a}\, c \qquad$ Teor.

P. 4. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, d \in \mathbf{Arm}_{a,b}\, c : \supset_d .\, c \in \mathbf{Arm}_{a,b}\, d \qquad$ Teor.

Che poi la figura $\mathbf{Arm}_{a,b}\, c$ consti di un unico punto, ossia che:

P. 5. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, \supset .\, \mathrm{num}\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, c = 1 \qquad$ Teor.

si dimostra al modo ordinario per via di triangoli omologici (*), la qual cosa implica l'uso del IX° Postulato (P 5 § 6); al contrario dei fatti studiati ai precedenti §§ 7, 8, . . . 13, che sono indipendenti dall'esistenza di punti fuori del piano. — Dopo ciò si può altresì dimostrare che:

P. 6. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, u,v \in [0] \sim r \,.\, u \sim = v \,.\, (c,u,v) \in Cl : \supset_{u,v} .\, ([au \cap bv],$
$[av \cap bu],\ \mathbf{Arm}_{a,b}\, c) \in Cl \qquad$ Teor.

d'onde la permutabilità delle coppie armoniche, ossia:

P. 7. $\quad \mathrm{Hp}\,\mathrm{P1} \,.\, d \equiv \mathbf{Arm}_{a,b}\, c :_{\approx} \supset .\, b = \mathbf{Arm}_{c,d}\, a \qquad$ Teor.

Gioverà introdurre anche la definizione seguente:

P. 8. $\quad a,b \in [0] \,.\, a \sim = b : \supset : \mathbf{Arm}_{a,b}\, a = a \,.\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, b = b \qquad$ Def.

e così accanto alla P 3 si potrà scrivere:

P. 9. $\quad a,b \in [0] \,.\, a \sim = b : \supset .\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, a = \mathbf{Arm}_{b,a}\, a \qquad$ Teor.

ecc., ecc. Con ciò il simbolo $\mathbf{Arm}_{a,b}\, x$ risulta definito per qualsivoglia punto x della r (purchè a e b siano distinti) e rappresenta un certo punto di r variabile con x. Il segno " $\mathbf{Arm}_{a,b}$ " per sè solo ha dunque il valore di *trasformazione della retta r in sè stessa* — anzi, per ciò che precede, di trasformazione *reci-*

(*) Ved. p. e. Staudt, *loc. cit.*, n° 93.

proca, segmentaria e *involutoria;* qualmente è espresso dalle due proposizioni seguenti:

P. 10. $r \epsilon [1] \,.\, a, b \epsilon r \,.\, a \sim = b : \supset . \mathbf{Arm}_{a,b} \epsilon (r \mathrm{f} r) \mathrm{Rec} \cap \mathrm{T}_{r,r}$ Teor.

P. 11. $\mathrm{Hp P10} \,.\, x \epsilon r : \supset_x : \mathbf{Arm}_{a,b} \mathbf{Arm}_{a,b}\, x = x \,.\, \overrightarrow{\mathbf{Arm}}_{a,b}\, x =$
$= \mathbf{Arm}_{a,b}\, x$ Teor.

La biunivocità involutoria segue specialmente dalle P5, 4, 8; dalle P3 § 10, P1, 3 § 13 e P1 risulta poi che la trasformazione è segmentaria. Essa può costruirsi notoriamente così. Preso un punto u fuori di r e un punto a' sulla bu diverso da b e da u, si projetti un punto variabile x della r dal centro u sopra la aa', e dicasi v l'immagine; poi il punto v si projetti da b in b' sopra la au, e il punto b' da a' sopra la r in x': sarà x' il trasformato di x (e viceversa). — Una proprietà notevole si è che due coppie di punti corrispondenti non possono mai separarsi; e cioè che:

P. 12. $\mathrm{Hp P10} \,.\, x, y \epsilon r \sim \iota a \sim \iota b \,.\, x \sim = y \,.\, x' \equiv \mathbf{Arm}_{a,b}\, x \,.\, y' \equiv$
$\equiv \mathbf{Arm}_{a,b}\, y : \supset_{x,y} . y' \epsilon (xyx')$ Teor.

Invero, dal fatto che i punti a, b, x, y, x', y' sono tutti distinti (P4, 5) e dall'ipotesi (P2, 5) $x' \sim \epsilon (axb)$ si deduce (P24 § 8) $b \sim \epsilon (xax')$; onde (P19 § 9) il dilemma $y \epsilon (xax') . \cup . y \epsilon (xbx')$. Ora (P8, 10) la trasformazione segmentaria $\mathbf{Arm}_{a,b}$ cangia ordinatamente i punti a, b, x, x', y nei punti a, b, x', x, y'; quindi da $y \epsilon (xax')$ si deduce $y' \epsilon (x'ax)$ (P1 § 13), e p. c. (P3, 14 § 8) $y' \epsilon (xyx')$: e il medesimo si trae dalla supposizione $y \epsilon (xbx')$.

P. 13. $r \epsilon [1] \,.\, a, b, c \epsilon r \,.\, a \sim = b \,.\, b \sim = c \,.\, c \sim = a \,.\, d \epsilon (acb) \sim \iota c :$
$: \supset \therefore x \epsilon r \,.\, \mathbf{Arm}_{c,d} \mathbf{Arm}_{a,b}\, x = x : \sim =_x \Lambda$ Teor.

o, in termini comuni, " Se due coppie di punti distinti a, b e c, d non si separano, esiste almeno una coppia di punti che le separa entrambe armonicamente ". Per ciò si osservi dapprima, che il prodotto $\mathbf{Arm}_{c,d} \mathbf{Arm}_{a,b}$ è una trasformazione segmentaria della r in sè stessa (P3 § 13 e P10); e che supposto:

$a'' \equiv \mathbf{Arm}_{c,d}\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, a$, $b'' \equiv \mathbf{Arm}_{c,d}\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, b$, $c' \equiv \mathbf{Arm}_{a,b}\, c$, $c'' \equiv$ $\equiv \mathbf{Arm}_{a,b}\, c'$, e quindi (P8):

$$a'' = \mathbf{Arm}_{c,d}\, a, \quad b'' = \mathbf{Arm}_{c,d}\, b, \quad c'' = \mathbf{Arm}_{c,d}\, \mathbf{Arm}_{a,b}\, c,$$

i punti $a, b, c, d, a'', b'', c'', c'$ saranno tutti distinti fra loro. Se proveremo che il segmento $(a''c''b'')$ giace con ambo gli estremi nel segmento (acb) e che di più $b'' \epsilon\, (aba'')$, allora il teorema predetto sarà vero in virtù di P10 § 13. Che $b'' \epsilon\, (aba'')$ si ha subito dalla proposizione precedente; perocchè b, b'' ed a, a'' separano armonicamente la coppia c, d. Ora, da ciò che (P2) $a'' \sim \epsilon\, (cad)$ si deduce (P11 § 9) $a'' \epsilon\, (acb)$, e nello stesso modo $b'' \epsilon\, (acb)$. E da $a'' \epsilon\, (acb)$, prendendo gli armonici rispetto a c, d, si deduce (P1 § 13, P4, 8, 10) $a \epsilon\, (a''c\,b'')$: per conseguenza (P14 § 8) sarà $(a''c\,b'') = (a''a\,b'')$. Similmente da $c' \sim \epsilon\, (acb)$ si deduce (P2 § 13) $c'' \sim \epsilon\, (a''c\,b'')$; per la qual cosa $c'' \sim \epsilon\, (a''a\,b'')$. Di qui si trae (P12, 16 § 9) $c'' \epsilon\, (acb)$, $c'' \epsilon\, (aba'')$, $b'' \epsilon\, (abc'')$, e però anche (P14 § 9) $(a''c''b'') \supset (acb)$. —

Essendo r, r' due rette arbitrarie diremo " trasformazione *armonica* di r in r' „ — e indicheremo con $\Pi_{r,r'}$, — ogni trasformazione univoca e reciproca di r in r', che a quattro punti armonici sempre coordini quattro punti armonici:

P. 14. $r, r' \epsilon [1] \,.\, \supset .\, \Pi_{r,r'} = (r' \mathrm{f}\, r)\, \mathrm{Rec} \cap \overline{\tau\epsilon} \{ a, b, c \epsilon r \,.\, a \sim = b :$
$: \supset_{a,b,c} .\, \tau(\mathbf{Arm}_{a,b}\, c) = \mathbf{Arm}_{\tau a, \tau b}\, \tau c \}$ Def.

L'*inversa* di ogni trasformazione armonica $\Pi_{r,r'}$ è una trasformazione di r' in r della stessa natura, cioè:

P. 15. $r, r' \epsilon [1] \,.\, \tau \epsilon \Pi_{r,r'} : \supset_{\tau} .\, \bar{\tau} \epsilon \Pi_{r',r}$ Teor.

Inoltre:

P. 16. $r, r' \epsilon [1] \,.\, \supset .\, \Pi_{r,r'} \sim \mathsf{T}_{r,r'} = \Lambda$ Teor.

vale a dire " Ogni trasformazione armonica è altresì segmentaria „. Invero, essendo a, b, c tre diversi punti in r, dalla ipotesi $d \epsilon\, (abc) \sim \iota b$ si deduce (P13) l'esistenza di almeno due punti x, y

conjugati armonici rispetto ad entrambe le coppie a, c e b, d. Ora, se fosse $\tau d \sim \epsilon (\tau a\ \tau b\ \tau c)$, non potrebbero esistere (P12) due punti armonici tanto rispetto a $\tau a, \tau c$, quanto a $\tau b, \tau d$. Ma due punti sì fatti esistono al certo, e sono (P14) i trasformati di x, y: quindi è forza concludere $\tau d \in (\tau a\ \tau b\ \tau c)$.

P. 17. $r, r' \epsilon [1] . \tau \epsilon \Pi_{r,r'} . e, f, g \epsilon r . e \sim = f . f \sim = g . g \sim = e .$

$$e = \tau e . f = \tau f . g = \tau g : \supset : x \epsilon r \sim \iota \tau x . =_x \Lambda \qquad \text{Teor.}$$

cioè: " Ogni trasformazione armonica la quale ammetta tre punti uniti distinti è l'identità ". Questo il teorema di STAUDT.

Invero siano a, a' due punti distinti, ed $a' = \tau a$: mostreremo che da ciò si deduce l'assurdo. I punti e, f, g, a, a' saranno distinti fra loro, e gli ultimi due non potranno esser separati dai rimanenti (P16). Sarà lecito supporre $a \sim \epsilon (egf)$, e per conseg.ª $a' \sim \epsilon (egf)$ ed $(eaf) = (ea'f)$ (P18 § 9).

Ciò posto siano c e c' gli armonici di a ed a' rispetto ad e, f: onde (P14) $c' = \tau c$. I punti c e c' saranno diversi fra loro e dai precedenti: inoltre (P2, 12) si avrà $c \sim \epsilon (eaf)$, $c' \sim \epsilon (ea'f)$, $c' \epsilon (aa'c)$; e delle ipotesi (P19 § 9) $a' \epsilon (aec)$, $a' \epsilon (afc)$ basterà considerarne una sola, p. e. la prima, dacchè l'altra si deduce da questa con lo scambio delle lettere e, f tra loro, che non ha influenza di sorta nè sulle ipotesi, nè sui risultati. Ora da $a' \epsilon (aec)$ e $c' \epsilon (aa'c)$ si deduce (P14 § 8) $(aec) = (aa'c)$, $c' \epsilon \epsilon (aec)$ e p. c. (P25 § 8) $c \epsilon (eac')$: e di qui, poichè $c, c' \sim \epsilon (eaf)$, si deduce (P4 § 9) $c' \sim \epsilon (eac)$, quindi (P5 § 8) $c' \epsilon (ace)$. Similmente, poichè da $a' \epsilon (aec)$ si deduce (P25, 3 § 8) $a \epsilon (eca')$, e d'altra parte $a, a' \sim \epsilon (ecf)$; ne inferiamo altresì che $a' \sim \epsilon (eca)$, quindi che $a' \epsilon (cae)$, vale a dire che $e \epsilon (aca')$. Da tutto ciò segue (P14 § 9) $(a'ec') \cup \iota a' \cup \iota c' \supset (aec)$, oltre che (P9 § 9) $c' \epsilon \epsilon (aca')$. Sono dunque verificate le ipotesi della P10 § 13 in ordine alla trasformazione τ ed ai punti a, e, c, a', e' $(= e)$, c'; e pertanto sarà:

$$z \epsilon (a'ec') . z = \tau z \therefore u \epsilon (aec) . z \epsilon (acu) : \supset_u . u \sim = \tau u :: \sim =_z \Lambda.$$

Insomma esisterà nel segmento $(a'ec')$ un punto *unito* z sì fatto, che se $u \epsilon r \sim (acz) \sim \iota a \sim \iota z$ [quindi $u \epsilon (cza)$, $u \epsilon (aec)$, ed inoltre (P19 § 8) $z \epsilon (acu)$] il punto u *non è unito*.

Si osservi ancora che dalle relazioni $c \sim \epsilon (eaf)$, $c' \sim \epsilon (ea'f)$, $(a'ec') \supset (aec)$ segue (P 24 § 8, P 19 § 9) $(afc) \cup \iota a \cup \iota c \supset (a'fc')$; sicchè la stessa P 10 § 13 si può anche invocare per la trasformazione $\bar{\tau}$ inversa di τ (P 15) e pei punti $a', f', c', a, f (= f'), c$: dunque esisterà nel segmento (afc) un punto *unito* y sì fatto, che se $u \epsilon r \sim (a'c'y) \sim \iota a' \sim \iota y$, il punto u *non è unito*. E poichè da $(afc) \supset (a'fc')$, $c' \epsilon (acc')$ ed $y \epsilon (afc)$ si deduce [(η) P 17 § 9] che da $u \sim \epsilon (acy)$ segue $u \sim \epsilon (a'c'y)$, a fortiori non potrà essere unito alcun punto della figura $r \sim (acy) \sim \iota a' \sim \iota y$. Questo fatto, e il somigliante già trovato per z, ove si guardi che niuno dei punti a, a' è, per ipotesi, unito, permettono di asserire qualmente:

$$u \epsilon r \sim (acz) \sim \iota z \,.\cup.\, u \epsilon r \sim (acy) \sim \iota y : \supset_u .\, u \sim = \tau u$$

Non è detto che debba essere z diverso da e, o y da f: ma i punti y, z sono per certo distinti fra loro e dai punti a, c, a', c'; nè può essere $z = f$, o $y = e$ (P 28 § 8). Ora da $z \epsilon (aec)$ si deduce $z \epsilon r \sim (afc)$, e d'altra parte $y \epsilon (afc)$; dunque sarà $z \epsilon r \sim (ayc)$, vale a dire $c \epsilon r \sim (yaz)$, e p. c. $c \epsilon (azy)$, $(azy) = (acy)$, come pure $c \epsilon (ayz)$, $(ayz) = (acz)$. Ma si sa (P 11, 2, 4 § 8) che:

$$u \epsilon (yaz) \,.\supset_u : u \epsilon r \sim (azy) \sim \iota y \,.\cup.\, u \epsilon r \sim (zya) \sim \iota z;$$

pertanto: $$u \epsilon (yaz) \,.\supset_u .\, u \sim = \tau u.$$

Infine dall'essere $z \sim \epsilon (ace)$ (chè se no risulterebbe $e \sim = \tau e$); mentre $y \epsilon (afc)$, quindi $y \sim \epsilon (aec)$, $y \epsilon (eca)$, $(eca) = (eya)$; si deduce $z \sim \epsilon (eya)$, per conseguenza (P 23 § 8) $e \sim \epsilon (yaz)$, e quindi (P 21 § 8) $(yaz) \supset (yae)$, o $(yaz) = (yae)$, secondochè $z \sim = e$, o $z = e$. Similmente dall'essere $y \sim \epsilon (a'c'f)$ (chè se no risulterebbe $f \sim = \tau f$) e però anche (P 16) $y \sim \epsilon (acf)$; mentre $c \sim \epsilon (eaf)$, quindi $c \epsilon (aef)$, $(aef) = (acf)$; si deduce $y \sim \epsilon (aef)$, per conseguenza $f \sim \epsilon (eay)$ ed $(eay) \supset (eaf)$, o $(eay) = (eaf)$, secondo che $y \sim = f$, o $y = f$. Ne viene che il segmento (yaz) è contenuto nel segmento (eaf); sicchè dall'ipotesi $a \sim \epsilon (egf)$, ossia $g \sim \epsilon (eaf)$, ammessa fin dal principio, si deduce $g \sim \epsilon (yaz) \cup \iota y \cup \iota z$, e p. c. $\mathbf{Arm}_{y,z}\, g \epsilon (yaz)$ (P 2). Tale è l'assurdo a cui si perviene; che, mentre si è visto come niun punto del segmento (yaz) possa essere unito, qui trovasi invece che l'armonico di g rispetto ad y, z, il quale (P 14, 5) è per certo tautologo, giace in detto segmento.

						ERRATA	CORRIGE
§ 1	(Nota 1ª),	*pag.* 3,	*linea* 9			Che poi...	Se poi...
§ 4	„	„ 12	„	4	(*dal basso*)	I, § 5, prop. 3	I, § 5 P 3 e V, § 1 P 10
„	„	„ „	„	3	„	$a(k \sim \iota a)$	$\cup\, {}^{\epsilon}a(k \sim \iota a)$
§ 5	„	„ 18	„	10	„	$y \in de \cup fg$	$y \in de \cap fg$
§ 6	„	„ 21	„	3		*Si apponga a diritta il segno:* Def.	
§ 8	„	„ 24	„	2		$b \in (acb)$	$b \sim \epsilon (acb)$
§ 9	„	„ 31	„	10		$y' \epsilon r$	$y \epsilon r$
„	„	„ 33	„	7 e 18		$\iota \alpha$	ιa
§ 10	„	„ 34	„	5	(*dal basso*)	$(\mathrm{K}r)fr$	$(\mathrm{K}r)\mathrm{f}r$
„	„	„ 36	„	13 e 19		*Si apponga a destra il segno:* Def.	
„	„	„ „	„	17 e 26		$\iota \alpha$	ιa

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 16 Febbraio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pièrre, Pezzi, Brusa, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Direttore della Classe annuncia la morte del Socio nazionale non residente, già Socio residente, Marchese Matteo Ricci, ed affida al Socio Peyron l'incarico di commemorarlo in una prossima adunanza.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 26 Gennaio al 9 Febbraio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Annuario** per l'anno scolastico 1895-96 della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri di Torino. Torino, 1896; 8°.

Atti del Collegio degli Architetti ed Ingegneri in Firenze Anno XX, fasc. 1°. Firenze, 1895; 8°.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; Anno I, fasc. 3. Torino, 1895; 8°.

* **Bihang** till Kongl. Svenska- Vetenskaps- Akademiens Handlingar. Bd. 20. Afdelning I, II, III, IV. Stockholm, 1895; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XV, n. 12. Torino, 1895.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXIV, n. 16-36 e Rendiconto del mese di maggio a novembre 1895, n. 5-12.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica, ecc. Serie VII, vol. VI, fasc. 12. Bologna, 1895; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1894, Bd. L, III Abt. Braunschweig, 1895; 8°.

* **Giornale** del Genio civile. Anno XXXIII, fasc. 10-11. Roma, 1895; 8°.

* **Memoirs** of the Royal Astronomical Society. Vol. LI, 1892-95. London, 1895; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIV, disp. 11, 12. Roma, 1895; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Vol. XXV, n. 5. Venezia, 1895; 4°.

* **Mitteilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaiser.-Japanischen Univ. Bd. III, n. 2. Tōkyo, Japan, 1895; 4°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. New Series, vol. I e II. Boston, 1848-1852; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXVIII, fasc. XX. Milano, 1895; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. I, fasc. 12. Napoli, 1895; 8°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1895, n. 3-6; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 1re année, n. 1 à 3. Paris, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of South Australia. Vol. XIX, Part II. Adelaide, 1895; 8°.

Transactions of the Edinburgh Geological Society. Vol. VII, pt. II. Edinburgh, 1895; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, p. III-IV. 1895.

Verhandlungen der österreichischen Gradmessungs-Commission. Protokoll über die am 9 April u. 13 Juni 1895 abgehaltenen Sitzungen. Wien, 1894 *(Dono della Commissione)*.

* **Verhandlungen** physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1895, N. F., XXIX Bd., n. 6, 7; 8°.

Buscalioni (L.). Studi sui cristalli di ossalato di calcio. Genova, 1895; 8° (*dall'A.*).

** **Cayley** (A.). The collected Mathematical Papers. Vol. IX. Cambridge, 1896; 4°.

Klein (C.). Ein Universaldrehapparat zur Untersuchung von Dünnschliffen in Flüssigkeiten. Berlin, 1895; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 2 al 16 Febbraio 1896.

* **American** Journal of Philology. Vol. XV, 2-4; XVI, 1. Baltimore, 1894-95; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **Annales** de l'Université de Lyon:
Histoire de la compensation en droit romain par C. Appleton.
La République des Provinces-Unies, la France & les Pays-Bas Espagnols de 1630 à 1650 par A. Waddington. T. 1er (1630-42).
Phonétique historique et comparée du Sanscrit et du Zend par P. Regnaud.
Saint Ambroise et la Morale Chrétienne au IVe siècle... par R. Thamin. Paris, 1895; 4 vol. 8°.

Athenaeum (L'). Rivista per l'Istruzione Superiore Catanese. Vol. II, fasc. I. Catania, 1896; 8° (*Omaggio della Direzione*).

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Notizie degli Scavi: novembre 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Atti** e **Memorie** della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova. Anno CCXCVI, 1894-95, N. S., vol. XI. Padova, 1895; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione straordinaria, 1896. N. I-IV.

* **Johns Hopkins University Studies** in Historical and Political Science. 12ª Serie, VIII-XII; 13ª Serie, I-VIII. Baltimora, 1894-95; 8°.

* *Dall'Università Cattolica di Louvain:*

Annuaire; 1896.

Halleux (J.). Les principes du positivisme contemporain. Dissertation pour doctorat en Philosophie selon Saint Thomas. Louvain, 1895; 8°.

Knoch (A.). De Libertate in societate civili. Dissertatio. Lovanio, 1895; 8°.

Marlière (H.). Études sur l'hérédité. Dissertation pour le doctorat en Philosophie selon St-Thomas. Louvain, 1895; 8°.

Programme des cours de l'année académique 1895-96.

Thèses de la Faculté de Théologie: 671-688.

Casanova (E.). Bandi piemontesi acquistati dalla Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze. Firenze, 1895; 8° (*dall'A.*).

Frigeri (F.). Giovanni Pico della Mirandola. IV° Centenario MDCCCXCIV. Mirandola, 1894; 8° (*Id.*).

Landucci (L.). Storia del Diritto Romano dalle origini fino alla morte di Giustiniano. 2ª ediz., vol. I, p. I. Padova, 1895; 8° (*Id.*).

Pélissier (L. G.). Le navire de bonheur de l'avocat Bernardi. Toulouse, 1896; 8° (*Id.*).

Pico (G.). Introduzione dell'Apologia tradotta da un notaro mirandolese. Mirandola. 1894; 8° (*dono del Dott. F. Frigeri*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 23 Febbraio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd 23 July - 13 Sept. 1896

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Ferraris, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Presidente dà notizia che il Sig. U. Martelli, autore di una memoria che venne approvata per la stampa nella seduta del 29 dicembre 1895, ritirò poi la memoria stessa.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° " *Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o doppio contatto oppure si osculano* "; nota del Professore Luigi Berzolari, presentata dal Socio Segre;

2° " *Intorno ad un carattere delle superficie e delle varietà superiori algebriche* "; nota del Socio Segre;

3° " *Sulle singolarità della jacobiana di quattro superficie* "; nota del Dott. Alberto Levi, presentata dal Socio Segre;

4° " *Gruppi finiti ed infiniti di enti* "; nota del Professore Rodolfo Bettazzi, presentata dal Socio Segre;

5° " *Nuove ricerche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni e intorno alla respirazione degli anfibi urodeli* "; nota del Socio Camerano.

LETTURE

Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto, oppure si osculano;

Nota di LUIGI BERZOLARI.

Verso la fine dell'importante lavoro che ha per titolo *Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Curven* (*) lo STEINER ha enunciato, senza dimostrazione, che il luogo dei punti in cui si toccano due curve appartenenti a due dati fasci di ordini m ed m' è dell'ordine

$$(1) \qquad 2m + 2m' - 3,$$

e che il numero dei punti in cui due curve di tali fasci si osculano è

$$(2) \qquad 3\,[(m + m')\,(m + m' - 6) + 2mm' + 5].$$

La prima di queste formole è stata in seguito dimostrata (ed anche notevolmente estesa) in più modi da vari autori (**), mentre, per quanto so, non si ha ancora una dimostrazione della seconda.

In questa Nota faccio vedere come si possa pervenire a quei due teoremi, per via puramente geometrica, ricorrendo a semplici considerazioni di geometria dello spazio; collo stesso metodo trovo anche il numero (che non credo noto) delle coppie di curve che, appartenendo ai fasci proposti, hanno fra loro un

(*) *Giornale di* CRELLE, Bd. XLVII, pag. 6; questo lavoro era stato già presentato sei anni prima (nell'agosto del 1848) all'Accademia delle Scienze di Berlino.

(**) V., ad es., SCHUBERT, *Kalkül der abzählenden Geometrie*, § 14; e SALMON, *Courbes planes*, Paris, 1884, pag. 500, dove, in nota, è riportato anche il secondo enunciato dello STEINER.

doppio contatto, ed assegno inoltre i rimanenti caratteri plückeriani del luogo sopra nominato, e quelli del luogo dei punti in cui *si tagliano* le curve fra loro tangenti dei due fasci.

1. — Siano Φ e Φ' i due dati fasci degli ordini m ed m', e per semplicità supponiamo che essi siano generali e non abbiano punti base comuni (*); per fissar le idee, sia $m \geq m'$. Nel piano Π, in cui giacciono i fasci, scelgasi in modo del tutto arbitrario una curva R' di ordine $m - m'$, e si indichi con $\Phi' R'$ il fascio d'ordine m che si ottiene da Φ' aggiungendo ad ogni sua curva la curva R'. Allora i due fasci Φ e $\Phi' R'$ individuano un sistema lineare tre volte infinito (φ) di curve φ d'ordine m, che, com'è noto (**), si possono considerare come le imagini (su Π) delle sezioni piane di una superficie algebrica F. Le curve del fascio Φ sono le imagini delle curve che s'ottengono tagliando F coi piani di un determinato fascio avente per asse una retta generica L dello spazio. La superficie F è dell'ordine m^2, e possiede una retta multipla R, che è rappresentata in Π dalla curva R': le sezioni residue di F coi piani passanti per R hanno per imagini le curve del fascio Φ', sicchè la multiplicità di R per F è $m^2 - m\,m'$, cioè $m\,(m - m')$.

Gli m^2 punti base di Φ sono le imagini dei punti in cui L incontra F; gli m'^2 punti base di Φ' sono le imagini di altrettanti punti, in cui R incontra una $[m\,(m - m')+1]^{\text{ma}}$ falda di F, oltre a quelle che passano per la R stessa: in questo senso tali punti, in quanto appartengono ad F, sono da considerarsi come *non* situati sopra R.

2. — Ciò posto, per risolvere le questioni indicate in principio, occorre conoscere i caratteri plückeriani della residua intersezione di F con un piano generico passante per R, e quelli del cono residuo (come inviluppo di piani) Ω circoscritto ad F da un punto generico 0 della stessa R.

(*) Il metodo che indicherò si applica del resto anche ai casi che qui voglio escludere, per attenermi agli enunciati di Steiner.

(**) Veggasi, ad es., Caporali, *Sopra i sistemi lineari triplamente infiniti di curve algebriche piane* (Collectanea Math. in mem. D. Chelini), § 2.

I primi si trovano senz'altro colle formole di Plücker, poichè di quella sezione si conoscono l'ordine, che è $m\,m'$, il genere, che è quello di una curva generica del fascio Φ', cioè $\frac{1}{2}(m'-1)(m'-2)$, e il numero delle cuspidi, che è zero. Si trova così che la classe è

$$m'(2m+m'-3), \tag{3}$$

che i flessi sono in numero di

$$3m'(m+m'-3), \tag{4}$$

e che le tangenti doppie sono in numero di

$$\frac{1}{2}m'^2(m'^2-1)+2mm'^3+2m^2m'^2-6mm'^2 \\ -3m'^3-6mm'+15m'. \tag{5}$$

E si noti che la sezione considerata non è certamente tangente ad R, poichè una curva generica di Φ' non è tangente ad R'.

Per ciò che riguarda il cono Ω, osserviamo che la linea di contatto del cono totale circoscritto da 0 ad F ha per imagine la jacobiana della rete di curve φ imagini delle sezioni fatte in F dai piani passanti per 0 (*). Ora, se chiamiamo A una curva generica del sistema (φ), e B', C' due curve generiche di Φ', la rete precedente può ritenersi individuata dalle tre curve A, B' R', C' R', e si riconosce facilmente che la sua jacobiana si spezza nella curva R' ed in una curva Ψ' di ordine

$$3(m-1)-(m-m')=2m+m'-3,$$

priva di punti multipli, e passante per tutti i punti comuni ad A ed R'. La curva Ψ di F che ha per imagine Ψ', ossia la curva di contatto di F col cono residuo Ω, è dunque dell'ordine $m(2m+m'-3)$. Per vedere quale sia la sua multiplicità in 0,

(*) Caporali, *l. c.*, n. 13.

basta cercare le sue ulteriori intersezioni con un piano generico passante per 0, ad es. con quello la cui sezione con F ha per imagine la curva A, cioè basta cercare le intersezioni di Ψ' e di A non appartenenti ad R', e queste sono in numero di

$$m(2m + m' - 3) - m(m - m').$$

Si conclude che Ψ ha in 0 la multiplicità $m(m - m')$; il cono Ω è quindi dell'ordine

$$m(m + 2m' - 3). \tag{6}$$

In virtù della (3), un piano qualunque per R contiene, oltre ad R, $m'(2m + m' - 3)$ generatrici di questo cono, epperò R è multipla per Ω secondo

$$m(m - 3) - m'(m' - 3).$$

Il genere di Ω uguaglia quello di Ψ', ossia è

$$\frac{1}{2}(2m + m' - 4)(2m + m' - 5).$$

Infine la classe di Ω equivale al numero dei punti doppi di un fascio di curve, che sia determinato da una φ generica e da una φ del fascio $\Phi' R'$. Un tal fascio contiene $3(m - 1)^2$ curve dotate di punto doppio; ma di questi punti $m'(m - m')$ cadono su R', quindi la classe di Ω risulta

$$3(m - 1)^2 - m'(m - m').$$

Dalle formole di Plücker si trae allora che le generatrici stazionarie di Ω sono in numero di

$$3(m^2 + 3mm' - 6m - 3m' + 5), \tag{7}$$

e che le sue generatrici doppie (esclusa la R, contata tante volte quante risultano come conseguenza della sua multiplicità per Ω) sono in numero di

$$(8)\quad 3m^2m'^2 - \frac{1}{2}\, m'^2\,(m'^2 - 1) + 2m^3m' - 9m^2m' - 3mm'^2$$
$$+ 3m'^3 - 6m^2 - 6m'^2 - 5mm' + 30m + 15m' - 24.$$

3. — La deduzione dei teoremi di cui si è parlato non presenta ormai nessuna difficoltà. In primo luogo, la curva Γ', luogo dei punti in cui si toccano due curve dei fasci Φ e Φ', è l'imagine della curva Γ, luogo dei punti di contatto delle tangenti di F appoggiate alle rette L, R. Per avere l'ordine di Γ, si osservi anzitutto che essa incontra L negli m^2 punti che questa ha in comune con F: basta quindi cercare le ulteriori intersezioni di Γ con un piano generico σ passante per L, e queste sono tante, quante le tangenti condotte dal punto σ R alla sezione di F con σ, cioè, per la (6), sono in numero di $m\,(m + 2\,m' - 3)$. La curva Γ è dunque dell'ordine

$$m\,(m + 2m' - 3) + m^2 = m\,(2m + 2m' - 3),$$

epperò l'ordine di Γ' è appunto quello dato dall'espressione (1).

In secondo luogo, i punti in cui si osculano due curve di Φ e Φ' sono le imagini dei punti di contatto delle tangenti principali di F appoggiate ad L ed R: pertanto il loro numero è la somma delle espressioni (4) e (7), cioè quello dato dalla (2).

Infine le coppie di curve di Φ e Φ' che hanno fra loro un doppio contatto sono tante, quante le tangenti doppie di F appoggiate ad L ed R, cioè tante quant'è espresso dalla somma delle (5) e (8): il loro numero è dunque

$$(9)\qquad mm'\,[2\,(m + m')^2 + mm' - 9\,(m + m') + 1]$$
$$- 6(m + m' - 1)\;(m + m' - 4).$$

4. — Considerando ancora la curva Γ', si potrebbe ritenere come evidente che essa non possiede punti multipli: ma si può giungere a questa stessa conclusione determinando direttamente il genere della curva, che uguaglia quello della curva obbiettiva Γ. A tal fine si consideri la corrispondenza $[1, m'\,(2\,m + m' - 3)]$ che, per la (3), viene stabilita fra i punti di L e di Γ dalle tangenti di F appoggiate alle rette L ed R. I punti di L, tali

che due dei loro corrispondenti coincidano, sono di tre specie:

1) i punti d'incontro di L colle tangenti principali di F che tagliano anche R, ed il loro numero è espresso dalla (2);

2) le m^2 intersezioni di L con F;

3) i punti nei quali L viene incontrata dai piani passanti per R e tangenti ad F in un punto non situato sopra R: questi punti sono tanti, quante le curve del fascio Φ' dotate di punto doppio, cioè $3(m'-1)^2$.

Se dunque diciamo p il genere di (Γ cioè di) Γ', la nota formola di Zeuthen (*) dà:

$$2(p-1)+2m'(2m+m'-3)=3[(m+m')(m+m'-6)$$
$$+2mm'+5]+m^2+3(m'-1)^2,$$

da cui

$$p=(m+m'-2)[2(m+m')-5].$$

Dalle formole di Plücker si deduce allora che Γ' non ha punti multipli, il che permette di assegnare gli altri caratteri plückeriani della curva.

5. — La rigata T, che ha per generatrici le tangenti di F appoggiate ad L ed R, ha in queste rette le multiplicità $m'(2m+m'-3)$ ed $m(m+2m'-3)$ risp., ed è di grado

$$m'(2m+m'-3)+m(m+2m'-3)$$
$$=(m+m')^2+2mm'-3(m+m').$$

Essa tocca F lungo Γ, e la taglia, ulteriormente ed all'infuori di R, in una curva Σ di ordine

$$m[3mm'(m+m')-6mm'-4(m+m')+6].$$

Questa ha per imagine la curva Σ', luogo dei punti dove

(*) *Nouvelle démonstration de théorèmes sur des séries de points correspondants sur deux courbes* (Math. Ann., Bd. III, pag. 150).

si tagliano le curve fra loro tangenti dei fasci Φ e Φ': *l'ordine di* Σ' *è dunque*

$$3mm'(m+m') - 6mm' - 4(m+m') + 6.$$

Le curve Γ e Σ passano entrambe per ciascuna delle m^2 intersezioni di F con L, e per ciascuno degli m'^2 punti di cui si è detto alla fine del n. 1: la Γ passa semplicemente per tutti i punti nominati, mentre Σ, per le (3) e (6), ha in ognuno dei primi la multiplicità $m'(2m+m'-3)-2$, ed in ognuno degli altri la multiplicità $m(m+2m'-3)-2$. Pertanto Γ' *passa semplicemente per tutti i punti base dei fasci* Φ *e* Φ', *mentre* Σ' *ha in essi risp. le multiplicità ora indicate* (*).

Per la rigata T, le tangenti doppie e le tangenti principali di F appoggiate ad L ed R sono generatrici risp. doppie e stazionarie: oltre ad esse ed alle rette L, R, la rigata non possiede altre linee multiple, com'è facile riconoscere uguagliando il genere di una sezione piana generica di T a quello della stessa T, il quale, manifestamente, è uguale a quello della curva Γ, che si è determinato nel n. precedente.

Ne segue, passando senz'altro al piano Π, che *la curva* Σ' *ha un nodo in ogni punto di secamento di due curve dei fasci dati che abbiano fra loro un doppio contatto, ed ha una cuspide in ogni punto di secamento di due curve fra loro osculatrici dei fasci stessi.* — Inoltre *le curve* Γ' *e* Σ' *si tagliano, oltre che nei punti base dei due fasci, nei punti in cui si toccano due curve di tali fasci che abbiano fra loro un doppio contatto, e si toccano in ciascuno dei punti in cui si osculano due curve dei fasci stessi.*

Si può dimostrare rigorosamente che Σ' non ha, all'infuori di quelli ora enumerati, altri punti multipli, con metodo analogo a quello del n. precedente: basta per questo considerare la corrispondenza $[1, m'(2m+m'-3)(mm'-2)]$ che, per la (3), viene stabilita fra i punti di L e di Σ dalle tangenti

---

(*) Tutto questo si può vedere anche colla considerazione diretta dei fasci Φ e Φ', ricorrendo al noto teorema, che una curva d'ordine p è toccata da $p(p+2q-3)$ curve di un fascio d'ordine q (v. Steiner, *l. c.*, pag. 6, e gli altri autori citati in principio).

di F appoggiate a L ed R, cioè dalle generatrici di T. I punti di L, tali che due dei loro corrispondenti coincidano, sono:

1) i punti d'incontro di L colle tangenti doppie di F appoggiate ad L ed R: il loro numero è espresso dalla (9), e ciascuno di essi deve contarsi due volte;

2) i punti d'incontro di L colle tangenti principali di F appoggiate ad L ed R, ciascuno contato $m\,m' - 2$ volte;

3) le m^2 intersezioni di L con F, ciascuna contata $m\,m' - 2$ volte;

4) i $3\,(m' - 1)^2$ punti d'incontro di L coi piani passanti per R e tangenti ad F in un punto esterno ad R, ciascuno contato $m\,m' - 2$ volte.

Chiamando quindi p_1 il genere di (Σ cioè di) Σ', la formola già usata di Zeuthen dà:

$$\begin{aligned} &2\,(p_1 - 1) + 2m'\,(m' + 2m - 3)\,(mm' - 2) \\ &= 2\,\{\,mm'\,[2\,(m + m')^2 - 9\,(m + m') + mm' + 1] \\ &\qquad - 6\,(m + m' - 1)\,(m + m' - 4)\,\} \\ &+ 3\,[(m + m')\,(m + m' - 6) + 2mm' + 5]\,(mm' - 2) \\ &\qquad + m^2\,(mm' - 2) + 3\,(m' - 1)^2\,(mm' - 2), \end{aligned}$$

da cui si deduce:

$$\begin{aligned} p_1 = 2\,(m + m' - 4)\,\{\,(m + m')\,(2mm' - 5) - mm' + 4\,\} \\ + mm'\,(mm' + 2) - 9, \end{aligned}$$

come appunto si ricava dalle formole di Plücker quando si attribuiscano alla curva Σ', come luogo, i soli caratteri sopra indicati.

6. — Non è senza interesse riavvicinare i nostri risultati a quelli stabiliti in generale dallo Zeuthen (*) per una qualunque

---

(*) *Recherche des singularités qui ont rapport à une droite multiple d'une surface* (Math. Ann., Bd. IV, pag. 1). — V. anche le osservazioni dello stesso A. nella *Note sur la théorie de surfaces réciproques*, a pag. 633 dello stesso volume dei *Math. Ann.*

superficie algebrica dotata di una retta multipla. Si trova senza difficoltà (in parte direttamente, come implicitamente si è fatto nel corso di questa Nota, ed in parte adoperando le relazioni che trovansi a pag. 16 di quel lavoro) che i simboli di ZEUTHEN hanno, per la nostra superficie F, i seguenti valori:

$$\bar{d} = \bar{d'} = \overline{2j} = \overline{2j'} = \overline{3j} = \overline{3j'} = 0,$$

$$\bar{i} = 0,$$

$$a = 3m(m-1),$$

$$b = \frac{1}{2} m(m-1)(m^2+m-3), \qquad b' = \frac{3}{2}(m-1)(m-2)(3m^2 - 3m - 11),$$

$$c = 0, \qquad c' = 12(m-1)(m-2),$$

$$n = m^2, \qquad n' = 3(m-1)^2,$$

$$\bar{n} = m(m-m'), \qquad \overline{n'} = m'(m-m'),$$

$$\kappa = 3(m-1)(4m-5), \qquad \kappa' = 3m(2m-3),$$

$$\delta = \frac{3}{2}(m-1)[(m-1)(3m^2 - 14)+2], \qquad \delta' = \frac{1}{2} m[(m-2)(9m^2-13)+4],$$

$$\bar{\beta} = 0, \qquad \bar{\beta'} = m(m-3) - m'(m'-3),$$

$$\bar{j} = 3m(m-1) + m'(m' - 4m + 3), \qquad \bar{j'} = 0,$$

$$\bar{t} = m'^2, \qquad \bar{t'} = 3(m'-1)^2,$$

$$\bar{f} = (m-m')[mm'(m-m') - \frac{1}{2}(m+m'-1) - m + 1].$$

Introducendo queste espressioni nelle formole date dallo ZEUTHEN a pag. 15 del l. c., si possono avere conferme di alcune delle proprietà precedenti.

Intorno ad un carattere delle superficie e delle varietà superiori algebriche;

Nota del Socio CORRADO SEGRE.

1. Fra le definizioni note del *genere di una curva algebrica* ve n'è una, di speciale importanza, che qui conviene ricordare (*).

Sia γ la curva (irriducibile), e su essa consideriamo le *serie lineari* (∞^1) *di gruppi di punti*, chiamando così ogni serie di gruppi di punti variabili che possa esser segata su γ da un fascio di superficie algebriche (se si è nello spazio ordinario; se no, da un fascio di M_{r-1} in S_r). Per una tal serie diciamo n l'*ordine,* cioè il numero dei punti di un gruppo generico, e ν il numero dei *punti doppi,* cioè delle coincidenze di due punti di uno stesso gruppo (in un sol elemento o punto dell'*ente algebrico* rappresentato da γ). Diciamo n' e ν' i caratteri analoghi per un'altra serie lineare. Si dimostra allora (applicando il principio di corrispondenza a quella corrispondenza fra i gruppi di una stessa serie, in cui si corrispondono due gruppi, quando contengono rispettivamente due punti di uno stesso gruppo dell'altra serie; e poi scrivendo l'equazione analoga, e confrontando) che

$$\nu - 2n = \nu' - 2n'.$$

Il numero

$$\frac{\nu}{2} - n + 1,$$

che così risulta indipendente dalla serie lineare a cui si riferisce,

(*) Cfr., per l'ordine d'idee a cui essa si riferisce e per alcune applicazioni a cui essa si presta facilmente la mia *Introduzione alla Geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito* (Annali di matematica (2) 22, 1894).

può definirsi come *genere* della curva γ. Chiamandolo p si avrà

$$\nu = 2n + 2p - 2$$

pel numero dei punti doppi di una serie lineare qualunque, il cui ordine sia n, sulla γ.

Ricordiamo pure che se un punto di γ è s—plo per un gruppo di una serie lineare ($s>2$), esso va considerato come equivalente ad $s-1$ punti doppi.

2. Sopra una superficie algebrica F consideriamo un *fascio di curve* (irriducibili), cioè l'insieme delle curve γ intersezioni variabili di F con un fascio di superficie algebriche (o di M_{r-1} se si è in S_r). Diciamo p il *genere del fascio,* cioè di una γ generica; σ il numero dei *punti base* (a tangenti variabili (*)) del fascio; δ il numero dei *punti doppi di curve del fascio* che cadono fuori dei punti base e fuori dei luoghi (eventuali) di punti multipli delle curve generiche del fascio (**). Ci proponiamo di cercare una funzione di p, σ, δ, che non muti al mutare del fascio γ su F, cioè che non muti sostituendo a quei tre numeri gli analoghi p', σ', δ' relativi ad un altro fascio di curve, γ', della stessa superficie. A tal fine è chiaro che, per semplificare, si può supporre che i due fasci γ, γ' siano *indipendenti* fra loro, e quindi senza punti base comuni, ecc. Inoltre si può supporre che le γ e le γ' si taglino in un numero di punti $m \geq 2$. Si potrà quindi considerare la curva T luogo dei punti di contatto delle γ con le γ'. Noi determineremo il genere π di T ricorrendo alle due

---

(*) Si vedrà dal seguito fino a qual punto questa restrizione e quella dell'irriducibilità delle curve, non che altre che supporremo relative alle superficie e varietà da considerare, sian necessarie.

Non sarà forse inutile avvertire che le cose contenute in questa Nota hanno un'origine didattica (mentre d'altra parte si collegano alla mia citata *Introduzione*): esse datano dal 1893, e furono esposte, per quel che riguarda le superficie e tolto solo qualche particolare secondario, nelle mie Lezioni del 1893-94, con speciali applicazioni alle superficie razionali ed ai sistemi lineari di curve piane.

(**) È un luogo sì fatto la linea multipla di F, se il fascio di superficie che stacca le γ non l'ha per linea base. Il numero δ si riferisce a punti situati fuori di quella linea (almeno in generale; cfr. il seguito).

serie lineari che su T sono staccate dai due fasci γ, γ'; e confrontando le due determinazioni otterremo la relazione cercata.

Su una γ generica il fascio γ' sega una serie lineare d'ordine m, che avrà (n. 1)

$$N = 2m + 2p - 2$$

punti doppi: tanti saranno dunque i punti *variabili* del luogo T, che stanno sulla γ generica. Al variare della γ quel gruppo di punti descriverà su T una serie lineare, che indicherò con g, d'ordine N. Similmente su una γ' generica si hanno

$$N' = 2m + 2p' - 2$$

punti variabili di T: e ne deriva su questa curva una seconda serie lineare, che dirò g', il cui ordine sarà N'. — Cerchiamo i punti doppi di queste serie, ad esempio della g.

3. Anzitutto se su una γ coincidono due degli N punti suddetti in un punto che non sia nè singolare per la γ, nè punto base per le γ', nel punto stesso dovrà (v. la fine del n. 1) esservi un *contatto tripunto* della γ con una γ'. Diciamo τ il numero dei punti di F, in cui vi è contatto tripunto fra una γ ed una γ': essi daranno altrettanti punti doppi della g. Si vede che se una γ ha un contatto s — punto con una γ', coincidono $s - 1$ suoi punti d'incontro con T, e quindi coincidono $s - 2$ punti doppi della g: il contatto s — punto influirà per $s - 2$ unità nel numero τ dei contatti tripunti.

In secondo luogo se una γ ha un punto doppio A, che non sia nè in un punto base, nè su un luogo di punti doppi del fascio, vale a dire se la γ ha uno dei δ punti doppi su nominati, il suo genere si ridurrà a $p - 1$; e quindi pel n. 1 le γ' propriamente tangenti alla γ si ridurranno a sole $N - 2$, cioè la γ' che passa per A assorbirà due delle N γ' tangenti a γ. Segue che i δ punti doppi di curve γ sono punti doppi per la serie lineare g di T. — Si osservi però che se A fosse in particolare una *cuspide* (ordinaria) per la γ, allora la γ' per A sarebbe da contare fra le dette $N - 2$ curve γ' tangenti alla γ; e quindi A sarebbe non solo doppio, ma triplo per la serie g di T, ossia

influirebbe per 2 unità nel numero δ. — Se poi A è per la γ un punto s — plo ordinario, che diminuisce il genere p di $\frac{s(s-1)}{2}$ unità, segue ancora dal n. 1 che fuori di A cadono $N - s(s-1)$ punti variabili del luogo T, sicchè A equivale ad $s(s-1)$ intersezioni della γ e di T. Ora poichè la γ ha s rami distinti passanti per A, si può concludere che A sarà $(s-1)$ — plo per T e con tangenti diverse da quelle della γ. Ammesso poi che i rami completi di T passanti per quel punto sian tutti distinti, essi saranno $s-1$ e su ognuno di essi la γ sega A come punto s — plo della serie lineare g. Onde in A cadono $s-1$ punti s — pli di questa serie, il che equivale ad $(s-1)^2$ punti doppi. Il punto A influisce dunque per $(s-1)^2$ unità sul numero δ.

In terzo luogo consideriamo un punto B′ che sia punto base s'—plo ($s' \geq 1$) pel fascio γ'. Sulla γ che passa per esso la serie staccata dalle γ' avrà solo più $m - s'$ punti variabili, e quindi fuori di B′ avrà solo $N - 2s'$ punti doppi: in B′ cadranno $2s'$ intersezioni della γ col luogo T. Per determinare la multiplicità di B′ per questo luogo, osserviamo che nel fascio γ' vi sono in generale $2s' - 2$ curve, per le quali coincidono due delle s' tangenti in B′, ossia per le quali B′ diventa un punto di diramazione (su un ciclo o ramo completo di 2° ordine). Se su una di queste particolari γ' si considera la serie segata dal fascio γ, si vede che essa avrà B′ per punto doppio; sicchè quando una γ' generica viene a cadere in quella, delle N′ sue intersezioni variabili con T una viene in B′. Dunque ognuna delle $2s' - 2$ curve γ' nominate è tangente in B′ a T. L'unica curva ulteriore del fascio γ' che riesca tangente a T in B′ si vede similmente esser quella che tocca in B′ la γ passante per questo punto. Siccome poi, come dicemmo, questa γ ha con T un incontro $(2s')$ — punto in B′, così concludiamo che B′ è multiplo secondo $2s' - 1$ per T, e che dei $2s' - 1$ rami completi di questa curva i quali passano per B′ uno solo è tangente (semplicemente) alla γ. Dunque in B′ cade *un solo* punto doppio della serie g segata su T dal fascio γ (*). — Da questo ragionamento risulta pure che,

(*) Ciò non varrebbe più se il fascio γ' avesse in B′ *tutte le s′ tangenti fisse*, cioè se nel detto fascio vi fosse una γ' che avesse in B′ multiplicità $s' + 1$. Allora facendo le necessarie modificazioni al ragionamento prece-

mentre i σ' punti base del fascio γ' dànno altrettanti punti doppi della serie g su T, i punti base del fascio γ *non sono* punti doppi di questa serie.

4. Applicando ora la formola del n. 1 ai punti doppi che abbiamo enumerati della serie g d'ordine N, sulla curva T di genere π, abbiamo

$$\tau + \delta + \sigma' = 2N + 2\pi - 2,$$

ossia

$$\tau + \delta + \sigma' = 4m + 2\pi + 4p - 6. \tag{1}$$

Similmente dalla serie g' d'ordine N' si avrà:

$$\tau + \delta' + \sigma = 4m + 2\pi + 4p' - 6. \tag{2}$$

Sottraendo membro a membro queste due formole si ha

$$\delta - \sigma - 4p = \delta' - \sigma' - 4p', \tag{3}$$

che è la relazione cercata. Essa dice che *su una data superficie il numero dei punti doppi staccati di curve di un fascio diminuito del numero dei punti base di questo fascio e di 4 volte il genere di questo dà un numero che non muta se si cambia il fascio di curve, e costituisce quindi un carattere proprio della superficie* (*).

---

dente si vede che T verrebbe ad avere in generale in B' multiplicità $2s'$ senza alcun contatto (proprio od improprio) con la γ passante per quel punto: sicchè B' *non sarebbe più* punto doppio per la serie g di T.

(*) La proposizione si estende anche a casi che non abbiamo considerati. Così se il fascio γ' ammette un punto base semplice B' *con la tangente fissa*, questo dovrebb'essere sottratto dal numero complessivo σ' nella relazione (1): v. la nota preced^e^. D'altra parte tenendo conto che B' viene ad essere punto doppio per una γ' ed anche per T, si scorge tosto che esso dovrebb'esser tolto dal numero dei punti doppi della serie g' di T cioè dal 1° membro della (2), ossia da δ'. Segue, passando alla (3), che questa rimane valida tal quale, purchè il punto B' non si computi nè nel numero σ' dei punti base, nè nel numero δ' dei punti doppi del fascio γ', oppure purchè si conti una volta in ciascuno di quei due numeri (od anche per 2 unità in entrambi i numeri, come da ragioni di limite si sarebbe indotti a fare).

Chiamando P questo *carattere della superficie*, potremo dire che un fascio di curve tracciato su questa, del genere p, con σ punti base, ha un numero di punti doppi staccati espresso da

$$\delta = \sigma + 4p + P: \tag{4}$$

in altre parole questo sarà il *numero delle superficie tangenti alla superficie data, in un fascio di superficie la cui intersezione variabile con questa abbia il genere p ed abbia σ punti fissi (semplici o multipli).*

Dal precedente n. 3 risulta pure che un punto il quale sia s—plo (staccato) per una curva del fascio va contato come equivalente ad $(s-1)^2$ punti doppi. — Se la superficie F ha un punto s—plo staccato A e si applicano le cose esposte nei n^i 2, 3 a due fasci di curve γ, γ' ottenuti con fasci di superficie non passanti per A, questo punto sarà s—plo tanto per una γ quanto per una γ': e l'influenza che esso avrà sui numeri δ, δ' delle relazioni (1), (2) scomparirà nella sottrazione, cioè nel passaggio alla relazione (3). Si può quindi fissarla, in questo caso, anche diversa da $(s-1)^2$. Conviene assumere (*) che nella definizione del carattere P di una superficie un punto s—plo staccato ordinario di questa conti come $s-1$ punti di contatto ordinario con le superficie di un fascio, del quale il punto stesso non sia punto base.

5. Se della superficie F si chiamano n l'ordine, ν la classe, p il genere delle sue sezioni piane, e si applica la definizione del carattere P ad un fascio generico di sezioni piane, si ha

$$P = \nu - n - 4p. \tag{5}$$

Se si chiama r il rango della superficie, e c l'ordine della sua linea cuspidale, sicchè $r + c = 2n + 2p - 2$, si avrà, eliminando p:

$$P = \nu - 2r + 3n - 2c - 4. \tag{6}$$

Tanto in questa formola, quanto nella (5), secondo la conven-

(*) Cfr., ad esempio, la nota seguente.

zione fatta, si aggiungerà $(s-1)$ al 2° membro per ogni punto s—plo staccato ordinario che la superficie avesse (*).

Nella (6) si riconosce un'espressione già incontrata dal signor ZEUTHEN nella ricerca fondamentale di caratteri della superficie invariabili per trasformazioni birazionali (**). La stessa espressione fu poi considerata di nuovo dal signor NOETHER (***); indicando con p e $\mathrm{p}^{(1)}$ rispettivamente quei numeri che egli chiama *Flächengeschlecht* e *Curvengeschlecht* della superficie F, quest'ultimo scienziato trova che l'espressione (6) di P equivale a

$$12\mathrm{p} - \mathrm{p}^{(1)} + 9,$$

almeno se si fanno opportune riserve relativamente alle singolarità di F. Su ciò, e su qualche raffronto che si potrebbe fare tra il ragionamento che ci ha condotti al carattere P ed i ragionamenti di quei due illustri scienziati, per brevità non mi trattengo.

Osserverò invece come dalla (5) risulti che *per una superficie generale d'ordine n è*

$$\mathrm{P} = (n-2)(n^2 - 2n + 2);$$

per una rigata sghemba di qualunque ordine e di genere p è

$$\mathrm{P} = -4p;$$

(*) Qui si può già vedere l'opportunità della detta convenzione in ciò che essa permette di applicare la definizione del carattere P anche ricorrendo ad un fascio di curve di cui quel punto s—plo sia punto base. Consideriamo in fatti un fascio di sezioni piane passanti per questo: il suo genere sarà $p - \frac{s(s-1)}{2}$, il numero dei suoi punti base $n - s + 1$, il numero dei suoi punti doppi fuori di questi $\nu - 2s(s-1)$; per conseguenza l'espressione $\delta - \sigma - 4p$ del n° preced.° diventa pel fascio attuale $\nu - n - 4p + (s-1)$.

(**) V. ad esempio il n. 24 delle *Études géométriques de quelques-unes des propriétés de deux surfaces dont les points se correspondent un-à-un.* Math. Annalen, t. IV (1871).

(***) *Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde* (2er Aufsatz). Math. Ann., t. VIII (1874).

ecc., ecc. — Applicando questi risultati al problema dei contatti della superficie data con superficie di un fascio si ha ad esempio: *in un fascio di superficie d'ordine* μ *vi sono in generale* $n\mu^2 + 4(\pi - p)$ *superficie tangenti ad una data rigata sghemba d'ordine* n *e genere* p, *se* π *è il genere della curva d'intersezione della superficie generica del fascio con la rigata;* ecc., ecc.

Nel caso che la superficie data sia un piano, si vede che il suo carattere sarà $P = -1$. Si ritrova così la nota proposizione: *in un fascio di curve piane di genere* p, *con* σ *punti base, vi sono in generale*

$$\sigma + 4p - 1$$

curve dotate di punti doppi fuori dei punti base (*).

6. Quando di una superficie si sia calcolato il carattere P, introducendolo mediante la formola (4) del n. 4 nella (1), questa diventa

$$(7) \qquad \tau - 2\pi = 4m - (\sigma + \sigma') - 6 - P.$$

Questa relazione permette di calcolare τ, cioè il *numero delle coppie di curve dei due fasci con contatto tripunto,* quando si sappia determinare il genere π della curva T. — Ad esempio, *se si è nel piano,* e se si conoscono anche gli ordini n, n' dei due fasci di curve γ e γ', π si può avere subito. Dal ragionamento

---

(*) Il sig. Cremona nello scritto *Sopra alcune questioni nella teoria delle curve piane* (Annali di mat., t. VI, 1864) determinò il numero dei punti doppi di un fascio di curve piane, fuori dei punti base, in molti casi; tra cui quello nel quale i punti base siano di multiplicità qualunque, con le tangenti variabili. Introducendo nella formola del Cremona il genere, il Caporali la mise nella forma sopra scritta: v. il n. 13 della Memoria *Sopra i sistemi lineari triplamente infiniti di curve algebriche piane* (Collect. mathem. in mem. Chelini, 1881). — Il sig. Guccia ha poi trattato la stessa questione nelle sue *Lezioni di Geometria superiore* (litogr., Palermo, 1890), e per singolarità superiori del fascio di curve piane nel § 8 delle sue *Ricerche sui sistemi lineari di curve algebriche piane, dotati di singolarità ordinarie*, Mem. II (Rendiconti del Circolo mat.° di Palermo, t. IX, 1895).

del n. 3 segue infatti che le sole multiplicità di T si hanno in generale nei punti base dei due fasci, e precisamente in un punto base s — plo la multiplicità $2s - 1$: contando gl'incontri di T con una curva generica di un fascio si trae che l'ordine di T è $2n + 2n' - 3$; e poi basandosi su questo e sulle dette multiplicità di T si calcola subito:

$$\pi = 4nn' + 6(p + p') - (\sigma + \sigma') - 2.$$

Sostituendo nella (7) in cui si ponga $P = -1$ ed $m = nn'$, si ha

$$\tau = 12(nn' + p + p') - 3(\sigma + \sigma') - 9$$

come *numero dei contatti tripunti tra curve di ordini* n, n′ *e generi* p, p′ *di due fasci di curve piane con* σ, σ' *punti base ordinari* (*).

Si può aggiungere a queste formole un' altra relativa al *numero* d *delle coppie di curve dei due fasci che hanno fra loro doppio contatto.* Una coppia di punti di contatto fra una γ ed una γ' costituisce sulla curva ausiliaria T una coppia comune alle due serie lineari d' ordini N, N′ considerate al n. 2. Però fra le coppie comuni a queste due serie vi sono anche quelle costituite da due punti coincidenti, provenienti dalle coppie di curve γ, γ' aventi contatto tripunto. Quindi, applicando la nota formola (**) relativa alle coppie comuni a due serie lineari (∞^1) sopra un ente di genere π, avremo

$$d + \tau = (N - 1)(N' - 1) - \pi,$$

ossia

(*) Nel caso di due fasci *generali* degli ordini n, n' quella formola si riduce ad una data da Steiner alla fine della sua Nota *Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Curven* (Berliner Berichte 1848; Werke II, p. 495). Cfr. anche la Nota del sig. Berzolari *Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto, oppure si osculano:* Nota che presento all'Accademia con questa mia, e che mi ha eccitato a riprendere, per pubblicarle, le cose qui esposte, e preparate, come dissi (v. nota al n. 2), alcuni anni addietro.

(**) Cfr., ad esempio, la mia citata *Introduzione*, n. 35.

$$(8) \qquad d + \tau + \pi = (2m + 2p - 3)\,(2m + 2p' - 3).$$

Questa formola si può unire con la (7); e si può, ad esempio, eliminare da esse π oppure τ. — *Se si è nel piano* si può senz'altro porre nella (8) per π e per τ i valori dianzi calcolati, e così si ottiene pel *numero dei doppi contatti tra curve di ordini* n, n′ *e generi* p, p′ *di due fasci di curve piane con* σ, σ' *punti base ordinari* l'espressione (*)

$$d = 4\,[n^2 n'^2 + (nn' - 6)\,(p + p') + pp' - 7nn' + \sigma + \sigma' + 5].$$

7. Nel n. 5 abbiamo citato le ricerche dei sig^i Noether e Zeuthen relative a caratteri di una superficie invariabili per trasformazioni birazionali di questa. Considerando il carattere P da questo punto di vista facciamo alcune brevi osservazioni (**).

Se fra i punti di due superficie algebriche ha luogo una corrispondenza birazionale *priva di punti fondamentali* su entrambe le superficie, cioè di punti a cui corrispondano linee, allora ad un fascio di curve dell'una corrisponderà sull'altra un fascio di curve, dello stesso genere, con lo stesso numero di punti base, con lo stesso numero di punti doppi staccati. Quindi le due superficie avranno lo stesso carattere P. — Si sa che il Clebsch (***) ha proposto di distinguere le superficie algebriche in *tipi,* chiamando " di uno stesso tipo „ due superficie quando si possono riferire tra loro biunivocamente nel modo detto. Adottando quella distinzione potremo dire che: *per le superficie di uno stesso tipo il carattere* P *ha lo stesso valore.*

Abbiasi ora, più in generale, una corrispondenza birazio-

(*) V. pel caso di due fasci *generali* di ordini n, n' la citata Nota del sig. Berzolari.

(**) Per maggior semplicità considero superficie che non abbiano punti multipli staccati: sebbene l'esistenza di tali punti non produrrebbe difficoltà essenziali; ed inoltre, applicando le osservazioni che faremo a superficie dotate di punti multipli staccati si avrebbe una nuova prova dell'opportunità della convenzione fatta su quei punti alla fine del n. 4.

(***) *Ueber die geradlinigen Flächen vom Geschlechte* p = 0 (Math. Ann., t. V). V. il § 8.

nale tra due superficie F, F_1, tale che su queste vi siano rispettivamente i, i_1 *punti fondamentali;* sicchè su F_1, F avremo rispettivamente i, i_1 *linee fondamentali* corrispondenti a quei punti. Consideriamo in F un fascio di curve, staccato mediante un fascio di superficie in posizione generale rispetto ai punti e linee fondamentali di F: sia p il suo genere, σ il numero dei suoi punti base, δ il numero dei suoi punti doppi (staccati) fuori di questi. Gli corrisponderà su F_1 un fascio di curve dello stesso genere p, del quale dirò σ_1 il numero dei punti base e δ_1 il numero dei punti doppi staccati. Al fatto che le linee del 1° fascio incontrano ogni linea fondamentale di F corrisponderà il passare di tutte le linee del 2° fascio per ciascun punto fondamentale di F_1; onde $\sigma_1 = \sigma + i_1$. Quanto ai δ_1 punti doppi del 2° fascio, parte corrisponderanno ai δ punti doppi del 1° fascio; e gli altri agli i punti fondamentali di F, giacchè una curva del 1° fascio che passi per uno di questi punti fondamentali ha per corrispondente su F_1 una curva che contiene come parte la linea fondamentale omologa, e precisamente in modo che l'altra componente incontra questa linea fondamentale, fuori dei punti fondamentali, in *un* sol punto, corrispondente ad *una* direzione uscente dal punto fondamentale di F (*). Si ha dunque: $\delta_1 = \delta + i$. Chiamando ora P e P_1 i caratteri di F, F_1, e calcolandoli (n. 4) rispettivamente coi due fasci considerati, abbiamo

$$P_1 - P = i - i_1. \tag{9}$$

Dunque: *quando tra due superficie algebriche ha luogo una corrispondenza birazionale con soli punti fondamentali ordinari, la differenza fra il numero dei punti fondamentali che stanno sulle due superficie è uguale e opposta alla differenza tra i caratteri di queste.* In particolare *se la corrispondenza ha luogo tra i punti di due superficie coincidenti, il numero dei punti fondamentali sarà lo stesso per entrambe* (**).

(*) È facile vedere che l'esistenza, in questo caso, di curve riducibili non toglie di applicare le cose esposte prima, sebbene le curve siffatte fossero escluse.

(**) Merita di esser ricordato che questa proposizione, pel caso di due

Possiamo enunciare queste proposizioni anche in altro modo, riferendole ai sistemi lineari di curve che sull'una superficie corrispondono alle sezioni piane (od iperpiane) dell'altra. Avremo: *un sistema lineare di curve tracciato su una superficie* F *e rappresentativo di un'altra superficie* F_1 *dà come eccesso del numero dei suoi punti fondamentali (supposti ordinari) sul numero delle sue linee fondamentali la differenza* $P_1 - P$ *tra i caratteri delle due superficie.* Per conseguenza se la superficie F si trasforma birazionalmente in se stessa, verrà trasformato il sistema lineare di curve in un altro sistema, il quale potrà avere altri numeri di punti e di linee fondamentali, ma conserverà invariato l'eccesso dell'un numero sull' altro, giacchè non muteranno i due caratteri P, P_1. In particolare se si tratta di un sistema lineare di curve piane, vediamo che il detto eccesso è invariabile per trasformazioni birazionali del piano e ne troviamo una spiegazione nel fatto che esso diminuito di 1 dà il carattere P_1 della superficie che è rappresentata da quel sistema lineare. —

Le cose ora esposte si potevano anche derivare dalle Mem^e citate, e più specialmente da quella del sig. Noether (cfr. ad es^o il § 6 della detta Mem^a). Si osservi, a questo riguardo, che il numero $P + i$, somma del carattere della superficie F col numero dei suoi punti fondamentali, è uguale al numero analogo relativo alla superficie F_1. E si noti pure che l'esistenza su F_1, ad esempio, di punti fondamentali non sarà possibile se su F non esistono di quelle linee che il sig. Noether medesimo ha chiamato " *ausgezeichnete* ". — D' altra parte è ben noto che dell' *eccesso* su nominato, per un sistema lineare *qualunque* di curve piane, si occupò molto estesamente, specialmente per la sua invariantività, il sig. Jung nei suoi lavori sui sistemi lineari di curve piane (*).

---

piani, fu dimostrata dal Cremona appunto con la considerazione del numero dei punti doppi delle curve del fascio che sopra l'un piano corrisponde ad un fascio di rette dell'altro (*Sulle trasformazioni geometriche delle figure piane*, Mem. 2^a, § 5 : Mem. Accad. Bologna (2) V, 1865).

(*) *Ricerche sui sistemi lineari di curve piane algebriche*, ecc. (Annali di mat. (2), 15 e 16 (1888, 1889)). — *Sull'eccesso degli elementi fondamentali di un sistema lineare* (Rend. Ist. Lomb. (2), 21 (1888)). — V. anche: *Sul numero delle curve degeneri contenute in un fascio* (ibid.).

8. Passiamo ora a fare, brevemente, in modo pienamente analogo a quello tenuto ai n^i 1, 2, ecc. pei caratteri p e P delle curve e superficie, la ricerca di un analogo carattere relativo alle varietà algebriche a tre dimensioni.

Sopra una M_3 abbiansi due fasci (tra loro indipendenti) di superficie F, F'. Diciamo P e P' i caratteri delle superficie generiche dei due fasci; ρ il genere della curva d'intersezione; p e p' i generi delle curve γ e γ' basi dei due fasci (*semplici o multiple*); σ e σ' i numeri dei punti d'intersezione di γ' con una F, e di γ con una F'. Consideriamo poi la curva T, di genere π, luogo dei punti di contatto delle F con le F'. Su una F generica le superficie F' segano un fascio di curve di genere ρ, con σ punti base: il numero dei punti doppi che vi saranno fuori di questi, cioè il numero N dei punti d'incontro *variabili* della F col luogo T sarà (n. 4)

$$N = \sigma + 4\rho + P.$$

Ciò per altro esige modificazioni, se fra i punti di γ vi sono dei punti eccezionali, che influiscano in un modo speciale sul valore di P. Ci limiteremo, fra questi casi, a quello in cui γ sia una curva base *semplice* del fascio F, nella quale però vi sian punti base *multipli* ordinari. Se uno di questi punti è s — plo pel fascio F, la determinazione assunta per P è tale (v. la fine del n. 4) che il numero delle F' propriamente tangenti ad una F non è più $\sigma + 4\rho + P$, ma questo numero diminuito di $s - 1$. Estendendo la cosa a tutti i punti base multipli del fascio F, avremo in questo caso pel numero N il valore:

$$N = \sigma + 4\rho + P - \Sigma(s - 1).$$

Così il fascio F sega su T una serie lineare semplicemente infinita g il cui ordine N, a seconda dei casi detti, sarà dato dalla 1^a o dalla 2ª espressione. Similmente il fascio F' sega su T una serie lineare g' il cui ordine N' sarà dato da

$$N' = \sigma' + 4\rho + P'$$

in generale, cioè se sulla curva γ' non vi sono punti eccezionali;

nel caso che il fascio F′ abbia la curva base γ' semplice, ma abbia pure su γ' dei punti base multipli ordinari, la cui multiplicità in genere indichiamo con s', sarà invece:

$$N' = \sigma' + 4\rho + P' - \Sigma'(s' - 1).$$

Cerchiamo ora i punti doppi delle due serie lineari, ad esempio di g.

Anche qui, le coincidenze di due degli N punti doppi del fascio di curve che abbiam considerato sulla F potranno generalmente avvenire in tre modi diversi.

1° Senza abbassamento del carattere P o del numero dei punti base del detto fascio, pel fatto che in questo vi è una curva dotata di *cuspide,* fuori dei punti base (veggasi nel n. 3 l'osservazione relativa alle cuspidi). Diremo τ il numero dei *contatti stazionari* tra superficie F ed F′, cioè dei punti (non base) che sono cuspidi per curve comuni ad F ed F′.

2° Perchè la superficie F ha carattere minore di quello P delle F generiche. Noi ammettiamo che ciò avvenga solo per l'acquisto che la F faccia di un punto doppio. Allora su F il fascio di curve considerato ammetterà solo N — 2 punti doppi (staccati) fuori di quello: cioè in quello vi sarà una coincidenza di due degli N punti considerati su una F generica. Diremo δ il numero dei punti doppi di superficie del fascio F (staccati, cioè all'infuori dei punti base multipli e all'infuori dei luoghi di punti multipli della M_3).

3° Perchè s'abbassa il numero dei punti base del fascio di curve della F. In generale ciò accadrà per quelle F che son tangenti alla curva γ' base del fascio F′: il loro numero è (n. 1) $2\sigma + 2p' - 2$. Se γ' non ha punti multipli — sia poi essa curva base semplice oppure multipla pel fascio F′, — questo caso non potrà accadere in altro modo. Ma se γ' ha punti multipli, anche le superficie F che passano per questi dovranno esser considerate. Non stiamo ad esaminare completamente la cosa: limitiamoci al caso di cui già abbiam tenuto conto precedentemente che le F′ abbiano una linea base semplice e, su questa, dei punti base multipli; e consideriamo uno, B′, di questi punti e sia s' la sua multiplicità per le F′, sicchè i coni tangenti in esso a queste superficie formino un fascio generale d'ordine s'.

Si vede allora (analogamente al ragionamento fatto al n. 3, pel 3° caso) che la curva T passa in generale per B′ con $3(s'-1)^2$ rami tangenti alle generatrici doppie di coni del detto fascio e con altri $2s'-2$ rami tangenti alle generatrici di contatto di coni del fascio medesimo col piano tangente in B′ alla F che vi passa. D'altronde su questa F, pel fascio di curve d'intersezione con le F′, il numero σ dei punti base sarà diminuito di s'^2-1 ed il genere ρ di $\frac{s'(s'-1)}{2}$; sicchè degli N punti d'incontro variabili di T con la F il punto B′ ne assorbirà $(s'^2-1)+$ $+2s'(s'-1)$ ossia $3(s'-1)^2+2(2s'-2)$. Segue che i rami nominati di T sono tutti lineari, e che gli ultimi $2s'-2$ sono semplicemente toccati in B′ da quella F: sicchè in B′ cadranno $2s'-2$ punti doppi della serie g di T.

9. Applicando ora alla curva T di genere π, ed alla sua serie lineare g, della quale abbiamo enumerato i punti doppi, la formola del n. 1, avremo, nel detto caso speciale

$$\tau+\delta+(2\sigma+2p'-2)+2\Sigma'(s'-1)=2N+2\pi-2,$$

formola che rimarrà valida anche nel caso generale, se vi si sopprime il simbolo sommatorio che vi compare. — Con questa convenzione, e ponendovi per N il corrispondente valore, essa diventa

$$(10)\quad \tau-2\pi-8\rho+\delta-2P+2p'+2\Sigma(s-1)+2\Sigma'(s'-1)=0.$$

Analogamente sarà:

$$(11)\quad \tau-2\pi-8\rho+\delta'-2P'+2p+2\Sigma'(s'-1)+2\Sigma(s-1)=0.$$

Sottraendo membro a membro avremo, tanto nel caso generale, quanto nel detto caso speciale:

$$(12)\qquad \delta-2p-2P=\delta'-2p'-2P'.$$

Ossia: *su una data varietà a tre dimensioni il numero dei punti doppi staccati di superficie di un fascio, diminuito del doppio genere della curva base (semplice o multipla) e del doppio carattere*

delle superficie generiche dà un numero che non muta se si cambia il fascio di superficie, e costituisce quindi un carattere proprio della varietà a tre dimensioni (*).

Indicando con Π il *carattere* della M_3 che così abbiamo definito, sarà poi

$$\delta = 2p + 2P + \Pi; \tag{13}$$

questa formola determinerà il *numero delle superficie dotate di punti doppî staccati, in un fascio dato della* M_3, quando si conosca il genere p della curva base ed il carattere P della superficie generica del fascio.

10. Ad esempio, per lo spazio ordinario possiamo determinare il carattere Π mediante un fascio di piani: si ha così $\Pi = 2$. Ne segue che *nello spazio ordinario un fascio di superficie, di carattere* P, *con la curva base del genere* p, *ha in generale, fuori di questa curva*

$$2(P + p + 1) \tag{14}$$

punti doppi. — La curva base può esser semplice o multipla; e se è semplice può aver dei nodi, ed anche contenere dei punti base multipli pel fascio. — Se si tratta di un fascio *generale* di superficie d'ordine n, sicchè (n. 5) $P = (n-2)(n^2-2n+2)$, e $p = n^3 - 2n^2 + 1$, viene come numero di punti doppi $4(n-1)^3$: com'è ben noto. Se il fascio di superficie d'ordine n ha un punto base s — plo, questo abbassa il valore di P ora scritto di

(*) Oltre che nei casi esposti, questo teorema vale anche *se la curva base del fascio di superficie è semplice ma possiede (oltre ai punti base multipli già considerati del fascio di superficie) dei nodi suoi proprî,* purchè però in tal caso *si escludano dal computo dei punti doppi di superficie del fascio quelli precisamente che cadono in quei nodi della linea base.* Invero se nel ragionamento fatto (n. 8) si ammette che γ e γ' possano avere punti doppi, indicando con B′ un punto doppio di γ', sulla F che lo contiene si avrà una coincidenza di due delle N curve con punto doppio, in quella che è intersezione di F con la F′ avente punto doppio in B′. Ne viene poi che nella formola (10) si dovrà aggiungere al 1° membro il numero dei nodi di γ': e così nella (11) il numero dei nodi di γ. Quindi passando alla (12) questa rimarrà vera, purchè δ e δ' si diminuiscano rispettivamente dei punti doppi di γ e γ'.

$s(s-1)^2-(s-1)$, e quello di p di $s^2(s-1)$ (*); quindi l'espressione (14) ci fa vedere che l'abbassamento nel numero $4(n-1)^3$ dei punti doppi del fascio sarà di $2(s-1)^2\ (2s+1)$: risultato pure noto (**).

11. Si può domandare quale sia per una varietà qualunque M_r il *carattere* analogo a quelli che abbiamo introdotto per le superficie e per le varietà M_3. Chiameremo Π_r questo carattere: e lo supporremo definito per indici minori di r. Allora si consideri sulla M_r un fascio di varietà M_{r-1}, il cui carattere indichiamo con Π_{r-1}, e sia Π_{r-2} il carattere della M_{r-2} base e δ il numero dei punti doppi staccati di varietà del fascio: sarà, indipendentemente dal fascio considerato:

$$\Pi_r = \delta - 2\Pi_{r-1} - \Pi_{r-2}\,. \tag{15}$$

Conviene porre Π_0 uguale al numero dei punti a cui esso si riferisce, diminuito di 1; poi Π_1 uguale al *doppio del genere* della curva (ossia porre $\Pi_{-1}=0$). Dopo ciò risulta dalla (15) Π_2 uguale al carattere P della superficie *aumentato di* 1; e Π_3 uguale al carattere che avevamo chiamato Π della M_3 *diminuito di* 2. La determinazione così scelta è tale che, qualunque sia r, *il carattere* Π_r *s'annulla per la* M_r *lineare, cioè per uno spazio* S_r. —

Accenniamo ancora, terminando, che sarebbe utile in questo argomento considerare anche le *varietà riducibili*. Per quel che riguarda le curve si sa già come la nozione del genere si possa applicare alle curve riducibili: e non vi è difficoltà a determinare quali modificazioni occorrano in tutte le cose esposte quando per le curve che abbiamo incontrato si tolga la restrizione di essere irriducibili. Converrà fare la stessa determinazione per le superficie, ecc.

(*) Cremona, *Grundzüge einer allgem. Theorie der Oberflächen*, n. 119.

(**) Pieri, *Sopra alcuni problemi riguardanti i fasci di curve e di superficie algebriche* (Giornale di matem., t. 24 (1884)). — Cfr. anche, per questo e per un risultato più generale: Guccia, *Sur les points doubles d'un faisceau de surfaces algébriques* (Comptes rendus, avril 1895).

Sulle singolarità della jacobiana di quattro superficie;

Nota del Dott. ALBERTO LEVI.

Il prof. Gerbaldi in un suo lavoro (1) ha risolto la questione di determinare quando la jacobiana di tre curve piane abbia in un punto dato una multiplicità maggiore di una o due unità di quella generale. Nella mia dissertazione di laurea (luglio 1895), che sarà pubblicata per esteso altrove, mi sono proposto il problema analogo per la jacobiana di quattro superficie, cioè, *date quattro superficie* $F_1\, F_2\, F_3\, F_4$, *i cui ordini siano* $n_1\, n_2\, n_3\, n_4$, *e le cui multiplicità in un punto* 0 *siano* $r_1\, r_2\, r_3\, r_4$, *determinare in quali casi la jacobiana invece di avere in* 0 *la multiplicità generale* $r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 - 3$ *ha ivi la multiplicità* $r + 1$ *od* $r + 2$ (2).

Rendo qui noti i principali risultati da me trovati in questa ricerca.

Suppongo che si abbia

$$\frac{n_1}{r_1} \geq \frac{n_2}{r_2} > \frac{n_3}{r_3} \geq \frac{n_4}{r_4}$$

e considero i numeri

$$m_{ik} = n_i r_k - n_k r_i,$$

$$p_1 = r_2 r_3 r_4,\ p_2 = r_1 r_3 r_4,\ p_3 = r_1 r_2 r_4,\ p_4 = r_1 r_2 r_3.$$

(1) *Sulle singolarità della jacobiana di tre curve piane.* (Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 1894).

(2) La questione fu già in parte trattata, nel caso di una curva comune, dal De Paolis in un lavoro non pubblicato. I risultati, esatti, ma, a quanto pare, ottenuti con metodo non troppo sicuro, furono pubblicati dal Professore Segre nei Rendiconti Lincei, 1894, t. III, fasc. 7.

Occorre distinguere poi varî casi: se $m_{12} > 0$ considero le superficie dello stesso ordine ed aventi in 0 la stessa multiplicità:

$$M_1 = F_2^{m_{13}m_{14}},\ M_2 = F_1^{m_{23}m_{14}} F_3^{m_{12}m_{14}},\ M_3 = F_1^{m_{24}m_{13}} F_4^{m_{12}m_{13}} \text{ (1)};$$

se $m_{12} = 0$, ma $m_{34} > 0$ considero invece le superficie

$$N_1 = F_3^{m_{24}m_{14}},\ N_2 = F_4^{m_{23}m_{14}} F_2^{m_{34}m_{14}},\ N_3 = F_4^{m_{13}m_{23}} F_1^{m_{34}m_{24}};$$

se $m_{12} = m_{34} = 0$, considero le superficie

$$P_1 = F_1^{p_1} F_4^{p_4},\ P_2 = F_2^{p_2} F_3^{p_3},\ P_3 = F_2^{p_2} F_4^{p_4};$$

infine se le m_{ik} sono tutte nulle, considero le superficie

$$S_1 = F_1^{p_1},\quad S_2 = F_2^{p_2},\quad S_3 = F_3^{p_3},\quad S_4 = F_4^{p_4}.$$

Ciò posto la jacobiana delle superficie $F_1\ F_2\ F_3\ F_4$ avrà in 0 la multiplicità $r+1$ nei seguenti casi:

1° Se le multiplicità di 0 per le quattro superficie sono proporzionali ai loro ordini;

2° Se per 0 passano solo due delle quattro superficie;

3° Se $m_{12} > 0$, od $m_{34} > 0$, o $m_{12} = m_{34} = 0$, ed il jacobiano dei tre coni tangenti alle superficie $M_1\ M_2\ M_3$, od $N_1\ N_2\ N_3$, o $P_1\ P_2\ P_3$, secondo i casi, è identicamente nullo.

Il problema è quindi ridotto in questo caso a determinare quando si annulla identicamente il jacobiano di tre coni dello stesso ordine. Ora, valendosi di un noto teorema del prof. Bertini sui sistemi lineari di varietà riduttibili, si dimostra che, perchè ciò avvenga, *è necessario e sufficiente che i tre coni si compongano di una parte comune (che può anche mancare) e di coni di un fascio.*

Quindi nel 3° caso la condizione affinchè 0 sia $(r+1)$ — plo per la jacobiana potrà esprimersi più geometricamente, dicendo che i coni tangenti alle superficie M, od alle superficie N, od

---

(1) Indico con F^m la superficie F contata m volte,

alle P, secondo i casi, devono risultare di una parte comune e di coni di un fascio. Questo avverrà in particolare se i coni tangenti alle superficie $F_1 F_2 F_3 F_4$ sono composti mediante coni di un fascio, ed infine anche nel caso che questo fascio sia un fascio di piani. Questo, per esempio, è il caso che 0 sia un punto generico di una curva comune alle quattro superficie; poichè allora i coni tangenti a queste si spezzano in piani passanti tutti per la tangente in 0 alla curva: sicchè la multiplicità di ogni punto di questa curva per la jacobiana, come già aveva trovato il De Paolis, sarà $r+1=r_1+r_2+r_3+r_4-2$.

Supposta soddisfatta una delle precedenti condizioni, vi sarebbe luogo a determinare quando la multiplicità di 0 per la jacobiana sia almeno $r+2$.

Ho risolto la questione in due casi:

a) Quando i coni tangenti alle superficie $F_1 F_2 F_3 F_4$ si spezzino in piani di un fascio (caso di una curva comune). In questo caso la multiplicità di 0 per la jacobiana è in generale $r+1$: se $m_{12}>0$ sarà $r+2$ nei seguenti casi.

1° I gruppi di piani tangenti alla superficie $M_1 M_2 M_3$ coincidono.

2° Questi gruppi di piani fanno parte di un'involuzione semplicemente infinita, e quella superficie della rete $M_1 M_2 M_3$, che ha in 0 punto almeno $(R+1)$ — plo (R essendo la multiplicità comune in 0 delle $M_1 M_2 M_3$) ha in 0 un punto $(R+2)$ — plo, oppure ha in 0 un punto $(R+1)$ — plo, tale che il cono tangente ad essa si spezza esso pure in piani del fascio, a cui appartengono i coni tangenti alle quattro superficie date.

3° I gruppi di piani tangenti alle superficie della rete $M_1 M_2 M_3$ determinano un'involuzione doppiamente infinita, e l'insieme di tutte le rette passanti per 0, che incontrino in 0 almeno $R+2$ volte una superficie della rete ed appartengano ad un piano doppio per il gruppo di piani tangente a questa, o diventa indeterminato, o si riduce a $3R-1$ piani passanti per l'asse del fascio dei piani tangenti.

Se si avesse $m_{12}=0$, ma $m_{34}>0$, oppure $m_{12}=m_{34}=0$, basterebbe in quanto si è detto sostituire alle superficie $M_1 M_2 M_3$ le superficie $N_1 N_2 N_3$ nel primo caso e le superficie $P_1 P_2 P_3$ nel secondo.

Nel caso poi che per 0 passino solo due delle superficie, ad es. F_3 ed F_4, perchè la multiplicità di 0 per la jacobiana sia $r + 2 = r_3 + r_4 - 1$, dovrà essere soddisfatta una di queste due condizioni.

1° La retta intersezione dei piani polari di 0 rispetto alle superficie F_1 ed F_2 incontra la retta asse dei gruppi di piani tangenti in 0 alle superficie F_3 ed F_4.

2° I gruppi di piani tangenti alle superficie $F_3^{r_4}$ ed $F_4^{r_3}$ coincidono.

b) Quando le multiplicità di 0 per le quattro superficie sono proporzionali agli ordini. In questo caso pure (che comprende sotto di sè il caso che si tratti del comportarsi della jacobiana di un sistema lineare ∞^3 di superficie in un punto base), la multiplicità di 0 per la jacobiana è in generale $r + 1$; sarà $r + 2$ nei seguenti casi.

1° Quando i coni tangenti alle superficie S_1 S_2 S_3 S_4 sono composti di una parte comune e di coni di un fascio (e quindi o appartengono ad un fascio o determinano un sistema lineare di coni riduttibili): questo avviene in particolare se si tratta di una curva comune alle quattro superficie; sicchè si ha questo teorema: *Una curva base* s — pla *di un sistema lineare* ∞^3 *di superficie ha almeno la multiplicità* 4s — 1 *per la jacobiana.*

2° Quando i coni tangenti alle superficie S_1 S_2 S_3 S_4 determinano una rete di coni che non si spezzano in parti variabili, e quella superficie del sistema lineare ∞^3 determinato da S_1 S_2 S_3 S_4, che ha in 0 punto più che s — plo, ha in 0 un punto almeno $s + 2$ — plo.

In particolare, in un punto base semplice di un sistema lineare ∞^3 di superficie, in cui i piani tangenti non formano fascio, essi determinano una rete, e quindi il punto sarà triplo per la jacobiana del dato sistema solo quando in questo esiste una superficie che abbia in 0 punto triplo.

3° Quando i coni tangenti alle superficie S_1 S_2 S_3 S_4 determinano un sistema ∞^3 di coni che non si spezzino in parti variabili, ed ogni superficie del sistema, il cui cono tangente in 0 ammette una retta doppia, è incontrata da questa retta almeno $s + 2$ volte.

Da questi risultati si possono facilmente dedurre tutti i casi in cui la jacobiana di un sistema lineare ha punto doppio o

punto triplo, senza che occorra determinare in generale quando la multiplicità di 0 per la jacobiana sia $r+2$, valendosi solo dei casi (a) e (b) da me considerati.

Gruppi finiti ed infiniti di enti (1);

Nota di RODOLFO BETTAZZI.

Dell'argomento di questa Nota (1) già altri, anche recentemente, si sono occupati.

Il *Cantor* ne parla nel suo opuscolo " Zur Lehre von Transfiniten „ (Halle 1890), dove, nelle annotazioni apposte alla pag. 60, definisce il gruppo finito sostanzialmente come da noi verrà fatto al § 1, ma non forse con tutta precisione, e dimenticando di richiedere la proprietà espressa dal principio d'induzione, sebbene poi la usi nelle dimostrazioni.

Il *Veronese* (" Fondamenti di Geometria „ Padova 1891 — Introduzione, N. 35) nella sua *serie limitata di 1ª specie* definisce appunto un gruppo finito simile al nostro: solo ci sembra che il concetto di ordine, al quale si appoggia, sia alquanto ristretto, fondandosi sull'idea di tempo (inclusa nel pensare gli enti *prima* o *poi*), o almeno su quella di successione di pensieri, che in generale non ci sembrano necessarie. L'ordinamento, che da noi si suppone nel nostro gruppo, è invece tutt'affatto generale ed è quello del quale si parla nella N. C., § 9.

Il *Dedekind* nel suo opuscolo " Was sind und was sollen die Zahlen „ (Braunschweig, 1888) dopo aver parlato dei gruppi infiniti, studia esso pure quelli finiti, indicando egli con tal nome i gruppi non infiniti; ma a causa di un'obiezione, che ci sembra potersi fare ad una sua dimostrazione (Cfr. più oltre, § 10), resta il dubbio che veramente i suoi gruppi finiti si possano tutti ricondurre a quel tipo di gruppo ordinato, nel quale in sostanza ordinariamente (ed anche nel grossolano uso comune) si suol vedere il gruppo finito.

---

(1) Questa Nota dipende dall'altra da noi pubblicata in questi stessi " Atti „ (1896) col titolo: *Sulla catena di un ente in un gruppo.* Si citerà questa ultima Nota scrivendo semplicemente N. C. (cioè Nota sulla Catena).

Nella presente Nota si darà la definizione del gruppo finito basata sul suo ordinamento, e alcune proprietà fondamentali di esso.

1. *Definizione.* — Diremo *finito* un gruppo che *possa rendersi* bene ordinato limitato, e catena del suo ente originario (N. C., *f*), *g*), *j*), § 1).

Un gruppo finito che *sia* effettivamente bene ordinato limitato, e catena del proprio ente originario, si dirà per brevità *semplicemente ordinato.*

Corollario 1°. — *Un gruppo finito semplicemente ordinato soddisfa al principio d'induzione.*

Cor. 2°. — *Un gruppo simile ad un gruppo finito è finito esso pure.*

2. *Def.* — In un gruppo finito semplicemente ordinato chiameremo parte Z (1) un gruppo composto di un ente del gruppo e dei precedenti di quell'ente, il quale si dirà *finale* della Z: indicheremo con Z_a la Z che ha per finale a.

Cor. 1°. — *Se in una* Z *comparisce un ente, vi comparisce anche il suo immediatamente seguente* (*suo ente* σ), *tranne per il finale.*

Cor. 2°. — *Se* b *è un ente non finale di* Z_a, *la* Z_b *è parte propria di* Z_a.

Cor. 3°. — *Di due distinte* Z *di un medesimo gruppo, l'una è parte propria dell'altra.*

Cor. 4°. — *Ogni* Z *è catena del proprio ente originario nella corrispondenza che fa corrispondere ad ogni ente il proprio* σ (N. C., § 1).

Cor. 5°. — *Ogni* Z *è un gruppo finito.*

3. — Il gruppo di tutte le Z di un gruppo finito semplicemente ordinato è simile al gruppo stesso, e ne è immagine facendo corrispondere, p. es., ad ogni Z il proprio ente finale.

Def. — Diremo *gruppo ordinato delle* Z il gruppo di esse,

(1) La notazione è presa dal Dedekind, che l'usa per i numeri (V. *Was sind und was sollen die Zahlen*, N. 98).

quando di due Z qualunque si dice *seguente* quella il cui ente finale è seguente dell'ente finale dell'altra.

Cor. — *Il gruppo ordinato delle* Z *di un gruppo finito è un gruppo finito semplicemente ordinato.*

4. Teorema. — *In un gruppo finito nessuna parte propria può essere simile all'intero gruppo* (1).

Sia G un gruppo finito, e si consideri il gruppo ordinato delle Z, prese in G quando esso è semplicemente ordinato. Il teorema è vero per l'ente originario di un tale gruppo, il quale è una Z che consta di un ente solo. — Se è vero per una Z, lo è per la immediatamente seguente; giacchè se fosse possibile che in una Z una parte fosse simile all'intero gruppo, potremmo, sopprimendo un ente in Z e nella sua parte, avere un'analoga corrispondenza per la Z immediatamente precedente, per la quale invece è supposto ciò impossibile. Dunque, per il principio di induzione, il teorema è vero anche per la Z finale, che è il gruppo stesso G.

Cor. 1°. — *Un gruppo sviluppabile* (N. C., *e*)) *non è finito.*

Cor. 2°. — *Nessuna parte di un gruppo finito può essere sviluppabile* (Cor. 1°).

Cor. 3°. — *Non può un gruppo finito essere in una corrispondenza l'immagine di un gruppo, ed in un'altra l'immagine o di una parte propria dello stesso, o di un gruppo di cui questo è parte propria.*

Cor. 4°. — *Per giudicare la relazione di potenza che lega un gruppo finito ad un altro gruppo qualunque, basta esaminare che cosa accada in una sola corrispondenza stabilita fra i due gruppi* (Cor. 3°).

Cor. 5°. — *Le parti proprie di un gruppo finito sono di potenza minore a quella del gruppo* (Cor. 4°).

Cor. 6°. — *Di due distinte* Z *di un medesimo gruppo finito semplicemente ordinato, una è di potenza minore dell'altra* (§ 2, Cor. 3° e Cor. 5° — § 4, Cor. 5°).

---

(1) Cfr. Cantor, *l. cit.*, pag. 61. — Veronese, *l. c.* Introd., N. 48, *f*).

5. Teorema. — *Un gruppo finito è necessariamente di potenza o maggiore, o uguale, o minore a quella di un dato gruppo qualunque.*

Infatti noi possiamo associare all'ente originario di un gruppo G finito e semplicemente ordinato uno arbitrario del gruppo dato K, all'ente σ dell'originario di G uno qualunque di quelli restanti in K, e, in generale, se ad un ente b di G si è associato un ente di K, si può associare all'ente σb di G un ente qualunque del gruppo K′, che si ottiene da K sopprimendovi gli enti di esso già associati ai precedenti di b ed a b, se un tal gruppo K′ esiste. Questa associazione, per il principio d'induzione valido in G, è una corrispondenza fra G e K, nella quale o G ha per immagine una parte propria di K, o K stesso, oppure una parte propria di G ha per immagine K. Lo stesso accadrà quindi in qualunque altra corrispondenza possibile fra G e K (§ 4, Cor. 3°) e sarà perciò G necessariamente di potenza maggiore, o uguale, o minore a quella di K.

Cor. — *Di due gruppi finiti qualunque che non abbiano potenza uguale, uno ha necessariamente potenza maggiore dell'altro* (1).

Osservazione. — Dalla dimostrazione del Teorema precedente si deduce che ogni gruppo di potenza minore di quella di un gruppo finito è di potenza uguale a quella di una sua conveniente parte Z.

6. Teorema. — *Le parti proprie di un gruppo finito sono finite* (2).

Infatti essendo esse (§ 4, Cor. 5°) di potenza minore a quella del gruppo, e quindi (§ 5, Osservazione) simili ad una parte Z del gruppo, la quale (§ 2, Cor. 5°) è finita, sono finite esse pure (§ 1, Cor. 2°).

---

(1) Di qui discendono pei gruppi finiti le seguenti proprietà che il Cantor nella sua Nota 1ª: *Beiträge zur Begründung der transfiniten Menge* (Math. Ann., Bd. 46) enuncia pei gruppi qualunque, sebbene nè egli ivi le dimostri, nè appariscano evidenti:

— Se dei gruppi M ed N il gruppo N non è equivalente nè ad M, nè ad una sua parte propria, dovrà una parte propria di N essere equivalente ad M.

— Se M ed N non sono equivalenti, ed una parte propria di N è equivalente ad M, nessuna parte propria di M sarà equivalente ad N.

(2) Cfr. Veronese, *l. c.*, Introd., N. 39, *e*).

7. Teorema. — *Ogni gruppo che non sia di potenza maggiore a tutte quelle di qualunque gruppo finito, è finito esso pure.*

Ed infatti (§ 5) se il gruppo K non è di potenza maggiore a quella di un conveniente gruppo finito G, dovrà essere o di potenza uguale ad esso, o di potenza minore di esso e quindi di potenza uguale ad una sua parte propria, e perciò in ogni caso simile ad un gruppo finito (§ 6) e finito esso pure.

Cor. 1°. — *Un gruppo o è finito, o è di potenza maggiore a quelle di tutti i gruppi finiti.*

Cor. 2°. — *Ogni gruppo finito è di potenza minore a quella di un gruppo sviluppabile qualunque* (§ 4, Cor. 1° — § 7, Cor. 1°).

8. Teorema 1°. — *In qualunque modo si renda bene ordinato un gruppo finito, esso dovrà sempre essere semplicemente ordinato* (§ 1).

Ed infatti, se fosse illimitato, la catena di un suo ente qualunque sarebbe aperta e illimitata, e quindi costituirebbe un gruppo sviluppabile (N. C., § 3, Cor.), ed il gruppo di cui essa è parte non sarebbe finito. Se poi il gruppo non coincidesse colla catena del proprio ente originario, tale catena sarebbe anche allora illimitata, e il gruppo dato sarebbe ancora sviluppabile.

Teorema 2°. — *Un gruppo finito, se è ordinato, è sempre bene ordinato.*

Sia infatti il gruppo finito G, e si renda bene ordinato, il che è sempre possibile, per lo meno in quel modo per il quale si definisce finito (§ 1). Si consideri il gruppo ordinato delle sue Z: esso (§ 3, Cor., e § 1, Cor. 1°) soddisfa al principio d'induzione, e di esso fa parte G come ente finale.

Il teorema che ci si propone di dimostrare, è vero per l'ente Z originario di tale gruppo, che consta di un ente solo. Se si suppone vero per una delle Z, è vero, come facilmente si vede, anche per la Z immediatamente seguente. Dunque, per il principio d'induzione, è vero per tutti gli enti Z, e perciò anche per il finale, che è G.

Cor. 1°. — *Un gruppo finito, comunque sia ordinato, è sempre semplicemente ordinato.*

Cor. 2°. — *Un gruppo finito semplicemente ordinato resta tale*

anche scambiando in esso le parole precedente *e* seguente, *e quelle* finale *ed* originario; *o, brevemente,* rovesciando *il gruppo* (1).

Cor. 3°. — *Un gruppo ordinato, nel quale qualche ente non abbia l'immediatamente seguente (fatta eccezione per il finale), non è finito.*

9. Teorema. — *La condizione necessaria e sufficiente, affinchè un gruppo non sviluppabile sia finito, è che possa stabilirsi una corrispondenza priva di cicli parziali* (N. C. *d)*), *nella quale il gruppo sia immagine di sè stesso.*

Se in una corrispondenza priva di cicli parziali il gruppo G è immagine di sè stesso, si può rendere G bene ordinato (N. C., § 9, Lemma 2°) dando origine ad un gruppo limitato. Se G non è sviluppabile, dev'essere esso la catena del suo ente originario, altrimenti tale catena sarebbe illimitata e perciò sviluppabile, e tale quindi sarebbe G.

Reciprocamente se un gruppo è finito e si rende semplicemente ordinato, prendendo per immagine di ogni ente non finale il suo ente σ e del finale l'originario, si ottiene una corrispondenza nella quale il gruppo è immagine di sè stesso, che è priva di cicli (Cfr. N. C., § 5, Teor.).

10. *Def.* — Diremo *infinito* ogni gruppo che non sia finito (2).

Cor. 1°. — *Sono infiniti tutti e soli* (§ 7, Teor.) *i gruppi di potenza maggiore a quella di qualunque gruppo finito.*

Cor. 2°. — *Ogni gruppo sviluppabile è infinito* (§ 7, Cor. 2°).

---

(1) Cfr. Veronese, *l. c.*, Introd., N. 39, *c*).

(2) Il Dedekind che si occupa (*l. c.*, N. 64) dei gruppi infiniti, dà questo nome ai gruppi che noi (N. C., *e*)) abbiamo detto sviluppabili. Tali gruppi sono infiniti anche nel nostro attuale concetto; ma (v. *Osserv.* al Cor. 2° di questo paragrafo) la reciproca non essendo stata provata, si è creduto bene di distinguere le due qualità dei gruppi con diverso nome. E si è cambiato quello già usato dal Dedekind, parendoci che il nome di infinito meglio si adattasse ai gruppi più generali (o almeno non certamente più speciali) da noi detti così, anche secondo il concetto grossolano che ci si fa, nell'uso volgare, del gruppo infinito. Il Cantor, sebbene non lo definisca esplicitamente, tuttavia ci pare che nel suo citato opuscolo (*Zur Lehre*, ecc.) mostri accostarsi al concetto di infinito qui da noi dato.

Osservazione. — Non è provata vera la reciproca del Corollario 2° (1) e quindi non si può asserire che in ogni gruppo infinito debba una parte propria essere simile all'intero gruppo.

(1) Il Dedekind (*l. c.*, N. 159) tenta di dimostrare questa reciproca. La sua dimostrazione esige che si stabiliscano corrispondenze fra tutte le possibili Z di un gruppo qualunque finito ed il gruppo Σ proposto (di potenza maggiore di qualunque gruppo finito) e che si costruisca un gruppo prendendo *una* corrispondenza fra ogni Z e Σ. Ma siccome di tali corrispondenze ve n'è più di una fra *ogni* Z e Σ, e il Dedekind non determina una *speciale* fra esse, così devesene prendere una qualunque *ad arbitrio*, e ciò fare per ciascun gruppo di corrispondenze fra ogni Z e Σ, cioè si deve scegliere ad arbitrio un ente (corrispondenza) in ciascuno di *infiniti* gruppi, il che non pare rigoroso; a meno che non si voglia ammettere per postulato che tale scelta possa farsi, la qual cosa peraltro ci sembrerebbe inopportuna.

Nuove ricerche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni e intorno alla respirazione negli Anfibî Urodeli;

Nota del Socio LORENZO CAMERANO.

In un lavoro che ebbe l'onore di essere stampato negli Atti di questa Accademia per l'anno 1894 (1) io dimostravo che, analogamente a quanto aveva poco prima osservato il Wilder (2) per alcune specie di *Plethodontinae* e di *Desmognathinae* dell'America settentrionale, lo *Spelerpes fuscus*, specie italiana, è privo totalmente di polmoni, di trachea, di laringe e di *aditus ad laringem* e che la *Salamandrina perspicillata,* specie pure carat-

(1) *Ricerche anatomo-fisiologiche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni*, vol. XXIX.

(2) *Anatomischer Anzeiger*, vol. IX, n. 7, 1894.

teristica della fauna erpetologica italiana, ha l'apparato polmonare e tracheo laringeo al tutto rudimentale e non funzionante.

Nello stesso lavoro io rendeva conto delle esperienze fatte sopra animali vivi delle due sopradette specie per determinare in che modo venisse sostituita la funzione respiratoria dei polmoni assenti. La conclusione a cui giunsi fu: *che la respirazione polmonare viene sostituita dalla respirazione della cavità bocco-faringea,* risultando essere di assai scarso aiuto la respirazione cutanea.

Io non credetti di fare allora nessuna ipotesi intorno alla causa che può aver determinato l'atrofia dell'apparato polmonare o la sua totale scomparsa. Nuove ricerche fatte in proposito, che verrò ora esponendo, mi concedono di ritornare sull'argomento e mi inducono a fare alcune considerazioni sul fenomeno in questione.

Recentemente al tutto (1) il dott. Einar Lönnberg di Upsala ha osservato pure la mancanza o la riduzione notevolissima dell'apparato polmonare nelle seguenti specie:

Desmognathus auriculatus Cope. di Savannah (Georgia) e della Florida.
Plethodon glutinosus (Green) Id. Id.
Manculus quadridigitatus (Holbrook) della Florida.
Amblystoma opacum (Gravenh.) di Savannah (Georgia).

A queste specie io posso oggi aggiungere lo *Spelerpes variegatus* (Gray) (*Oedipus variegatus* Gray). Questa specie, di cui ho esaminato due esemplari provenienti dal Messico, è totalmente priva di polmoni, di trachea e di *aditus ad laringem.*

Gli Anfibi Urodeli quindi, nei quali venne fino ad ora osservato o la mancanza totale dell'apparato tracheo-polmonare o la riduzione di esso allo stato rudimentale, sono i seguenti disposti secondo il catalogo del Boulanger (2).

---

(1) *Notes on tailed Batrachians without lungs* (Zoologischer Anzeiger, vol. XIX, n. 494 — Gennaio 1896).

(2) *Catal. of Batrac. Graden. British Museum.* Londra, 1882.

Fam. I. — Salamandridae.

		Apparato tracheo-polmonare
Subfam.	*Salamandrinae*	
	Salamandrina perspicillata Savi —	Rudimentale (Camerano)
Subfam.	*Amblystomatinae*	
	Amblystoma opacum Gravh. —	Rudimentale (Lönnberg)
Subfam.	*Plethodontinae*	
	Plethodon glutinosus Green —	Manca (Lönnberg)
	Plethodon erythronotus Green —	Manca (Wilder)
	Batrachoseps attenuatus Eschsch. —	Manca(?) (Eschscholtz-Camerano) (1)
	Spelerpes porphyriticus Green —	Manca (Wilder)
	Spelerpes fuscus Bp. —	Manca (Camerano)
	Spelerpes variegatus Gray —	Manca (Camerano)
	Manculus quadridigitatus Holbr. —	Mancano i polmoni: vi è un rudimento di aditus ad laringem — (Lönnberg)
Subfam.	*Desmognathinae*	
	Desmognatus ochrophoeus Cope —	Manca (Wilder)
	Desmognatus fuscus Raf. —	Manca (Wilder)
	Desmognatus fuscus var. *auriculatus* Cope —	Manca (Lönnberg)

Risulta da questo specchietto che tutte quattro le sottofamiglie in cui si divide la famiglia dei Salamandridi (che comprende la quasi totalità delle specie di Batraci Urodeli, vale a dire un centinaio circa, poichè le altre famiglie, Anfisbenidi, Proteidi, Sirenidi ne comprendono fra tutte solo otto) presentano il fatto della mancanza completa dell'apparato polmonare o della sua riduzione ad organo rudimentale non funzionante.

---

(1) *Atti Acc. Sc.*, XXIX, 1894.

Dallo specchietto sopra riferito si può pure arguire che molto probabilmente il fatto in questione è generale per le specie delle sottofamiglie, *Plethodontinae* e *Desmognathinae,* vale a dire per la metà circa di tutte le specie fino ad oggi conosciute dell'intiera famiglia dei Salamandridi.

Di fronte a questo risultato nasce spontanea la supposizione che negli Anfibi Urodeli la respirazione polmonare non assuma quella importanza funzionale che ha negli altri gruppi di Vertebrati respiranti per polmoni, e che per ciò essa possa venir facilmente sostituita in massima parte dalla respirazione boccofaringea (1) e forse in piccola parte dalla respirazione cutanea.

Per chiarire ciò è necessario anzitutto studiare comparativamente lo sviluppo dell' apparato polmonare in tutti gli Anfibi Urodeli, la qual cosa non è agevole per la difficoltà di procurarsi non poche delle specie di questo gruppo di Anfibi.

Valendomi delle collezioni del Museo Zoologico di Torino, ho potuto fare questo studio in un certo numero di specie appartenenti a generi diversi e precisamente ai seguenti: *Salamandra, Chioglossa, Molge, Tylototriton, Amblystoma* che appartengono alla serie di quei Salamandridi che sono provvisti di polmoni. Colle precedenti osservazioni e con queste vengono ad essere esaminati tutti i generi della sottofamiglia *Salamandrinae* (salvo il genere *Pachytriton* che comprende una specie assai rara della China) e il genere più ricco di specie della sottofamiglia *Amblystomatinae.*

Non potendosi pensare pel meccanismo stesso col quale si compie la respirazione polmonare in questi animali, come agevolmente si comprende, ad una misura diretta della capacità polmonare e dovendosi, d' altra parte, operare per la maggior parte delle specie su materiale conservato in alcool, è bene, per avere dati comparabili, servirsi di materiale conservato nell'alcool comune da collezione per tutte le specie.

La forma generale dei polmoni degli A. Urodeli è riducibile all' ingrosso a due sacchi cilindrici per un certo tratto e più o meno bruscamente appuntiti verso la loro estremità inferiore. Essi variano notevolmente in lunghezza da specie a

(1) Camerano, *op. cit.*

specie: mentre il loro diametro trasversale varia in un rapporto quasi costante col diametro longitudinale, il che facilmente si comprende tenendo conto della forma generale del corpo che negli A. Urodeli tende ad allungarsi anzi che ad allargarsi. Nella *Salamandra maculosa* in cui il corpo è proporzionatamente più largo i polmoni sono anche in proporzione della loro lunghezza un po' più larghi che non nelle altre specie di A. Urodeli.

Per la questione che ci occupa basta tener conto del solo diametro longitudinale del polmone poichè da esso si può arguire in modo sufficientemente approssimativo lo sviluppo generale del polmone stesso e i risultati riescono quindi comparabili fra loro.

Ho misurato in tutte le specie studiate la lunghezza dei polmoni a cominciare dall'*aditus ad laringem*. Nei Salamandridi per lo più i due polmoni sono lunghi egualmente o la differenza fra essi è piccola.

Ho misurato poi l'animale dall'estremità del muso all'apertura cloacale e da questa all'estremità della coda. Trattandosi di animali dal corpo generalmente allungato e molto simile nelle varie forme, le rispettive lunghezze del tronco e della coda possono bastare per indicare lo sviluppo generale dell'animale senza ricorrere ai diametri trasversali i quali variano troppo facilmente per le condizioni temporanee in cui possono trovarsi i diversi individui (canal digerente pieno o vuoto, sviluppo variabile degli ovarii e dei testicoli ecc.).

Per le stesse ragioni non ho considerato il peso degli animali poichè sopra di esso oltre alle cause sopra dette influisce pure il tempo più o meno lungo da che gli individui sono usciti dal letargo, tempo che nella maggior parte dei casi non è determinabile con certezza.

Ho fatto in seguito il rapporto della lunghezza del polmone con quella del capo e del tronco riuniti insieme ed il rapporto della lunghezza del polmone colla lunghezza totale dell'animale.

Per maggior comodità ho riferito le due serie di valori così ottenuti ad una lunghezza unica di 100 millimetri in modo da avere per ciascuna specie il rapporto centesimale fra la lunghezza dei polmoni e la lunghezza del capo e del tronco riuniti insieme e fra la lunghezza dei polmoni e la lunghezza totale dell'animale.

RISULTATI OTTENUTI

disposti secondo l'ordine tassonomico delle specie esaminate.

	Fatta la lunghezza del capo e del tronco = 100, la lunghezza del polmone è eguale al valore medio approssimativo di:	Fatta la lunghezza totale dell' animale = 100, la lunghezza del polmone è eguale al valore medio approssimativo di:
FAM. SALAMANDRINAE		
Salamandra maculosa Laur.	$\frac{30}{100}$	$\frac{15}{100}$
„ *atra* Laur.	$\frac{45}{100}$	$\frac{23}{100}$
Chioglossa lusitanica Boc.	$\frac{31}{100}$	$\frac{11}{100}$
Molge cristata Laur. s. sp. *Karelinii*	$\frac{67}{100}$	$\frac{38}{100}$
„ *marmorata* Latr.	$\frac{71}{100}$	$\frac{35}{100}$
„ *alpestris* Laur.: Forma A — *branchiata*	$\frac{53}{100}$	$\frac{23}{100}$
„ B — *abranchiata*	$\frac{50}{100}$	$\frac{23}{100}$
Molge vulgaris Linn.	$\frac{55}{100}$	$\frac{28}{100}$
„ *torosa* Eschsch.	$\frac{71}{100}$	$\frac{28}{100}$
„ *viridescens* Raf.	$\frac{62}{100}$	$\frac{28}{100}$
„ *Rusconii* Gené	$\frac{31}{100}$	$\frac{14}{100}$
„ *aspera* Dugès	$\frac{30}{100}$	$\frac{16}{100}$
„ *Hagenmülleri* Lataste . . .	$\frac{50}{100}$	$\frac{18}{100}$
„ *Waltlii* Michah.	$\frac{52}{100}$	$\frac{26}{100}$
Tylototriton verrucosus Anders. . .	$\frac{28}{100}$	$\frac{15}{100}$
FAM. AMBLYSTOMATIDAE		
Amblystoma tigrinum Green.: *a)* indiv. provenienti direttamente dal Messico	$\frac{43}{100}$	$\frac{23}{100}$
b) indiv. nati negli acquari dei Musei d'Europa e conservati a lungo vivi nel Museo di Torino	$\frac{53}{100}$	$\frac{27}{100}$

Nella *Salamandra perspicillata* Savi i polmoni sono al tutto rudimentali e non misurano che 120 micromillimetri circa (1).

Le specie studiate si possono disporre ne' gruppi seguenti tenendo conto della lunghezza dei polmoni paragonata:

Alla lunghezza del capo e del tronco fatta = 100			Alla lunghezza totale dell'animale fatta = 100		
1	*Molge torosa* . . . . / „ *marmorata* . .	71/100	1	*Molge cristata* . . .	38/100
2	„ *cristata* . . .	67/100	2	„ *marmorata*. .	35/100
3	„ *viridescens* . .	62/100	3	„ *viridescens* . . / „ *torosa* . . . / „ *vulgaris* . . .	28/100
4	„ *vulgaris* . . .	55/100	4	*Amblystoma tigrinum* individui nati in Europa	27/100
5	„ *alpestris branch.* / *Amblystoma tigrinum*. individui nati in Europa	53/100	5	*Molge Waltlii* . . .	26/100
6	*Molge Waltlii* . . .	52/100	6	*Salamandra atra* . . / *Molge alpestris branc.* e *abranch.* . . . / *Amblystoma tigrinum* individui prov. dal Messico.	23/100
7	„ *alpestris abranch.* / „ *Hagenmülleri* .	50/100	7	*Molge Hagenmülleri*.	18/100
8	*Salamandra atra* . .	45/100	8	„ *aspera* . . .	16/100
9	*Amblystoma tigrinum*. individ. prov. dal Messico	43/100	9	*Salamandra maculosa* / *Tylototriton verrucosus*	15/100
10	*Chioglossa lusitanica* . / *Molge Rusconii* . . .	31/100	10	*Molge Rusconii* . .	14/100
11	„ *aspera* . . . / *Salamandra maculosa*.	30/100	11	*Chioglossa lusitanica*.	11/100
12	*Tylototriton verrucosus*	28/100			

I polmoni misurano la metà od oltre alla metà della lunghezza del capo e del tronco presi insieme

I polmoni misurano meno di 1/5 della lunghezza del capo e del tronco presi insieme

I polmoni misurano un po' più di 1/5 della lunghezza dell'animale

I polmoni misurano poco meno o poco più di un quarto della lunghezza dell'animale

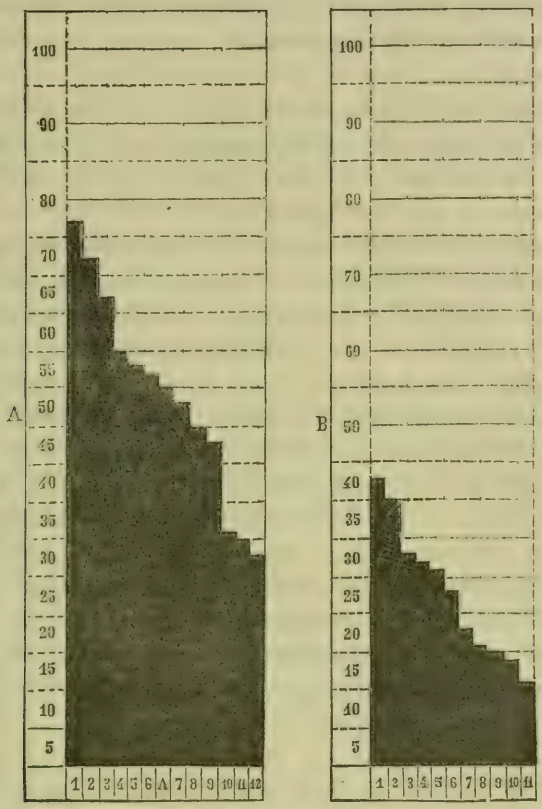
I polmoni misurano meno di 1/5 della lunghezza dell'animale

I polmoni misurano poco più di 1/10 della lungh. dell'animale

Si possano riunire i gruppi ora indicati nei diagrammi seguenti in guisa che a colpo d'occhio si possa scorgere il va-

(1) Camerano, *op. cit.*

riare dello sviluppo dei polmoni in rapporto colla lunghezza del capo e del tronco, presi insieme, e colla lunghezza totale dell'animale.



A — Diagramma che fa vedere il variare dello sviluppo dei polmoni negli Anfibî Urodeli delle sottofamiglie *Salamandrinae* e *Amblystomatinae* riferito alla lunghezza del capo e del tronco, presi insieme, fatta eguale a 100 mill. — La parte nera indica il polmone.

N. 1. *Molge torosa*, *M. marmorata*. — N. 2. *M. cristata*. — N. 3. *M. viridescens*. — N. 4. *M. vulgaris*. — N. 5. *Amblystoma tigrinum*, individui nati in Europa — *M. alpestris branchiata*. N. 6. *Molge Wallii*. — N. 7. *M. alpestris abranchiata* — *M. Hagenmülleri*. — N. 8. *Salamandra atra*. — N. 9. *Amblystoma tigrinum*, indiv. prov. dal Messico. — N. 10. *Chioglossa lusitanica* — *Molge Rusconii*. — N. 11. *Molge aspera* — *Salamandra maculosa*. — N. 12. *Tylototriton verrucosus* — *A*, valore medio per l'*Amblystoma tigrinum*.

B — Diagramma che fa vedere il variare dello sviluppo dei polmoni ecc. come in *A* ma riferito alla lunghezza totale dell'animale fatta eguale a 100 mill. — La parte nera indica il polmone.

N. 1. *Molge cristata*. — N. 2. *M. marmorata*. — N. 3. *M. viridescens*, *M. torosa*, *M. vulgaris*. N. 4. *Amb. tigrin.*, indiv. nati in Europa. — N. 5. *M. Wallii*. — N. 6. *Salamandra atra*, *Amb. tigr.*, indiv. prov. dal Messico — *Molge alpestris branch. e abranch.* — N. 7. *M. Hagenmülleri*. — N. 8. *M. aspera*. — N. 9. *Salamandra maculosa*, *Tylototriton verrucosus*. — N. 10. *M. Rusconii*. — N. 11. *Chioglossa lusitanica*.

Dai diagrammi precedenti risulta:

1° che nella famiglia dei Salamandridi lo sviluppo dei polmoni è molto variabile, da un terzo cioè ad un decimo circa della lunghezza dell'animale. Da questo grado di sviluppo si passa bruscamente ai rudimenti di polmoni, come nella *Saladrina perspicillata;*

2° che tenendo conto del genere di vita delle specie si osserva, in generale, uno sviluppo maggiore dei polmoni in quelle nelle quali è prevalente la vita acquatica anzichè in quelle nelle quali prevale la vita terragnola;

3° che presumibilmente nelle specie (ad es.: *Molge Hagenmülleri, aspera, Tylototriton verrucosus,* ecc.) in cui i polmoni sono meno lunghi della quinta parte dell'intero animale, il fenomeno di regressione nello sviluppo di questo organo si deve ritenere come già inoltrato e che a più forte ragione ciò si deve dire per quelle specie (esemp.: *Molge Rusconii, Chioglossa lusitanica*) in cui i polmoni giungono a misurare poco più della decima parte di tutto l'animale. In queste specie la respirazione *bocco-faringea* ha certamente assunto di già importanza notevole, importanza che raggiunge il suo massimo grado nella *Salamandrina perspicillata* e nelle altre specie di A. Urodeli prive di polmoni (Pletodontini, Desmognatini).

Esaminando ora tutto il gruppo degli Anfibi Urodeli per ciò che riguarda la mancanza, e lo sviluppo vario dei polmoni si giunge ai risultati seguenti:

A — Anfibi Urodeli con branchie esterne ben sviluppate e normalmente persistenti nello stato adulto — *Proteidi* — *Sirenidi* — Vita esclusivamente acquatica — Polmoni relativamente lunghi.

B — Anfibi Urodeli con branchie esterne ben sviluppate nello stato adulto in seguito a fenomeni di *neotenia* che in certe località agiscono sopra numerose serie di individui dando luogo ad un vero dismorfismo nella specie (esemp. *Amblystoma tigrinum, Molge alpestris* ecc.) — Vita esclusivamente acquatica — Polmoni relativamente lunghi e ben sviluppati.

C — Anfibi Urodeli senza branchie esterne nello stato adulto

con o senza *spiraculum* — *Anfiumidi* — Vita acquatica — Polmonari sviluppati.

D — Anfibi Urodeli senza branchie allo stato adulto — A. Vita prevalentemente acquatica (1) (esemp.: *Molge cristata, marmorata, vulgaris, alpestris* abranch., *Waltlii,* ecc.) — Polmoni relativamente ben sviluppati — B. Vita prevalentemente terragnola (esemp.: *Molge Hagenmülleri, aspera, Rusconii, Chioglossa lusitanica,* ecc.) — Polmoni relativamente poco sviluppati o al tutto rudimentali come nella *Salamandrina perspicillata.*

E — Anfibi Urodeli senza branchie allo stato adulto con vita più o meno terragnola od acquatica con prevalenza tuttavia della vita terragnola — *Pletodontini, Desmognatini* — I polmoni mancano.

Ciò premesso, è ora necessario vedere in quale misura i polmoni concorrano nei varî gruppi di Anfibi Urodeli alla funzione generale della respirazione che in questi animali si può compiere nei modi principali seguenti:

1. Respirazione cutanea;
2. Respirazione branchiale;
3. Respirazione polmonare;
4. Respirazione bocco-faringea.

Lascio in disparte qui la respirazione cutanea la quale certamente si compie in tutti gli A. Urodeli ma, secondo le ultime ricerche, in misura non sufficiente a sostituire nessuna delle altre maniere di respirazione.

Nel primo gruppo (A — Proteidi, Sirenidi) tenuto conto della struttura stessa dei polmoni e delle esperienze fatte già dal Configliacchi e dal Rusconi e stampate nella loro celebre " Monografia del Proteo anguino „ (2) si può credere che la respirazione polmonare sia nulla.

I due autori ora citati dicono (pag. 28): " Il Proteo anguino non campa quando sia cavato fuori dell'acqua..... Ma se il Proteo si muore quando è in secco, nell'acqua per lo contrario vive

(1) Cfr. Camerano, *op. cit.*
(2) Pavia, 1819.

meglio dei pesci, poichè, *coeteris paribus,* non ha tanto bisogno del rinnovamento dell'acqua quanto ne hanno i pesci; noi ci siamo assicurati di queste verità per mezzo di varî sperimenti, l'esito dei quali verremo qui brevemente esponendo. In un vaso pieno d'acqua della tenuta di tre pinte alla temperatura di 14 gradi, il Proteo ha di bisogno non altrimenti che un pesce di venire a quando a quando alla superficie per prendere in bocca dell'aria; le rane e le salamandre fanno pure lo stesso, ma queste quando pigliano fiato, tengono la bocca chiusa, e con un loro particolare artificio, che ci fu descritto molto bene dal sig. Towson, dal sig. Cuvier, e da altri, attraggono l'aria per le narici, e poscia fanno sì che l'aria medesima si insinui entro i polmoni; il Proteo per lo contrario spalanca quanto più può la sua bocca e rigetta l'aria subito subito per i fori branchiali...

" Il suo bisogno di prendere a tempo a tempo qualche boccata d'aria è più o meno grande, secondo che l'acqua in cui si trova è più o meno stantìa ed è in ragione diretta della sua temperatura, nonchè in ragione inversa della sua quantità; se è tratto all'asciutto, questo bisogno è in lui grandissimo, quindi poco dopo d'essere stato cavato fuori dell'acqua, vedesi prendere in bocca dell'aria, e spesseggiare questa operazione, poscia questo suo prender fiato si rallenta, e finalmente in capo a due o tre ore cessa affatto affatto, indi il Proteo si muore. Ma se l'acqua del vaso alla temperatura come abbiamo detto di 14 gradi od anche più venga di frequente rinnovata, come sarebbe ogni mezz'ora od anche ogn'ora, il Proteo in questo caso, conforme è stato osservato anche nei pesci, non ha punto bisogno di venire a tempo a tempo alla superficie, molto meno poi se desso trovasi in un'acqua che sia in gran copia, ovvero che corra dolcemente; noi abbiamo rinchiuso un Proteo in un'ampia scatola tutta traforata, ed abbiamo di poi tenuta la scatola medesima per lo spazio di tre mesi e mezzo sotto la superficie dell'acqua di un vasto lago; passato questo tempo, andando a riconoscere la scatola, trovammo che l'animale era vivissimo, e tanto vispo da farci comprendere chiaramente, che l'esser stato per sì gran tempo sott'acqua, non fu cosa che avesse recato il menomo danno alla sua azienda vitale „.

Il Rusconi ammette pure che nella *Siren lacertina* i polmoni non funzionino come organi respiratorii.

Nei Proteidi e nei Sirenidi la respirazione è essenzialmente branchiale con un accenno tuttavia alla respirazione bocco-faringea. I polmoni non hanno qui probabilmente che la funzione di organi idrostatici.

Il Rusconi stesso (1) paragona i polmoni dei protei alle doppie vesciche natatorie di certi pesci. Parlando poi della *Siren lacertina* dice espressamente (2): " Au reste quelle que soit la cause, qui empêche la *sirène* de se métamorphoser, ses poumons doivent lui être fort utiles; car, selon moi, ils doivent servir à balancer la partie postérieure de son corps, la tenir presque suspendue, et donner ainsi à l'animal la facilité de marcher sur la vase, sans être obligé de faire usage, dans sa progression, d'un double mécanisme, de celui, qui est propre des animaux bipèdes, et de celui des serpents ".

Nel secondo gruppo di Anfibi Urodeli (B. forme branchiate neoteniche), la respirazione è in massima parte branchiale: ma sussidiata in un certo periodo della vita dalla respirazione bocco-faringea e polmonare (3). Anche in questi A. Urodeli la funzione dei polmoni come organi idrostatici è certamente notevole.

Configliacchi e Rusconi (4) parlando del modo col quale si muovono nell'acqua le *Salamandre*, dicono: " Questi rettili in notando, sono meno agili dei protei, e noi pensiamo che ciò nasca da varie cause, ma particolarmente dalla forma della loro coda, la quale essendo men larga di quella dei protei è perciò meno opportuna al nuotare; anche le larve delle *Salamandre* sono nel nuoto meno agili de' protei, esse però, in questo stato di *larva,* nuotano con maggiore facilità, che quando sono finite di crescere; e noi siamo di parere che ciò dipenda dall'essere la loro coda, data la proporzione, più larga e più estesa che non è quella delle *Salamandre* di già ridotte alla perfezione, ed anche dall'essere la loro gravità specifica molto minore di quella

---

(1) *Observations anatomiques sur la sirène,* etc., pag. 32. Pavia, 1837.

(2) *Op. cit.*, pag. 31.

(3) Confr. a questo proposito: L. Camerano, *Nuove osservazioni intorno alla Neotenia ed allo sviluppo degli Anfibi* (Atti Acc. Sc. di Torino, vol. XX, 1884).

(4) *Op. cit.*, pag. 54.

che è propria delle *Salamandre* adulte, quando non siano di fresco uscite dal loro torpore jemale. — Noi argomentiamo che siano specificamente men gravi, da ciò che le *larve* hanno i polmoni, quantunque inattivi, sempre gonfi d'aria e più lunghi della cavità addominale: che elleno siano di fatto meno pesanti delle *Salamandre* perfette, ne fa prova non dubbia il vedere, che possono reggersi nell'acqua a quell'altezza che ad esse piace e tenersi sospese, e diremo quasi librate sopra le quattro zampe a guisa di un uccello librato su l'ale, e poscia percuotere ad un tratto l'acqua all'indietro, e così con questa semplice operazione e qualche lieve movimento della coda trasferirsi da un luogo all'altro „.

La respirazione polmonare va facendosi più intensa ed importante nel gruppo D. degli Anfibi Urodeli in cui i polmoni raggiungono il loro maggior sviluppo.

Si è probabilmente nelle specie schiettamente acquaiuole del genere *Molge* che i polmoni hanno la maggior attività respiratoria. In queste specie è tuttavia spiccatissima la funzione di organo idrostatico dei polmoni e chiunque abbia osservato i movimenti dei comuni nostri tritoni (*Molge cristata, M. vulgaris,* ecc.), non potrà a meno di ritenere come esattamente applicabili a queste specie le osservazioni sopra riferite del Configliacchi e del Rusconi.

Anche nelle forme acquaiole di questo gruppo è tuttavia spiccata la respirazione bocco-faringea.

Nelle forme schiettamente terragnole si direbbe che il diventare meno importante la funzione dei polmoni come organi idrostatici induca una progressiva riduzione di sviluppo dei polmoni stessi: mentre contemporaneamente va crescendo d'importanza la respirazione bocco-faringea.

È d'uopo tener conto tuttavia per parecchie specie con polmoni rudimentali o mancanti del loro genere di vita che è caratteristico; queste specie, vale a dire, vivono quasi sempre fuori dell'azione della luce viva, in ambienti umidi e a temperatura relativamente costante. È d'uopo pure tener conto della lentezza dei loro movimenti e in generale della loro scarsa vita di relazione.

Tutto ciò tende evidentemente a rendere meno attivo ed ampio il ricambio respiratorio, e fa sì che la respirazione bocco-

faringea, aiutata in piccola misura dalla respirazione cutanea, diviene sufficiente per l'animale.

L'allungarsi del tronco e il restringersi della cavità del corpo, unitamente allo sviluppo talvolta notevole degli organi riproduttori interni concorrono pure certamente insieme colle cause sopra dette a favorire la riduzione progressiva dei polmoni.

Nell'ultimo gruppo E. in cui i polmoni mancano, la respirazione bocco-faringea assume importanza massima.

Il fatto citato dal Lönnberg (1) che lo *Spelerpes porphyriticus,* privo di polmoni, ha vita precipuamente acquaiola, si può spiegare come un adattamento secondario o cenogenetico di una forma derivata da altra a costumi prevalentemente terragnoli (come sono in genere le specie dello stesso genere *Spelerpes*) e priva di polmoni.

D'altra parte, la mancanza di un organo idrostatico nelle forme acquatiche può essere compensata per gli effetti della locomozione da una leggera modificazione nella forma del corpo e in particolar modo della coda e delle estremità posteriori e dallo spostamento del centro di gravità dell'animale stesso.

D'altra parte pure, la cavità bocca-faringea degli *Spelerpes* che nell'evoluzione delle forme schiettamente terragnole è andata assumendo uno speciale sviluppo, tanto da essersi notevolmente estesa allo indietro, può in una specie di questo genere che ritorni a fare vita prevalentemente acquaiola, quando l'animale la riempie d'aria, sostituire in parte anche i polmoni nella loro funzione di organi idrostatici.

Risulta da quanto precede che in nessun altro gruppo di vertebrati il *ricambio respiratorio* può essere ottenuto con organi così diversi come negli Anfibi Urodeli nei quali si può ritenere che esso si compia nelle principali maniere seguenti allo stato adulto.

1° Il ricambio respiratorio si ottiene mediante:

..... **la respirazione branchiale,** la respirazione bocco-faringea, la respirazione cutanea.

I polmoni funzionano da organi idrostatici — (Esemp.: gen. *Proteus Siren*).

---

(1) *Op. cit.*

2° Id. ..... **la respirazione branchiale**, la respirazione bocco-faringea, la respirazione polmonare, la respirazione cutanea.

I polmoni funzionano pure da organi idrostatici — (Esemp.: *Amblystoma tigrinum branch.*, *Molge alpestris branch.*, ecc.).

3° Id. ..... **la respirazione polmonare**, la respirazione bocco-faringea, la respirazione cutanea.

I polmoni funzionano attivamente anche da organi idrostatici — (Esemp.: *Molge cristata*, *vulgaris*, ecc.).

4° Id. ..... **la respirazione bocco-faringea**, la respirazione polmonare, la respirazione cutanea.

I polmoni perdono in gran parte la loro importanza come organi respiratori e come organi idrostatici — (Esemp.: *Chioglossa lusitanica*, ecc.).

5° Id. ..... **la respirazione bocco-faringea**, la respirazione cutanea.

I polmoni mancano intieramente — Esemp. gen.: *Spelerpes*, *Desmognathus*, ecc.).

La cavità bocco-faringea può funzionare da organo idrostatico in qualche specie a costumi acquaiuoli.

L'Accademico Segretario

ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 1° Marzo 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Nani, Cipolla, Perrero, Brusa, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Presidente annuncia alla Classe la morte del Socio Corrispondente Barone Cristoforo Negri, e notifica di aver dato incarico al Socio Corrispondente il Prof. Giovanni Marinelli di dettarne una breve commemorazione da leggersi in una prossima adunanza della Classe.

Il Socio Segretario presenta alla Classe una serie di 39 volumi contenenti la collezione del *Tripitaka* o libri sacri dei Buddisti meridionali in lingua pali, trascritti in caratteri siamesi, pubblicata, in occasione del 25° anniversario della sua venuta al trono, per ordine di S. M. il Re del Siam, che ne fa dono all'Accademia.

Presenta inoltre la " *Vita Za-Mîkâ'êl 'Aragâwî* „ (Roma, 1896), testo etiopico pubblicato dal Socio Corrispondente Professore Ignazio Guidi, e la " *Relazione statistica dei lavori compiuti nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1895* „

(Torino, 1896), di cui fa dono l'autore, il Comm. Tullio Pinelli, procuratore generale presso la detta Corte d'Appello.

Il Socio Allievo offre da parte dell'autore, Prof. Romualdo Bobba, preside della Facoltà di lettere e filosofia della R. Università di Torino, l'opera: " *La dottrina dell'intelletto in Aristotile e nei suoi più illustri interpreti* „ (Torino, 1896).

Il Socio Peyron legge una commemorazione del Socio Nazionale non residente, già Socio residente, Marchese Matteo Ricci.

Il Socio Nani legge una commemorazione del Socio Corrispondente Antonio Pertile.

Il Socio Cipolla legge una nota del Dott. Luigi Schiaparelli sopra un " *Diploma inedito di Berengario I (a. 888) in favore del monastero di Bobbio* „.

Questa nota e le dette commemorazioni sono pubblicate negli *Atti* accademici.

LETTURE

MATTEO RICCI

Commemorazione del Socio BERNARDINO PEYRON.

Quel tributo di lodi e di rimpianto, che Matteo Ricci con nobili e affettuose parole ha reso ad insigni Colleghi di questa Classe particolarmente suoi amici, se io debbo oggi, come saprò meglio, rendere a lui, il farò ricordando io pure le nostre relazioni giovanili in comunanza di studî, e le prove di stima, che mi diede poi sempre, talchè parrà a me pure di adempiere non meno un pietoso incarico della Classe, che un debito mio particolare per antica conoscenza.

Nacque a Macerata il dì 6 dicembre 1826 da Domenico e da Graziani Elisa; il suo titolo gentilizio fu Ricci Petrocchini marchese di Campobasso.

Perduta in tenera età la madre, andò a convivere con l'ava ed uno zio paterno, direttore dell'Accademia di Belle Arti in Bologna. Ivi fece gli studî nel Collegio di San Luigi.

Venne a Torino col padre, poco più che ventenne, nell'anno memorabile delle Riforme e delle aspirazioni italiane 1847. Il motivo della venuta era continuare liberamente gli studî in Lettere ed in Leggi nella Università nostra. Ma poichè egli era portato specialmente agli studî ellenici, e poichè a quei tempi mancavano nelle pubbliche scuole quei validi sussidî a cosifatti studî, che oggidì si hanno, il più forte motivo era di perfezionarsi nel greco sotto la direzione dell'abate Amedeo Peyron. E ben poteva essere certo del suo favore, però che non è a dire, quanto quell'insigne fosse inclinato a proteggere, aiutare i giovani, che mostrassero volontà di studî serii. Fu allora, che potei conoscere il Ricci, non ricusando egli di farsi qualche volta mio condiscepolo.

D'ingegno svegliatissimo, di modi amabili, parlatore facile

e modesto, colto più che l'età sua potesse far credere, il giovane letterato, come era accetto al suo maestro, così era desideratissimo in quelle sale, che la sera a privilegiati convegni aprivano e Federico Sclopis, e Cesare Alfieri, e Cesare Balbo, e i Promis, e i D'Azeglio. Anzi fu il Balbo, che nell'inverno del 1851 in una di quelle serate prese il giovane a parte, e lo consigliò e lo persuase a tradurre la *Politica di Aristotele*, mostrandosi offeso, che mentre egli stava leggendo quell'opera con tanta sua soddisfazione nella traduzione di Barthélemy-Saint-Hilaire mancasse agli studiosi italiani una recente traduzione italiana. Col Ricotti poi confessò il Ricci d'avere contratto intima amicizia dalla prima volta, che lo vide, d'avere conosciuto Carlo Promis, e d'averlo amato come fratello; e così il Vesme.

Era allora presidente del Consiglio dei ministri Massimo D'Azeglio. Egli aveva sposato in prime nozze Luisa di Alessandro Manzoni, e n'ebbe una figlia, che dal nome del nonno si chiamò Alessandrina. A lei diede il Ricci la mano di sposo nel 1852, e ne ebbe due figlie.

La Politica d'Aristotele da lui tradotta con note e discorso preliminare uscì l'anno 1853, l'anno stesso, in cui mancava al Piemonte ed all'Italia chi l'aveva consigliata, Cesare Balbo; ma uscì portando in fronte il nome di Alessandro Manzoni; al qual nome fu glorioso (e si comprende) il traduttore di dedicarlo per la sua nuova parentela, potendo inscrivere: *Caro Signore*, e segnarsi *Devotissimo nipote.*

Per decreto del Commissario Regio straordinario Gioachino Valerio, il Ricci fu nominato Professore di filosofia del diritto nell'Università di Macerata sua patria; e per un anno ne fu anche il Rettore. Il che avveniva, quando egli era eletto a rappresentare il Collegio di Tolentino nella Camera dei Deputati. Tale elezione fu annullata per l'impiego che il Ricci aveva nell'insegnamento governativo. Ma, tolto l'impedimento, fu rieletto dallo stesso Collegio e sedette in Parlamento nell'ottava legislatura.

Fu nominato socio nazionale residente dell'Accademia delle Scienze di Torino nella seduta dell'8 gennaio 1865. E ben puossi dire, che egli entrava in famiglia; chè in ogni collega trovava o un suo amico, o una conoscenza. Intraprese allora una serie di dotte letture, che stanno raccolte nei nostri Atti, e sono

illustrazioni ad alcuni paragrafi delle *Storie di Erodoto*, al cui volgarizzamento stava allora lavorando. Egli trattò in più sedute delle Origini Elleniche; e quelle sue memorie formano oggi la prefazione al suo Erodoto. Le altre son note illustrative dei passi più difficili e controversi del primo e secondo libro di quelle istorie, e anch'esse furono inserte nell'edizione.

Ma quell'anno della sua nomina fu per lui anche lutto domestico, e fu lutto nazionale; la morte di Massimo D'Azeglio! Si sa, che negli ultimi suoi giorni il D'Azeglio diede espresso incarico alla sua figlia di pubblicare lo scritto, che intitolò *I miei ricordi*, quello, che tanto è letto da tutti gl'Italiani e prescritto persino negli studi delle scuole elementari, e rimarrà insigne monumento nella letteratura nostra. Adempì la figlia il mandato e *I miei ricordi* uscirono nel 1867. Ma il nome di Matteo Ricci non poteva disgiungersi dal nome della sua sposa in quella patria edizione. Chè egli vi aggiunse una nota biografica, e una preziosa particola di testamento politico e religioso, che aveva tratto da una carta autografa dell'illustre suocero. Poscia il Ricci fece argomento di una sua memoria: *Gli scritti postumi del D'Azeglio.*

Nel dicembre del 1873 il nostro socio passò nella categoria dei non residenti, avendo egli deciso di trasportare la sua stabile dimora a Firenze. Ma non potè dipartirsi dall'antica capitale senza pagare un mesto tributo ad un suo caro collega, caro a lui e non meno a noi. Carlo Promis mancava il 20 maggio di quell'anno. La bella commemorazione fu stampata coi tipi del Favale. Non passò un anno, Domenico Promis seguiva il fratello, e due lutti accademici dopo lui successero a breve intervallo: Carlo Baudi di Vesme, e il venerato presidente Federico Sclopis. Della loro perdita il Ricci, lontano, prese la viva parte che noi tutti prendemmo, e li commemorò onorandoli come li aveva sempre onorati (v. Archivio storico), ed è mio dovere aggiungere, che all'animo suo riconoscente non mai si offerse occasione, che ei non cogliesse per ricordare o a voce o cogli scritti l'abate Amedeo Peyron, che soleva chiamare suo caro maestro.

Intanto col tomo III, dai tipi del Bona, essendo editore il Loescher, era uscita nel 1881, la intiera opera: *Delle Istorie di Erodoto, volgarizzamento con note di Matteo Ricci*, che con la

Politica di Aristotele è l'altra delle sue due principali opere e la più importante.

Quanto alla Politica i pregi stanno nelle ragioni stesse, per cui il Balbo gliel'aveva suggerita. Chè dal cinquecento in poi, come osserva lo stesso traduttore, non ha l'Italia traduzione nè buona nè cattiva; e quelle fatte dai cinquecentisti sono poverissime di sana critica, e spesse volte inintelligibili, laddove la Francia e l'Inghilterra ne possedono di ottime e recentissime. Ora l'Italia ha la sua.

Bensì l'Italia ha traduzioni piuttosto recenti dell'Erodoto; tuttavia tra loro è degna di ottenere un bel posto quella del Ricci per molte ragioni. Anzitutto facile e disinvolto lo stile, fiorentina la lingua, e quanto al merito della traduzione fu, se non altro, troppo severo il giudicio di qualche critico. La fedeltà non poteva venir meno al dotto Ellenista, diligentissimo nel consultare i varii testi, e i precedenti lavori e commenti, come ne fanno fede le note apposte a ciascun libro. Certo non è sempre facile assunto il mettere d'accordo alcune affermazioni dello storico greco con le deduzioni critiche della scienza moderna; il che cerca egli di far sempre. Ora venendo egli l'ultimo potè introdurre elementi nuovi, ignoti ai precedenti autori, e dare in realtà nuovo valore alla sua traduzione. Comunque è opera di lunga lena, a cui il Ricci può sperare di avere raccomandato il suo nome.

Non è dunque meraviglia, se il Circolo Filologico di Firenze, appena l'esimio letterato vi si stabilì, siasi affrettato ad eleggerlo suo Presidente. Ei diede nuova vita a quell'Istituto; vi introdusse le letture e le conferenze, porgendo egli il primo l'esempio di una grande operosità. Non passò anno, in cui egli non abbia o letto una Memoria o tenuta una conferenza. Le Memorie stanno nella *Rassegna Nazionale*, che esce dall'ufficio di quel Circolo.

L'Accademia della Crusca lo nominò suo socio residente nel gennaio del 1883, ed egli l'anno dopo esordì le sue letture in una solenne adunanza recitando l'Elogio di Giovanni Prati.

Fu operaio, come dicesi, del Conservatorio femminile di Ripoli, e segretario della Società di educazione liberale, che fondò la scuola di scienze sociali.

All'anno 1891 eragli serbata un'altra nomina, che doveva

coronare splendidamente le precedenti, quella di Senatore del Regno. Se ne rallegrò per l'onore di sedere accanto ad illustri conoscenti, fra cui illustre e cara gli era la conoscenza del marchese Carlo Alfieri. Nè però egli desistette mai dal lavoro, ed ancora l'anno scorso scrisse l'intima vita di Enrico Heine secondo nuovi documenti; e seppi, che sul principio dello scorso febbraio ei rivedeva le bozze della sua traduzione di un libro di Tucidide.

Tra le molte sue monografie non è da passare sotto silenzio il *Saggio sugli ordini politici dell'antica Roma paragonati colle libere istituzioni moderne* (Firenze, Le Monnier, in-8°); nè la *Raccolta di ritratti politici e letterarii con una Collezione d'iscrizioni edite ed inedite* (Firenze, 1888, in-8°); nè *Gino Capponi, impressioni e ricordi di due anni di consuetudine* (Firenze, 1876, in-8°); nè per delicati pensieri il *Discorso su Caterina Franceschi Ferucci;* nè la *Commemorazione della marchesa Alfieri di Sostegno nata Benso di Cavour*, notevole per affetto ed alta venerazione.

Ma il Ricci era così; era buono, era vero gentiluomo; coltivava così gli studî, come le amicizie, e di queste serbava indelebile memoria. Aveva una vera inclinazione, e, convien dire, un'abilità singolare a ritrarre il carattere morale delle persone. Per lui l'architetto, l'archeologo, il filosofo, il poeta erano sempre l'uomo, e cercava di farli conoscere ed amare, più che dalle loro opere, nelle intime scene di lor vita, negli aneddoti, di cui per ciò sono piene le sue biografie, drammatizzandole spesso con brevi dialoghi, talchè se le molte *Vite* da lui narrate si riunissero in un volume, formerebbero, credo, una raccolta originale per il modo tutto suo di rappresentare. Qualunque poi fosse il soggetto, egli scriveva signorilmente, con sprazzi d'ingegno e d'acume, che fan sempre dilettevole la lettura delle opere sue.

Fra le intime amicizie era oggidì intimissima quella di Ernesto Masi, letterato e filosofo, provveditore agli studi in Firenze, il quale ad istanza e per mezzo d'una gentile e nobile signora si compiacque fornirmi di alcune notizie. Han queste il pregio adunque di essere state attinte ad ottima fonte. Alcune debbo alla cortesia del Segretario del Consiglio direttivo della Scuola di scienze sociali, egregio signor Atto Corsi.

Ora, essendo collocate in matrimonio le due sue figliuole, il Ricci viveva solo in Firenze nel villino Altoviti, e per l'ami-

cizia, che lo legava al marchese Alfieri, frequentava le sale, ove attorno a questo illustre Piemontese sogliono convenire personaggi illustri per scienza, politica, casato. Questo poi hassi a notare, che sin dal 1852 teneva un Diario di tutto quanto gli avvenisse di memorabile, diario non mai interrotto neppur un giorno solo finchè gli durò la vita. Fu interrotto la prima volta e per sempre il dì 10 dello scorso febbraio. Niun l'avrebbe detto in quel dì. Pareva in ottima salute; sentì un istante bisogno di riposo, e adagiatosi sul suo seggiolone spirò.

A tanto uomo non mancheranno dotte biografie. Questi pochi miei cenni intanto, se non abbiano la vivezza del suo stile, mi basterà, che ritraggano un pensiero: Onorare la virtù operosa, che è bella in tutti, ed è cara in quelli, che hanno avuto con noi società d'opera e d'intendimenti.

ANTONIO PERTILE

Cenno necrologico del Socio CESARE NANI.

Chi scrive la biografia di Antonio Pertile non molti fatti degni di nota ha da narrare, perchè la sua esistenza trascorse semplice e modesta, *schiva d'ogni mondan rumore.*

Nacque in Agordo (Provincia di Belluno) il 10 novembre del 1830, di famiglia però originaria di Gallio vicentino. Frequentò i corsi di diritto nelle Università di Gratz, di Vienna e di Padova e qui conseguì nel 1855 la laurea dottorale. A Vienna coprì per breve tempo l'uffizio di *aggiunto di concetto presso il Ministero del culto e della pubblica istruzione;* ma già nel 1857, essendo stata fondata nell'Università di Padova la cattedra di *Storia del Diritto*, il Pertile venne chiamato ad occuparla in qualità di professore straordinario e pochi anni dopo, nel 1861, era promosso ad ordinario. In questo modo si avviò all'insegnamento ed alla scienza, a cui volle dedicate tutte le energie del volere e dell'ingegno. Non sì però che una parte della propria operosità non spendesse volentieri anche in pubblico servigio, giacchè fu sindaco per qualche tempo di Strà (dove soleva villeggiare), consigliere comunale in cinque comuni contempora-

neamente, fondatore e presidente onorario di una cassa rurale. Questi parranno a molti troppo umili ufficii; ma egli non mirò più in alto, nè forse glielo avrebbero consentito le sue tendenze spiccatamente conservative che egli non dissimulò mai, neppure, quando se ne presentò l'occasione, nei suoi scritti. Di sè stesso egli scrisse: " io sono contento del modesto mio ufficio „ e scrisse il vero perchè egli fu sopratutto insegnante e scienziato.

Insegnante tenne, infino quasi all'ultimo giorno della sua vita, la cattedra di *Storia del diritto italiano* ed un corso libero di *Esegesi delle fonti del diritto medievale,* oltre all'incarico di *Enciclopedia giuridica,* mutato poi nell'altro di *Introduzione enciclopedica ed Istituzioni di Diritto civile* che abbandonò in ultimo per quello di *Diritto canonico.* Non per l'arte del dire, nè pei lenocinii della forma rifulse il suo insegnamento; bensì attinse efficacia dalla profonda conoscenza della materia, giusta l'oraziano:

" ..... cui lecta potenter erit res
nec facundia deseret hunc, nec lucidus ordo „.

Scrittore, pubblicò varie monografie, riguardanti tutte la Storia del diritto e più o meno ampie. La maggior parte comparvero negli *Atti del R. Istituto veneto;* altre negli *Atti della R. Accademia di Padova,* nell'*Archivio veneto* e nell'*Archivio giuridico.* Nel *Digesto italiano* ne vide la luce una, intitolata " *Gli Statuti municipali e la loro influenza sul diritto privato* „, ed è particolarmente da ricordare il discorso " *Degli ordini politici ed amministrativi della città di Padova nel sec. XIII* „ pronunciato nel 1882, in occasione della solenne riapertura degli studi in quella Università.

Ma l'opera a cui principalmente è raccomandata la fama del Pertile è la sua *Storia del Diritto italiano.* Incominciò a raccoglierne, con assidua cura, i materiali fin dal giorno in cui prese ad insegnare questa disciplina, cioè dal '57, come si è veduto, e ne pubblicò " non senza molta difficoltà e trepidazione „ come egli diceva nella prefazione, il 1° volume nel '73; la seconda parte dell'ultimo volume non uscì che nell'87. L'opera, composta di sei poderosi volumi, gli era dunque costata trent'anni di non interrotte fatiche. Di questo lavoro furono dati,

mentre ancora era in corso di pubblicazione, giudizii, come sovente accade, assai disparati. Ebbe lodi, maggiori forse fuori che in patria, ma non gli furono risparmiate nè critiche, nè acerbe censure che il Pertile respinse con linguaggio insolitamente concitato e sdegnoso. Sarebbe ozioso il soffermarsi su queste polemiche ora che perfino l'eco se n'è dileguato, e per comune consentimento nella *Storia del Diritto italiano* si ravvisa, insieme con alcuni difetti, il pregio di un altro valore scientifico. E per verità quei difetti sono dovuti parte alla difficoltà somma dell'impresa, parte al temperamento stesso dell'ingegno del suo autore.

Lo scrivere infatti una storia completa del nostro diritto era, quando il Pertile vi si accinse (ed è tuttora, sebbene in grado minore), tale assunto da sgomentare anche i più valenti ed i più audaci. Ben poco, in confronto d'altre, era stato fatto in tempo più antico per questa scienza che rimase poi, per lunghi anni, quasi del tutto negletta, dopo che l'influenza del diritto francese ebbe spezzato il filo delle nostre tradizioni giuridiche. Appena erano valse a ravvivarle alquanto le opere, benchè in diversa misura, ragguardevoli dello Sclopis e del Forti, incomplete però, sotto l'uno o l'altro aspetto, amendue. Mancava quindi quel serio lavoro di preparazione senza cui niuna opera generale è possibile, lavoro che ha da essere necessariamente il risultato degli sforzi di molti e proseguito per un non breve periodo di tempo; troppo imperfetta era la nozione dei varii diritti, per quanto ciascuno d'essi aveva di particolare, che, nei diversi Stati in cui si divideva l'Italia, erano stati in vigore; delle stesse fonti solo una parte era stata pubblicata, nè sempre con tutti i sussidii della critica, l'altra, certo non esigua, celata ancora negli archivii, occultavasi alle indagini degli studiosi. Queste le difficoltà principali che contrastavano ogni tentativo di ricostruire per intiero la storia del nostro diritto. Nè d'altra parte aveva la natura conceduto all'ingegno del Pertile la genialità dell'artista che riesce a colorire e dare vita e rilievo all'esposizione anche là dove la materia pare che sia più sorda al magistero dell'arte; nè tanta potenza di sintesi da saper sempre condensare con brevità efficace i risultati del lavoro lento e diffuso dell'analisi, e scolpire con pochi tratti vigorosi la figura di ogni istituto giuridico.

Insigni, per contro, furono in lui le doti di ricercatore erudito, accurato, indefesso, non timido nell'affrontare gli ostacoli che si affacciavano sul suo cammino; vasta la dottrina congiunta a sobrietà e temperanza somma di giudizio. Con queste qualità non brillanti ma solide egli potè scrivere un'opera che è, malgrado ogni sua menda, per più rispetti ammirabile; un'opera di cui poche migliori può vantare, fra le congeneri, la Germania, niuna la Francia; un'opera che ha schiuso la via all'elaborazione progressiva della nostra storia giuridica.

Ben a ragione nell'accingersi alla seconda edizione della sua Storia egli poteva dire: " ho compito con molto studio e con molte fatiche, non senza la divina assistenza, l'assunto che mi era proposto, di formare il disegno e di porre le basi della storia del diritto italiano ". E, se più altamente avesse sentito di se stesso, avrebbe potuto aggiungere, applicando a se medesimo le parole di Goethe: " A noi vecchi il perdono degli errori " poichè non trovammo la via già bella e tracciata; ma da chi " più tardi è venuto al mondo si pretende di più, già che egli " non ha più da ricercare e da errare, ma deve giovarsi del " consiglio dei vecchi e sollecitamente incamminarsi per la " diritta via ".

Quella seconda edizione riveduta a cui il Pertile già aveva posto mano nel '91, egli non ebbe la ventura di poter condurre a termine. Glielo impedì lo stato della sua salute, fatta ogni giorno più cagionevole, e la morte lo colse allorquando tre volumi e parte del quarto erano stati pubblicati. Si spense serenamente in Padova il dì 4 marzo del '95, nell'anno sessagesimoquinto dell'età sua, confortato dall'affetto e dalle cure della gentildonna che gli fu consorte e dei figli, confortato dalle supreme speranze di quella fede che mai l'aveva abbandonato. La dipartita dell'uomo modesto quanto valente, insigne per la illibatezza della vita e la integrità del carattere, fu luttuosa ai discepoli, ai colleghi, agli amici, a noi che ci onorammo di averlo a socio corrispondente di quest'Accademia, a quanti coltivano la scienza dove egli stampò un'orma profonda. Questi sapranno serbare degnamente il prezioso retaggio d'opere e d'esempi che il Maestro loro ha lasciato!

Diploma inedito di Berengario I (a. 888) in favore del monastero di Bobbio

pubblicato dal Dott. LUIGI SCHIAPARELLI.

Pubblico un precetto di Berengario I in favore di S. Colombano di Bobbio. Questo documento se a rigore non può dirsi del tutto sconosciuto, è ad ogni modo inedito, e rimase dimenticato dopo un brevissimo cenno fattone dal Muratori.

a. 888 (agosto?), Cortalta (Verona).

. . . . . .

| perenniter et im[mutabiliter] /////////// conseruandum (?) fieri ////////////////// et secundum augmentum dignissime recordationis domni Karoli im | peratoris senioris et consobrini nostra regali auctoritate sancimus ut in quibuslibet pagis uel territoriis de rebus supradicti cenobii aliqua orta fuerit | contentio (1) cui uero (*sic*) sit inquisitio necessaria ex nostra fiat auctoritate per idoneos homines quorum testimonium probabiles (*sic*) sit ne aliqua interueniente in | curia uel occasione eadem ecclesia de facultatibus suis aliquid cogatur amittere quod ei iuste competit habere. Omnia quoque que inferius notantur inrefra | gabiliter absque cuiusquam inquietudine seu immutatione concedimus habenda et ordinanda per abbatem qui pro tempore fuerit nostra largitione et eorum | electione ipsi sancto loco substitutus secundum dei uoluntatem eorumque in omnibus competentem utilitatem. Id est monasterium cum cellulis infra uallem in qua situm est consistentibus . | turrem . boco . salonianam . montana et maritima cum cellulis carice et turio . carelio . comorga et castellione . ranci cum casasco . et caniano atque brioni ac | uicopontio uirdim cum ecclesia sancti pauli in niza et sancti albani in candubrio montem longum cum memoriola et omnibus appenditiis suis . touatiam cum ecclesia | sancti pauli in sartoriano . prato siluano cum ecclesia sancti antonini et sancti seueri peco-

(1) La " o " è ricalcata su rasura.

rari cum palantas et proprio guntelmi et paderno . trauano cum alfiano et anca | riano et ecclesia sancti saluatoris in clauzano . rouaclas et ecclesia in honore sanctę resurrectionis cum his que ad eam pertinent . aulianum cum proprio defulcario | et teutrude cassianum ac casellas sorlascum luliatica . garda cum adarbassio . fraxinetum et portum mantuanum propriumque quod sabatinus ueneticus in | quomaclo sancto columbano tradidit . proprium quoque quod teudaldus et teupaldus episcopi ipsi monasterio tradiderunt . scenodochium aetiam in papia cum ad eum pertinentibus | perledum medei farinariam crucem atque genuam. Omnia igitur hec superius que inserta sunt sicut ad eundem sanctum et uenerabilem locum delegata et tradita noscuntur ita cum omni | integritate cum omnibus ad eum pertinentibus cum massariciis uel familiis seu cunctis adiacentiis sub omni integritate absque ulla diminutione subtrac | tione . et queque deinceps ipsi sana industria uel quorumlibet christianorum legitima collatione acquirere potuerint in conuulsa et perpetua sta | bilitate concedimus haberi . possideri et ad uotum ipsorum religiose rationabiliter et deo placite ordinari . sed et priuilegia apostolica auctoritate eidem | sancto loco largita per hoc pragmaticum confirmamus et ut nullus episcoporum uel ex quolibet ęcclesiastico ordinare (*sic*) uiolare uel irrumpere attentet omnino | interdicimus. Igitur quia pro summa reipublice necessitate pacisque tranquillitate quandam diuisionem de rebus iam fati cenobii ad oram . fieri permisimus iubemus | atque omnimodis statuimus ut de illa parte quam in usus monachorum delegauimus interim dum domino auxiliante ad pristinum reuocetur statum nullus (1) iudex | publicus nullus missus discurrens aliquam sepe fatis monachis eorumque familiis uiolentiam uel inquietudinem inferre presumat . quos cum omnibus rebus et | familiis sub nostra nos constat recipisse emunitate et mundeburdo. Si quis uero hominum ipsius monasterii utilitatis famulantium ingenuus commendatus siue seruus | aliquid commiserit unde fiscus noster quippiam sperare possit totum hoc parti ipsius loci sancti concedimus et ne a quoquam exigatur penitus abnegamus. Quicumque uero ali | quid horum uiolare presumpserit sciat se pene persoluendarum Lx libras auri optimi eidem

(1) Correzione di prima mano per " nullum ".

loco esse multandum et insuper nostram offensionem plectendum. Nullas quoque | redibitiones aut publicas excubias nullas paradas uel angarias facere siue persoluere cogantur. nullas pontium nouas uel ueteres structiones seu re | structiones agere uel renouare conpellantur que nos uniuersa idcirco concessimus et perdonauimus ut omnipotenti domino pro nostra totiusque regni nostri augmento et stabi | limento deuotius placidius ac delectabilius omnia exclusa necessitatis occasione ualeant supplicare. Ut autem hec nostre cessionis perceptio rata ac stabilis per futura | tempora maneat manum nostra (1) subter firmauimus et anulo subter iussimus sigillari.

⁂ Signum (M. F.) domni Berengarii gloriosissimi regis ⁝ ⁂

⁂ Petrus notarius iussione regis recognoui .∴. ⁂

| Data ////////////////////// Lxxxviii Anno uero domni berengarii gloriosissimi regis . i . Indictione . vi . Actum c[ur]te alta curte regia

Rinvenni questo diploma nei mazzi da ordinare dell'Abbazia di S. Colombano di Bobbio, conservati nell'Archivio di Stato in Torino: venne in seguito collocato nel *mazzo* 1 di detta Abbazia (2).

La pergamena è mal conservata: recisa superiormente, corrosa in altri punti, guasta nell'estremità inferiore.

Misura: altezza massima 0,465, minima 0,417, largh. 0,50.

Le righe furono tracciate con punta a secco nella faccia *verso:* le distanze furono misurate col compasso, di cui scorgonsi a sinistra le impressioni delle punte; tuttavia lo scritto non segue sempre la rigatura, e si trova ora al disopra ora al disotto.

Mancano della rigatura le ultime tre linee del *testo* e quelle dell'*escatocollo.*

Il diploma è originale e inedito. L'Ughelli non ne fa accenno, e neppure il Mabillon, che pure nel giugno del 1686 fu a visitare il monastero di Bobbio e ne descrisse, nel suo *Iter ita-*

---

(1) Il ms. ha: " manu̅ nra̅ „, che potrebbe anche sciogliersi: " manum nostram „. Comunque sia, l'amanuense volea dire: " manu nostra „.

(2) Sono assai grato al ch. Barone E. Bollati di St-Pierre, direttore dell'Archivio di Stato, e al Cav. D'Agliano, archivista, per aver gentilmente favorito le mie ricerche.

licum, i codici e le pergamene (1). Un breve ricordo ci viene dato invece nel II *Scriptores* del Muratori al capitolo: " Palatini Socii. In Synodum Ticinensem ab Episcopis Regnique proceribus celebratam pro electione, seu confirmatione Widonis in Regem Italiae ", dove leggiamo: " Alterum Autographum (sottintendi: *vidi in Bobiensi Tabulario*), quo confirmantur omnia priuilegia Monasterii Bobiensis, sed mutilum in principio, et circa finem, in eo tamen sequentia clare leguntur. " Anno uero Domini Berengarii Gloriosissimi Regis I Indictione VI. Actum .....alia, Curte Regia ". Indictio itaque VI, quae in cursu erat anno Domini DCCCLXXXVIII copulatur cum anno primo Regni, prout in praedictis " (2). Il Rossetti (3) non ebbe cognizione di questo diploma, che Dümmler confuse con quello del 19 ott. 903.

Manca affatto il *protocollo*: del *testo* mancano l'*inscriptio* o *salutatio*, l'*arenga* o *proemium*. L'atto incomincia colle parole: " perenniter et im[mutabiliter]..... ", che, pare, chiudono l'*expositio;* a ciò fa seguito intera la *dispositio* colle rimanenti parti del *testo*. Vi è infine l'*escatocollo*, che però ha la *datazione* mutila. Destinatario fu l'abate Aginulfo, come ci fa sapere il breve regesto scritto sul *verso*, in minuscolo perfezionato, da mano del sec. XII: " domni Berengarii regis aginulfo abbati nostro "; probabilmente, allora la pergamena era ancora intatta.

Berengario fa una donazione al monastero di Bobbio " secundum augmentum dignissime recordationis domini Karoli imperatoris senioris et consobrini "; non è il solito accenno alla sua parentela (4) coll'imperatore Carlo Magno, ricordata in varii diplomi colla frase consueta *consobrinus noster*, ma un ricordo, una dichiarazione, che, considerata la data del diploma, la condizione politica di Berengario, la " renovatio Regni Francorum " (5) del rivale Guido, acquista speciale importanza storica.

Di Berengario I conoscevamo finora due soli diplomi concessi

---

(1) MABILLON, *Museum Italicum* (Lutetiae Parisiorum, 1724), I, p. 217.

(2) MURATORI, *SS.*, II, pars I, 416 (III). Cfr. *Indices Muratoriani*, Aug. Taurinor. 1885, p. 36, n. 1160.

(3) ROSSETTI, *Bobbio illustrato.* Torino, 1795.

(4) DÜMMLER, *Gesta Berengarii imperatoris*, Halle, 1871, pag. 13.

(5) DÜMMLER, *Geschichte des ost. Reiches*, 2 Aufl., III, pag. 370.

al monastero di Bobbio. Uno di essi, colla data 11 sett. 903 (1), è la conferma fatta, dietro intercessione della moglie Bertila, all'abate Teodelasio delle donazioni dei re Longobardi, di Carlo Magno, di Lodovico il Pio, di Lotario, di Lodovico II e di Arnolfo. Le terre confermate corrispondono, fatte poche eccezioni, a quelle ricordate nel presente diploma, del quale peraltro ivi non vien fatto cenno alcuno. Il secondo, del 19 ottobre 903 (2), è una riconferma dei diritti spettanti a Bobbio sulle terre precedentemente donate. Si ricorda in modo esplicito il diploma dell'11 settembre: " Confirmamus etiam mundeburdium sicut a nobis iam alia uice ipso uenerabili abbati (cioè *Teodelasio*) suisque fratribus seu sancto coenobio per preceptum pro mercedem animae nostrae concessum habemus „.

All'abate Aginulfo (3), destinatario del nostro diploma, furono concesse due donazioni di re italiani, una di Guido (4), di Lamberto (5) l'altra. Guido, ricordate genericamente le donazioni " felicium decessorum nostrorum augustorum „, aggiunge: " Et quia minus quedam in eisdem preceptionibus habentur quae fratribus praescripti sancti coenobii con[sist]ere noscuntur..... „. Le terre confermate e le formule corrispondono, salvo poche varianti puramente di forma, a quelle del diploma di Berengario dell'888, diploma che Guido non ricorda, ma che certo dovette servirgli di modello (6). Solo motivi politici pos-

---

(1) Copia sec. XI. *Archivio di Stato in Torino* (Abbazia di S. Colombano di Bobbio, mazzo I); Böhmer, *Reg.*, 1320; Dümmler, *Reg.*, 35.

(2) Originale. *Archivio di Stato in Torino* (Museo storico, sala I); Regesti: *B.*, 1321; *D.*, 36.

Le seguenti citazioni di passi dei diplomi dei Re d'Italia sono fatte secondo il testo originale o la copia più antica dell'Archivio di Stato in Torino.

(3) Cfr. Ughelli, *Italia sacra*, ed. Coleti, IV, 964; Rossetti, Op. cit., III, 62.

(4) Orig., *Archivio di Stato in Torino* (Museo storico, sala I), Regesti: *B.*, 1280; *D.*, 17.

(5) Orig., Arch. cit., Regesto: *D.*, 6.

(6) A maggiore prova trascrivo una parte del *testo* di questo diploma: " ..... Omnia quoque quae inferius adnotantur inrefragabiliter absque cuiusquam inquietudine seu immotatione concedimus | habenda riordinanda per abbatem qui pro tempore fuerit nostra largitione & eorum electione ipsi sancto loco substitutus secundum dei uoluntatem eorumque in omnibus com[peten]tem utilitatem. Id est monasterium cum cellulis infra uallem | in qua situm est consistentibus turrem. bocco. salonianum. montana. et

sono spiegarci le parole ora citate di Guido e il suo silenzio sulla donazione del rivale Berengario. Lo stesso silenzio nel diploma di Lamberto: " iuxta felicium predecessorum nostrorum augustorum lotharii scilicet ac ludouici Karlomanni et fratris eius Karoli nec non et domni uidonis diue memorie genitoris nostri innouare sanciremus „.

Alcune osservazioni diplomatiche. Anzi tutto, si distinguono due caratteri, quello del *testo*, il ben conosciuto carattere librario del secolo IX, e quello dell'*escatocollo*, che, tanto nel carattere allungato della *segnatura* e della *ricognizione*, quanto nelle aste prolungate della *datazione*, presenta sicuri segni distintivi della scrittura bollatica. Pare che la pergamena sia stata scritta da un solo *ingrossator*; è però estremamente difficile emettere un giudizio preciso per l'*escatocollo*, corroso assai, e che ha caratteri paleografici diversi. La *datazione* presenta lettere più piccole, meno rotondeggianti, più unite; ma se si ricorda che ordinariamente essa veniva scritta dopo le altre parti del diploma, e in tempo diverso, non si può dare gran peso a queste varietà tenui di scrittura; d'altra parte l'inchiostro adoperato pare il medesimo che per il testo.

---

maritima cum cellulis. carice cum turio. et carelio. comorga. & castellione. rancicum casasco & caniano atque brioni ac uicopontio. uirdim cum ecclesia | sancti pauli in niza & sancti albtani (*sic*) in candubrio. monte longum. cum memoriola et omnibus appendiciis suis. Touacia cum ecclesia sancti pauli in sarturiano. prato siluano cum ecclesia sancti antonini & sancti seueri. pecorari cum palantas. & proprio guntelmi | Et paderno. trauano cum alfiano. & ancuriano. et ecclesia sancti saluatoris in clauzano. rouaclas. et ecclesia in honore sanctae resurrectionis cum his que adeam pertinent. auliano cum proprio defultario & teudrude. perlascum romariascu proprio de al | biniano. sorlascum. luliaticam. garda cum adarbassio. fraxenetum. & portum mantuanum. propriumque quod sabatinus ueneticus in comaclo sancto columb[ano] tradidit. propriumque quoque quod teodaldus & teutbaldus ipsi monasterio tradiderunt | cum insula teplense. Xenodochium cum ecclesia in papia cum om[ni a]d eam pertinentibus perledum. farinariam crucem atque genuam. Omnia igitur [qua]e superius inserta sunt sicut ad eundem sanctum et uenerabilem locum | delegata et tradita noscuntur. Ita cum omni integritate cum [omni]bus ad se pertinentibus cum massaritiis uel familiis seu cunctis adiacenciis sub om[ni inte]gritate absque ulla diminutione seu substratione „, ecc. ecc.: le rimanenti parti del testo corrispondono perfettamente al diploma di Berengario dell'888. Lo stesso dicasi del citato diploma di Lamberto.

Il monogramma è firmato. Sembra infatti che si possa attribuire a Berengario il tratto che unisce l'asta diagonale della N all'asta verticale di sinistra: l'intiero monogramma fu scritto in diverso tempo ed anche, come pare, con inchiostro differente dalla *segnatura*. La base non è in linea colle altre parti della medesima riga, si appoggia a destra lasciando a sinistra un notevole spazio; ciò, parmi, significherebbe essere stato tracciato dopo la segnatura nello spazio voluto tra *Signum* e *domni*. Il foro della pergamena, in alto a destra di *Signum*, impedì di eseguire il monogramma nel centro dello spazio determinato; l'*ingrossator* fu costretto avvicinarlo più a destra presso *domni;* se al contrario quello fosse stato tracciato anteriormente, non si spiegherebbe come mai la parola *Signum* sia stato scritta così distante dal monogramma, mentre il foro della pergamena non presentava impedimento.

La ricognizione è del notaio Pietro: " Petrus notarius iussione regis recognoui „.

Pietro fu cancellario dall'888 all'890; arcicancelliere dall'896 all'899 (1). Nei diplomi dell'anno 888 (Böhmer, *Reg.*, 1289; Dümmler, *Reg.*, 1, 2, 3) si firma: " Petrus cancellarius ad vicem Adollardi episcopi et archicancellarii „, così in altro del 12 maggio 890 (B. 1294; D., 8). Dal 29 luglio 896 (B., 1302; D., 15) all'11 marzo 899 (B., 1313; D., 27) funziona da arcicancelliere; solo in due diplomi dell'896 (B., 1303, 1304; D., 16, 17) troviamo: " Vitalis cancellarius iussu regis „; in uno dell'898 (B., 1306, D., 20) lo stesso arcicancelliere Pietro si firma: " Petrus cancellarius iussu regis „. Questa formula è comune nella cancelleria di Berengario I. Troviamo; " Restaldus notarius iussione regia ad vicem Adelardi episcopi et archicancellarii „ (B., 1295, 1296, 1298; D., 9, 10, 12), " Petrus notarius iussione regia „ (B., 1318; D., 33), " Petrus cancellarius iussu regis „ (B., 1339; D., 54), " Johannes notarius iussu regis „ (B., 1343-1346; D., 62-65), " Johannes notarius iussu regio „ (B., 1348; D., 67), " Hermenfredus domini imperatoris capellani ipsius imperiali iussione „ (B., 1358, 1359; D., 86, 87, 90), " Johannes episcopus et archicancellarius imperiali iussione „

(1) Dümmler, op. cit., pag. 56, nota 1.

(B., 1370; D., 104), " Hermenfridus cancellarius imperiali iussione „ (B., 1371; D., 105) (1).

Ne risulta che le formule *iussu regis*, *iussu regio*, *imperiali iussione*, *iussione regia* erano adoperate da un *notarius*, da un *cancellarius* e da un *archicancellarius* come da un *capellanus domni imperatoris*; insomma da tutti gli ufficiali della cancelleria.

Notevole è il fatto, che cancellieri come Pietro e Giovanni (2) si firmano semplicemente col titolo di *notarius*. Pietro, essendo archicancelliere, si sottoscrive anche *cancellarius* (B., 1306; D., 20). Però in questi casi, sia che il cancelliere preferisca chiamarsi *notarius*, sia l'arcicancelliere *cancellarius*, la loro ricognizione non viene mai fatta *ad vicem* di altri ufficiali della cancelleria.

Simile esempio ci offre la cancelleria di Lodovico II: *Ructemiro* si firma *archinotarius*, *archicancellarius*, ed una volta semplicemente *notarius* (3). Dopo l'a. 865, nota il Bresslau, la cancelleria di Lodovico II è in pieno disfacimento: non è più ricordato un cancelliere capo, i diplomi vengono firmati da persone ecclesiastiche, per lo più ministri di Cappella, che si sottoscrivono anche notai (per es. *presbyter et notarius*), dichiarando però sempre che la loro ricognizione avviene dietro comando dell'imperatore. " Diese Berufung ersetzt die früher übliche Angabe " des Verbretungsverhältnisses „ (4). Evidentemente la cancelleria di Berengario I si appoggia a quella dei Carolingi italiani; il fatto ha importanza e dal lato diplomatico e dal lato storico.

Nei diplomi di Berengario la formula *iussu regis* è usata estesamente da tutti gli ufficiali della cancelleria, i quali non sempre si chiamano col loro proprio titolo e preferiscono talora quello di *notarius*. Sarà questo conseguenza di una maggiore libertà o minore fissità dell'uso cancelleresco? segnerà questo un passo indietro nello sviluppo della cancelleria, come disse il Bresslau (5) a proposito di quella dei figli di Lotario? Allo

---

(1) Cfr. Mühlbacher, *Un diplôme faux de Saint-Martin de Tours* (nell'opera miscellanea: *Mélanges Julien Havet*. Paris, 1895, pag. 137, nota 2).

(2) Cancelliere dal 24 aprile 908, dal 28 luglio 922 arcicancelliere; cfr. Dümmler, op. cit., pag. 56, nota 1.

(3) Bresslau, *Handbuch der Urkundenlehre*. Leipzig, 1889, I, pag. 290, nota 4.

(4) Bresslau, op. cit., pag. 291.

(5) Op. cit., pag. 294.

stato attuale degli studi sulla cancelleria del primo re d'Italia è impossibile rispondere a questi e ad altri quesiti; si noti solo l'importanza di tali ricerche e il vantaggio che ne ricaverebbe la storia.

La *datazione* ha una parte recisa, corrosa l'altra. Si legge: *Data.....*; scorgesi in alto un breve tratto di abbreviazione, probabilmente di *nonas* (*nōn*), più a destra un altro tratto corrispondente al posto del nome del mese (agosto?); rimane parte dell'estremità superiore dell'asta di destra della A di *anno*, parte dell'asta della *d* di *dominicae*, un lungo tratto della *i* di *Incarnationis*.

L'anno può ricostruirsi con sicurezza: è visibile una parte del numero L, l'estremità superiore dei tre XXX, della V, indi III (DCCCLXXXVIII). Il rimanente: " Anno uer[o] domī berengarii gloriosissimi regis . I . Indīc. VI. Actum c[ur]te alta curte regia „. L'anno primo di regno e l'indizione sesta corrispondono appunto all'a. 888. È l'unico diploma, finora conosciuto, di Berengario I datato da *Curte alta curte regia*.

La pergamena non presenta, a destra della *segnatura* e della *ricognizione*, il solito taglio, fatto a croce, e la traccia lasciata dal sigillo cereo; d'altra parte la formula di corroborazione *et anulo nostro subter iussimus sigillari*, parla evidentemente di un sigillo. Questo può far nascere il dubbio della esistenza di un sigillo pendente (1). Sappiamo che i verbi *sigillare* e *bullare*, come le espressioni *bullae nostrae impressione* e *de anulo nostro subter sigillari* furono adoperate confusamente, senza riguardo alla composizione del sigillo. Si scrisse *sigillum plumbeum* od *aureum* e *bulla cerea* (2). Si potrebbe forse dire,

---

(1) " ..... In praeceptis enim magnorum imperatorum Caroli, Lodoyci, Pipini, Carlomanni, Lodoyci, Ugonis Lotharii, Berengarii, Alberti, trium Ottonum, quinque Henricorum ac Conradi sic invenitur " Statuimus, ut monachi ad sacramentum non compellantur „. Et haec dicens, praecepta supradictorum imperatorum cera, plumbo, aureisque sigillis signata quae Casinensi Monasterio fecerant, imperatori caeterisque omnibus demonstravit „. *Chron. Mon. Casinensis*, Lib. III, auctore Petro (Mon. Germ. hist. SS., VII, pag. 823, ed. in f°). — L'uso dei sigilli di piombo è sorto in Italia sotto Lodovico II e continuò nella cancelleria dei Re d'Italia (Bresslau, op. cit., pag. 936).

(2) Stumpf, *Die Reichskanzler*, pp. 94-95; Ficker, *Beiträge zur Urkundenlehre*, Innsbruck, 1878, II, n. 302; Bresslau, op. cit., I, 939-940.

che, essendo la pergamena recisa nella sua parte inferiore, è impossibile scorgere il luogo d'applicazione; di certo un piccolo tratto, risparmiato nel taglio, ci fa conoscere che la pergamena si prolungava sotto alla datazione. Ma in fin dei conti all'ipotesi di un sigillo pendente non voglio attribuire importanza, e non saprei che cosa opporre a chi dubitasse che il sigillo mancasse, nonostante la formola ora citata. Peraltro non posso tralasciare di avvertire, che, siccome tosto vedremo, Ugo e Lotario nel 940 concessero a Bobbio un diploma col sigillo aureo pendente.

Sul *verso* della pergamena sta scritto in minuscolo carolino del XII-XIII secolo: " alibi est cum bulla „; qui forse *bulla* usasi in significato opposto a *sigillum*, e lo scrivano ha voluto notare, che altrove vi è un diploma con sigillo pendente. È logico ammettere che lo scrivano fosse un monaco di Bobbio, ed alludesse, colle parole citate, a documenti conservati nell'Archivio dell'Abbazia. Abbiamo visto che due sono i diplomi di Berengario concessi a Bobbio ed esistenti un tempo in quell'archivio: l'uno, quello originale, presenta il solito taglio della pergamena e conserva traccia del sigillo cereo; dell'altro, la copia che conosciamo nota a destra della signatura e della ricognizione il luogo del sigillo.

Possediamo un diploma di Ugo e Lotario del 20 marzo 940 (B., 1403), concesso a Bobbio, che, secondo la copia autenticata del XIV secolo, sarebbe stato munito di sigillo aureo. La formula di corroborazione dice: " et maiestatis nostrae sigillo aureo iussimus communiri „ (1). Non sarebbe possibile che

(1) Stumpf, op. cit., pag. 96, nota 158.

Riporto il passo dell'autenticazione in cui viene descritto il sigillo: " Anno dominice incarnationis millesimo centesimo septuagesimo secundo die sabbati quardecimo kl. decembr. Indicione sexta in ciuitate placentia in palatio episcopi in presencia..... Venerabilis pater et dominus dominus Manfredus dei gratia sancti georgii ad uelum aureum diaconus cardinalis apostolice sedis legatus uidit et una cum dictis episcopo et eius Vicario diligenter inspecxit. Vnum priuilegium dominorum hugonis et lotharii romanorum regum cuius exemplum superius continetur et dixit idem dominus legatus et pronunciauit ipsum priuilegium autenticum et originale esse sine ulla reprehensione carte bulle uel littere non uiciatum nec canzellatum in aliqua sui parte cum uera bulla cesarea aurea pendente ad ipsum que bulla exprimit ex una parte duas ymagines ipsorum regum in

colle parole *alibi ē cū bulla* il monaco di Bobbio alludesse a questo precetto, e notasse sul *verso* del diploma di Berengario, munito, o no, di un qualsiasi sigillo, l'esistenza, nell'Archivio dell'Abbazia, di un altro diploma *cum bulla?* Ad ogni modo di qui non si può dedurre nulla, per la soluzione del quesito sulla apparente contraddizione che riguardo al sigillo presenta il nostro diploma, che dovrebbe avere il sigillo e non ne presenta traccia (1).

Passiamo ad alcune osservazioni paleografiche.

Il *testo* del diploma non presenta alcun carattere della scrittura detta *bollatica* o *diplomatica*: è invece un esempio molto bello della scrittura libraria del sec. IX, della *minuscola carolina primitiva* (2). È semplice, elegante, ma senza ricercatezza, e ad un tempo severa; le lettere rotondeggianti e proporzionate in altezza e larghezza; le parole quasi sempre separate, le lettere avvicinate senza i legami del periodo anteriore; una " semplicità che rasenta la rusticità „ (3). Alla ricercatezza, allo studio nel presentare una scrittura elegante, chiara, proporzionata, tanto proporzionata che può parere alle volte alquanto rigida, va unita un'influenza corsiva che si palesa nelle lettere *a* aperte, nella *g* aperta, nella *r*, nella *t*, e nel nesso di *ct* (in *auctoritate*).

La *a* chiusa derivata dalla onciale è predominante: tuttavia si hanno parecchi esempi della *a* corsiva od aperta. La *a* di " ecclesia „ è sempre, eccettuato un solo caso, corsiva.

La *e* ha il tratto mediano che si prolunga a destra a guisa di un apice e le dà l'apparenza di una *e* visigota.

---

trono sedentium facie ad faciem et uterque ipsorum regum tenet in manu ramum lilii siue sceptrum regale et ex altera parte ipsius bulle legebatur in litteris. hugo et lotharius gratia dei piissimi reges aug. quod exemplum per me leonem infrascriptum notarium, etc..... „ (Copia sec. XIV, *Archivio di Stato in Torino*).

(1) Che il sigillo non di rado manchi nei diplomi lo avvertì il Ficker, op. cit., n. 301.

(2) Per le distinzioni e per i caratteri del minuscolo uscito dalla scuola di Tours, cfr. C. Cipolla, *L'antica biblioteca Novaliciense*. Torino, 1894, pp. 16-17. Estr. dalle *Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, serie II, tom. XLIV.

(3) Paoli, *Programma scolastico di paleografia latina e di diplomatica*. Firenze, 1888, I, pag. 23.

La *r* non si prolunga mai inferiormente: la *s* e la *f* qualche volta accennano ad un leggiero prolungamento.

L'ultima asta della *m* e della *n* è piegata a sinistra: in alto fa un arco abbastanza pronunciato come nella scrittura onciale, alla base ha un apice verso destra, ma quasi sempre parallelo alla riga. Quest'apice si ritrova alla base delle aste di altre lettere, e prende l'aspetto di un tratto d'unione.

La *g* sempre aperta e con un apice all'estremità superiore di destra.

La sigla corsiva esprimente *et* (ꝛ) non è affatto rappresentata.

Le aste delle lettere *b*, *d*, *h*, *l*, terminano con un ingrossamento limitato da un tratto verticale inclinante a sinistra.

Tra le maiuscole noto la N e la U di forma onciale.

Per l'ortografia è da notarsi: il dittongo *œ* una sola volta rappresentato dalle due lettere distinte in *aetiam*; tre volte indicato colla *e* cediliata (ę); nel rimanente dei casi la semplice *e*.

La segnatura e la ricognizione terminano colla puntuazione detta *periodus* dai *dictatores*. La lineetta verticale sulla *i* di *fuerit* (lin. 2ª) è di mano posteriore.

Le abbreviature sono abbastanza numerose. Per *troncamento*: ē (= est); mōn (= monasterio); s̄ (= sunt); sic̄ (= sicut); ueñ (= uenerabilem); tradideř (= tradiderunt).

Per *contrazione*: nr̄ā (= nostra); ul̄ (= uel); ecc̄ā (= ecclesia); ōmā (= omnia); sc̄ō (= sancto); scd̄m (= secundum); dī (= dei); ōmib. (= omnibus); mōns (= monasterium); qd̄ (= quod); dō (= deo); epōψ (= episcoporum); dn̄ō (= domino); cōmēdat' (= commendatus); n̄r (= noster); mōs (= monasterium).

Il solito tratto orizzontale per la *m*, i segni ' per *us* e ψ per *rum*: il punto che rappresenta la *us*: q. = que: il tratto - per l'ultima lettera dei verbi al passivo e degli avverbi per *tur* e *ter*: le sillabe *per*, *pro* colla conosciuta lineetta che taglia la *p*. Il tratto orizzontale termina spesso con una lineetta che sale a destra.

L'unico segno di interpunzione qui adoperato è il punto, che talvolta trovasi allineato alla base delle lettere, talvolta è

in alto, talvolta a metà. Nella stampa, il punto si collocò sempre all'uso moderno.

Il carattere paleografico del *testo* di questo diploma trova perfetto riscontro con quello dei codici del sec. IX; ma non è questo un esempio unico del suo uso nei diplomi. Mi piace ricordare in particolar modo un documento uscito dalla cancelleria di Lodovico II, il mandato dell'a. 853, con cui l'imperatore ordina ai vescovi, ai conti, ed a tutti i pubblici ufficiali di procurare la restituzione dei beni usurpati al monastero del monte Amiata (1). Non avendo il documento importanza grande come quella di un diploma, non ha la solennità di questo nè nelle formule nè nel carattere. Il mandato è scritto in carattere librario, in bel minuscolo carolingico. Ora questo mandato ha col precetto di Berengario dell'888 una rassomiglianza paleografica che colpisce: il confronto dei due documenti usciti da cancellerie diverse, ma unite da un legame di continuità, è appropriato ed espressivo (2).

Al ch. Prof. Carlo Cipolla, che mi indirizzò in questi studi e mi sorresse con suggerimenti e consigli, attesto profonda riconoscenza e sincero affetto di discepolo.

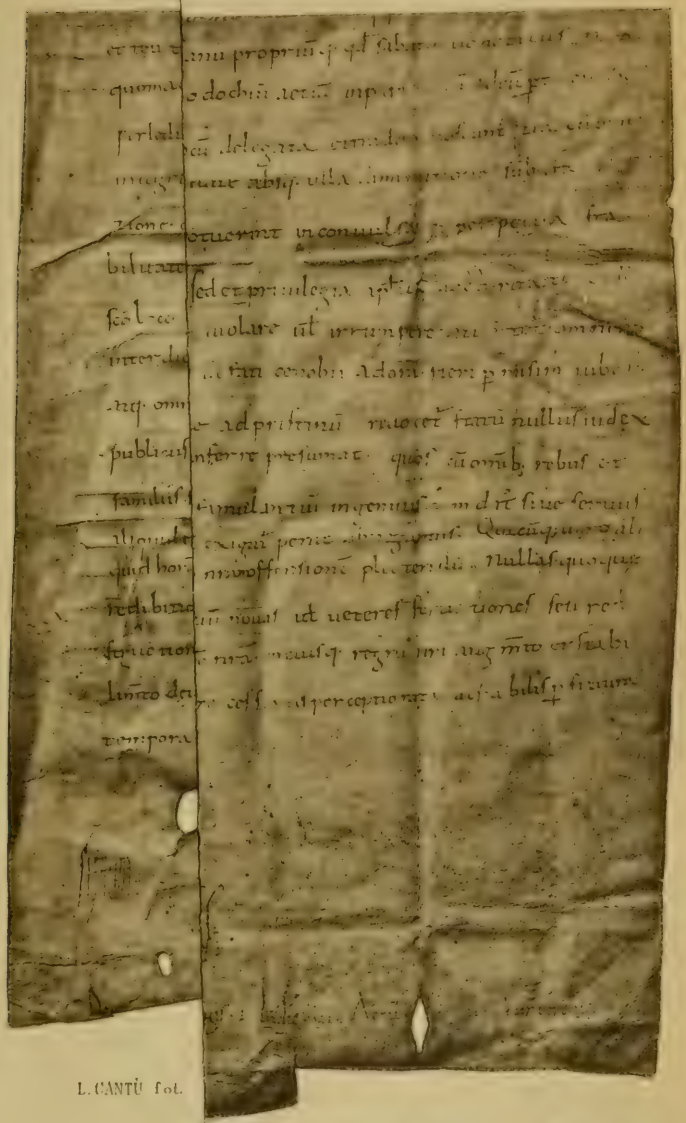
---

(1) *Diplomi imperiali e reali delle cancellerie d'Italia* pubblicati in facsimile dalla R. Società Romana di Storia patria. Roma, 1892, I, col. 22, tavola n. XI.

(2) La tavola riproduce le ultime linee del testo e l'escatocollo del diploma. La fotografia è dovuta alla gentilezza e perizia del ch. Cav. Luigi Cantù: glie ne sono grato assai.

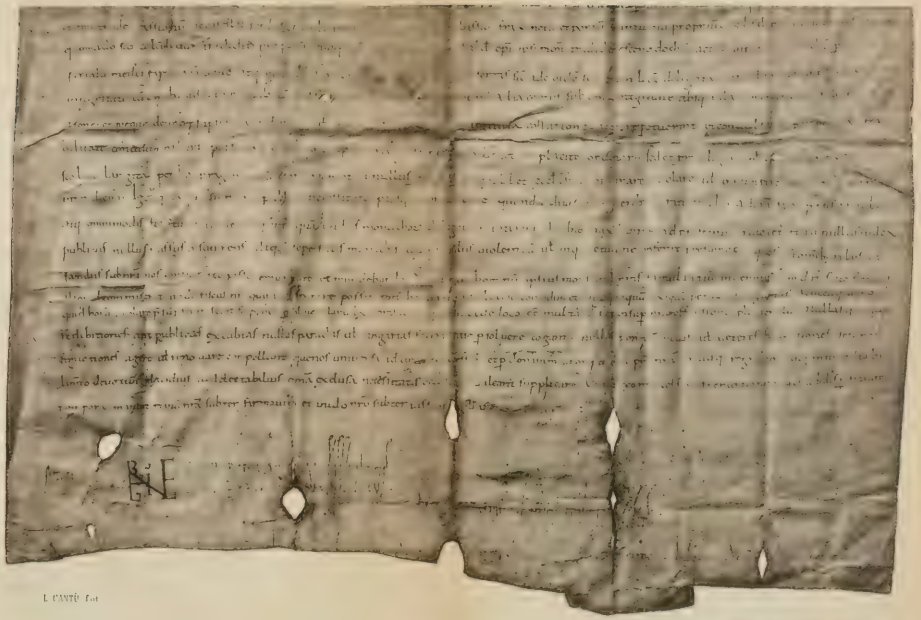
L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.



L. CANTÙ fot.

Stab. tip. Calzolari e Ferrero, Torino.



L. CANTÈ fot.

Stab. Calderini Torino

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 9 al 23 Febbraio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **American** Chemical Journal. Vol. XVI, n. 7-8; XVII, n. 1-7. Baltimore, 1894-95; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **American** Journal of Mathem. Vol. XVI, n. 4; XVII, n. 1-3. Baltimore, 1894-95; 4° (*Id.*).

* **American Journal** of Science. Editors James D. and Edward S. Dana. 4ª ser., vol. I, n. 2. New-Haven, 1896; 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon:

Essai critique sur l'hypothèse des atomes dans la science contemporaine par A. Hannequin.

Étude sur le Bilharzia Haematobia et la Bilharziose par Lortet et Vialleton.

Recherches sur quelques dérivés surchlorés du phénol et du benzène par E. Barral.

Sur la représentation des courbes gauches algébriques... par L. Autonne. Paris, 1895-96; 4 vol. 8°.

* **Annual** Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoölogy at Harvard College,... for 1894-95. Cambridge, 1895; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem, tome XXVIII, livr. 4, 5. Harlem, 1896; 8°.

* **Atti** della R. Accad. dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, v. VIII, fasc. 9-10; Processi verbali delle adunanze, n. 6. Siena, 1896; 8°.

* **Atti** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Ser. II, vol. II, fasc. 2°. Padova, 1896; 8°.

* **Bergens** Museums Aarbog for 1894-95 Afhandlinger og Aarsberetning udgivne af Bergens Museum. Bergen, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société belge de Microscopie. XXIme année, 1894-95, n. X. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan; tome V, n. 1-2, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1895, n. 1-2. Moscou, 1895; 8°.
* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. An. 1895, n. 1, 8. Paris, 1895; 8°.
* **Bulletins** du Comité Géologique de St-Pétersbourg, 1894; t. XIII, n. 8-9; XIV, n. 1-5. St-Pétersbourg, 1895; 8°.

Catalogue of Scientific Papers (1874-1883). Compiled by R. Soc. of London. Vol. XI. London, 1896; 4°.

* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie. Décembre 1895; 8°.
* **Contributions** to Canadian Palaeontology. Vol. II, Part. I. Ottawa, 1895; 8° (*dal Geological Survey of Canada*).
* **Katalog** der Bibliothek der k. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. Bd. II, 6. Halle, 1895; 8°.
* **Memoirs** of the Museum of Comparative Zoology at Harward College. Vol. XIX, n. 1. Cambridge U. S. A., 1895; 4°.
* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. T. IX, n. 4; X, n. 3; XIV, n. 3. St-Pétersbourg, 1896; 4°.
* **Memorie** del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Vol. XXV, n. 6. Venezia, 1895; 4°.
* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 3. London, 1896; 8°.
* **Natuurkundig** Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië Uitgegeven door de konin. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indié. Deel LIV (Negende Serie, Deel III). Batavia, 1895; 8°.
* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXIII, LXIV. Halle, 1895; 4°.
* **Physical Review**; A journal of experimental and theoretical Physics. Vol. I, II, III, n. 1-4. Ithaca N. Y., 1893-95; 8°.

Proceedings of the Portland Society of Natural history. Vol. II, P. 3. Portland, Maine, U. S. A., 1895; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geolog. Society. Vol. LII, n. 205; Geological literature added to the Geological Society's Library during the Year ended December 31st. 1895. London, 1895; 8°.
* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XIV, n. 12. Torino, 1895; 8°.
* **Smithsonian Contributions to Knowledge**; vol. XXIX, n. 980. Washington, 1895; 4°.
* **Smithsonian Miscellaneous Collections**; N° 971, 972. Washington, 1894-95; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).

Cruls (L.). Le climat de Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1892; 4° (*dono dell'A.*).

— Determinação das Posições Geographicas de Rodeio, Entre-Rios, Juiz de Fóra, João Gomes e Barbacena. Rio de Janeiro, 1894; 4° (*Id.*).

— Méthode graphique pour la détermination des heures approchées des éclipses du soleil et des occultations. Rio de Janeiro, 1894; 8° (*Id.*).

Lussana (S.). Contributo allo studio della resistenza elettrica delle soluzioni considerata come funzione della pressione e della temperatura. Pisa, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Influenza della pressione sulla temperatura del massimo di densità dell'acqua e delle soluzioni acquose. Pisa, 1895; 8° (*Id.*).

** **Mez** (C.). Monographiae Phanerogamarum Prodromi nunc continuatio nunc revisio editore et pro parte auctore C. de Candolle. Vol. IX, Bromeliaceae. Parisiis, 1896; 8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 16 Febbraio al 1° Marzo 1896.

* **Abhandlungen** der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Historisch.-Philologische Klasse, XL. Göttingen, 1895; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIV, disp. 1ª e 2ª. Venezia, 1895-96; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft, etc., philolog.-hist. Classe, 1895, III, IV. Leipzig, 1896; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVIII, cuad. II. Madrid, 1896; 8°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Vol. II, fasc. I. Perugia, 1896; 8°.

* **Institut de France**:

Annuaire pour 1893-1895. 3 vol. 16°.

Notices et Extraits des manuscrits de la Bibliothèque nationale et autres bibliothèques... Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. 30e, Ie partie; 34e, IIe partie; 4°.

Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. X, 1re partie. Paris, 1893-95; 4°.

** **Inventarii** dei manoscritti delle biblioteche d'Italia, vol. V, pp. 145-297. Forlì, 1895; 8°.

** **Monumenta** Germaniae historica. Scriptorum qui vernacula lingua usi sunt T. I, Pars II. Hannoverae, 1895; 4°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. Légendes et Contes merveilleux de la Grande Kabylie recueillis par A. Mouliéras. Texte Kabyle, 3e fasc. Paris, 1895; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 34°. Napoli, 1895; 8°.

Statistica delle Società Cooperative. Società cooperative di lavoro fra braccianti, muratori ed affini al 31 dicembre 1894. Roma, 1895; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Vorlese-Ordnung an der k. k. Leopold-Franzens-Universität zu Innsbruck im Sommer-Semester 1896; 8°.

Croabbon (A.). La science du point d'honneur. Commentaire raisonné..... Paris, 1894; 8° (*dall'A.*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLV, fasc. 194. Venezia, 1896; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell'8 Marzo 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Rec'd. 28 July - 12 Sept. 1896

Sono presenti i Socii: Cossa, Vice-Presidente, D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Peano, Volterra, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato il verbale della seduta precedente.

Il Presidente dà il benvenuto a nome di tutti i Colleghi al Socio Guareschi, che per la prima volta interviene alle sedute. Il Socio Guareschi risponde ringraziando.

Il Socio Segre presenta, a nome della famiglia del defunto Socio Basso, una memoria stampata dell'astronomo russo de Glasenapp, intitolata: " *Mesures micrométriques d'étoiles doubles* ". La memoria era stata recentemente inviata dall'autore al Socio Basso.

Il Segretario presenta, a nome dei direttori, i numeri 208-228 del " *Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino* ".

Il Segretario comunica le lettere con cui il Socio residente Guareschi ed il Socio nazionale non residente E. Fergola ringraziano per la loro nomina. Legge quindi una lettera, con cui

S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione partecipa di avere proposto al suo collega degli Affari Esteri la nomina del Generale Annibale Ferrero nostro Ambasciatore a Londra, a rappresentante del Governo italiano nella Conferenza che devesi tenere in Londra nel luglio di quest'anno per stabilire le norme relative alla pubblicazione di un catalogo universale di bibliografia scientifica.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le seguenti note:

1° " *Sulla inversione degli integrali definiti* "; nota del Socio Volterra;

2° " *Sulle equazioni a derivate parziali del secondo ordine* "; nota del Prof. Mineo Chini presentata dal Socio Peano.

Vengono affidate all'esame di speciali commissioni le memorie seguenti:

1. " *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè* "; memoria del Dott. Gino Fano, presentata dal Socio Segre;

2. " *I Linfociti degli Oligocheti, ricerche istologiche* "; memoria del Dott. Daniele Rosa, presentata dal Socio Camerano.

LETTURE

Sulla inversione degli integrali definiti;

Nota III del Socio VITO VOLTERRA.

1. In due Note precedenti (*) ebbi l'onore di comunicare all'Accademia alcune ricerche sulla inversione degli integrali definiti nelle quali supponevo che una funzione denotata con $h(y)$ non si annullasse entro i limiti dell'intervallo di integrazione $(\alpha, \alpha + A)$. La discussione dei casi nei quali la detta condizione non sia verificata costituisce una parte molto delicata della ricerca, giacchè quando $h(y)$ si annulla il problema dell'inversione può in taluni casi riescire determinato, in altri no. La discriminazione di essi può in generale farsi dipendere dall'esame di una certa equazione algebrica. Nella presente Nota però mi limito a trattare il caso più semplice nel quale la distinzione dei casi si eseguisce in maniera diretta. In questo studio mi riferirò ad alcuni risultati che ho presentati recentemente all'Accademia dei Lincei (**) che possono prendersi anche a fondamento delle due Note precedentemente citate.

2. La questione da risolversi sia quella di determinare $\varphi(x)$ dalla relazione funzionale

$$f(y) - f(\alpha) = \int_\alpha^y \varphi(x)\, H(x,y)\, dx \qquad \beta > y > \alpha$$

e supponiamo che nell'intervallo (α, β) l'equazione

$$h(y) = H(y,y) = 0$$

abbia un numero finito di radici $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$.

(*) Sedute del 12 e del 26 gennaio 1896.
(**) Seduta del 1° marzo 1896.

La determinazione di $\varphi(x)$ per $\alpha_1 > x \geq \alpha$ rientra nella classe di problemi che ho precedentemente risoluti. La difficoltà incomincia dal determinare $\varphi(x)$ per valori a partire dalla prima radice α_1. Possiamo quindi procedere ad esaminare la questione seguente:

Invertire l'integrale

$$f(y) = \int_0^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x,y)\, dx \qquad a > y > 0$$

in cui $h(y) = \mathrm{H}(y,y)$ si annulla per $y = 0$ e non per altri valori di y compresi fra 0 ed a. Noi tratteremo qui il caso semplice in cui $\mathrm{H}(x,y)$ possa svilupparsi secondo la formula del Taylor abbreviata, in modo che possa scriversi

$$\mathrm{H}(x,y) = \alpha x + \beta y + \frac{1}{2}(x^2 \mathrm{H}_{11}(x,y) + 2xy\, \mathrm{H}_{12}(x,y) + y^2 \mathrm{H}_{22}(x,y))$$

in cui le H_{is} sono funzioni finite e continue per x, y compresi fra 0 e a, e α e β non sono ambedue nulli. In tale ipotesi $f(y)$ dovrà essere infinitesima del 2° ordine per $y = 0$.

3. I resultati che in questo caso si hanno possono riassumersi nel seguente teorema:

Abbiasi la equazione funzionale

$$\text{(A)} \qquad f(y) = \int_0^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x,y)\, dx, \qquad a > y > 0$$

in cui $\mathrm{f}(\mathrm{y}) = \mathrm{y}^2 \mathrm{f}_1(\mathrm{y})$, *e*

$$\mathrm{H}(x,y) = \alpha x + \beta y + \frac{1}{2}(x^2 \mathrm{H}_{11}(x,y) + 2yx\, \mathrm{H}_{12}(x,y) + y^2 \mathrm{H}_{22}(x,y)) =$$
$$= \alpha x + \beta y + \mathrm{H}'(x,y).$$

Se $\mathrm{f}_1(\mathrm{y})$, H_{is} *e le loro derivate rapporto ad* y *sono finite e continue per* x, y *comprese fra* 0 *ed* a, *mentre* $\mathrm{h}(\mathrm{y}) = \mathrm{H}(\mathrm{y},\mathrm{y})$ *si annulla solo per* $\mathrm{y} = 0$, *esisterà una ed una sola funzione finita e continua* φ *che soddisfa l'equazione funzionale* (A) *quando*

$$(1) \qquad \frac{\alpha}{\beta} > -1 \text{ oppure } \frac{\alpha}{\beta} < -2 \qquad (2)$$

la quale si otterrà risolvendo la equazione funzionale

$$(B) \quad \frac{f'(y)}{y} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx = \frac{h(y)}{y} \varphi(y) +$$

$$+ \int_0^y \varphi(x) \left\{ \frac{1}{y} \frac{\partial H'}{\partial y} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} \frac{1}{y^2} H' - \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2} y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'(x,\xi)\, \xi^{-\frac{2\alpha+\beta}{\alpha+\beta}} d\xi \right\} dx$$

mentre se $-1 > \frac{\alpha}{\beta} > -2$ *il problema funzionale* (A) *non sarà determinato.*

1° Cominciamo dal provare che allorquando è soddisfatta la (1) o la (2) la questione funzionale (A) rientra nella classe di questioni esaminate nella mia Nota dell'Accademia dei Lincei precedentemente citata. A tal fine basterà osservare che, per y compreso fra 0 ed a, il primo membro della (B) è finito e continuo, mentre $\frac{h(y)}{y}$ si conserva finita, continua e diversa da zero e finalmente

$$(3) \qquad G(x,y) = \frac{1}{y} \frac{\partial H'}{\partial y} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} \frac{H'(xy)}{y^2} -$$

$$- \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2} y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'(x\xi)\, \xi^{-\frac{2\alpha+\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi$$

è una funzione continua avente il limite superiore dei suoi valori assoluti finito per tutti i valori di x, y che verificano le condizioni

$$a > y > x > 0.$$

Se ne conclude che vi è una ed una sola funzione finita e continua $\varphi(x)$ che verifica la (B) per $a > x \geq 0$.

2° Dimostriamo che se la funzione finita e continua $\varphi(x)$ soddisfa la (A), essa verifica la (B).

Infatti derivando la (A) e scrivendo $H_2(x, y) = \frac{\partial H(x,y)}{\partial y}$, otterremo

$$(A') \qquad f'(y) = \varphi(y)\, h(y) + \int_0^y \varphi(x)\, H_2(x,y)\, dx$$

e perciò

$$(4) \qquad \frac{h(y)}{y}\, \varphi(y) + \int_0^y \varphi(x)\, G(x,y)\, dx = \frac{f'(y)}{y} +$$

$$+ \int_0^y \varphi(x) \left\{ G(x,y) - \frac{H_2(x,y)}{y} \right\} dx.$$

Ora, ponendo

$$H_2' = \frac{\partial H'}{\partial y}$$

si ha

$$(5) \qquad H_2(x,y) = \beta + H'_2(x,y)$$

quindi

$$(6) \qquad G(x,y) - \frac{H_2(x,y)}{y} = -\frac{\beta}{y} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, \frac{H'(x,y)}{y^2} -$$

$$- \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'(x,\xi)\, \xi^{-\frac{2\alpha+\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi = -\frac{\beta}{y} -$$

$$- \frac{\beta}{\alpha+\beta} H'(x,x)\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} d\xi =$$

$$= -\beta x^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} H'(x,x)\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} -$$

$$- \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y (\beta + H'_2(x,\xi))\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi =$$

$$= -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, h(x) - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi.$$

Per conseguenza tenendo presente la (A')

$$\varphi(x) \left\{ G(x,y) - \frac{H_2(xy)}{y} \right\} = -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, f'(x) +$$

$$+ \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \left[x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \int_0^x \varphi(\xi)\, H_2(\xi,x)\, d\xi - \right.$$

$$\left. - \varphi(x) \int_x^y H_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi \right].$$

Ma pel principio di Dirichlet, osservando che $\frac{\alpha}{\alpha+\beta} < 2$

$$(7) \qquad \int_0^y \left\{ x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \int_0^x \varphi(\xi)\, H_2(\xi,x)\, d\xi - \right.$$

$$\left. - \varphi(x) \int_x^y H_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi \right\} dx = 0,$$

onde

$$\int_0^y \varphi(x) \left\{ G(x,y) - \frac{H_2(x,y)}{y} \right\} dx = -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx$$

da cui finalmente segue, in virtù della (4),

$$\frac{h(y)}{y}\, \varphi(y) + \int_0^y \varphi(x)\, G(x,y)\, dx = \frac{f'(y)}{y} -$$

$$- \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx$$

come volevasi dimostrare.

3° Proviamo ora inversamente che, se la funzione finita e continua $\varphi(x)$ soddisfa la (B), essa verifica la (A), o ciò che è lo stesso la (A').

Infatti dalla (B) segue, a cagione della (3)

$$\varphi(y)\, h(y) + \int_0^y \varphi(x)\, H_2(x,y)\, dx = f'(y) -$$

$$- \int_0^y \left\{ \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} f'(x) + \varphi(x) \left[y\, G(x,y) - H_2(x,y) \right] \right\} dx.$$

Perciò valendosi delle identità (6)

$$\Phi(y) = \varphi(y)\, h(y) + \int_0^y \varphi(x)\, H_2(x,y)\, dx - f'(y) =$$

$$= \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \left\{ x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, h(x)\, \varphi(x) + \right.$$

$$\left. + \varphi(x) \int_x^y H_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi - x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} f'(x) \right\} dx$$

e applicando la (7)

$$\Phi(y) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left\{ h(x)\, \varphi(x) + \right.$$

$$\left. + \int_0^x \varphi(\xi)\, H_2(\xi,x)\, d\xi - f'(x) \right\} dx = \frac{\beta}{\alpha+\beta} y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \Phi(x) x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx,$$

vale a dire

$$\Phi'(y)\, y^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y \Phi(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx = 0\,;$$

e derivando rapporto ad y

$$\Phi'(y) = 0.$$

Ma per $y = 0$ Φ si annulla, dunque si avrà sempre $\Phi(y) = 0$ e per conseguenza

$$\varphi(y)\, h(y) + \int_0^y \varphi(x)\, H_2(x,y)\, dx = f'(y)$$

come volevasi dimostrare.

4° Per provare finalmente che se $-1 > \frac{\alpha}{\beta} > -2$ il problema funzionale è indeterminato, osserviamo dapprima che in questo caso si ha $-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta} > 0$, onde la equazione funzionale

$$(8)\quad 1 = \frac{h(y)}{y}\, \theta(y) + \int_0^y \theta(x) \left\{ \frac{H'_2(x,y)}{y} \left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} - \frac{\beta}{\alpha+\beta} \frac{H'(x,x)}{x^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{\beta}{\alpha+\beta} x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi \right\} dx;$$

in cui $\theta(x)$ è la funzione incognita, si risolve applicando i metodi dati nella mia citata Nota dell'Accademia dei Lincei.

Si verifica poi che, presa

$$(9)\qquad \varphi_1(y) = \theta(y)\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}},$$

questa soddisfa la relazione funzionale

$$0 = \int_0^y \varphi_1(x)\, \mathrm{H}(x,y)\, dx$$

ovvero l'altra equivalente

$$(10) \qquad 0 = \varphi_1(y)\, h(y) + \int_0^y \varphi_1(x)\, \mathrm{H}_2(x,y)\, dx.$$

Infatti, posto

$$(11)\ \mathrm{L}(x,y) = \frac{\mathrm{H}_2'(x,y)}{y}\left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y \mathrm{H}'_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, d\xi,$$

dalle (8) e (9) si ricava

$$(\alpha+\beta)\ \varphi_1(y) = y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} - \frac{\mathrm{H}'(y,y)}{y}\, \varphi_1(y) -$$

$$- y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \left\{ -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, \frac{\mathrm{H}'(x,x)}{x^2} + \mathrm{L}(x,y) \right\} \theta(x)\, dx$$

e quindi

$$(\alpha+\beta)\, y\varphi_1(y) + \int_0^y \beta\varphi_1(x)\, dx = -\mathrm{H}'(y,y)\, \varphi_1(y) -$$

$$- y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \left\{ -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, \frac{\mathrm{H}'(x,x)}{x^2} + \mathrm{L}(x,y) \right\} \theta(x)\, dx -$$

$$- \frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y \left[\frac{\mathrm{H}'(x,x)}{x}\, \varphi_1(x) + x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^x \left\{ -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, \frac{\mathrm{H}'(\xi,\xi)}{\xi^2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \mathrm{L}(\xi,x) \right\} \theta(\xi)\, d\xi \right] dx.$$

Ma, applicando il principio di Dirichlet, abbiamo

$$0 = -y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y -\frac{\beta}{\alpha+\beta}\, \frac{\mathrm{H}'(x,x)}{x^2}\, \theta(x)\, dx - \frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y \frac{\mathrm{H}'(x,x)}{x}\, \varphi_1(x)\, dx +$$

$$+ \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)^2 \int_0^y x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\, dx \int_0^x \frac{\mathrm{H}'(\xi,\xi)}{\xi^2}\, d\xi,$$

perciò il secondo membro della formula precedente si semplicizza e diventa

$$= - \mathrm{H}'(y,y)\,\varphi_1(y) - y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \mathrm{L}(x,y)\,\theta(x)\,dx -$$

$$- \frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^x \mathrm{L}(\xi,x)\,\theta(\xi)\,d\xi\,,$$

ovvero, sostituendo per $\mathrm{L}(x,y)$ la espressione (11),

$$= - \mathrm{H}'(y,y)\,\varphi_1(y) - \int_0^y \varphi_1(x)\,\mathrm{H}'_2(x,y)\,dx +$$

$$+ \frac{\beta}{\alpha+\beta} \Big[y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \varphi_1(x)\,dx \int_x^y \mathrm{H}'_2(x,\xi)\,\xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\xi -$$

$$- \int_0^y dx \int_0^x \frac{\mathrm{H}'_2(\xi,x)}{x}\,\varphi_1(\xi)\,d\xi +$$

$$+ \frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\,dx \int_0^x \varphi_1(\xi)\,d\xi \int_\xi^x \mathrm{H}'_2(\xi,\eta)\,\eta^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\eta \Big].$$

Ma pel principio di Dirichlet

$$\frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_0^y x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\,dx \int_0^x \varphi_1(\xi)\,d\xi \int_\xi^x \mathrm{H}'_2(\xi,\eta)\,\eta^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\eta =$$

$$= \int_0^y \eta^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\eta \int_0^\eta \varphi_1(\xi)\,\mathrm{H}'_2(\xi,\eta)\,d\xi\,\frac{\beta}{\alpha+\beta} \int_\eta^y x^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}}\,dx =$$

$$= - y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y \eta^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\eta \int_0^\eta \varphi_1(\xi)\,\mathrm{H}'_2(\xi,\eta)\,d\xi +$$

$$+ \int_0^y d\eta \int_0^\eta \frac{\varphi_1(\xi)\,\mathrm{H}'_2(\xi,\eta)}{\eta}\,d\xi.$$

Perciò nella formula precedente tutti i termini che seguono i primi due si annullano e quindi avremo

$$(\alpha+\beta)\,y\,\varphi_1(y) + \int_0^y \beta\,\varphi_1(x)\,dx = - \mathrm{H}'(y,y)\,\varphi_1(y) -$$

$$- \int_0^y \varphi_1(x)\,\mathrm{H}'_2(x,y)\,dx,$$

cioè

$$h(y)\,\varphi_1(y) + \int_0^y \varphi_1(x)\,H_2(x,y) = 0$$

che è appunto la (10) che si trattava di dimostrare.

Si avrà dunque, quando $1 - > \frac{\alpha}{\beta} > -2$, che se la funzione $\varphi(x)$ soddisfa la (A), anche la funzione

$$\varphi(x) + C\varphi_1(x)$$

in cui C è una costante arbitraria, la verificherà pure, il che prova che la questione è indeterminata.

4. Per dimostrare la equivalenza delle due equazioni funzionali (A) e (B), allorchè è soddisfatta la (1) oppure la (2), si può procedere nel seguente modo, anzichè ricorrere alla verifica diretta come abbiamo fatto nel paragrafo precedente.

Moltiplichiamo ambo i membri della (A′) per $y^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,dy$. Osservando che, così la (1) come la (2) provano che

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta} < 2,$$

potremo integrare fra 0 e z, e avremo, applicando il principio di Dirichlet,

$$\int_0^z f'(y)\,y^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,dy = \int_0^z \varphi(y)\left\{h(y)\,y^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} + \int_0^z H_2(y,\xi)\,\xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,d\xi\right\}.$$

Moltiplicando ambo i membri per $z^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$ si trova

$$\int_0^z f'(y)\,y^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,z^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\,dy = \int_0^z \varphi(y)\left\{h(y)\,y^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,z^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \right.$$

$$\left. + \int_0^z H_2(y,\xi)\,\xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\,z^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\,d\xi\right\}\,dy,$$

ovvero, ponendo

$$M(x,y) = h(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \int_x^y H_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi,$$

si ha

$$(12) \qquad \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, dx = \int_0^y \varphi(x)\, M(x,y)\, dx.$$

Questa equazione resulta così equivalente alla (A).

Abbiamo ora

$$(13) \qquad M(y,y) = \frac{h(y)}{y},$$

e poichè

$$h(x) = (\alpha + \beta)\, x + H'(x,x),$$

$$H_2(x,\xi) = \beta\xi + H'_2(x,\xi),$$

sarà

$$M(x,y) = \alpha + \beta + H'(x,x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} +$$

$$+ \int_x^y H'_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi,$$

onde, con una integrazione per parti,

$$M(x,y) = \alpha + \beta + \frac{H'(x,y)}{y} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \int_x^y H'(x,\xi)\, \xi^{-\frac{2\alpha+\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi,$$

da cui segue

$$(14) \qquad M_2(x,y) = \frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = G(x,y).$$

Si derivi la (12) rispetto ad y tenendo presenti le (13) e (14), si troverà

$$\frac{f'(y)}{y} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, y^{-\frac{\alpha+2\beta}{\alpha+\beta}} \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, dx = \frac{h(y)}{y}\, \varphi(y) +$$

$$+ \int_0^y \varphi(x)\, G(x,y)\, dx,$$

cioè si otterrà la (B). Resta così dimostrata la equivalenza delle equazioni (A) e (B).

Potremo anche enunciare, in virtù delle precedenti considerazioni, il teorema seguente:

Se $\frac{\alpha}{\beta} > -1$, *oppure* $\frac{\alpha}{\beta} < -1$, *la equazione funzionale*

$$\text{(A)} \qquad f(y) = \int_0^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x,y)\, dx$$

è equivalente all'altra

$$\text{(C)} \quad \int_0^y f'(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, dx = \int_0^y \varphi(x) \Big\{ h(x)\, x^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} +$$

$$+ \int_x^y \mathrm{H}_2(x,\xi)\, \xi^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\, y^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\, d\xi \Big\}\, dx,$$

la quale può risolversi con i metodi esposti nella Nota I.

L'analisi svolta vale, come abbiamo veduto, quando sia soddisfatta una delle condizioni

$$\frac{\alpha}{\beta} > -1, \quad -1 > \frac{\alpha}{\beta} > -2, \quad -2 > \frac{\alpha}{\beta},$$

ma se si ha

$$\frac{\alpha}{\beta} = -1, \quad \text{oppure } \frac{\alpha}{\beta} = -2,$$

allora essa non è più applicabile, e si riconosce facilmente che non bastano più le condizioni che abbiamo supposto conosciute per esaminare la questione in questi casi.

Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine.

Nota di MINEO CHINI.

§ 1.

Consideriamo l'equazione a derivate parziali:

$$(1) \qquad a\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2c\frac{\partial^2 Z}{\partial x\,\partial y},$$

essendo a, b, c funzioni assegnate di x e y, fra le quali non passi la relazione: $ab - c^2 = 0$. Allora è noto che se $\alpha(x, y)$ e $\beta(x, y)$ sono due integrali distinti (cioè tali che non risulti: $\frac{\partial\alpha}{\partial x} : \frac{\partial\alpha}{\partial y} = \frac{\partial\beta}{\partial x} : \frac{\partial\beta}{\partial y}$) dell'equazione:

$$(2) \qquad a\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)^2 + b\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)^2 = 2c\frac{\partial\theta}{\partial x}\frac{\partial\theta}{\partial y},$$

assumendoli come nuove variabili, la (1) si trasforma nell'altra:

$$(3) \qquad A\frac{\partial^2 Z}{\partial\alpha\,\partial\beta} + B\frac{\partial Z}{\partial\alpha} + C\frac{\partial Z}{\partial\beta} = 0,$$

con

$$A = 2\left[a\frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\partial\beta}{\partial x} - c\left(\frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\partial\beta}{\partial y} + \frac{\partial\beta}{\partial x}\frac{\partial\alpha}{\partial y}\right) + b\frac{\partial\alpha}{\partial y}\frac{\partial\beta}{\partial y}\right],$$

$$B = a\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2} - 2c\frac{\partial^2\alpha}{\partial x\,\partial y} + b\frac{\partial^2\alpha}{\partial y^2}, \quad C = a\frac{\partial^2\beta}{\partial x^2} - 2c\frac{\partial^2\beta}{\partial x\,\partial y} + b\frac{\partial^2\beta}{\partial y^2}.$$

E la (1) si ridurrà alla (3) soltanto quando α e β soddisfano la (2) (*).

Ciò posto, cominciamo col determinare a quali condizioni debbono soddisfare i coefficienti a, b, c affinchè risulti nullo

(*) Veggasi, p. es., JORDAN, *Cours d'Analyse*, parte III, pag. 352.

B o C. Intanto è chiaro che B si annullerà solamente quando α sia soluzione comune all'equazione (1) ed all'altra:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{c \pm \sqrt{c^2 - ab}}{a} \cdot \frac{\partial Z}{\partial y},$$

prendendo il radicale col segno superiore oppure coll'inferiore. In modo analogo, sarà nullo C quando β soddisfi nel medesimo tempo la (1) e la precedente.

Occupiamoci quindi di vedere in quali casi le due equazioni:

$$(4) \quad \begin{cases} a \dfrac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + b \dfrac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2c \dfrac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} \\ \dfrac{\partial Z}{\partial x} - \lambda \dfrac{\partial Z}{\partial y} = 0, \quad \text{con } \lambda = \dfrac{c \pm \sqrt{c^2 - ab}}{a} \end{cases}$$

ammettono una soluzione comune.

Ricavando dalla seconda di esse i valori di $\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}$, e sostituendoli nella prima, otterremo:

$$\left(a\lambda + \frac{b}{\lambda}\right)\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} - 2c\lambda \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} + \left(a \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{b}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial y} - 2c \frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)\frac{\partial Z}{\partial y} = 0.$$

Semplificando, col tener presente il valore di λ e quello di $\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}$ tratto dalla seconda delle (4), rimarrà:

$$\left(a \frac{\partial \lambda}{\partial x} - \frac{b}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)\frac{\partial Z}{\partial y} = 0.$$

Segue facilmente che affinchè le (4) abbiano una soluzione comune (diversa da una costante) dovranno i coefficienti a, b, c soddisfare alla condizione:

$$(5) \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c \pm \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right) = \frac{c \mp \sqrt{c^2 - ab}}{a} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c \pm \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right)$$

dove il radicale deve esser preso coi segni superiori o cogli inferiori, secondo che in λ esso è preceduto dal $+$ oppure dal $-$.

Reciprocamente, se questa condizione è verificata, ogni soluzione della seconda delle (4) soddisfarà pure la prima.

Possiamo perciò concludere che l'equazione (1) sarà trasformabile in una della forma:

$$A \frac{\partial^2 Z}{\partial \alpha \partial \beta} + B \frac{\partial Z}{\partial \alpha} = 0$$

oppure dell'altra:

$$A \frac{\partial^2 Z}{\partial \alpha \partial \beta} + C \frac{\partial Z}{\partial \beta} = 0$$

soltanto nei casi in cui risulti verificata la (5). Se ciò avviene, per ridurla ad una di tali forme, basterà determinare gli integrali generali $f(x, y) =$ cost. $\varphi(x, y) =$ cost. delle due equazioni differenziali del primo ordine:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{c + \sqrt{c^2 - ab}}{a} = 0, \qquad \frac{dy}{dx} + \frac{c - \sqrt{c^2 - ab}}{a} = 0$$

ed assumere poi come nuove variabili α, β le funzioni $f(x, y)$ e $\varphi(x, y)$. Allora l'integrale generale della (1) sarà:

$$Z = F(\beta) + \int e^{-\int \frac{B}{A} d\beta} . \Phi(\alpha) d\alpha,$$

oppure:

$$Z = F(\alpha) + \int e^{-\int \frac{C}{A} d\alpha} . \Phi(\beta) d\beta$$

indicando F e Φ delle funzioni arbitrarie.

È interessante di vedere per quali forme di coefficienti a, b, c la (1) possa ridursi all'altra: $\frac{\partial^2 Z}{\partial \alpha \partial \beta} = 0$, cioè in quali casi il suo integrale generale sia $Z = F(\alpha) + \Phi(\beta)$.

Questo accadrà soltanto quando la (5) rimane verificata sia che si prendano pel radicale i segni superiori, come anche gli inferiori; cioè quando si abbia contemporaneamente:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c + \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right) = \frac{c - \sqrt{c^2 - ab}}{a} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c + \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right) \\ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c - \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right) = \frac{c + \sqrt{c^2 - ab}}{a} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c - \sqrt{c^2 - ab}}{a}\right) \end{cases}$$

Tali condizioni equivalgono alle altre:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{c}{a}\right) = \dfrac{c}{a}\,\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{c}{a}\right) - \dfrac{\sqrt{c^2-ab}}{a}\,\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\sqrt{c^2-ab}}{a}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\sqrt{c^2-ab}}{a}\right) = \dfrac{c}{a}\,\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\sqrt{c^2-ab}}{a}\right) - \dfrac{\sqrt{c^2-ab}}{a}\,\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{c}{a}\right). \end{cases}$$

La prima di queste ci dà subito:

$$2\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{b}{a}\right),$$

mentre la seconda può scriversi:

$$\frac{\partial}{\partial x}\sqrt{\frac{c^2}{a^2}-\frac{b}{a}} = \frac{c}{a}\,\frac{\partial}{\partial y}\sqrt{\frac{c^2}{a^2}-\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{c^2}{a^2}-\frac{b}{a}}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c}{a}\right);$$

e sviluppando le derivate, essa viene ridotta all'altra:

$$2\left[\frac{c}{a}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c}{a}\right) - \frac{b}{a}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c}{a}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{b}{a}\right) - \frac{c}{a}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{b}{a}\right).$$

Tenendo conto della prima uguaglianza, concludiamo che dovrà risultare contemporaneamente:

$$(6)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{2c}{a}\right) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{b}{a}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{a}{b}\right) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{2c}{b}\right) \end{cases}$$

Reciprocamente, se queste due condizioni sono soddisfatte, la (5) sussisterà prendendo i segni superiori del radicale, ed anche gli inferiori.

Dunque, la condizione necessaria e sufficiente affinchè la (1) ammetta l'integrale generale:

$$Z = F(\alpha) + \Phi(\beta)$$

è che siano verificate le (6); cioè che $\frac{1}{a}$ risulti un fattore in-

tegrante dell'espressione differenziale: $b\,dx + 2c\,dy$, e $\frac{1}{b}$ lo sia dell'altra: $2c\,dx + a\,dy$.

---

§ 2.

Un'equazione molto notevole della forma (1) si ha nel caso in cui a, b, c sono le derivate parziali del 2° ordine di una stessa funzione $z = \theta(x, y)$, e precisamente quando sia:

$$a = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = t, \quad b = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = r, \quad c = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = s,$$

con $s^2 - rt \neq 0$.

Allora la (1) diviene:

$$t\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + r\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2s\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y}, \tag{7}$$

e si sa che ogni soluzione di questa equazione è la coordinata Z (cioè la distanza dal piano xy) espressa in funzione di x e y, dei punti (X, Y, Z) di una superficie che corrisponde alla data $z = \theta(x, y)$ con ortogonalità degli elementi lineari. Le altre coordinate X, Y dei punti corrispondenti si deducono poi dal valore di Z con sole quadrature (*).

Ora è evidente che nel caso dell'equazione (7) le nuove variabili α e β non sono altro che i parametri delle linee assintotiche della superficie $z = \theta(x, y)$; e poichè le proiezioni di queste sopra un piano qualunque è noto che debbono formare un sistema coniugato ad invarianti uguali (**), si deduce che le coordinate x, y dei punti di qualsivoglia superficie, quando siano espresse in funzione dei parametri delle assintotiche, dovranno soddisfare ad un'equazione di Laplace cogli invarianti uguali. Ma la (1) ammette evidentemente x, y come soluzioni partico-

---

(*) Darboux, *Leçons sur la Théorie générale des Surfaces*, parte IV, p. 10.

(**) Koenigs, *Sur les réseaux plans à invariants égaux et les lignes asymptotiques*, " Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences ", t. CXIV, p. 55, 1892.

lari, e perciò la (3) ammetterà come integrali le espressioni di tali coordinate in funzione di α e β. Allora è facile dedurre che nel caso dell'equazione (7), la (3), in cui essa viene a trasformarsi, è necessariamente ad invarianti uguali; cioè risulta:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{C}{A}\right).$$

Ne segue che, in questo caso, se la (3) si riduce alla forma:

$$A\frac{\partial^2 Z}{\partial\alpha\,\partial\beta} + C\frac{\partial Z}{\partial\beta} = 0 \quad \text{od all'altra:} \quad A\frac{\partial^2 Z}{\partial\alpha\,\partial\beta} + B\frac{\partial Z}{\partial\alpha} = 0,$$

sarà $\frac{C}{A}$ funzione della sola α e $\frac{B}{A}$ della sola β; e perciò l'integrale generale della (7) risulterà della forma:

$$Z = \mu[F(\alpha) + \Phi(\beta)] \tag{8}$$

essendo $\mu = e^{-\int\frac{C}{A}d\alpha}$ oppure $\mu = e^{-\int\frac{B}{A}d\beta}$.

Applicando i resultati ottenuti nel § 1, possiamo concludere che l'integrale generale della (7) avrà quest'ultima forma soltanto quando la funzione $z = \theta(x, y)$ soddisfi alla equazione:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{s+\sqrt{s^2-rt}}{t}\right) = \frac{s-\sqrt{s^2-rt}}{t}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{s+\sqrt{s^2-rt}}{t}\right) \tag{9}$$

oppure all'altra:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{s-\sqrt{s^2-rt}}{t}\right) = \frac{s+\sqrt{s^2-rt}}{t}\,\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{s-\sqrt{s^2-rt}}{t}\right). \tag{10}$$

È molto facile interpretare geometricamente questa condizione. Infatti la (9) p. e. ci dice che dovrà risultare:

$$\frac{s+\sqrt{s^2-rt}}{t} = \psi(\beta),$$

essendo $\beta =$ cost. l'integrale generale dell'equazione:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{s - \sqrt{s^2 - rt}}{t} = 0.$$

Ora se $\alpha =$ cost. è quello dell'equazione:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{s + \sqrt{s^2 - rt}}{t} = 0,$$

indicando con τ l'angolo che forma coll'asse delle x la tangente alla proiezione sul piano xy dell'assintotica $\alpha =$ cost., avremo:

$$\operatorname{tang} \tau = - \frac{s + \sqrt{s^2 - rt}}{t}.$$

Dunque la (9) equivale all'altra:

$$\operatorname{tang} \tau = - \psi(\beta);$$

e sotto questa forma essa ci dice che lungo ogni assintotica $\beta =$ cost. le tangenti a tutte le $\alpha =$ cost. debbono risultare parallele ad uno stesso piano, che varierà a seconda della β che si considera, ma che passerà costantemente per una retta fissa (scelta come asse delle z).

Concludiamo che le superficie $z = \theta(x, y)$ per le quali l'integrale generale della (7) è della forma (8) coincidono con quelle su cui esiste un sistema di assintotiche tali che lungo ciascuna assintotica dell'altro sistema, le prime hanno le tangenti parallele ad uno stesso piano, che passa costantemente per una retta fissa. E se per una qualunque di tali superficie si saprà integrare l'equazione complessiva delle assintotiche:

$$r dx^2 + 2s\, dx\, dy + t dy^2 = 0,$$

la determinazione della superficie più generale, che corrisponde alla data con ortogonalità degli elementi lineari, dipenderà da sole quadrature.

Una classe di superficie di siffatta specie è data evidentemente dalle rigate a piano direttore. Scegliendo l'asse delle z su detto piano, la loro equazione è della forma:

$$(11) \qquad z = f(ax + by) + (c_1 x + c_2 y)\,\varphi(ax + by),$$

essendo a, b, c_1, c_2 delle costanti arbitrarie, ma tali che non risulti $ac_2 = bc_1$, altrimenti queste superficie sarebbero delle sviluppabili; cioè si avrebbe $s^2 - rt = 0$, perchè:

$$\sqrt{s^2 - rt} = (bc_1 - ac_2)\,\varphi'(ax + by).$$

Ora posto: $ax + by = t$, $c_1 x + c_2 y = u$, l'equazione complessiva delle assintotiche si riduce, nel caso attuale, all'altra:

$$[f''(t)\,dt + u\varphi''(t)\,dt + 2\varphi'(t)\,du]\,dt = 0,$$

la quale si spezza in due:

$$t = \text{cost.} \qquad f''\,dt + 2\sqrt{\varphi'}\,d(u\sqrt{\varphi'}) = 0,$$

e quest'ultima ha per integrale generale:

$$2u\sqrt{\varphi'} + \int \frac{f''(t)}{\sqrt{\varphi'(t)}}\,dt = \text{cost.}$$

Dunque i parametri delle assintotiche sono attualmente:

$$\alpha = ax + by, \quad \beta = 2(c_1 x + c_2 y)\sqrt{\varphi'(\alpha)} + \int \frac{f''(\alpha)}{\sqrt{\varphi'(\alpha)}}\,d\alpha.$$

Inoltre per le superficie (11) risulta:

$$B = 0, \qquad \frac{C}{A} = \frac{\varphi''(\alpha)}{2\varphi'(\alpha)};$$

e quindi l'integrale generale della (7) sarà in questo caso:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\varphi'(\alpha)}}\,[F(\alpha) + \Phi(\beta)].$$

Passiamo ora a vedere per quali forme della funzione $z = \theta(x, y)$ l'integrale generale della (7) è:

$$(12) \qquad Z = F(\alpha) + \Phi(\beta).$$

Affinchè questo accada sarà necessario e sufficiente che risultino verificate contemporaneamente le equazioni (9) e (10); o ciò che è lo stesso, che si abbia:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{2s}{t}\right) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{r}{t}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{t}{r}\right) = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{2s}{r}\right) \end{cases}$$

Dalla prima di queste condizioni si deduce che dovrà essere: $s^2 - rt = X$, con X funzione della sola x; e dalla seconda: $s^2 - rt = Y$, con Y funzione della sola y. Quindi bisognerà che risulti: $s^2 - rt = \text{cost}$.

Reciprocamente, se $z = \theta(x, y)$ soddisfa a quest' ultima equazione, risulteranno verificate le due condizioni precedenti; e perciò possiamo concludere che l' integrale generale della (7) sarà della forma (12) soltanto quando la funzione z soddisfa all'equazione:

$$s^2 - rt = h \tag{13}$$

con h costante arbitraria diversa da zero. E per le superficie che risultano integrali di questa equazione i parametri delle assintotiche sono:

$$\alpha = \frac{\partial z}{\partial y} + x\sqrt{h}\,, \qquad \beta = \frac{\partial z}{\partial y} - x\sqrt{h}\,.$$

Appartengono evidentemente alla suddetta classe le rigate a piano direttore:

$$z = (ax + by + c)(c_1 x + c_2 y) + f(ax + by),$$

giacchè per tali superficie si ha: $\sqrt{s^2 - rt} = bc_1 - ac_2$. Fra queste vi è anche il paraboloide iperbolico.

Le superficie integrali della (13) sono caratterizzate dalla proprietà che lungo ciascuna assintotica, dell'uno o dell' altro sistema, le tangenti a tutte quelle del sistema rimanente risultano parallele ad uno stesso piano, che passa costantemente

per una retta fissa. Ora il DARBOUX ha determinato le espressioni delle coordinate x, y, z dei punti di una classe completa di superficie (che può dimostrarsi essere la più generale possibile) le cui assintotiche $\alpha =$ cost., $\beta =$ cost. godono della proprietà che lungo ogni $\alpha =$ cost. le tangenti a tutte le $\beta =$ cost. risultano parallele ad uno stesso piano, la cui normale ha i coseni di direzione proporzionali alle derivate $f'(\alpha)$, $\varphi'(\alpha)$, $\psi'(\alpha)$ di tre funzioni qualunque di α; e che inoltre, lungo ogni $\beta =$ cost. le tangenti a tutte le $\alpha =$ cost. sono parallele al piano la cui normale ha i coseni di direzione proporzionali alle derivate $f'_1(\beta)$, $\varphi'_1(\beta)$, $\psi'_1(\beta)$ di tre funzioni arbitrarie di β. Tali espressioni sono:

$$4kx = (\varphi\psi_1 - \psi\varphi_1) + \int(\varphi_1 d\psi_1 - \psi_1 d\varphi_1) - \int(\varphi d\psi - \psi d\varphi)$$

$$4ky = (\psi f_1 - f\psi_1) + \int(\psi_1 df_1 - f_1 d\psi_1) - \int(\psi df - fd\psi)$$

$$4kz = (f\varphi_1 - \varphi f_1) + \int(f_1 d\varphi_1 - \varphi_1 df_1) - \int(fd\varphi - \varphi df)$$

essendo k una costante qualunque (*).

Quindi se vogliamo che quei piani, nelle loro varie posizioni, passino costantemente per la medesima retta fissa, che sceglieremo come asse delle z, dovremo prendere $\psi(\alpha) = m$, $\psi_1(\beta) = n$, essendo m, n costanti arbitrarie. Dunque le equazioni:

$$(14)\quad \begin{cases} x = \sigma_1(\alpha) + \theta_1(\beta) \\ y = \sigma_2(\alpha) + \theta_2(\beta) \\ kz = (\sigma_2\theta_1 - \sigma_1\theta_2) - \int(\theta_2 d\theta_1 - \theta_1 d\theta_2) + \int(\sigma_2 d\sigma_1 - \sigma_1 d\sigma_2) \end{cases}$$

con σ_1, σ_2, θ_1, θ_2 funzioni arbitrarie, ci dànno le coordinate dei punti di *tutte* le superficie che sono integrali della (13).

Se le funzioni (σ_1, σ_2), (θ_1, θ_2) in luogo d'essere indipendenti, sono legate dalle relazioni:

$$\sigma_1^2(\alpha) + \sigma_2^2(\alpha) = h' - h''$$

$$\theta_1^2(\beta) + \theta_2^2(\beta) = h' - h'''$$

(*) DARBOUX, *Op. cit.*, parte 3ª, pag. 368.

con h', h'', h''' costanti qualunque, ogni superficie (14) costituirà una falda dell'evoluta di una superficie W di WEINGARTEN, avente i raggi principali di curvatura legati dalla relazione:

$$2(R - R') = \operatorname{sen} 2(R + R'),$$

quando però h' sia diversa da zero. Mentre se $h' = 0$, si avrà una falda dell'evoluta di una superficie ad area minima.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 15 Marzo 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Presidente presenta, a nome dell'autore, Prof. Emilio Costa dell'Università di Bologna, l'opera: " *Papiniano, Studio di Storia interna del diritto romano* „ (Bologna, 1896, 3 volumi) e brevemente ragguaglia la Classe intorno ad essa.

Il Socio Segretario presenta un opuscolo del Direttore della Classe: " *Il deposito delle reliquie di S. Agostino a Pavia e il Re di Sardegna Carlo Emanuele III* „.

La Classe procede alla nomina di sette Soci Corrispondenti. Riescono eletti i signori Giacomo Bryce (Londra), Prof. Federico Patetta dell'Università di Siena, Prof. Antonio Pinloche dell' Università di Lilla, Avvocato Giuseppe Gatti (Roma), Prof. Felice Tocco dell'Istituto di Studii superiori di Firenze, Prof. Carlo Cantoni dell'Università di Pavia, Prof. Alessandro Chiappelli dell'Università di Napoli.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 23 Febbraio all'8 Marzo 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, XL, 1. Göttingen, 1895; 4°.

* **Account** (An) of the Smithsonian Institution: its origin, history, objects and Achievements. City of Washington, 1895; 8°.

Boletin de la Comision Geológica de México. N. 2. Mexico, 1895; 4°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 16, 34-39. Genova, 1895; 8°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Janvier 1896; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 1. Torino, 1896; 8°.

* **Journal** of the College of Science Imperial University Japan. Vol. VIII, p. II; IX, p. I. Tokio, 1895; 4°.

* **Mémoires** présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut de France; t. XXXIe, 2e série. Paris, 1894; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 4. London, 1896; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1895, n. 4. Göttingen, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. IX, p. 1^a, 1895.

* **Proceedings** of the R. Society. Vol. LIX, n. 354. London, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. 1-4. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Ser. 3^a, vol. II, fasc. 1°. Napoli, 1896; 8°.

Report of the sixty-fifth Meeting of the Britsh Association for the advancement of Science held at Ipswich in september 1895. London, 1895; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey for the fiscal year ending, June 30, 1893; Part II. Washington, 1895; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 1re année, n. 4. Paris, 1895; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. 1°. Modena, 1896; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVII, n. 9. 1895.

Bardelli (G.). Sull'uso delle coordinate obliquangole nella meccanica razionale. Milano, 1896; 8° (*dall'A.*).

Espiro (E. F.). Memoria presentada à S. E. el señor Presidente de la República don Juan Idiarte Borda. Montevideo, 1895; 8° (*dal Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

Marini (A.). Annotazioni riassuntive sulla campagna serica italiana nel 1895. Torino, 1895; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 1° al 15 Marzo 1896.

* **Acta Borussica**: Die Getreidehandelspolitik der Europäischen Staaten vom 13. bis zum 18. Jahrhundert. Berlin, 1896; 8°.

Annuario Accademico 1895-96. Siena, 1896; 8° (*dalla R. Università degli Studi di Siena*).

Annuario statistico italiano 1895. Roma, 1896; 8° (*dono del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1895, n. 3, 4. Copenhague, 1895; 8°.

* **Commentari** dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1895. Brescia, 1895; 8°.

* **Dicționarul** limbei istorice si poporane a Românilor lucrat după dorinta si cu cheltuiéla M. S. Regelui Carol I sub auspiciele Academiei române. Tom. III, Fasc. III, Baz-Băl. Bucuresci, 1896; 4°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVII, fasc. IV. Genova, 1895; 8°.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft. XVII Jahrg. 1894. Berlin, 1896; 8°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'Histoire et d'Archéologie, t. XXXIV. Chambéry, 1895; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e sér. Section des Lettres, t. III, n. 4. Copenhague, 1895; 4°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1895, fol. 127-226; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Historyczno-Filozoficzny. Ser. II, t. VI. Krakowie, 1895; 8°.

Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1895 per le statistiche commerciali. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Pinelli (T.). Relazione statistica dei lavori compiuti nel distretto della Corte d'Appello di Torino nell'anno 1895. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Guidi (I.). Vita Za-Mîkâ'êl 'Aragâwî. Romae, 1896; 12°.

Magnier (F.). Rapport présenté au Congrès d'Aiguebelle le 6 août 1894. Chambéry, 1895; 8° (*dall'A.*).

Bobba (R.). La dottrina dell'intelletto in Aristotele e nei suoi più illustri interpreti. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

Strada (E.) e **Martinetti** (M.). Piazza d'Armi o Valentino? Considerazioni sulla scelta della sede dell'Esposizione del 1898. Torino, 1896; 8° (*dagli A.*).

CLASSE
DI
SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 22 Marzo 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato il verbale della seduta precedente.

Il Segretario segnala, fra le pubblicazioni inviate in dono, alcuni opuscoli spediti dal Socio corrispondente Waldeyer.

Il Segretario comunica la lettera di ringraziamento del Prof. Felici eletto recentemente Socio Nazionale e quelle dei Prof. Bertrand e Sylvester eletti Soci Stranieri. Comunica inoltre una lettera, con cui l'Università e il Municipio di Glasgow invitano l'Accademia ad eleggere un proprio rappresentante per le feste che si celebreranno il 15 e 16 giugno prossimo venturo in onore di Lord Kelvin, che nel prossimo autunno compie il cinquantesimo anno di insegnamento. La Classe delibera di pregare il Socio corrispondente Prof. J. J. Thomson professore a Cambridge di rappresentarla in quella solennità.

Il Segretario dà notizia che sono giunti dal Ministero i decreti di nomina del Socio Nazionale residente Prof. Icilio Guareschi, dei Soci Nazionali non residenti Professori Emanuele Fergola e Riccardo Felici e dei Soci Stranieri Professori Giuseppe Luigi Bertrand e Giacomo Giuseppe Sylvester.

Il Socio Camerano anche a nome del Socio Salvadori legge la relazione sulla memoria del Dott. Daniele Rosa intitolata: " *I Linfociti degli Oligocheti* ". Conforme alle conclusioni del relatore la Classe ne approva la lettura e quindi l'inserzione nei volumi accademici.

Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata:

" *I Linfociti degli Oligocheti — Ricerche istologiche* ".

Il Dott. D. Rosa nelle sue ricerche intorno ai linfociti degli Invertebrati, oggetto della Memoria affidata al nostro esame, ha molto opportunamente scelto come materiale di studio quelle forme animali in cui il sistema circolatorio è chiuso e in cui perciò gli elementi morfologici proprii della linfa non si trovano frammisti con quelli proprii del sangue come avviene nella massima parte degli invertebrati che vennero fino ad ora studiati dal punto di vista dei linfociti stessi. Egli ha studiato gli Anellidi Oligocheti e più specialmente i lombrici i quali hanno la proprietà, in questo caso assai preziosa, di emettere dai pori dorsali il liquido celomico senza che per ottenerlo sia necessario incidere l'animale.

L'A. ha osservato quattro differenti sorta di linfociti nei Lombrichi: gli uni ameboidi e gli altri non ameboidi e di tutti ha descritto la forma normale fino ad ora al tutto ignorata e le modificazioni che essa presenta quando i linfociti sono portati fuori dell'organismo.

Il Dott. D. Rosa ha fatto uno studio minuto e diligente di tutte le singole forme di linfociti descrivendo la struttura della sostanza cellulare, del nucleo, delle centrospere, ecc.

Il lavoro del Dott. Rosa è pertanto un contributo assai importante per la conoscenza non solo dei linfociti delle specie di Oligocheti particolarmente studiate, ma in genere per la conoscenza dei linfociti degli Invertebrati e per la biologia cellulare.

I vostri commissari sono lieti quindi di proporre che il lavoro del Dott. D. Rosa venga ammesso alla lettura e venga stampato nelle *Memorie* accademiche.

Torino, 18 marzo 1896.

T. Salvadori.
L. Camerano, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 29 Marzo 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe, segnala un nuovo opuscolo di " *Vedische Beiträge* „ (Berlino, 1896) del Socio Corrispondente prof. Alberto Weber, ed il volume in memoria di Cesare Cantù, pubblicato per cura della famiglia dell'illustre scrittore in occasione del primo anniversario della sua morte.

Offre poi, a nome dell'Autore, il professore Emilio Teza, un opuscolo: " *Il Tipitakam dei Buddiani stampato nel Siam* „ (Venezia, 1896), concernente la collezione di volumi stampati per ordine di S. M. il Re del Siam, che ne donò un esemplare all'Accademia (presentato nell'adunanza del 1° marzo) e ad altri Istituti scientifici del Regno.

Sono comunicate le lettere, con cui i professori Tocco, Gatti, Cantoni e Patetta ringraziano per la loro nomina a Soci Corrispondenti.

Il Socio Allievo legge un suo lavoro intitolato: " *Federico Herbart e la sua dottrina pedagogica* „, di cui la Classe approva la stampa nelle *Memorie* accademiche.

Lo stesso Socio legge una sua nota: " *La divisione del lavoro applicato nelle Università* „, che è pubblicata negli *Atti*.

Il Socio Perrero dà lettura di un suo lavoro: " *Un segreto episodio della vita ministeriale del marchese d'Ormea e del cavaliere Ossorio (1740-1750)* „, parimente stampata negli *Atti*.

LETTURE

La divisione del lavoro applicato alle Università;

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

L'Università è la grande Scuola, dove s'insegnano le scienze umane tutte quante in tutto il loro progressivo sviluppo, e dove si formano i cultori delle professioni liberali. Quindi essa riunisce in sè un duplice carattere, scientifico cioè e professionale; e la Laurea, che conferisce, fu sempre Laurea di dottore e di professionista ad un tempo. Questo duplice carattere si manifesta nell'organismo medesimo dell'Università. Infatti essa si compone di poche Facoltà, ciascuna delle quali comprende un gruppo di scienze omogenee; ecco il carattere scientifico: queste scienze poi sono coltivate da giovani avviati all'esercizio delle professioni liberali (l'Ingegneria, la Medicina, l'Avvocatura, il Magistero educativo ecc.), ecco il carattere professionale. Questo organismo delle Facoltà incominciato coll'origine stessa della Università si mantenne attraverso i secoli, ma da qualche tempo va via via scompaginandosi in mezzo alla lotta, che ferve tra il culto puro e disinteressato della scienza e l'esercizio utilitario della professione. Volgiamo un rapido sguardo alle vicende storiche, per cui è passata l'Università attraverso i secoli, a fine di rinvenire la cagione della lotta, che di presente la travaglia.

Ne' secoli scorsi le discipline, che formavano l'oggetto dell'insegnamento universitario, erano poche di numero, e ciascuna poco sviluppata, come pure ciascuna professione liberale era semplice nel suo organismo. Quindi ne avveniva, che la scienza poteva essere studiata tutta quanta nella sua idealità specula-

tiva senza venire sacrificata in veruna sua parte, e la speculazione teorica poteva mantenersi in perfetta armonia coll'indirizzo pratico ed interessato della professione liberale. L'Università conservava l'unità de' suoi due caratteri, scientifico e professionale. Ma da due secoli in qua lo scibile umano prese uno sviluppo ed un incremento straordinario. Certi punti di studio, che prima erano compresi dentro una determinata scienza siccome parti nel loro tutto, vennero studiati in se stessi, staccati dalla disciplina, a cui appartenevano, e crebbero a poco a poco sino a pigliare forma e corpo di scienza speciale, come ce ne porge esempio la scienza filologica, la quale venne diramandosi in moltissime altre. Similmente quella, che da prima era una professione unica, si disvolse in una varietà di professioni speciali, ciascuna delle quali viene esercitata da cultori suoi proprii. Così la Medicina conta oggidì pressochè tanti rami distinti, quante sono le malattie particolari dell'umano organismo: l'Ingegneria si è bipartita in industriale e civile, e l'industriale si suddivide in Ingegneria delle miniere, delle macchine ferroviarie, delle manifatture, dei ponti e delle strade e va discorrendo.

Il moltiplicarsi delle scienze e delle professioni liberali fu cagione, per cui i giovani inscritti ad una Facoltà più non potendo abbracciare colla loro mente le tante e nuove discipline appartenenti alla medesima, consacrarono i loro studi ad una o poche soltanto di esse, e diventarono specialisti, aspirando ad una laurea dottorale speciale: ma intanto ristringendo esclusivamente la loro meditazione ad un solo ramo del sapere per meglio approfondirlo, perdettero di vista l'unità della scienza. Similmente un giovane aspirante ad una professione liberale, non venendogli fatto di impratichirsi per bene in tutti i rami speciali della medesima ed esercitarli con felice successo, diventò specialista anch'esso; ma raccogliendo tutte le forze del suo ingegno intorno al culto di un ramo speciale professionale, diede a' suoi studi un indirizzo esclusivamente pratico ed utilitaristico, attingendo dalla scienza solo quel tanto, e non più, che potesse giovargli all'esercizio della sua professione speciale, ed abbandonando come inutile tutto ciò, che sa di pura teoria, di mera speculazione. Così sorsero le scuole speciali superiori fuori dell'Università, anzi contro l'Università, nelle quali la scienza non si coltiva più per se stessa, per puro e disinteres-

sato amore della verità, ma nelle sue applicazioni pratiche ed utili alla vita (1).

Di tal modo siamo giunti a quel, che dicesi con nuovo vocabolo *Specialismo* degli studi e delle professioni, ossia alla divisione del lavoro applicata all'Università. Per lo passato nel seno dell'Università il culto della scienza speculativa ed il tirocinio dell'arte professionale facevano una cosa sola, ed i giovani passavano senza più dagli studi teorici alla pratica della professione. Ora la gioventù studiosa si è diviso il lavoro mentale: da un lato i dotti col loro amore della scienza puro e disinteressato, dall'altro i professionisti col sapere praticamente applicato alla loro arte: ai primi rimase l'Università, pei secondi sorsero le scuole superiori speciali isolate.

Così l'antico organismo universitario venne a sfasciarsi. La grande Scuola dell'Enciclopedia universale, spostata dal suo centro di gravità, si è sperperata in una minutaglia di scuole speciali da essa disgiunte.

Noi assistiamo ad un duplice antagonismo. L'Università è in lotta con se stessa, dacchè vede la sua unità ideale cader in frantumi sotto i colpi di uno specialismo, che non riconosce più limiti nel suo processo. Essa è altresì in lotta colle scuole superiori, che disdegnando la scienza pura si chiudono ciascuna nell'idolatria della propria arte. Nel campo del pensiero il lavoro analitico ha diviso e suddiviso lo scibile in minutissime discipline, tantochè chi si consacra di proposito allo studio esclusivo di una sola, perde di vista i vincoli, che la consertano con tutte le altre in una potente unità ideale. Nel campo dell'azione le professioni liberali si specializzano anch'esse a dismisura, ed i loro giovani cultori trattando la scienza come la semplice ancella della loro arte attingono dallo studio di essa quel po' di sapere teorico, che torna assolutamente necessario al culto della loro professione e non guardano più in là. Quindi da una parte la meditazione de' dotti si rimpicciolisce in vedute ristrette ed

---

(1) Tale fu l'origine della nostra scuola del Valentino per gli allievi ingegneri, i quali muovon lamento, che nei due anni, che loro tocca di frequentare l'Università per essere poi licenziati a quella scuola, sono tenuti a frequentare il corso di Meccanica razionale, reputando tale insegnamento come affatto teorico ed inutile all'esercizio della loro professione.

esclusive, e vengono a mancare quelle larghe intuizioni, quelle sintetiche comprensioni del pensiero, che scopre nuovi orizzonti nel mondo ideale; dall'altra la pratica dei professionisti non illuminata da una compiuta teorica, non animata dallo spirito dell'idea, degenera in mestierume e travia in empirismo.

È questo uno stato di cose gravissimo, che minaccia le sorti dell'alta coltura sociale e richiama a sè l'attenzione di quanti hanno a cuore l'interesse de' pubblici studi per avvisare al modo di venire al riparo di conseguenze tanto deplorabili. Meditando intorno al gravissimo argomento, occorre anzi tutto convenire su questi tre punti: 1° Dividere il lavoro universitario specializzando le discipline scientifiche e le scuole superiori è una necessità richiesta dal crescente sviluppo dello scibile e dal progresso delle arti. 2° È altresì giuocoforza conservare all'Università l'unità del suo organismo ideale, sicchè essa rimanga per gli alunni la Scuola universale dello scibile umano preso nella sua armonica e sintetica integrità. 3° È pur necessario mantenere la conveniente armonia tra gli studi speculativi e le applicazioni pratiche, tra la scienza e l'arte, sicchè l'amore disinteressato e puro della verità non sia soffocato dall'utilitarismo della vita. Tutti e tre questi punti vanno posti fuori di ogni discussione. Ma qui appunto sorge il duplice problema. Come conciliare la necessità della divisione del lavoro coll'unità dell'organismo ideale universitario? Come mantenere la dovuta armonia tra la scienza pura e l'arte professionale nelle scuole speciali superiori?

In riguardo alla prima parte di questo problema giova ricordare, che l'Università è il tempio della scienza universale, la Scuola dell'Enciclopedia umana, ossia delle discipline tutte quante, composte insieme a sistematica unità. Questo concetto ci porta logicamente a proporre due insegnamenti, a cui andrebbero tenuti tutti gli alunni a qualunque facoltà appartengano. Il primo di essi avrebbe per oggetto la classificazione delle scienze condotta in guisa che il giovane studioso possa scorgere le intime colleganze, per cui tutte armonizzano ad unità, il posto, che spetta a ciascuna, e segnatamente alla sua, in mezzo a tutte le altre. Così egli non perderebbe di vista l'organismo ideale del sapere, pur mentre tiene raccolto il pensiero sulla propria disciplina. Un bellissimo saggio di classi-

ficazione enciclopedica porse Andrea Maria Ampère nel suo *Essai sur la philosophie des sciences,* dove tutto lo scibile umano viene distribuito in due grandi branche, l'una cosmologica riguardante le cose corporee, l'altra noologica relativa alle cose incorporee. Il secondo dei due proposti insegnamenti avrebbe per oggetto suo proprio la protologia, ossia lo studio dei supremi ed universali principii di tutte le scienze. Ciascuna di esse, mentre possiede un principio suo peculiare, per cui si distingue da ogni altra, ha tuttavia comuni con tutte le altre alcuni principii universali, il cui studio solleva la mente del giovane al concetto del sintesismo dello scibile.

Venendo alla seconda parte del problema, guidato dallo stesso concetto universitario io proporrei due altri insegnamenti, obbligatorii per gli alunni di ciascuna scuola speciale. Come vi ha la filosofia universale, che spazia per tutte le regioni del pensiero, così evvi per ciascun gruppo di scienze particolari una filosofia speciale, che le conserta e le solleva alla loro più alta idealità, ricercando le ragioni supreme del loro comune oggetto e scrutando quei problemi più elevati, a cui non s'innalza ciascuna di esse. Così evvi la filosofia delle matematiche, la filosofia della giurisprudenza, la filosofia della medicina, delle scienze naturali, della storia e via via. Ciò posto, verrebbe opportuna la instituzione di una cattedra di filosofia speciale propria di quel gruppo di discipline, che avvia il giovane nell'esercizio di una professione liberale. Con questo provvedimento verrebbe a conciliarsi il culto speculativo della scienza coll'indirizzo pratico professionale. A questo io aggiungerei un secondo insegnamento, cioè una cattedra di Logica, considerata come scienza sovrana legislatrice del pensiero, il quale, così avvalorato, contribuisce al culto medesimo dell'arte.

Queste proposte, mentre intendono a riparare le funeste conseguenze generate da uno smodato specialismo, non urtano per nulla col progresso continuo dell'umano sapere, il quale non riconosce confini, a cui debba arrestarsi. Poichè occorre far distinzione tra l'insegnamento della scienza universale e lo sviluppo continuo della medesima. L'insegnamento ha la sede sua propria nell'Università, dove viene impartito entro i limiti consentiti da giovanili intelligenze; ma il suo crescente sviluppo varca di assai la cerchia delle aule universitarie. La scienza si

arricchisce del lavoro di tutte le intelligenze, che siansi consacrate alla ricerca della verità: non circoscrive le sue conquiste ideali ad un tempo e luogo determinato, ma le estende da per tutto, dovunque incontra una dotta accademia, che discuta qualche grave problema, od un pensatore solitario, che mediti nel silenzio della sua camera. Essa non vede limite di tempo e di spazio, che la arresti nel suo trionfale cammino, e sempre avanza per le regioni dell'infinito. I limiti invece sono segnati intorno la cattedra dell'insegnante: gli è qui che lo specialismo si arresta nel suo processo.

Io riconosco adunque la necessità di specializzare gli studi con tale criterio, che i giovani alunni, pur mentre raccolgono tutta l'attività del loro pensiero sopra quel determinato ramo del sapere, a cui si sentono per natura chiamati, non perdano di vista l'unità della scienza, nè sacrifichino l'amore della verità pura all'utilità della loro professione. Questo bisogno di dividere il lavoro mentale è universalmente sentito, e da per tutto si tenta di appagarlo con opportune riforme scolastiche, segnatamente negli Stati Uniti d'America, dove lo specialismo universitario è promosso con grande ardore. Ma qui in Italia si tira avanti sulla vecchia pésta come se il nostro mondo scolastico fosse il migliore de' mondi possibili. Da parecchi anni in qua (nessuno il nega) non poche cattedre vennero aggiunte alle antiche anche nelle nostre Università, e specialmente in questa facoltà di filosofia e lettere: sebbene, a dire il vero, fra i nuovi insegnamenti se ne siano intrusi anche degli inutili od inopportuni, dettati più da secondi fini, che dai veri bisogni della scienza. Questo aumento di cattedre doveva ragionevolmente portare ad una corrispondente divisione nelle materie di studio; ma così non fu. I giovani aspiranti ad una professione liberale, a conseguire la loro laurea dottorale sono pur sempre tenuti a frequentare tutte le discipline, e antiche e recenti che appartengono alla loro facoltà, salvo poche eccezioni, sicchè esse vennero ad aggravare e rendere pressochè insopportabile il fardello dei loro studi. E bene sel sanno i giovani laureandi in lettere, forzati a frequentare dodici insegnamenti diversi, passando senza posa da una lezione all'altra a farvi incetta di svariato sapere, il quale mal potendo penetrare sino al cervello, se ne rimane per lo più affastellato dentro i quaderni, ricor-

dando i *doctores chartacei* del medio evo. Il fardello riesce ancora più incomportabile, quando si consideri che in mezzo a tale caterva di materie alcune sono affatto eterogenee nel gruppo delle discipline letterarie, quali la filosofia teoretica e la storia della filosofia. Io non dico, che queste due materie filosofiche, quando siano insegnate per bene, non abbiano la loro propria importanza; bensì intendo di sostenere, che a giovani laureandi in lettere, già sopraccarichi di materie loro proprie, non tornano del tutto necessarie, tenendo io per fermo, che il tempo impiegato nel frequentarle assai meglio verrebbe adoperato ad approfondirsi nelle altre, che appartengono al ramo letterario.

Quindi si fa manifesta la necessità di una riforma, che introduca negli studi della Facoltà di filosofia e lettere un nuovo ordinamento conforme alle giuste esigenze della moderna coltura. Applicando a tale intento la divisione del lavoro, pare a me, che tutti gli insegnamenti di essa facoltà abbiano a dividersi in quattro gruppi distinti, i quali mettano capo a quattro lauree speciali, e sono il filosofico, il letterario classico, il filologico, lo storico geografico.

Un segreto episodio della vita ministeriale del Marchese D'Ormea e del Cav. Ossorio (1740-1750);

Nota del Socio DOMENICO PERRERO.

È sentenza comunemente invalsa presso i patrii storici, adottata e sostenuta dall'illustre autore della *Diplomazia della Corte di Savoia,* che il marchese d'Ormea fosse per modo geloso del suo ministero sopra gli affari esteri, che mai non si sarebbe volontariamente indotto ad abbandonarlo se non colla propria vita. E, per verità, a favore di siffatta sentenza parrebbe stare, come effettivamente si mette innanzi, il fatto dello avere il marchese voluto morire in possesso della carica, anzichè chie-

dere la sospensione d'applicazione agli affari amichevolmente consigliatagli dal pontefice Benedetto XIV (1).

Non è a stupire, dico, che questo fatto, in se stesso unicamente considerato, abbia prodotto una certa impressione sui nostri storiografi e trattili a conseguenze poco favorevoli al carattere del nostro grande statista. Vuolsi però notare, che a questo un altro fatto essenzialissimo già aveva preceduto, e fu che l'Ormea, nientemeno che cinque anni prima della sua morte, aveva già data la sua dimissione da ministro al re Carlo Emanuele III, e che questi, accettatala, aveva già persino designato il ministro chiamato a succedergli, come senza dubbio sarebbegli succeduto, se, mentre se ne attendeva il consenso, per una specie di fatalità, una imprevista circostanza, sorvenuta ad un tratto, non avesse sconcertato gli adottati segreti accordi, protraendone la effettiva esecuzione a dieci anni dappoi.

---

(1) Nella *Storia della Diplomazia della Corte di Savoia*, a proposito della morte del marchese Ferrero d'Ormea, occorsa il 24 maggio 1745, si legge: " La malattia recavagli fiere doglie, l'animo aveva perturbato dal soprammontare degli emuli; pure fuggiva il riposo, che gli era necessario „. Benedetto XIV gli scriveva: " Abbiamo sempre creduto che il riposo del corpo e la quiete dell'animo dovessero essere l'unico e vero rimedio pel suo male... Una sospensione d'applicazione, accordata dal Sovrano per il ristabilimento del suo principale ministro, a prima vista, può sembrare un buon mezzo termine per vedere in appresso che cosa debba farsi; si apre il campo a ritornare alla testa degli affari; se poi non siegue, è d'uopo conformarsi alla volontà di Dio, e prendere un tenore di vita lontano dallo strepito, e dato agli affari domestici e, quello che più importa, ai pensieri dell'eternità.

" Il buon papa (nota qui l'illustre storico) conosceva il male e additava il rimedio; ma il farmaco era ostico all'infermo più del morbo istesso; chè volea quello " strepito „ delle faccende, e la " sospensione d'applicazione „ che il re gli dava in effetto, non era da lui richiesta, e non l'avrebbe richiesta mai. Onde rispondeva: " Sono persuasissimo che il consiglio che, V. Santità si degna darmi di non applicare, mi è necessario... La costituzione di questo governo (conchiudeva l'Ormea) vuole che io sacrifichi quel poco di vita che mi rimane, per far tacere gli emuli della mia carica, che non sono pochi, e per fare che nello spirito del Sovrano non nascano certe impressioni, alle quali cercherebbero poi di dar pascolo „.

Debbo però io pure qui notare, che tre soli giorni prima della surriferita risposta dell'Ormea, e così il 3 febbraio 1745, egli stesso già un'altra ne aveva spedita al papa, nella quale, meglio spiegando il suo concetto,

Gli è questo episodio, rimasto sinora inavvertito, che mi propongo di trarre alla luce mediante i relativi documenti, troppo importanti perchè debbano più oltre lasciarsi nell'oblio, in cui giacciono da oltre un secolo e mezzo (1).

Quando l'Ormea, il 3 febbraio 1745, scriveva a Benedetto XIV: " È già da qualche tempo che vo seriamente pensando all'eternità ", diceva del miglior senno ed enunciava un fatto, che, per quanto enigmaticamente espresso, non lasciava di essere una verità. — Verso il 1740, dopo percorsa una lunga carriera, non meno luminosa che agitata e faticosa, il marchese, uomo essenzialmente religioso, non potendo dissimularsi, che la sua salute andava declinando, sentiva il bisogno d'interporre fra i pensieri di Stato, e l'eternità, che si approssimava, un intervallo di riposo e di raccoglimento. Tanto più che, a fronte della pace di Vienna del 1738, che accresceva il regno di due

---

così gli scriveva: " È già da qualche tempo che vo seriamente pensando all'eternità... Procurerò dunque di andar trattenendomi alla meglio che potrò nella presente dura mia situazione, sino a che mi veda ridotto al segno di non poter più assolutamente applicare, o che qualche fondata speranza di prossima pace mi dia plausibile motivo di ritirarmi dagli affari... ".

Questa prima risposta, trascurata dallo storico, restringe ciò che di troppo ampio e generico parevano accennare le espressioni della seconda, isolatamente presa, in quantochè, in quella, l'Ormea prestabiliva un termine, entro il quale prendeva verso il papa l'impegno di ritirarsi dagli affari, e sarebbe stato quando la pace coi Franco-ispani gli avesse pôrto un plausibile motivo di ritirarsi onoratamente a fronte de' suoi emuli. — Nè questa era già una mera scappatoia campata in aria; giacchè, verso quei giorni appunto, qualche segreto passo per una trattativa di pace, erasi indirettamente fatto per parte del marchese d'Argenson, ministro sopra gli affari esteri di Francia. Onde non è a stupire se l'Ormea provasse una estrema ripugnanza ad abbandonare la direzione degli affari, per lasciar forse a' suoi rivali i frutti e la gloria di una pace, divenuta ormai probabile, e dovuta principalmente al senno e all'opera sua, e se, quindi, sino all'ultimo, tanto cercasse di illudersi sul vero stato della sua salute.

Si alterano, adunque, scindendole, le dichiarazioni fatte dall'Ormea a Benedetto XIV, dando un senso assoluto al diniego di chiedere la sospensione d'applicazione agli affari, che era soltanto relativo alle circostanze, in cui il marchese versava e quindi condizionale, come già lo aveva provato col fatto, secondochè viene esposto nel testo.

Carutti, vol. 4, p. 231. — *Curiosità e Ricerche*, vol. 3, p. 535.

(1) Archivi di Stato, *Lettere ministri, Inghilterra.*

province; della fine delle controversie ecclesiastiche per mezzo dei concordati di Benedetto XIV; e dal ristabilimento delle relazioni diplomatiche con Venezia, ben poteva, senza troppo orgoglio, dire a se stesso di avere oramai abbastanza faticato per la sua gloria e per il bene del paese.

Se non che, lo teneva tuttavia irresoluto il pensiero di aprire, col suo ritirarsi dagli affari, l'adito agli emuli di sottentrargli nella carica, e di procurar loro, così, facile il mezzo di denigrarlo, con insidiose insinuazioni, presso il principe e farlo fors'anche cadere in disgrazia. Si avvisò quindi di ricorrere ad un ripiego, e fu di far gradire al re, in anticipazione, un successore nel ministero, di sua scelta e confidenza, da nominarsi nell'atto stesso, in cui verrebbe accettata la sua dimissione, per modo che i di lui emuli, venendo in cognizione di questa, trovassero, nel tempo stesso, l'ambito suo posto già irrevocabilmente preoccupato.

Ho parlato di *emuli* in numero plurale, come faceva l'Ormea; ma sono d'avviso, che, in sostanza, la persona da lui presa di mira, se non unicamente, certo principalmente, era senza dubbio il marchese Leopoldo del Carretto di Gorzegno, come quegli, in cui concorrevano maggiori titoli per aspirare a quel ministero, e contro il quale più vivi e più antichi covavano nel marchese i rancori.

Egli, infatti, come primo uffiziale della segreteria degli affari esteri fin dal 1732, si trovava il più prossimo, e quindi il più naturalmente chiamato al posto vacante, egli, inoltre, in detta qualità, possedeva già da lunga mano, non solo la necessaria notizia dei più importanti affari dello Stato, ma ancora la pratica esperienza nel maneggio loro, come quegli, che già da tempo, per causa della lunga malattia dell'Ormea, riceveva le istruzioni direttamente dal re, e presentava i dispacci alla firma reale, egli, infine, posto, pel suo uffizio, a fianchi del re, e quindi in condizione di potere, meglio di ogni altro, far sorgere ed alimentare nello spirito del Sovrano quelle insidiose impressioni tanto dall'Ormea paventate.

Nè i motivi di reciproci rancori personali mancavano. L'Ormea era, notoriamente, altiero e duro ne' suoi portamenti co' subalterni; d'altra parte, il Gorzegno e per nascita e pel lungo servizio e per carattere, non era un subalterno ordinario

da subire facilmente le opinioni altrui, e men che meno da tollerare umiliazioni. Indi ne' consigli e ne' maneggi degli affari del loro dicastero, non infrequenti fra essi gli urti, indi le gelosie e le esacerbazioni tanto più ostinate, quanto più profonde. Come mai dubitarne quando si vede il Gorzegno, poco dopo la morte dell'Ormea, accusarlo a dirittura, presso il conte di Rivera, nostro ambasciatore a Roma, d'avere carpita l'eredità del cardinale Ferrero, suo congiunto, per mezzo dell'abate Giussano? (1).

Un torto soprattutto aveva il Gorzegno agli occhi del marchese d'Ormea, ed era quello di essere stato da una voce pubblica, allora corsa, ritenuto quale autore del famoso *patto provvisionale* sottoscrittosi fra la Sardegna e l'Austria il 1° febbraio 1742, patto considerato a quei giorni e anche dappoi, come un capolavoro di sagacità politica. Era quindi naturale, che l'Ormea, il quale tutta se ne attribuiva la gloria (e a buon diritto, come è generale opinione) riguardasse il suo emulo, innocente forse di quella voce, come invidioso usurpatore dei suoi meriti. Della detta voce fa fede una nota apposta all'*Elogio storico di Carlo Emanuele III*, del conte Orsini, nella quale si dichiara alla recisa il marchese di Gorzegno, autore del patto anzidetto (2).

Del resto, se incerto e discutibile è rimasto il nome dell'emulo, contro il quale l'Ormea credette doversi premunire nel modo sopra indicato, tutt'altro è da dirsi di quello del successore oppostogli, nome chiaro nella storia della nostra diplomazia quant'altro mai; intendo parlare del cav. Ossorio, in quel tempo, vale a dire nel 1740, da più anni ambasciatore a Londra, e sul quale appunto, come sull'uomo fatto secondo il cuor suo, cadde la scelta dell'Ormea.

---

(1) Questo Abate, intimo del marchese d'Ormea, che l'aveva posto al fianco del cardinale Ferrero, specialmente nel Conclave, come l'angelo suo custode, conforme allora dicevasi, — avendo brigato a Roma, presso il conte di Rivera, per qualche benefizio, diede occasione al Gorzegno, succeduto all'Ormea nel ministero, di farne il seguente, poco lusinghiero, ritratto, in lettera del 10 maggio 1747: " Si l'abbé Giussan a été si protégé par feu le marquis d'Ormea, il n'y a pas de quoi s'étonner, puisque c'était celui à qui il avait confiée la garde du cardinal Ferré, et *qui lui a fait faire le testament en faveur de ce ministre*. Mais ne croyez pas que le roi soit entêté d'*un si mauvais sujet* „.

(2) Torino, 1793, Fea, p. 17.

Questa scelta, in se stessa, non poteva a meno di dirsi utile per lo Stato e soprattutto opportuna per l'Ormea, che l'aveva fatta. In lui il Governo acquistava un ministro abile e probo, uno statista versatissimo in tutti i rami del diritto pubblico e un politico formatosi di lunga mano alla scuola dei migliori centri diplomatici d'Europa. L'Ormea poi lasciava dietro di sè un successore, che, vissuto quasi sempre lontano dal Piemonte, e senza attinenze di sorta alcuna, era al tutto estraneo ai partiti ed agli intrighi della corte e dell'alta società della capitale: un successore, inoltre, che da lui riconoscendo la sua elevazione, doveva credersi, che e per gratitudine e per lo stesso suo interesse, non avrebbe mai fatto causa comune coi di lui avversari.

Come il re siasi prestato a questo giuoco dell'Ormea non è facile spiegare, salvochè vogliasi supporre, non senza buon fondamento, che esso, stanco omai del sopravvento presogli dal troppo imperante ministro, abbia colto il destro, che se gli offeriva, qualunque esso fosse, di liberarsene.

Checchè ne sia, certo è che il re vi diede il suo assenso; e l'Ormea con lettera *segreta* delli 8 ottobre 1740, ne dava l'inatteso annunzio al cav. Ossorio a Londra nei seguenti termini: " Sa Majesté, se trouvant dans le cas de devoir faire quelque variation dans sa secrétairerie, s'est proposé à vous destiner à celle d'État pour les affaires étrangères en qualité de ministre et premier secrétaire d'État, ainsi qu'elle m'a ordonné de vous instruire par la présente qui vous sera rendue par le correspondant de M. Moris. Ce ne sera pourtant qu'après que j'aurai reçue votre réponse, que S. M. publiera votre destination, parce que com'elle compte de se servir de vous dans le dit emploi pendant longtems, elle souhaite que vous me marquiez auparavant, avec toute la franchise et toute l'ingénuité dont vous avez toujours fait profession, si vous croyez que votre santé soit dans un état à pouvoir fournir aux fatigues de l'emploi, dont il s'agit, et si vous ne vous sentez pas quelque répugnance à une certaine gêne qu'y est attachée, laquelle n'est pourtant pas extraordinaire; en quoi je m'attens que vous me direz naturellement ce que vous en pensez; d'autant que, si vous eussiez quelque raison pour ne pas l'accepter, il ne manquerait point à S. M., comme vous n'en devez pas douter,

d'autre moyen pour recompenser le zèle avec lequel vous la servez si utilement depuis un assez longtems.

" Si vous vous déterminez à l'accepter, il faudra que vous n'en disiez ni fassiez encor rien connaître, et que vous attendiez qu'on l'ait publié ici après qu'on aura eu votre réponse, mais, en attendant, vous pourriez commencer à faire dans votre maison les arrangemens que vous jugeriez convenables, pour vous mettre en état de partir au premier avis qu'on vous en ferait parvenir.

" En exécutant ces ordres du roi, je ne puis me refuser de vous assurer, monsieur, que c'est du meilleur de mon cœur que je désire que vous y trouviez vos satisfactions et vos avantages auxquels je prens et prendrai toujours un intérêt distingué. Je vous prie de vouloir en être bien persuadé et de croire qu'on ne peut rien ajouter au très parfait attachement avec lequel j'ai l'honneur d'être votre très humble, très obéissant serviteur, etc. „.

Stando a questa lettera, il cambiamento nel ministero poteva oramai dirsi vicino a diventare un fatto compiuto. L'ordine, a tale riguardo, del sovrano, era positivo e preciso; il consenso, anzi il gradimento, del ministro uscente era esso pure, non solo positivo, ma anche espresso in termini tali di benevolenza e persino di una specie di cordialità, che, certo, non era solita nell'Ormea co' suoi subalterni e rara ben anche co' suoi stessi amici. Cosicchè null'altro più mancava al perfezionamento della cosa, se non il consenso dell'Ossorio, il quale, del resto, veniva già senz'altro presupposto, dappoichè lo s'invitava già a fare nella sua casa gli apprestamenti convenienti alla nuova sua posizione.

È facile immaginarsi l'impressione dalla lettera dell'Ormea prodotta nell'animo dell'Ossorio. La seguente sua risposta all'Ormea del 24 ottobre 1740, colla quale gli significava la sua accettazione, ben meglio di tutti ritratti tracciatine dagli storici, ci rappresenta, a mio avviso, la figura ed il carattere di questo quanto insigne altrettanto modesto ministro: " V. E. peut aisément se figurer l'effet qu'a produit en moi, la lettre qu'elle m'a fait l'honneur de m'écrire le 8 de ce mois et de m'adresser par la voie du correspondant de M. Moris, pour m'apprendre que S. M. a daigné porter sa clémence à mon égard jusqu'au point de se proposer de me destiner à un emploi

aussi délicat et aussi important que celui dont V. E. m'a fait mention: c'est une grâce si fort au-dessus de toutes les paroles que j'en chercherais envain pour exprimer ma reconnaissance; je sens que quoique je puisse dire, ce ne serait pas seulement la moité de ce que je penserais.

" Mais, si, par cette nouvelle grâce aussi bien que par toutes celles que S. M. m'a déjà faites, j'ai la consolation de ne pouvoir pas douter qu'elle ne rende justice à mes sentimens, n'ai-je pas tout lieu de craindre en revanche que ma trop longue absence du pays pourrait m'avoir été trop favorable pour y laisser concevoir une idée plus avantageuse que je ne mérite par rapport à mes talens? Bien des défauts se rendent imperceptibles à une certaine distance; le zèle que je sens que j'ai, et qui est véritablement infini pour ce qui regarde le parfaite accomplissement de mon devoir, autant qu'il est en moi, parce que j'ose dire hardiment qu'il va même jusqu'au scrupule, — peut, à ce que j'ai sujet d'appréhender, avoir contribuer à faire juger plus prompts et plus à la main que je ne les ai, les talens qu'il faut pour le mettre en œuvre; dans le loisir que j'ai toujours eu jusqu'ici, de n'avoir, pour ainsi dire, qu'un seul et unique ordre à exécuter, mon zèle peut avoir eu toute la facilité et tout le tems de suppléer au manque de promptitude dans les talens, mais peut-être que plus d'ordres et plus d'affaires découvriront mon insuffisance. Je supplie V. E. d'être persuadée que ce n'est pas pour montrer de la modestie que je parle de la sorte, comme croieraient devoir faire, en pareil cas, bien des gens, qui n'auraient ou ne penseraient pas d'avoir tant de sujet que moi, de se méfier d'eux-mêmes, — mais parce que réellement je sens ce que je dis „.

Dopo questo preambolo, passando senz'altro, alla sostanza delle domande indirizzategli, così proseguiva: " Ayant exposé naturellement toute la crainte dont je suis saisi à l'égard de ma capacité, j'aurai l'honneur de répondre à présent aux deux questions de la lettre de V. E. touchant l'état de ma santé et touchant l'assujettisment à une certaine gêne.

" Ma santé qui était dans un très mauvais état il y a deux ans, s'est un peu remise depuis ce tems-là, mais elle en est restée là et n'a pu encore se rétablir entièrement; un voyage, un changement d'air pourraient me faire un grand bien et il

pourrait aussi en arriver autrement: dans l'état où je suis maintenant, il n'y a que des abattemens de tems en tems qui m'incommodent le plus. — Quant à la répugnance pour un assujettisment, je n'en sens aucune; je me suis proposé, dès le premier jour que j'ai été assez heureux pour être admis au service du roi, d'y consumer le restant de mes jours, et tant que mes forces me le permetteront et que l'on me jugerait capable d'être employé, de ne vouloir jamais être un serviteur inutile.

" Après avoir rendu compte avec toute la franchise et toute l'ingénuité que je dois et dont je ne me départirai jamais, de tout ce que je puis dire et penser sur mon sujet, il ne me reste qu'à attendre, avec un cœur tranquille, que S. M. daigne décider ce qu'elle jugera plus convenable à son royal service, prêt à exécuter ses ordres quels qu'ils puissent être non seulement avec toute la soummission et promptitude requises, mais aussi avec la joye la plus parfaite, ne me sentant d'autre volonté que celle d'obéir à ce qu'il lui plaira ordonner, et de lui montrer, toute ma vie, mon zèle, ma reconnaissance et l'amour avec lequelle j'ai l'honneur de la servir.

" Dans l'incertitude de la résolution que S. M. prendrà, je ne fais nul arrangement pour le départ; je ne pourrais d'ailleurs en faire presque aucun de considérable qu'il ne donnât d'abord occasion à bien de bruits et à m'entendre faire mille questions, cette grande ville ayant, sur certaines choses de cette nature, le même défaut que les plus petites; mais, de quelque manière que S. M. daigne disposer de moi, cela ne saurait apporter beaucoup de retardement à l'exécution de ses ordres ".

Se non che, anche all'Ossorio accadeva, malgrado tutta la sua modestia e delicatezza, ciò che a tutti generalmente i nostri ambasciatori residenti nelle principali capitali europee, d'aver ad incontrare più o meno debiti, per cagione soprattutto della grande sproporzione tra le spese d'ogni genere, a cui la loro qualità li obbligava, e le provvigioni loro dal governo assegnate, e, spesse volte, anche del ritardo nel farle loro pervenire. La possibilità di una improvvisa partenza da Londra doveva non poco impensierire e mettere alle strette il povero ambasciatore nella necessità, in cui era, per conservare il debito decoro al-

l'alto posto, a cui era chiamato, di liberarsi onorevolmente dagli impegni incontrativi; ed a questo appunto mirava coll'ultima parte della sua risposta: " Je supplie V. E. (ivi diceva), en cas qu'il s'agisse d'effectuer mon départ, de vouloir me faire la grâce de se rappeler le long séjour que j'ai fait ici, et les humbles rémontrances que j'ai pris la liberté de lui faire en plusieurs occasions, sur les dépenses auxquelles j'ai été obligé et qui ont excédé les moyens que j'ai eu d'y fournir: la bonté et la clémence de S. M. me donnent tout lieu de me flatter que j'aurai sur ce sujet la consolation que je désire tant pour mon repos que pour ma réputation.

" Je ne saurais assez témoigner à V. E. combien je suis sensible et reconnaissant à la bonté avec laquelle Elle veut bien prendre intérêt à ce qui me regarde; j'ambitionne rien tant que d'en mériter la continuation, ayant l'honneur d'être avec une reconnaissance infinie et la plus parfaite vénération, Monsieur, de V. E. très humble, obéissant et très devoué serviteur, etc. „.

In quella che la pratica, sì bene avviata, ne faceva sperare omai prossima la definitiva conclusione, un grave avvenimento, inopinatamente sorvenuto nel breve intervallo corso fra la lettera del marchese d'Ormea e la risposta dell'Ossorio, gettando lo scompiglio fra le principali potenze d'Europa, sconcertò, ad un tratto, le prese intelligenze e ne rimandò l'esecuzione a tempo indeterminato; voglio dire la morte, occorsa il 20 8bre 1740, dell'imperatore Carlo VI d'Austria, autore della famosa prammatica Sanzione, per mezzo della quale erasi ripromesso di conservare nella sua interezza la monarchia e farla passare sul capo a Maria Teresa, sposa a Francesco di Lorena. A quest'opera buona parte della sua vita egli aveva dedicato, travagliandosi, con tutte le più fine arti della diplomazia imperiale, presso le varie corti d'Europa, per ispuntare, che da esse venisse accettato e guarentito l'ordine di successione da lui stabilito. Ed ottenne, infatti, che quasi tutte vi prestassero il loro consentimento; ma quanta e quale ne fosse la sincerità, il fatto ben lo rese manifesto. Perciocchè, non appena egli mancò di vita, i pretendenti alla successione austriaca sorsero da ogni parte, e fra essi era ben naturale, che dovesse altresì figurare, per le sue ragioni sul ducato di Milano, in ispecie, Carlo Ema-

nuele, e tanto più naturale, quantochè egli era forse il solo fra tutti que' concorrenti, che si era sempre recisamente dichiarato contrario alla prammatica sanzione.

In questo stato di cose, era inevitabile una grande perturbazione negl'interessi e nelle relazioni delle diverse potenze europee, e quindi anche un cambiamento più o meno radicale nelle reciproche loro alleanze. Gli è nelle previsioni di questo nuovo ordine di cose, e sotto l'impressione degl'importanti avvenimenti, che dovevano bentosto tenergli dietro, che il marchese d'Ormea, il 19 9bre seguente, rescriveva quest'altra lettera, in replica a quella surriferita del cav. Ossorio:

" Monsieur, j'ai reçu par l'estaffette, qui arriva ici, il y a eu hier huit jours, votre lettre du 24 du mois passé, et, en ayant rendu compte au roi, j'ai une véritable satisfaction de vous apprendre, Monsieur, que S. M. a vu avec tout l'agrément que vous sauriez vous imaginer, les sentiments pleins de zèle et l'attachement que vous avez témoigné sur ce que je vous écrivis de sa part le 8 du susdit mois. S. M. ne peut attribuer qu'à un effet de votre modestie la crainte que vous laissez entrevoir de n'avoir point les qualités requises pour l'emploi en question, et elle y envisage même avec plaisir une nouvelle preuve de votre capacité et de votre mérite, qui la confirme de plus en plus dans sa façon de penser à votre égard. Pour ce qui est de votre santé, S. M. est aussi persuadé que le voyage ou le changement d'air seraient tout à fait propres à la rétablir entièrement; ainsi Elle ne peut qu'avoir lieu de persister dans la résolution dont vous êtes instruit, comptant toujours en effet de vous faire remplir l'emploi auquel vous a destiné.

" Cependant (soggiungeva l'Ormea), depuis le grand évènement qui est arrivé, S. M. croit de devoir suspendre, pour quelque tems, ses déterminations, voulant voir auparavant la nouvelle face qu'il semble que les affaires d'Europe vont prendre, et cela d'autant plus qu'il se pourrait que l'on se trouvât dans des conjonctures que votre personne lui devint encore plus nécessaire dans le pays où vous êtes: en attendant, il faudra que vous continuiez à garder le plus grand secret sur cette affaire, et si vous aurez encore quelque chose à me répliquer, vous pourrez le faire en mettant sur votre lettre l'inscription à M. Raiberti.

" Il me reste (conchiudeva in ultimo) à vous ajouter que le roi ayant pris en considération les représentations, que vous m'avez insinué de lui faire dans cette conjoncture, s'est déterminée de vous accorder une gratification de quattre mille livres, ainsi que je vous en donne avis aujourdhui par la voie accoutumée.

" Je vous prie d'être bien persuadé, Monsieur, que rien ne saurait égaler l'estime et la considération distinguées, avec lesquelles je serai toute ma vie, Monsieur, votre très humble, etc. „.

Per tal modo, il povero Ossorio, scaduto, tutto ad un tratto, dall'eminente carica su cui stava per essere elevato, si trovò inopinatamente ridotto a dover starsene contento ad una magra gratificazione di lire quattro mila e ad una speranza a meta indefinita (e che doveva prolungarsi per oltre a dieci anni) di ottenere quello che gli si era per un momento fatto intravedere.

La lettera dell'Ormea non esigeva, essenzialmente, una replica per parte dell'Ossorio, giacchè la risoluzione annunziatagli era in se stessa definitiva, e quindi all'ambasciatore non era lasciata altra parte, che quella di rassegnarvisi, e su questa rassegnazione il carattere e i precedenti del personaggio non permettevano il benchè menomo dubbio. E che così infatti intendesse la cosa anche lo stesso marchese, ben si vede dalla particella *condizionale,* con cui, prevedendo la *possibilità* di una replica, gli tracciava la via di fargliela pervenire, scrivendogli come sopra: " Si vous avez encore quelque chose à me repliquer, etc. „.

L'Ossorio, usando della libertà, a tale riguardo lasciatagli, stimò di potersi dispensare da una risposta, immaginandosi, come il segretario Raiberti ben osservava all'Ormea, che un rispettoso silenzio dal suo canto fosse ciò che meglio gli si addicesse in quella condizione di cose. Ma il marchese, che ovunque vedeva intrighi e pericoli, non si arrendeva a questa ragione, sospettando che, sotto quel silenzio non covasse per avventura qualche germe di malcontento e di dispetto, che, penetrato e abilmente coltivato da' suoi emuli, potesse, col tempo, voltargli contro il solo ministro, sul quale faceva assegnamento per colorire i suoi disegni a danno del marchese di Gorzegno. Ond'era continuo ad instare presso il cav. Raiberti (unico consapevole di quella sotterranea evoluzione ministeriale).

perchè eccitasse l'Ossorio a rispondergli, come appunto egli fece con lettera del 21 gennaio 1741, nella quale, dopo esposta la penosa impressione prodotta da quel silenzio sull'animo del marchese, così conchiudeva: " M'étant donc aperçu de l'incertitude où M. le marquis d'Ormea se trouve là-dessus, j'ai cru que je pouvais prendre la liberté de vous en avertir et de vous prier, Monsieur, de vouloir me mettre en état de le tranquilliser, si vous n'aimez mieux, comme il serait plus naturel, écrire à lui-même ce qui en est dans une lettre à part ".

A tranquillare il marchese d'Ormea, giunse finalmente la risposta dell'Ossorio, poco tranquillo esso stesso, nella sua modestia, sul vero significato, che dovesse attribuire a quel repentino cambiamento. A farglielo quindi portare in pace, il cav. Raiberti stimò bene, con altra sua lettera cifrata del febbraio seguente, di rassicurarlo, che la persona di lui vi era assolutamente estranea: " Il est certain (così diceva in essa) que les dispositions que l'on vous a signifiées, subsistent toujours, et que ce n'est que la mort de l'empereur qui est cause qu'on ne les a pas exécutées d'abord, le marquis d'Ormea ayant considéré que son honneur et son zèle qu'il a par le service du roi, ne lui permettaient point de laisser les affaires étrangères dans un tems où elles devenaient fort sérieuses et ayant cru d'être obligé de continuer à les diriger jusqu'à ce que l'on voye un peu plus clair dans celles de l'Europe; de sorte que je ne doute point du tout que d'ici à quelque tems l'on n'y revienne. Il n'y a que moi jusqu'à présent dans la secrétairerie qui soit instruit de votre destination, et je ne crois pas qu'aucun autre en ait connaissance, quoique le public auquel votre mérite est fort bien connu, lorsqu'on parle de promotions, vous destine toujours à la direction des affaires étrangères.

" Je sens que je ne vous devrais point écrire tout ceci... mais l'intérêt que je prends à tout ce qui vous concerne, et les sentimens de considération et d'amitié que j'ai pour vous, l'emportent sur toutes autres raisons pour me déterminer à vous donner les éclaircissemens que je sais, sur une chose qui ne peut naturellement que vous avoir fait faire bien des réflexions, eloigné comme vous êtes de connaître l'intérieur de ce pays ".

Tutto ciò era esattamente vero: ad ogni modo poi, era chiaro, che, nella previsione delle prossime e gravi conseguenze,

che l'apertura della successione austriaca doveva trarre con sè rispetto al nostro paese, il marchese d'Ormea e per patriottismo, e per riguardo al suo passato e pel decoro proprio, non poteva assolutamente abbandonare ad altri, non, certo, più di lui capaci, il suo posto per ridursi a condizione di semplice spettatore degli avvenimenti. D'altra parte, il re sarebbe stato ben lontano dall'acconsentirvi, troppo apprezzando il vantaggio di conservarsi, in quelle difficili circostanze, alla testa del ministero un uomo della sua capacità ed esperienza diplomatica, che, da oltre dieci anni erane investito, colla riputazione già di lunga mano stabilita, presso i principali gabinetti d'Europa, di politico e d'uomo di stato d'incontestabile merito.

Non fu, ciò stante, difficile il persuadere l'Ossorio, che non già un cambiamento qualsiasi verso la sua persona, ma sì bene la sola necessità delle cose, vale a dire le più ovvie ragioni del ben pubblico rettamente inteso, erano causa, che, sospesa temporariamente la nuova sua destinazione, sì egli, come il marchese d'Ormea dovessero intanto continuare nelle rispettive loro cariche, come quelle che, nella condizione di cose allora esistente, da nessun altro ministro potevano venir disimpegnate, non che con maggiore, con eguale vantaggio dello Stato. E il fatto giustificò appieno la saviezza dell'adottate deliberazioni, essendo notori per le storie i molti eminenti servigi, che amendue hanno reso alla monarchia non meno che al paese nelle difficili circostanze che susseguirono. L'Ossorio, sopravvissuto, per molti anni, all'Ormea, ebbe la fortuna di veder coronati di felice successo i comuni loro sforzi, e di conseguire in ultimo (non però senza una nuova sosta ancora di più anni) l'alta destinazione, a cui, fin dal 1740, era stato chiamato per la dimissione dal suo ministero spontaneamente offerta dal marchese. Se non che, il rigoroso silenzio altamente convenuto fra le parti intinte nell'affare, avendo impedito al pubblico di penetrare ciò che avveniva dietro le scene, l'opinione generale invalse, che l'Ormea fosse indissolubilmente attaccato al suo ministero, in modo da non risolversi mai ad abbandonarlo se non per forza.

Giusta il concertato, d'ordine del re, fra il marchese d'Ormea ed il cav. Ossorio, *al più tardi*, la pace colla Francia e colla Spagna doveva segnare la fine del ministero del primo, ed il principio di quello del secondo, predestinatogli a successore.

L'Ormea mancò ai vivi il 24 maggio del 1745, quando la pace era ancora ben lontana, e tuttavia l'Ossorio, che, senza la morte dell'imperatore Carlo VI, avrebbe già ben prima dovuto succedergli, non succedettegli neanche alla morte di lui. La stessa necessità delle cose, che già aveva mandato a monte i primi concerti, attraversò anche insuperabilmente i secondi, in modo da dover subire, nel suo cammino verso il ministero, una nuova sosta di cinque anni circa, durante i quali, ebbe a sottostare a quel ministro appunto, per escludere il quale l'Ormea aveva rinunziato al suo posto a favore dell'Ossorio stesso.

Questa necessità veniva dal re medesimo Carlo Emanuele spiegata e inculcata al cav. Ossorio, con apposito dispaccio particolare e segreto del 30 giugno 1745, tutto rivolto a renderlo capace delle ragioni, per cui stimava di dovere, una volta ancora, protrarre l'adempimento della fattagli promessa, a tempo indeterminato:

" La perte (scriveva il re all'Ossorio) que nous avons faite du marquis d'Orméa, nous mettant dans le cas de devoir lui nommer un successeur dans la charge, qu'il avait, de notre premier secrétaire d'État pour les affaires étrangères, sans que nous puissions, comme vous le jugez assez, différer longtems cette nomination, nous nous sommes rappelé les dispositions que nous avons eües et que nous vous avons fait connaître avant la présente guerre par le feu marquis d'Orméa. — Si nous eussions tant seulement considéré qu'il ne vous manque aucune des qualités nécessaires pour bien remplir la dite charge, et que vous la méritez, qui plus est, par le sincère attachement que nous vous connaissons pour notre personne, de même, que pour le zèle dont nous vous savons animé pour l'avancement de nos intérêts, auxquels vous avez de tout tems contribué beaucoup, — nous vous aurions fait venir dès à présent et nous vous l'aurions conféré; mais nous avons dû faire attention que si la continuation de votre séjour à la cour d'Angleterre a jamais été très importante pour notre service, c'est dans les circonstances sérieuses et critiques où l'on est aujourd'hui d'une guerre fort avancée, que nous avons principalement entreprise sur l'assurance d'être soutenus et secourus de toute façon par l'Angleterre, et d'une grande apparence qu'on peut connaître, que les puissances belligérantes et sur tout les puissances maritimes,

jouissent, ne peut tarder à se prêter à des arrangemens pour la pacification générale. La confiance particulière que vous vous êtes attirée, du roi d'Angleterre et de tous ses ministres, de même que les connaissances et les liaisons que vous avez sçu vous ménager auprès des personnes les plus accréditées de toute la nation anglaise, vous mettent dans une situation à pouvoir nous rendre des services qui ne nous seraient point rendus par quoi que se soit d'autres que nous enverrions pour vous remplacer „.

La necessità, in cui era, di mantenere al suo posto in Londra l'Ossorio, malgrado i precedenti impegni, non poteva venir espressa in termini più onorifici e persuasivi, e, devesi anche aggiungere, più meritati, come i fatti ben posero in chiaro, avendo, durante i tre anni, che colà ancora risiedette, e in mezzo alle più scabrose circostanze in cui mai siasi trovato il Piemonte, massime nell'occasione delle trattative segrete col ministro francese Champeaux, saputo mantener salda, efficace ed operosa l'amicizia del re e del gabinetto britannico a sostegno del nostro paese.

Questa necessità ne traeva seco un'altra, ed era quella di costituire anche di diritto capo del ministero sopra gli affari esteri quello, che, da qualche anno, tale poteva già dirsi di fatto per la lunga malattia dell'Ormea, vale a dire il marchese di Gorzegno. Gli è a questa necessità, che il re Carlo Emanuele alludeva, continuando, nel suo dispaccio segreto, a scrivere all'Ossorio ne' seguenti termini:

" D'autre part, nous avons réfléchi que les dites circonstances fort délicates exigent que la charge de premier secrétaire d'État soit occupée présentement par quelqu'un qu'à la parfaite connaissance des affaires principales, joigne aussi celle de plusieurs autres particulières lesquelles ne sont pas moins essentielles pour notre service, s'agissant, entr'autres, des affaires relatives aux opérations de la campagne, qui vont commencer d'un jour à l'autre; de sorte que, comme le marquis de Gorzegno est précisément celui qui se trouve avoir aujourd'hui cette double connaissance par le long tems depuis lequel il travaille aux affaires étrangères, qu'il a même eu occasion de diriger pendant la longue maladie du marquis d'Ormea, nous avons cru qu'il convenait essentiellement à notre service de le

nommer à la dite charge, ainsi que nous venons de faire (1), évitant ainsi de nous mettre dans l'embarras où nous ne pourrions que nous trouver, si outre de la conférer à un auquel, non obstant sa grande capacité et toute l'étendue de ses lumières, il faudrait un tems pour prendre le fil et la routine de toutes les affaires courantes, nous dussions envoyer un nouveau ministre à la cour où vous êtes, dans les conjonctures où il n'y a que vous qui puissiez conduire nos intérêts à notre plus grand avantage, et d'une manière propre à remplir notre attente.

" Cependant (soggiungeva il re), comme cette nécessité où nous sommes de vous préférer aujourd'hui le marquis de Gorzegne dans un emploi que nous n'aurions point hésité à vous conférer dans d'autres circonstances, n'est produite principalement que par le plus grand bien qui doit résulter à notre service de la continuation de votre séjour à la cour d'Angleterre, où nous sommes persuadés que vous ne cesserez point de prouver votre zèle pour nos intérêts avec le même empressement et le même succès que vous avez fait jusqu'ici, — nous sommes bien aises de vous dire que les bonnes dispositions où nous avons toujours été à votre égard, et la sincère envie que nous avons de vous en faire ressentir les effets, n'en deviennent que beaucoup plus fortes, ayant pour cela à vous prévenir que dès aussitôt que les affaires plus essentielles que vous avez par les mains, seront terminées ou auront prise une tournure un peu solide, nous comptons de vous faire venir d'Angleterre et de vous donner auprès de nous une destination dans laquelle vous trouverez vos convenances tant pour ce qui est de l'utile qu'à l'égard de l'honorifique, et qui en répondant à l'entière confiance que nous avons dans votre fidélité et vos lumières, vous mettra aussi à portée de continuer à nous donner des preuves du zèle empressé que vous avez toujours eu pour notre service ".

Lo stile troppo diffuso, contorto e un po' pesante di questo dispaccio, accusa chiaramente, non solo la penna tuttora titubante del nuovo primo uffiziale, il Raiberti (2), ma ancora, e soprattutto, l'imbarazzo di chi si trova nella incresciosa neces-

---

(1) La patente di nomina del marchese di Gorzegno, concepita in termini molto per lui onorifici, porta la data del 2 luglio 1745.

(2) Nominato con patente del 3 luglio 1745.

sità di ritirarsi da un impegno contratto e di dover quindi coonestare agli occhi della persona verso cui si era preso. la disdetta, e di rendergliela al più possibile tollerabile. Di qui quel troppo frequente ritornare sui meriti e sui passati servigi dell'Ossorio, che vi fa per poco la figura di una vittima, che s'incorona per essere sacrificata; di qui pure quel soverchio insistere nella fiducia espressa, che egli non avrebbe cessato dal mostrarsi sempre egualmente zelante e premuroso pel regio servizio, ecc.; insistenza, che poteva far arguire nell'animo del re un dubbio a tale riguardo, che non esisteva punto. — Quello però che preoccupava soprattutto, e a buon diritto, il re, si era, che il segreto su tutta questa pratica, fosse col maggiore scrupolo possibile mantenuto per molti rispetti e massime per un delicato riguardo, che naturalmente s'imponeva, verso il marchese di Gorzegno. Quindi è che il re così conchiudeva il suo dispaccio:

" Nous avons jugé à propos de vous faire confidemment cette dépêche pour pouvoir vous marquer à cœur ouvert nos sentimens, et quoique nous ayons lieu de nous promettre de votre prudence et de votre sagesse, que vous les garderez pour vous seul et ne les laisserez jamais transpirer, nous ne laissons point de vous le recommander, ayant plusieurs raisons que vous pouvez aisément vous imaginer, pour souhaiter qu'ils n'en soient connus par qui que se soit d'autres. Nous vous assurons volontiers, à cette occasion, de l'estime particulière que nous faisons de votre personne, aussi bien que du plaisir que nous nous ferons toujours, de vous accorder notre protection la plus spéciale. Sur quoi nous prions Dieu qu'il vous ait en sa sainte garde. A Turin, le 30 juin 1745. C. Emanuel ".

Difficilmente negli annali del principato assoluto si troverà un altro esempio di un principe, che, come qui Carlo Emanuele, siasi degnato, mettendosi, per così dire, al pari con un suo suddito, di giustificare presso di lui l'elezione fatta di un funzionario, e di scusarsi quasi di averglielo preferito. Il certo si è che la cosa non può non tornare a grande onore del re, che non temette d'abbassarsi rendendo omaggio al merito e alla data parola, e del ministro, che. nè invanito di quella insolita dimostrazione di stima, nè irritato pel subìto disinganno, seppe mantenersi uguale e consentaneo a se stesso con una semplicità

tutta propria del suo carattere, della quale visibilmente s'impronta ogni linea della seguente risposta del 21 luglio 1745, ch'egli da Londra fece al dispaccio reale anzidetto:

" Sire, ce serait envain que je chercherais des termes pour exprimer tout ce que j'ai senti à la vue d'une si grande bonté et clémence que V. M. n'a pas dédaigné de me montrer par la dépêche secrète qu'Elle m'a fait la grace de m'écrire du 30 du passé, e dont je n'aurai garde de ne laisser jamais transpirer une seule sillabe. Il ne me reste donc d'autre parti à prendre, en me donnant l'honneur de répondre sur le contenu d'une si gracieuse dépêche, que d'avouer naturellement toute la confusion où je suis de ce que je ne pourrai jamais être capable, ni par mes paroles ni par mes actions, de témoigner suffisamment tout le zèle et tout l'amour que j'ai et que j'aurai toute ma vie pour le service de V. M. Comme je n'ai que cet objet qui me tienne au cœur, l'amour propre ne m'a point aveuglé, et j'ai toujours pensé, Sire, à l'égard de l'emploi pour lequel V. M. avait bien une fois voulu jeter les yeux sur moi, tout comme je pris la liberté de le protester lorsqu'on m'en informa par son ordre; de sorte que la disposition que V. M. en a fait en faveur du digne ministre qui l'exerce présentement, m'a causé la joie la plus pure.

" Toute mon ambition, tous mes vœux sont remplis, Sire, si je puis mériter que V. M. daigne continuer à agréer avec la même clémence, qu'Elle a eu jusqu'ici, l'ardent désir que j'ai, de bien faire et de lui prouver, par toutes les actions de ma vie, autant que mes faibles forces et mon peu de lumières le permetteront, que l'on ne saurait être avec plus de zèle ni avec plus de passion que je le suis, Sire, de V. S. et R. M. très humble et très obéissant, etc. „.

Ed in conformità appunto dello stabilito in questo dispaccio, susseguirono gli effetti. Il marchese di Gorzegno ebbe il ministero degli affari esteri, e vi si comportò in modo, in mezzo alle più scabrose circostanze, nei cinque anni circa del suo esercizio, che ben si può dire, essere stato l'avvenuto scambio appena avvertito. E il cav. Ossorio continuò a risiedere a Londra, coadiuvando il ministro nel disbrigo degli ardui affari a lui commessi, con lo stesso zelo e la stessa attività, che per l'addietro, sin dopo la sottoscrizione del trattato di pace d'Aquisgrana;

nel qual tempo, cioè nel 1749, essendosi stabilito il matrimonio del duca di Savoia, principe ereditario, coll'infanta Maria Antonietta di Spagna, sorella del re Ferdinando VI, il cav. Ossorio fu mandato ambasciatore straordinario a Madrid per chiederne la mano ed accompagnare la sposa alla volta del Piemonte.

Il 30 maggio 1750, avendo il re conferito al marchese di Gorzegno la carica di gran Ciambellano, quattro giorni dopo, nominava a suo successore in quella di primo segretario di Stato per gli affari esteri il cav. Ossorio, il quale, per tal modo, ottenne finalmente, dopo dieci anni d'aspettativa, il posto promessogli, un po' tardi, è vero, ma colla coscienza almeno di non aver concorso, anche solo involontariamente, ad una ingiustizia e ad una vendetta, che avrebbero poco felicemente inaugurato il suo ministero.

Il Gorzegno poco godette della nuova sua carica, essendo mancato ai vivi appena 25 giorni dopo ottenutala, e mancato povero al segno, che le quattro sue figlie ebbero per grazia di ricevere dal re una dote di lire sei mila caduna!

Sunto della Memoria:

Federico Herbart e la sua dottrina pedagogica;

del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

L'autore esordisce con brevi cenni intorno la vita, le opere, le idee filosofiche di Federico Herbart, poi passa a delineare il disegno generale della pedagogia herbartiana, con alcune considerazioni preliminari riguardanti la scienza e l'arte dell'educare, l'unità scientifica della pedagogia ed il fine dell'educazione, l'individualità dell'alunno e la coltura molteplice ed egualmente distribuita.

La *Pedagogia generale* di Herbart viene divisa in tre parti, che riguardano successivamente il governo dei fanciulli, l'istruzione e la coltura morale.

Il governo dei fanciulli apparisce necessario a fine di prevenire il male, che conseguirebbe dalla intemperanza dei loro desiderii ed impedire lo stato di conflitto e di collisione nei rapporti sociali. La minaccia e la sorveglianza, l'autorità e l'amore, la corrispondenza degli animi dell'educatore e dell'alunno sono i precipui mezzi, coi quali vuolsi procedere nel governo dei fanciulli.

La teorica dell'istruzione tiene un gran campo nella pedagogia herbartiana, tantochè sopra di essa ha il suo fondamento la stessa coltura morale. Il filosofo tedesco ripone il supremo principio direttivo dell'istruzione nell'interesse didattico: qui sta la nota originale della sua teorica. Essa non va ideata e distesa sulle facoltà dell'anima, che secondo lui non esistono punto, nè sulle scienze, le quali sono semplici materiali bisognevoli di essere trasformati secondo l'occorrenza, bensì sulle diverse guise di interessi, che si vogliono svegliare nell'alunno ammaestrandolo; ma la sua dottrina su questo punto non regge, sia perchè

importerebbe l'esistenza delle potenze umane da lui negata, sia perchè l'interesse non è nè la sola, nè la suprema dote della istruzione.

Discendendo dall'istruzione in generale a' suoi particolari, si passa ad esaminare l'insegnamento nella sua materia ossia negli oggetti di studio, nel suo processo metodico, nel suo ordinamento scolastico, nel suo risultato finale. Riguardo all'insegnamento religioso in particolare, il pedagogista tedesco opina che " la filosofia, come tale, non è nè ortodossa, nè eterodossa, come la fede non è, nè può essere con ragione la filosofia "; ma egli non ha avvertito che la filosofia può diventare ortodossa od eterodossa secondochè propugna principii, che svolti nelle loro conseguenze riescono ad avvalorare od infirmare le credenze religiose, quali lo spiritualismo ed il teismo da una parte, il naturalismo, il materialismo, lo scetticismo dall'altra.

L'istruzione è mezzo, che ha per fine la coltura morale, la quale viene riposta " nell'azione immediata esercitata sull'anima del fanciullo collo scopo di formarla ". Definizione, che non tiene conto della corrispondente attività dell'alunno e che per la sua troppa estensione porta a confondere la coltura morale con l'educazione umana tutta quanta. Formare il carattere del fanciullo mediante l'istruzione, tale è il còmpito della coltura morale. La teorica di Herbart intorno questa rilevantissima parte dell'educazione umana non regge alla critica ed è colpita da una intrinseca contraddizione. Egli ripone il carattere morale nella volontà, che si risolve tra due cose opposte, scegliendo l'una, l'altra rigettando. Ora il carattere morale veramente inteso importa che la risoluzione della volontà sia fatta con libertà, con coscienza di sè, con forza ed energia, con costanza e fermezza ed abbia per oggetto l'adempimento del giusto e dell'onesto; e tutti questi elementi mancano nella proposta definizione. Poichè Herbart avendo posto per principio psicologico che l'anima umana non ha nè attitudine, nè facoltà di ricevere o produrre alcunchè, non può più logicamente ammettere la volontà siccome facoltà attiva, per cui l'anima si risolve scegliendo e rigettando. Oltre di che egli esagerando l'efficacia dell'istruzione sull'educazione morale ha riposto la forza motrice e determinante dell'anima non già nella volontà, ma nei gruppi delle idee dominanti.

Alla esposizione critica della pedagogia generale di Herbart succede un esame delle sue idee intorno l'educazione propria delle differenti età ed il diverso còmpito della famiglia e dello Stato rispetto alla medesima.

La Memoria si chiude ricercando se nella pedagogia herbartiana il concetto dell'individualità personale dell'alunno tenga quel posto eminente che gli spetta nell'àmbito della scienza pedagogica. La libera attività personale dell'educando è riconosciuta dal pedagogista tedesco, ma non è conciliabile nè colla sua definizione della coltura morale, nè col suo concetto psicologico, che considera l'io non come una causa realmente e sostanzialmente sussistente, bensì come un effetto, cioè come il punto di riunione delle molteplici rappresentazioni, sicchè l'illusione di un io indipendente origina da che le leggi del composto non coincidono con le leggi delle forze componenti.

Federico Herbart concepì il problema pedagogico sotto un aspetto affatto nuovo, come ha tentato una trasformazione radicale della psicologia; ma la stessa sua teoria psicologica nocque non poco alla sua dottrina pedagogica.

L'Accademico Segretario

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dall'8 al 22 Marzo 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXIII, n. 1. Leipzig, 1896; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega VI, tom. XL; I-II, tom. XLI. Buenos Aires, 1895-6; 8°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. VIII, livr. 10-11. Paris, 1895.

* **Atti** della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. XXXV, fasc. 3°-4°. Milano, 1896; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'Incoragg. di Napoli. 4a serie, vol. VIII. 1895; 4°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia; vol. VII, f. 4. 1895.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; Anno II, fasc. 1°. Torino, 1896; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1895, n. 4. Roma, 1895; 8°.

Bollettino dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino, n.i 208-220 del vol. X; Indice decennale; n. 221-228 del vol. XI. Torino, 1894-95; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2a, v. XVI, n. 1. Torino, 1896.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXIIe année, 1895-96, n. I-IV. Bruxelles, 1896; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVII, n. 7. Cambridge U. S. A., 1896; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VII, fasc. 1-2. Bologna, 1896; 8°.

Clinica Dermosifilopatica della R. Università di Roma. Prof. R. Campana, Direttore. Anno 1896, fasc. I. Roma; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 2. Torino, 1896; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1896, part 1. London; 8°.

* **Memorie** dell'Accademia di Verona. Vol. LXXI, serie III, fasc. 2. 1895; 8°.

** **Morphologische** Arbeiten. Herausg. von Dr G. Schwalbe. 5 Bd., 3 Heft. Jena, 1896; 8°.

* **Observations** publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande, vol. treizième, 1re livr. Observ. météorologiques faites à Helsingfors en 1894. Helsingfors, 1895; 4°.

* **Osservazioni** meteorologiche eseguite nell'anno 1895 (*dal R. Osserv. Astron. di Brera in Milano*).

* **Pamiętnik** Akademii Umiejętności w Krakowie. Wydziat matematyczno-przyrodniczy. T. XVIII, 3. Krakowie, 1894; 4°.

* **Proceedings** of the Royal Physical Society. Session 1894-95. Edinburgh, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo, Tom. X, fasc. I-II, e Annuario per l'anno 1896. Palermo, 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Kön. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Jahrgang 1895; n. XXXIX (17 Oct.)-LIII (19 Dec. 1895). Berlin; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, 2. Modena; 1896; 8°.

Arcidiacono (S.). Sul terremoto del 13 aprile 1895 avvenuto in provincia di Siracusa. Roma, 1895; 4° (*dall'A.*).

Die XXVI. allgemeine Versammlung der deutschen Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte in Cassel, 1895. München; 4° (*dal sig. Waldeyer*).

Gerota (D.). Die Lymphgefässe des Rectums und des Anus. Berlin, 1895; 8° (*Id.*).

Glasenapp (S. de). Mesures micrométriques d'étoiles doubles faites à St-Pétersbourg et à Domkino. St-Pétersbourg, 1895; 4° (*dalla famiglia Basso*).

Mascari (A.). Sulla frequenza delle macchie solari osservate nel Regio Osservatorio di Catania durante l'anno 1893, 1894.

— Protuberanze solari osservate nel Regio Osservatorio di Catania nell'anno 1893, 1894. Roma, 1894-95; 4° (*dall'A.*).

— Osservazioni del pianeta Venere fatte negli anni 1892-93-94-95 all'Osservatorio di Catania e sull'Etna. Leipzig, 1896; 4° (*Id.*).

Riccò (A.). All'Osservatorio Etneo. Catania, 1895; 8° (*Id.*).

— Photograph of the nebula near 42 Orionis, made at the Astrophysical Observatory of Catania. Catania, 1895; 8° (*Id.*).

— e **Mascari** (A.). Eclisse di Luna del 5 settembre 1895 osservata all'Osservatorio Etneo ed in quello di Catania. Roma, 1895; 4° (*Id.*).

Waldeyer (W.). Ueber Bindegewebszellen, insbesondere über Plasmazellen. Berlin, 1895; 8° (*Id.*).

— Bemerkungen zur Anatomie der Art. obturatoria. Jena, 1895; 8° (*Id.*).

— Die neueren Ansichten über den Bau und das Wesen der Zelle. Leipzig, 1895; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 15 al 29 Marzo 1896.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Lief. 199-200. Leipzig, 1896; 8°.

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. V, fasc. 3° e 4°. Perugia, 1896; 8°.

* **Annuario** della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1895-96. Pisa, 1896; 8°.

* **Atti** della Società Ligure di Storia patria, Vol. XXVII. Genova, 1895; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, n. 15, 1895. Gap, 1895; 8°.

Cause di morte. Statistica degli anni 1893 e 1894. Roma, 1896; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Cosmos.** Vol. XII, n. 3. Torino, 1896; 8°.

* **Die Kongelige**. Norske Frederiks Universitets Aarsberetning for Aaret 1871-1873, 1875, 1878, 1883/84-1893/94. Christiania, 1872-1895; 16 vol. 8°.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790.

Doubs: Archives civiles. Sér. *B.* Chambre des Comptes de Franche-Comté, n°s 1711-3228, t. III.

Nord: Archives civiles. Sér. *B.* Chambre des Comptes de Lille, n°s 3390 à 3665, t. VIII.

Seine-et-Oise: Archives Ecclésiastiques. Sér. *G.* Clergé séculier.

Alpes-Maritimes: Inventaire sommaire des Archives Hospitalières, antérieures à 1792. Série *H.* Supplément.

Ardenne: Inventaire sommaire des Archives historiques de Charleville (Ville & Hospice).

Bésançon, Lille, Versailles, Nice, Charleville, 1894-95 (*dal Governo francese*).

* **Mémoires** de l'Académie de Stanislas. 5ème série, t. XII. Nancy, 1895; 8°.

Mémoires publiés par les Membres de la Mission Archéologique française au Caire. T. X, 3ème fasc. Paris, 1895; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione Pubblica e di Belle Arti di Francia*).

* **Mensaje** del Presidente de la República al abrir las sesiones de la honorable Asamblea en el tercer período de la XVIII legislatura. Febrero 15 de 1896. Montevideo; 8° (*dal Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

* **Revue** de l'histoire des religions. XVIe année, t. XXXI, n. 3; XXXII, n. 1. Paris, 1895; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XIII, quad. I-III. Valle di Pompei, 1896; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute. Woking, England, vol. XXV, n. 12, 1895; 8°.

Claretta (G.). Il deposito delle reliquie di S. Agostino a Pavia e il re di Sardegna Carlo Emanuele III. Pavia, 1894; 8° (*dall'A.*).

Costa (E.). Papiniano. Studio di storia interna del diritto romano. Bologna, 1894-96; 3 vol. 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 195. Venezia, 1896; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Aprile 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ENRICO D'OVIDIO
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Bizzozero, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Il Presidente scusa l'assenza del Socio Cossa.

Il Segretario comunica alla Classe una lettera del Socio corrispondente J. J. Thomson colla quale questi accetta, ringraziando, l'incarico di rappresentare l'Accademia nelle feste che si faranno nel prossimo giugno a Glasgow in onore di Lord Kelvin.

Il Socio Camerano presenta una memoria del Dott. Ermanno Gilio-Tos intitolata: " *Sulle cellule del sangue della Lampreda* ". Sarà esaminata da speciale commissione.

In seguito a relazione favorevole della commissione incaricata dell'esame della memoria del Dott. Gino Fano intitolata: " *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni projettive in sè* ", si approva la lettura e quindi la stampa della memoria stessa.

Il Socio Naccari a nome del Socio Ferraris presenta una nota dell'Ing. Riccardo Arnò intitolata: " *La radiazione Röntgen con tubi di Hittorf ad idrogeno rarefatto* ". Sarà inserita negli *Atti*.

Lo stesso Socio Naccari presenta una memoria del Professore Antonio Garbasso: " *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* ", la quale verrà esaminata da apposita commissione.

Rec'd 28 July - 12 Sept. 1896

LETTURE

La radiazione di Röntgen con tubi di Hittorf ad idrogeno rarefatto (1);

Nota di RICCARDO ARNÒ.

È noto che l'intensità della radiazione di Röntgen emanante da un tubo di Hittorf varia col variare delle condizioni in cui si produce la radiazione catodica nell'interno del tubo; ed è pure noto che le condizioni più favorevoli vengono raggiunte dopo parecchie ore di funzionamento del tubo stesso.

Partendo dall'ipotesi, emessa da vari sperimentatori, che la causa di tale fatto abbia ad essere attribuita ad un assorbimento del gas rinchiuso nel tubo, per parte degli elettrodi metallici, durante la scarica, mi sono proposto di sperimentare sopra un tubo di Hittorf ad elettrodi di platino, stato riempito di gas idrogeno prima di venire sottoposto alle operazioni di rarefazione e di essiccazione (2). Essendo in tale tubo, per la natura del gas ivi contenuto, reso massimo l'assorbimento di questo per parte del metallo onde sono costituiti gli elettrodi, dovrà accadere, se effettivamente l'intensità della radiazione di Röntgen è funzione della rarefazione del gas, che le condizioni più favorevoli potranno essere raggiunte in un tempo assai breve, relativamente a quello che occorre per l'*attivazione* dei tubi ordinari.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo industriale italiano.

(2) Il tubo ha la forma a pera ed una distanza fra gli elettrodi di circa 7 cm. Le operazioni di rarefazione e di essiccazione del gas idrogeno sono state eseguite dalla Società Italiana di Elettricità sistema Cruto, con un suo metodo speciale.

Per *attivazione* intendo l'acquistare che fa il tubo, mediante l'uso, la proprietà di produrre con la massima intensità gli effetti di Röntgen.

L'esperienza ha confermato tale previsione. Con una corrente dell'intensità di 5 ampère nella spirale primaria del rocchetto di induzione e dopo pochi minuti di funzionamento del *tubo ad idrogeno rarefatto,* questo incominciava a rendere fluorescente uno schermo al platinocianuro di bario ed a impressionare delle lastre fotografiche. Dopo circa mezz'ora di attivazione ho ricavato sopra una lastra fotografica, alla distanza di 30 cm. dal tubo, coll'*interposizione di una lastra di piombo dello spessore di 0,2 mm.* e con la posa di trenta minuti, l'ombra delle ossa della mia mano. Dopo circa un'ora di attivazione ho ottenuto sopra un'altra lastra, alla *distanza di cinque metri* dal tubo e con la posa di sessanta minuti, l'ombra di una croce di piombo applicata sulla scatola di cartone nero in cui era racchiusa la lastra.

Per contro però i tubi ad idrogeno rarefatto hanno, a parità delle altre condizioni, una *vita* notevolmente più breve di quella dei tubi ordinari: in essi, con l'uso prolungato, la rarefazione e quindi la resistenza del gas diviene troppo grande perchè possa ancora aver luogo, con l'ordinaria corrente nella spirale primaria del rocchetto, la scarica attraverso al gas rinchiuso nel tubo.

Ho inoltre sperimentato sopra tubi ad idrogeno rarefatto di maggiori dimensioni ed ho verificato che, col crescere delle dimensioni del tubo, aumenta in proporzione tanto il tempo necessario alla sua attivazione, quanto la vita del tubo stesso.

Finalmente ho sottoposto ad esperimento un tubo ad idrogeno rarefatto con elettrodi di carbone. In tal caso non ho potuto constatare, anche dopo parecchie ore di eccitazione, nè la generazione di raggi catodici nell'interno, nè la conseguente produzione degli effetti di Röntgen all'esterno del tubo.

Ammessa la teoria del Crookes, secondo la quale la radiazione catodica è una proiezione di materia elettrizzata, lanciata dal catodo sulla parete del tubo, risulta che l'intensità della radiazione di Röntgen dipende, oltre che dal grado di rarefazione, anche dalla natura del gas rinchiuso nel tubo.

Il Lodge, prendendo a considerare un atomo di massa m

carico di una quantità di elettricità q ed attraversante con una velocità v un campo magnetico di intensità H, ha dimostrato (1) che la curvatura magnetica ρ della traiettoria è espressa dalla relazione

$$\rho = \frac{q}{m} \frac{H}{v}.$$

Ma il fattore $\frac{q}{m}$ è, per una data sostanza, una costante, poichè esso rappresenta il reciproco dell'equivalente elettrochimico della sostanza medesima: onde la curvatura ρ della traiettoria è inversamente proporzionale alla velocità v, con cui l'atomo considerato attraversa il campo magnetico di intensità H.

Ritenendo dunque vera l'ipotesi del Crookes, ne consegue che la velocità dei raggi catodici nell'interno del tubo è tanto maggiore quanto minore è la loro deviazione sotto l'azione di un campo magnetico di intensità data. Ora Lenard, sperimentando all'esterno di un tubo di Hittorf sui raggi catodici fatti uscire dal vuoto all'aria libera attraverso ad un diaframma di alluminio, ha trovato che un aumento della rarefazione del gas rinchiuso nel tubo apporta come conseguenza una diminuzione della deviazione impressa a quei raggi da un campo magnetico di intensità data. Potremo quindi dire che la velocità dei raggi catodici aumenta col grado di rarefazione del gas nell'interno del tubo. E poichè dal grado di rarefazione del gas dipende l'intensità con cui sono prodotti gli effetti di Röntgen, ne segue ancora che questa cresce col crescere della velocità dei raggi catodici, che di quegli effetti sono indirettamente la causa.

Ma, continuando a basare il nostro ragionamento sull'ipotesi del Crookes e sulle considerazioni del Lodge, possiamo osservare che la velocità dei raggi catodici è, per un dato grado di rarefazione del gas contenuto nel tubo generatore, inversamente proporzionale all'equivalente elettrochimico del gas medesimo. Dunque sperimentando con un gas rarefatto, il cui equivalente elettrochimico sia minore di quello dell'aria, per esempio con gas idrogeno, ne dovrebbe conseguire una velocità dei raggi

---

(1) *On the rays of Lenard amd Röntgen* (" The Electrician ", 31 gennaio 1896).

catodici, e quindi un'intensità della radiazione di Röntgen, maggiore che per l'aria; e ciò in corrispondenza del medesimo grado di rarefazione.

Ora se gli effetti di Röntgen fossero dovuti ad un movimento periodico dell'etere, generato da uno stato vibratorio della parete del tubo sottoposta agli urti degli atomi carichi, la frequenza della vibrazione dovrebbe dipendere dalla velocità dei raggi catodici, che producono, incontrando il vetro, la vibrazione stessa. La massima intensità della radiazione di Röntgen sarebbe allora la conseguenza di quella frequenza del movimento periodico, che corrisponde alla massima velocità dei raggi catodici; e tale frequenza si dovrebbe poter raggiungere o portando il gas ad un alto grado di rarefazione, o sperimentando con un gas, per cui sia relativamente piccolo l'equivalente elettrochimico.

Relazione sulla Memoria del Dott. Gino Fano, intitolata: *" Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè "*.

La determinazione di tutti i possibili gruppi continui di trasformazioni projettive e delle varietà che son trasformate in sè da tali gruppi è un problema di somma importanza, non solo per se stesso e per l'immediata applicazione geometrica ed analitica, ma anche ad esempio per la moderna teoria delle equazioni differenziali lineari, nella quale è ben noto come sia fondamentale la considerazione dei gruppi di sostituzioni lineari. L'illustre autore della teoria generale dei gruppi di trasformazioni, il nostro Corrispondente Prof. Lie, ha risolto quel problema pei primi casi che si presentano, facendo vedere come i suoi metodi si possano applicare ai gruppi projettivi di qualunque spazio superiore. Però se quei metodi, che già per lo spazio ordinario hanno richiesto dal Lie una ricerca un po' minuta, si dovessero applicare agli spazi di quattro o più dimensioni, essi porterebbero a calcoli di una lunghezza eccessiva. Opportune considerazioni geometriche possono abbreviare la ricerca ed anche

illuminarla meglio. A questo concetto s'ispirano alcuni recenti lavori di giovani geometri italiani, e in particolare la Memoria attuale del Dr Fano.

Basandosi su un teorema del sig. Engel secondo cui un gruppo continuo non integrabile è caratterizzato dal contenere un sottogruppo semplice ∞^3, la determinazione delle varietà con gruppi continui non integrabili di trasformazioni projettive si riduce al caso che il gruppo sia ∞^3. Ora i gruppi projettivi ∞^3 di uno spazio qualunque S_r sono suscettibili di semplici definizioni geometriche. Invero essi trasformano sempre in sè delle curve razionali normali di spazi subordinati, i quali sono fra loro indipendenti e formano una figura che *appartiene* all'S_r. Ne deriva che non solo riesce facile enumerare tutti quei gruppi per un dato valore di r, ma anche si presenta in modo assai notevole la questione di determinare le varietà invariabili per quei gruppi. Se cioè sulle dette curve razionali normali si rappresentano in modo acconcio delle forme binarie dei loro rispettivi ordini, ogni varietà algebrica M_{r-1} di S_r che ammetta il gruppo considerato di trasformazioni projettive sarà rappresentata analiticamente da un invariante simultaneo delle dette forme binarie. Applicando queste considerazioni allo spazio ordinario si ritrovano per questo le note curve e superficie con gruppi projettivi non integrabili di trasformazioni in sè. Applicandole invece all'S_4 si trovano le diverse curve, superficie e varietà M_3 con gruppi siffatti di trasformazioni. A vero dire, di varietà nuove se ne incontrano poche: ma anche per le varietà note si ha così un nuovo punto di vista, da cui esse posson essere utilmente considerate.

Tale è, in brevi tratti, il contenuto della Memoria del Dr Fano. A nostro avviso, essa merita pienamente di esser letta e di venir pubblicata nei volumi accademici.

E. D'Ovidio.
V. Volterra.
C. Segre, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Aprile 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Cipolla, Brusa, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario offre, a nome del Socio Corrispondente Prof. Felice Barnabei, la relazione da questo pubblicata in unione col Conte A. Cozza: " *Di un antico tempio scoperto presso le Ferriere, nella tenuta di Conca, ove si pone la sede dell'antica città di Satricum* „ (Roma, 1896), e a nome pure dell'autore, avv. Giovanni Minoglio, un opuscolo: " *Brevi cenni storici sulla chiesa di S. Domenico in Casale Monferrato* „ (Torino, 1896).

Il Socio Cipolla, a nome dell'Autore, Ing. Agostino Agostini, presenta l'opera: " *Castiglione delle Stiviere dalle sue origini sino ai giorni nostri* „ (Castiglione-Stiviere, 1892; Brescia, 1895, 2 fascicoli).

Sono comunicate le lettere, con cui i signori Augusto Pinloche, Giacomo Bryce ed Alessandro Chiappelli ringraziano per la loro nomina a Socii Corrispondenti dell'Accademia.

Il Direttore della Classe legge una sua Commemorazione del Socio Corrispondente conte Filippo Linati.

Il Socio Allievo legge una sua nota: " *La libera attività dell'educando secondo Enrico Pestalozzi e Gian Giacomo Rousseau* ".

Il Socio Cipolla legge una nota del Dott. Giovanni Mercati: " *Di un palimpsesto Ambrosiano contenente i Salmi esapli e di un'antica versione latina del Commentario perduto di Teodoro di Mopsuestia* ", ed una nota del Dott. Serafino Ricci: " *Di una stele con iscrizione trilingue rinvenuta a File in Egitto* ".

La commemorazione e le note anzidette sono pubblicate negli *Atti*.

Il Socio Cipolla presenta pure un lavoro manoscritto del Prof. Carlo Merkel: " *Nicolò Scillacio e le relazioni intorno al secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America* ", di cui l'autore desidera l'inserzione nelle *Memorie*.

Ad esaminarlo ed a riferirne in una prossima adunanza il Presidente delega il Direttore della Classe Claretta, il Socio Segretario Ferrero ed il Socio presentante.

LETTURE

FILIPPO LINATI

Commemorazione del socio GAUDENZIO CLARETTA.

Se i casi speciali della sua vita non hanno troppo di notevole, il complesso di essa è pur tale da non dover rimanere involto in quella ingiusta obblivione che colpisce talora molti che sarebbero invece degni di essere ricordati, e per le doti loro intellettuali, e per quell'operosità di studii serbata modestamente in mezzo al raccoglimento sino all'ultimo. Tanto più sono poi meritevoli di elogio coloro che seppero durarla negli studii lottando contro i seducenti svagamenti della vita signorile, virtù che ben di rado s'incontra in quanti non nacquero sotto l'austera disciplina del bisogno. Imperocchè costoro il più delle volte, dopo aver menato vita scioperata ed inerte, godente in bruta indifferenza, col crescer degli anni divenuti campioni emeriti dell'ozio, cadono facilmente in invettive derisorie contro ogni cosa che rimproveri la loro spenta esistenza, e specialmente contro il vivere disciplinato e lo studio assiduo di quanti seppero uscire dalle schiere del volgo titolato.

Io qui non mi farò a ricordar troppo le glorie avite dei Linati: questo còmpito già fu raggiunto dal giornale che intende specialmente a tal fatta d'indagini (1). Anzi chi avesse vaghezza di saperne qualche cosa, ivi troverebbe una breve scrittura postuma dello stesso conte Filippo che s'intertiene delle particolarità della gente sua.

Ne basterà qui ricordare che la famiglia Linati o Lunati originaria di Genova, ove sul finir del secolo XV attendeva alla mercatura, stabilivasi a Parma sul principio del seguente. Alla

(1) V. il N. 9 del " Giornale araldico-genealogico diplomatico dell'Accademia araldica italiana ". Bari, 1895.

corte dei Farnesi essa non tardò a rendersi ragguardevole, cosicchè, già nell'iniziarsi del secolo XVII, Giovanni diveniva vescovo di Borgo S. Donnino, poi di Piacenza, e suo fratello Orazio segretario del duca Ranuccio.

Ma omettendo reminiscenze che non si possono ascrivere a merito alcuno dell'estinto, ne basta conchiudere che l'avo del conte Linati, anche Filippo di nome, seguìta la fortuna napoleonica, fu nel 1808 deputato del dipartimento del Taro al corpo legislativo di Francia, poi nel 1831, alla partenza di Maria Luigia, fuggita di Parma per la rivoluzione ivi scoppiata, presidente di quel Governo provvisorio; quindi al ristorarsi del Governo legittimo, coi due capi Barbarini e Melegari, processato, ma più tardi assolto.

Claudio suo figlio trovossi avvolto in tutti i commovimenti politici che agitarono l'età sua. Fu ascritto ai carbonari, ben sapendosi come coloro che in quei tempi volevano partecipare all'azione politica passavano per le sètte. Ed i carbonari appunto, precursori della *Giovine Italia,* furon quelli che produssero i moti del 1821 in Piemonte ed in Napoli. Aiutò l'insurrezione spagnuola; diè appoggio ai moti insurrezionali or citati del 1821 nel Piemonte, ed in premio ebbe per qualche tempo la relegazione nel noto carcere di Santa Margherita di Milano; favorì una seconda volta l'insurrezione di Spagna, migrò poscia in Francia, nel Belgio e nel Messico e morì a Tampico nel 1832.

Il nostro Filippo che raccolse il retaggio di questi due suoi ascendenti, i quali avevano favoreggiata la causa liberale, nacque a Barcellona, il nove gennaio del 1816, dal matrimonio dell'or nominato Claudio con Isabella dei Bacardi. Egli iniziò la sua vita sul calle dell'esiglio e temperò l'animo suo alle durezze ed ai disagi, sofferti dall'avo e dal padre. Non poteva egli essere insensibile alle nuove forme di governo che sorsero in Italia nei rivolgimenti degli anni 1847 e 1848, ed in questi ultimi appunto visitò il Piemonte. E da quell'epoca sino al fine egli serbò il più schietto affetto al nostro paese in cui veniva spesso, facendovi lunghe mansioni. Io il conobbi appunto un trent'anni fa incirca, in mezzo a quel geniale ritrovo della più eletta società torinese e straniera, che sapevano così bene, seguendo l'usanza paterna, accogliere nelle ore vespertine di ciascun giorno dell'anno Federigo Sclopis e la sua degna compagna (la quale aveva

ammirabil tatto per metter tutti in buona luce e toccar quei tasti che specialmente rispondessero alla capacità ed alle tendenze dei conversanti), che solevano in seno ad amici provati rinfrancare le forze dello spirito dai lavori giornalieri; ed ai quali convegni per essere ammessi non si teneva conto dei quarti del blasone, sibbene dei pregi personali (1). E qui mi si conceda una parentesi per ricordare lo Sclopis, il cui nome io commosso ho il bene di pronunziare in quest'aula che fu per mezzo secolo testimone della sua dottrina profonda, delle rette e virtuose sue aspirazioni, de' suoi ammaestramenti e degli autorevoli consigli che uscirono dal suo labbro, facondo sempre, sino al giorno in cui, confortato dalla fede benefica che lo sostenne in tutto il lungo e laborioso cammino percorso, discese nella tomba gloriosa, sulla quale questa fortuita occasione mi consente di deporre un modesto fiorellino oggi, dopo sedici anni dalla sua dipartita.

Ma per ritornar al Linati, l'opera sua palese in favore della redenzione della sua patria comincia nel 1859, in cui dal nuovo governatore degli Stati parmensi, il piemontese Diodato Pallieri, consigliere di Stato, fu eletto podestà di Parma. Fu allora ch'egli si offrì di recarsi a Parigi per presentare a Napoleone III un indirizzo cittadino, in cui veniva espresso il voto della decadenza della dinastia Borbonica, e l'offerta della sovranità al re Vittorio Emanuele II.

Ne basti questo cenno senza venire a particolari che ci

---

(1) Il Bersezio nel suo *Regno di V. Emanuele II*, lib. 6, p. 8, scrisse che "..... l'ospitale accoglienza di uomini illustri in conversazione abituale era in uso nella casa Sclopis fin dai tempi della gioventù e anzi dell'infanzia del conte Federico ..... così che era un attestato di merito, desiderato e ricercato come un premio, il venire ammesso nelle conversazioni di casa Sclopis ..... ". Ed invero ben si può oggi rimpiangere siffatta mancanza di convegni così scelti fra noi, non potendosi tentar paragoni della Torino d'oggi a quella del 1852 al 1865, alla quale faceva capo tutta la vita pubblica italiana. Cadute le barriere che tenevano prima disgiunte le classi varie dei cittadini, i salotti dei Balbo, degli Alfieri e degli Sclopis, come prima quello più riservato della marchesa di Barolo, fornivano il più eletto ritrovo di alcuni degli ambasciatori residenti presso la Corte, de' ministri e de' profughi più scelti e riservati che col gomito toccavano lo scrittore e l'artista, le cui opere avevano ben meritato presso il pubblico, amalgamandosi così a poco a poco vari e disparati elementi ben disgregati per l'innanzi.

farebbero uscire dai limiti che deve avere la presente notizia sommaria. Ma invece è pregio dell'opera di sapere, come il 27 luglio dello stesso anno il Cantelli, a nome del governatore, accogliesse la domanda che il Linati, in un con Leonzio Armelonghi, Carlo Nandini, Angelo Garbarini, Enrico Pontoli, Salvatore Riva e Clemente Asperti, aveva sporta per poter pubblicare in Parma un giornale che si avesse a denominare la *Gazzetta dell'elettore.*

Nel successivo agosto il Linati fece parte del primo ufficio provvisorio dell'Assemblea Costituente. Il nove settembre veniva da questa, essendo dittatore degli Stati parmensi Luigi Farini, convalidata l'elezione di *fra* Filippo Linati a deputato dei collegi V e VI di Parma e del collegio di Colorno. Nè faccia specie ai meno pratici l'appellazione di *fra* data al neo deputato, poichè egli apparteneva in qualità di cavalier professo di giustizia all'Ordine di Malta sino dal 1840. Ma non devesi celare che appunto in considerazione di questa qualità nasceva nel seno di quell'assemblea una controversia abbastanza vivace. Alcuni non intendevano di convalidare quella nomina, notando che il Linati, come cavaliere di Malta, era tenuto ai voti frateschi di povertà, di castità e di obbedienza. Dei due primi si teneva poco conto, sapendosi ch'erano sempre stati illusorii ed un mero sottinteso, come lo dimostravano i fasti dell'Ordine, e com'era facile d'altronde il supporre in gentiluomini che vivevano fra l'eletta della società europea in mezzo alle corti e con abito militare al servizio dei principi. Ma in quanto al terzo voto, si temeva in forza di esso una certa dipendenza dal superior diretto, che fosse capace a far vacillare la fede del deputato. Era dunque nato un dibattito abbastanza vivo in mezzo all'assemblea: si misero in campo gli statuti dell'Ordine del 1676, ed il suono loro non era favorevole; si scartabellò il noto dizionario di erudizione ecclesiastica del Moroni, e il responso non quietava troppo. Si volle consultare persino l'Andrée nel suo *Cours alphabétique et méthodique de droit canon,* ed ivi si trovò, i cavalieri di Malta non essere religiosi se non in largo modo, perchè *les vœux des uns et des autres ne sont pas entièrement semblables.* Nemmeno questa definizione si tenne appagante: ma tolse le dubbiezze e tagliò il nodo lo stesso interessato fra Filippo con questa dichiarazione:

" Io dichiaro sull'onor mio che i voti che mi legano all'Or-

dine Gerosolimitano non m'impediscono punto di emettere un voto libero e coscienzioso nell'assemblea nazionale al pari di qualunque altro deputato „.

Fra Filippo Linati.

A fronte di questa dichiarazione, e considerando che parecchi di quei cavalieri tenevano impieghi civili e militari presso varii potentati d'Europa, e tenendo conto delle esimie qualità personali del Linati, il terzo ufficio rimuovevasi dalla rigorosa decisione, e convalidava la triplice elezione di lui. Ma egli optava poi pel collegio di Colorno, siccome quello che primo avevagli offerto la deputazione. Nè quella dichiarazione punto ebbe a nuocergli nei rapporti coll'Ordine, poichè il suo nome continuò a comparire nell'albo di quei cavalieri, e, meglio ancora, egli sempre fruì dei redditi della commenda che aveva ottenuta. Ma che un vincolo l'avesse, sebbene non nocevole al fatto che aveva sollevato quella controversia, il vedremo sul finire di questa commemorazione.

Il Farini offrì pure al Linati l'ufficio di provveditore degli studii di Parma, ufficio delicato, se vuoi, ma ricusato da lui. Meritamente però egli fu compreso poco dopo, nella prima elezione dei membri della Camera vitalizia seguìta nell'Emilia agli 8 di marzo del 1860. D'indi in poi egli prese qualche parte alla politica militante, ma sol nella misura consentitagli dalla sua salute e dalle cure alle quali era intento (1).

Del resto, a proposito della parte avuta dal Linati alle discussioni politiche, addurrò le parole stesse pronunziate da lui in Senato in un discorso del quale parleremo fra breve... " Di rado, egli nota, di rado io prendo la parola in quest'aula perchè ebbi sempre la coscienza che nelle ordinarie questioni amministrative e finanziarie la debole mia voce poco potesse aggiungere al vostro senno ed alla vostra prudenza... „.

(1) Vi fu un momento credo, tra il 1868 e il 1870, che il Linati ebbe qualche maggiore relazione col governo e forse può essere allora, come scrisse il suo amico ch.mo prof. Michelangelo Billia (" Gazzetta di Torino „ del 28 settembre 1895), che il Linati fu una volta designato ministro della pubblica istruzione; ma non ho dati positivi che mi consentano, nè di affermarlo, nè di negarlo.

E giacchè percorriamo quest'arringo non indugiamo, a saggio della parte presa da lui nella vita parlamentare, accennare ad una delle più importanti discussioni, nelle quali egli stimò di manifestare il suo modo di pensare. Ma per aver conoscenza esatta dell'uomo, della sua fede e de' suoi principii non incresca di avvertire prima, come il Linati, tuttochè non avesse dottrine profonde in un ramo piuttosto che in un altro del sapere, si dimostrò non digiuno degli studii storico-filosofici, letterarii e sociali, coltivati negli anni giovanili. Fondato sull'esperienza che potè avere dell'avviamento della cosa pubblica, e consentaneo con quanti stimano non potersi far a meno della morale e del presidio religioso, s'astenne sempre dal blandire il secolo, a cui non lasciò risparmiare gli insegnamenti che andavano contro la corrente, capace qual era del resto di resistere alle turbe, *civium prava iubentium.*

Le sue credenze furono rigidamente cattoliche, e fermati i dubbii del pensiero in una formula di fede liberamente accettata, questa pose al di sopra di ogni convenienza transitoria di fatto, senz'abbassare nè impicciolire il suo ingegno.

Il suo amor del vero non era come in parecchi un platonismo annacquato che si tien pago di fiacche affermazioni. Egli non rifuggiva dalla controversia, e difendeva la sua tesi con quella insistente fermezza che poggia sul profondo convincimento ; e ben dissimile da quei tali che cercano in ogni nobile atto il tarlo dei secondi fini. Di codesti principii diè prova in tutta la sua vita, e negli scritti, e nelle parole e nel tentativo fatto di promuovere una fazione conservatrice. E nel *Nuovo Risorgimento,* pubblicazione letterario-filosofica sorta nel 1890 grazie alle cure del memorato professore Billia, inserì pure il Linati un suo programma pei *conservatori italiani.* Ma è bene avvertire che i canoni fondamentali del suo programma non erano punto basati su principii retrivi ed intransigenti, dichiarando apertamente che... " conservare non vuol dire dietreggiare e rifare il passato, non vuol dire scemare la libertà, volere la uguaglianza col dispotismo e col privilegio. Conservare vuol dire nè più nè meno ciò che suona la parola, propugnando l'integrità della nazione, della monarchia, dello statuto, ossequio al diritto naturale, alla religione, la protezione dei veri e legittimi interessi della popolazione. Io non escludo gli acquisti coloniali, ma

penso che prima di attendere ai medesimi convenga colonizzare la parte abbandonata del nostro territorio... „.

Dello stesso stampo sono altri suoi opuscoli e sui conservatori e le elezioni, e sugli *astensionisti;* e *come la conciliazione sia possibile,* ecc.

Ed ecco ora il discorso sovraccennato, pronunziato da lui in Senato nel 1876, sul quale credo bene d'intrattenermi a prova di queste mie preliminari asserzioni.

Come nissuno ignora, il ministro di grazia e giustizia Pasquale Stanislao Mancini aveva in quell' anno presentato alla Camera il disegno di legge sovra gli abusi dei ministri dei culti nell'esercizio del loro ministero, approvato dalla Camera il 24 gennaio con 150 voti favorevoli su ben cento contrari.

Presentato quel disegno al Senato nella tornata del 5 febbraio, essendone presidente Sebastiano Tecchio, la discussione cominciata il ventotto aprile veniva chiusa il quattro maggio.

Fra i vari oratori che salirono la tribuna per impugnare la legge uno fu, come dicemmo, il nostro Linati, che fece sentire le sue osservazioni a quel Consesso nella tornata del primo maggio. Consentaneo ai suoi principii, egli combattè quel disegno di legge, giudicato da lui pernicioso, siccome quello che si allontanava da quei principii di giustizia, di moderazione, di prudenza e di ordine che deve professare un governo al quale stiano a cuore i retti intendimenti di equità e di imparzialità verso ogni classe di cittadini. Nè sia discaro ai leggitori che io riferisca qui alcuni brevi periodi del suo discorso, siccome quelli che meglio ci fanno conoscere com'egli la pensasse:

" Io accolsi con plauso „ egli esordiva " il programma dell'attuale gabinetto, perchè ci vidi la promessa di un'êra di eguaglianza e libertà vera per tutti, ma appunto perchè accolsi quel programma sento il debito di essere ministeriale contro lo stesso ministero e di difendere contro la presente legge i larghi e generosi principii in quel programma racchiusi... „. Egli oppugnava quella legge come eccezionale; "... e le leggi eccezionali sono sempre ingiuste, perchè puniscono in un individuo ciò che tollerano in un altro; sono sempre immorali, perchè affermano in principio che sia proibito ad un individuo, ad un ceto di fare quello che è lecito ad un altro; sono sempre impolitiche, perchè

tolgono alla giustizia quel prestigio d'imparzialità che solo può renderla autorevole e rispettata „.

Siccome talune delle colpe che s'intendevano punire con quella legge già erano represse dalla legge comune, così ne sarebbe venuto che essa si riduceva a colpire i fatti o positivi o negativi, e che, e nell'uno e nell'altro caso, la legge diveniva ineseguibile ed odiosa (1).

Questo discorso fruttava all'autore un *bravo* e un *bene,* de' quali echeggiò l'aula del Senato. Ma quel che qui può essere ancora avvertito si è che altro de' nostri colleghi, Carlo Boncompagni, prendeva egualmente la parola per sostenere, ma con ben maggior fondo ed apparato di dottrina e di erudizione, la tesi propugnata dal Linati.

Nè ciò basta ancora: senza che allora se lo sapesse, si associava tacitamente a questi due nostri colleghi il già sovra memorato conte Sclopis, il quale, fautore sincero di libertà, es-

---

(1) " I preti nascono in Italia e checchè si faccia, dovranno tardi o tosto diventare italiani, se noi con improvvide leggi non impediremo loro di sentirsi cittadini, di partecipare ai benefici della libertà. Ma se ciò non dovesse avvenire, che potete voi temere dal clero? Il clero ebbe per lunghi secoli il privilegio esclusivo di dare alla società il morale ed intellettuale indirizzo, e ciò non valse a ritardare di mezz' ora il trionfo delle idee nuove. Noi tutti siamo nati quando il clero era arbitro delle scuole e della stampa, e non perciò riuscì a spegnere e ad indebolire le nostre aspirazioni verso l'indipendenza e la libertà nazionale. E vorreste temerlo oggi che è povero, inerme, perseguitato? Ciò sarebbe un porre in dubbio la santità e la giustizia e la forza irresistibile del nostro provvidenziale risorgimento. I preti non diverranno temibili che il giorno in cui li abbiate trasformati in martiri, il giorno in cui abbiate cambiata l'indifferenza dei più in compassione ed interessamento ... „.

Egli conchiudeva così: " Io deploro quanto voi che una parte del clero disconosca quanto vi ha di bello e di grande nel nostro nazionale risorgimento, ma siccome cattolico non voglio che la religione sia posta a servigio delle passioni politiche, come liberale non voglio che i beneficii della libertà siano posti a servigio delle passioni settarie. Se vorremo un'eguaglianza solo a vantaggio dei vincitori dell'oggi; se vorremo la giustizia solo a profitto dei nostri interessi; se vorremo la tolleranza solo per le nostre opinioni, noi scalzeremo la base del vivere libero, perchè daremo con i fatti una smentita a quanto proclamiamo in principio, perchè insegneremo al mondo una volta di più, che oggi, come sempre, chi vince, opprime, sia dai gradini di un trono, sia dall'albero della libertà „.

sendo devotissimo alla dinastia, ma amatore del progresso rettamente inteso e graduato, se non prese parte a quella discussione, tenne da Torino commercio epistolare col suo illustre collega il senatore Fedele Lampertico, al quale scrisse alcune lettere, che questi dava poi alla luce nella *Rassegna Nazionale* col titolo: *Le leggi sugli abusi dei ministri dei culti e il conte Sclopis.*

Siccome è noto, quella legge veniva poi dal Senato repulsa nella tornata del sette maggio di quell'anno con voti contrari 105 su 92 favorevoli.

Anche per un'altra controversia scottante volle il Linati rompere una lancia, voglio dire pel divorzio nell'occasione che il ministro Villa avevane riproposta la legge al Parlamento nel 1881. E così egli accrebbe la lunga schiera di oppugnatori che col Passaglia (1), col domenicano Didon (2) noverava il Santini ed il Cenni, i quali, nella stessa *Rassegna Nazionale* del 1881, nella quale il Linati aveva pubblicato il suo scritto, manifestarono nello stesso senso, ma con maggior copia di dottrina, le loro idee, e ciò con buona venia del biografo del Linati che scrisse essere stata la sua memoria la più succosa comparsa (3).

Certo però è che impegnatosi in quell'argomento, ne trattò altra volta, scrivendo nel citato *Nuovo Risorgimento* una protesta ed inneggiando all'iniziativa presa dal professor Gabba a difesa dell'indissolubilità delle nozze.

Del resto, ogniqualvolta o proponevansi disegni di leggi un poco eccezionali, o l'opinione pubblica manifestava colla stampa teorie non comuni, egli non lasciava di dichiarare il suo modo di pensare. Quindi sin dal 1848 aveva pubblicato a Torino, coi tipi del Pomba, una nuova teoria sul sistema rappresentativo, propugnando il principio che i municipii avessero ad essere costituiti per una metà di possidenti e per l'altra di lavoratori, classe questa che, secondo lui, doveva comprendere gli avvocati e i professori di arti liberali, in un cogli artigiani, coi contadini, ecc. Nel 1865 dava alla luce in Napoli un opuscolo sul diritto di associazione in Italia, minacciato dalla legge Vacca,

(1) Conferenza dell'aprile 1880.

(2) *Conférences de S. Philippe du Roule.* Paris, Dentu, 1880.

(3) Il sovracitato prof. M. Billia.

e nel 1867 un'operetta di 97 pagine sul razionalismo e sulla religione, confutando i nuovi favoreggiatori della Dea Ragione.

Ma omettendo di accennare a varii suoi opuscoli, ad articoletti sui giornali, compilati in fretta, e, come è della sorte loro, destinati a vivere breve vita, alla guisa degli apparati di una festa che il giorno dopo si buttan via, non bisogna negare ch'egli erasi applicato a varii generi di studii; fatto non istraordinario, poichè nei varii rami dello scibile avvi un'affinità, un vincolo che collega le scienze figlie, dirò così, della stessa famiglia letteraria, rampolli dello stesso tronco. Ma è anco vero, che a pochissimi riesce di poter esser versati in più di una di esse. Comunque ne sia, il Linati prese a trattare soggetti di storia, di filosofia, di economia sociale e di politica, che se non riuscirono tutti accetti, non si può negare che alcuni di essi non sieno privi di qualche valore, per quanto alcuni non abbiano potuto sopravvivere al loro autore. Sin dagli anni giovanili fu il Linati discepolo delle Muse: ed i suoi versi, la maggior parte come dicesi di *occasione*, senz'avere singolarità seducente di similitudini e di imaginose descrizioni, non si possono nemmeno dir privi di certo brio e snellezza.

E poichè cade in acconcio vuolsi notare che non tutti gli autori dei versi di *occasione* devono essere posti in fascio con quei volgari facitori di versi che un secolo fa rigogliosamente nutriva l'Arcadia nei suoi poveri orti, e che nemmen oggi sono pienamente scomparsi, tuttochè siane cangiata la natura. Imperocchè se scarsi sono ai tempi che corrono i festaioli che v'impongano il balzello di un sonetto pel loro santo, o gli amici o i congiunti che vogliano la poesia per le sacre loro *vestali,* brulicano invece i feroci tormentatori che pretendono il verso od il brindisi per l'amico o pel superiore in ufficio od in amministrazione, neo-decorati. E sì che parecchie volte costoro sono, anche nelle città e d'ordinario ne' villaggi, null'altro che grottesche figure di sindaci o speziali o mercantuzzi, fedeli, e talor esecutori inconscii di mandati che lasciano ben poca edificazione nei retti pensatori, o che non ebbero altro scopo che l'utile dei loro protettori. Ecco il perchè conviene talora vedere premiati in ogni grado persino omiciattoli, non solo privi del menomo valore, ma macchiati pur di atti che in tempi normali ed in paesi diversamente retti sarebbero puniti coll'ergastolo.

Ma passiamo oltre, poichè queste miserie non tangono il Linati, che non fu mai blanditore di simili turpi sconcezze, e facciamoci invece senz'altro a considerare una monografia storica pubblicata da lui negli " Atti della R. Deputazione di Storia patria per le province dell'Emilia ", nel 1879.

Essa versa intorno al parmigiano Claudio Cogorani, ingegnere, ch'era fiorito nel secolo XVII. Questa dissertazione, sulla quale egli manifestò divergenza d'opinioni da un illustre nostro collega, serve anco a provare quanto il Linati possedesse una intelligenza storica, se forse non molto larga, sicura al certo. Egli non apparteneva a coloro, che dal condannar tutto il passato vorrebbero trarre argomento della necessità di rifare a nuovo il mondo, od a quegli altri che vorrebbero trovare nel passato il solo esemplare su cui rifondere la società. E se il Linati, nè conviene dimenticarlo, si fosse applicato a minor numero di materie, talora disparate, forse i suoi lavori storici avrebbero potuto avere lettori, più di coloro le cui opere molteplici e voluminose rimarranno piuttosto patrimonio esclusivo degli eruditi e dei dotti. Ciò premesso, vuolsi avvertire che l'ingegnere Cogorani, di cui s'intrattenne il Linati, aveva servito molti padroni, l'imperatore Rodolfo II, gli Estensi, i granduchi di Toscana, ecc., fatto per nulla straordinario, e che va ed andrà sempre rinovellandosi in qualunque professore di arti liberali. Nel 1614 poi aveva avuto dal marchese Incisa, governatore di Milano per la Spagna, mentre ferveva la guerra col duca di Savoia Carlo Emanuele I per la nota successione di quella potenza, l'incarico di costrurre in riva della Sesia il forte chiamato poi di Sandoval, demolito nel 1638 allorchè il marchese di Leganes ebbe ad impadronirsi di Vercelli.

In quell'occasione l'ingegnere Muzio Oddi, visto il forte costrutto dal Cogorani, aveva scritto a Pier Mattia ed al colonnello Giordani, in una lettera che si conserva nell'Oliveriana di Parma, queste parole: " Il Cogorano sa di architettura quanto le mie scarpe: è stato aiutato et portato avanti dal signor Duca di Parma suo padrone e benchè si vedano e si conoscano da tutti manifestamente i suoi errori, l'autorità nondimeno di chi lo porta può tanto che si battezzano per cosa considerevolissima e fatta con somma prudenza... ". Questo brano di lettera dell'emulo del Cogorani veniva riportato dal Promis nella sua importante ed

erudita biografia di ingegneri militari italiani dal secolo XV alla metà del XVIII, edita dal suo nipote avvocato Vincenzo (1), ma col rincarir la dose degli appunti del Muzio Oddi. Infatti egli avendo potuto ritrovare un autografo del Cogorani, pieno zeppo di solecismi e di madornali errori d'ortografia, volle con questo mezzo distruggere affatto la fama di quell'ingegnere, e spalleggiare invece l'emulo nelle sue poco benevoli insinuazioni. Notisi poi ancora che il Promis faceva un appunto ancor più grave al Cogorano, come quello che veniva a ledere il suo carattere, osservando essere stati insomma ingegneri italiani che ebbero a costrurre un fortilizio destinato a ribadire il servizio della patria.

Il Linati adunque non seppe menar buone al Promis queste osservazioni, oppugnate da lui quali inopportune e premature; non quella sull'incapacità poggiata sulla scorrettezza sola di una sua lettera, ben sapendosi quanto a quei giorni pochissimi facevano studii letterarii, e non si credevano nemmeno in debito di farli. A ragione si meraviglia il Linati che il Promis, a fronte di parecchie altre testimonianze, accettasse come buona moneta il giudizio dell'Oddi, ingegnere anco lui e che poteva aver gelosia di altro pari suo chiamato di fuori, e per soprappiù giunto ad essersi procacciato credito nell'esercito (2).

---

(1) " Miscellanea di storia italiana „, XIV.

(2) Del resto è bene sapere che il Promis stesso non mantenne in massima sempre lo stesso sentimento. Per convincersene basta leggere il suo carteggio col cavaliere Amadio Ronchini, di cui ora pure parleremo. Ivi sin dal 1864, a proposito dell'architetto Gerolamo Genga, egli aveva scritto: "...Delle mie noterelle accidentali sulla ignoranza degli artisti ed ingegneri nel XVI secolo, ne faccia ella quanto vuole. Chi avesse tempo a ciò le potrebbe aggrandire di molto, essendo allora il saper leggere e scrivere, da avvocati, medici, negozianti, insomma da chi ne traeva speciale vantaggio. Il Cellini che scrive così meravigliosamente bene, non lo sa, e va dal Varchi a farsi correggere. Ora gli artisti sanno leggere e scrivere, ma non sono mica più dotti di quanto lo fossero allora... „. *Memorie e lettere di Carlo Promis ecc.*, raccolte dal dott. Giacomo Lumbroso, Torino, 1877, pag. 247. E pochi giorni prima lo stesso Promis aveva scritto anche al Ronchini: " Non mi fa specie che il Marchi a 32 anni non sapesse scrivere; era questo il caso di non pochi tra i suoi coetanei. Così il capitano Frate da Modena (del quale ella conosce la bella vita scritta dal marchese Campori), quantunque di nobil casato ed autore di un trattato, in età di quasi 80 anni affermava in pubblico atto *di non saper nè poter scrivere.* Il valente biografo cerca di coonestare la cosa, ma le pa-

In quanto poi all'aver voluto il Promis far carico al Cogorani di aver prestato servizio ai dominatori d'Italia, così il Linati prende a confutarlo, cominciando ad osservare che era questo un voler dimenticare affatto le idee, i costumi e il diritto pubblico del tempo nel quale egli era vissuto: " ...Ci sono voluti secoli di oppressioni e di servitù, trasformazioni politiche straordinarie, slancio unanime di filosofi e di poeti, congiure fallite e soffocate nel sangue, perchè i sentimenti di un'Italia libera ed indipendente entrassero nel cuore di ogni classe di cittadini. Sul principio di questo secolo gli uomini più cospicui avevano a gloria ed a fortuna il seguire il vessillo straniero che Napoleone I spingeva sui campi della vittoria. Ed il signor Promis vorrebbe far colpa al Cogorani di non aver di tre secoli precorso i suoi tempi! Via, è uno spingere troppo oltre i blandimenti verso il nostro „. Credo che nessuno dissentirà dal retto e spregiudicato ragionare del Linati, poichè ad ogni modo si potrebbe sempre dire che gli errori dei padri deggiono far rinsavire i figli, e costoro devono valersi della saviezza loro per migliorare se stessi e il loro tempo, e non per maledire i padri e rappresentarli anche più colpevoli di quel che furono. Nella stessa raccolta delle memorie succitate il Linati pubblicò altresì la commemorazione del socio effettivo di quella Deputazione di storia or citata, Amadio Ronchini, autore di varie pregevoli memorie storiche e direttore dell'Archivio di Stato parmense dal 1840 al 1890, cioè per un mezzo secolo, e che era succeduto a sua volta all'illustre Angelo Pezzana, corrispondente pure di quest'Accademia, e Nestore ai suoi dì dei letterati e dei bibliografi italiani.

Queste notizie sommarie sembrami che saranno sufficienti per lo scopo di questa nota necrologica. Per amor del vero ci

---

role sono troppo formali. Il grande Bramante, che era poeta e dirigeva fabbriche importantissime non meno per numero che per qualità, Bramante non sapeva scrivere per attestato di Sabba Castiglione che lo doveva sapere vivendo a Milano alla stessa età. Non so più dove abbia letto che il duca Cosimo, principe di svegliatissimo ingegno, aveva bisogno di veder modelli di fortezze, perchè le piante non le intendeva: chi dice questo è un contemporaneo, e non ne fa caso alcuno come di cosa frequente..... „. Ib., pag. 246. Ho addotto questi periodi perchè convalidano l'opinione del Linati; forse il Promis non credeva di contraddirsi di tal guisa quando scrisse quegli accenti sul conto dell'ingegnere Cogorani.

si permetta soltanto di aggiungere, che se non tutti gli scritti del Linati potranno essere accettati dalla scienza severa, come la *fisiologia trascendentale* e il *pensiero sulla generazione*, lavori che dimostrano come molti studii furono sciupati per errore di metodo, egli è fuori dubbio che l'operosità sua fu più che comune. Infatti ei lavorò sino all'ultimo, e cadde sull'opera sua come il lavoratore instancabile al cader del sole. Pochi giorni prima della sua morte egli pubblicò ancora nel *Nuovo Risorgimento* una lettera aperta sul socialismo, e un'operetta, *La famiglia e lo Stato,* condensando in un centinaio di pagine una dottrina vasta e collegata nelle sue parti, più che non appaia al considerarla superficialmente.

Abbiam accennato nell'esordio all'affetto e alla predilezione che sulle altre parti d'Italia egli ebbe inverso il Piemonte. Ed allorquando scioltosi dai legami che lo tenevano vincolato all'Ordine di Malta (1), si unì in matrimonio seguendo gli impulsi del cuore, che sebben talor inganni non ingannò lui, dal Piemonte tolse quella che doveva essergli compagna nel resto dei suoi giorni (2). E l'unigenito Pier Maria Claudio, natogli a Genova nel 1867, volle affidare al principale istituto educativo che sotto gli auspicii del magnanimo re Carlo Alberto fiorisce da mezzo secolo in una amena cittadella a poche leghe da Torino. E compiuti egli i suoi studii, laureavasi in leggi a Genova nel 1892, sostenendo per tesi di laurea l'argomento *Matrimonio e Divorzio*, che pietosamente volle dedicato a sua madre, allor defunta, come nesso che congiugnesse l'estinta ai superstiti e desolati padre e figlio.

Ma i giorni propizii della sua vita erano numerati; e la perdita della consorte ed i malanni inseparabili dalla vecchiaia davano da qualche tempo in lui segni di deperimento, cosichè il 17 del settembre scorso egli cedeva al comun fato nella sua patria, dove i suoi funerali ebbero numeroso concorso di amici e di estimatori.

---

(1) Io aveva in quei tempi udito raccontare l'aneddoto, del quale non mi assumo però alcuna mallevaria, ed è che portatosi il Linati a Roma per ottenere dal sommo pontefice Pio IX l'esenzione dal voto di castità, e come losco d'occhi egli essendo, incespicò; il che fece dire a quel papa, inclinato ad arguzia di motti: " Andate, andate pure; vedo che una compagnia vi è proprio necessaria ".

(2) Angela Chiaudano da Vercelli, colta insegnante.

Non mancarono al Linati e dal governo e dal pubblico molti attestati di stima (1) ed onorifiche distinzioni, e senz'occuparci troppo di queste per esserne da lunga età scemato il valore a cagione della sventata profusione e della partigianeria che il più delle volte ne regola le elargizioni, diremo ch'egli appartenne alla nostra Accademia come socio corrispondente dal 26 novembre del 1857: e fu aggregato agli Atenei di Venezia e di Milano, alla Società ligure di Storia; e parecchi anni tenne la presidenza della Deputazione parmense di storia patria.

Tale pertanto fu la vita di questo patriota che militò sempre nel campo della moderazione; vita piena di pensiero, di azione e di studii, e che voglio lusingarmi di aver rappresentato senza sforzar nulla, nè col disegno, nè coi colori. È vero che la moderazione, per quanto essa sia già una virtù dell'animo, oggi pare venuta in uggia; ed in grazia delle ire di parte tanto degli uni quanto degli altri militanti ne' campi diversi, anzi opposti, ed in grazia dell'audacia delle fazioni spalleggiate dai sofismi dei giornali, la si vuol confondere colla codardia o con un freddo sentimento di patriottismo. Ma forse, e ciò affermiamo senz'essere vincolati da idee di un *pessimismo* partigiano, non sarà troppo lontana l'epoca in cui si potrà vedere dove ci avranno fatto giungere certe avventatezze, e che cosa avrà giovato esserci scostati dalla temperanza, e che cosa saranno per partorire gli eccessi.

Intanto non dubitiamo di proporre ad esempio la moderazione e la operosità del conte Linati: e sarebbe al certo ad augurarsi che in quanto a queste doti il patriziato italiano producesse uomini frequenti della sua stampa: e che molti dei moderni Sardanapali, i quali si adagiano in molli ed infingardi ozi, invece di predicar agli altri *lavorate*, dicessero invece una buona volta *lavoriamo*, e concorriamo ad apportar materiali per ricostituire su basi ben più morali l'odierno edifizio sociale. E non vi par fors'egli che in questi momenti, al retorico *excelsior* debba invece sostituirsi il men poetico, ma praticamente più utile *laboremus?*

---

(1) Il Sarti, nel suo *Parlamento subalpino e nazionale*, lo disse Consigliere di Stato; ma è un errore; il Linati non appartenne mai a quell'illustre Consesso.

La libera attività dell'educando secondo Enrico Pestalozzi e Gian Giacomo Rousseau;

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

L'interiore attività dello spirito e la dignità personale della natura umana, è questo, a mio avviso, il sommo principio di tutta la scienza ed arte dell'educare. Questo principio parmi di ravvisare tratteggiato sia nella persona, sia nella dottrina pedagogica di Enrico Pestalozzi. Il suo carattere franco, onesto, incrollabile, la sua vivace e brillante immaginazione, il suo sentimento profondamente religioso, il suo cuore ardente di generoso amore verso i fanciulli ed i poveri abbandonati, la sua instancabile operosità illuminata da una splendida intelligenza, ed in mezzo a tutte queste magnifiche doti la rara modestia del suo animo fanno di lui una di quelle nature elette e privilegiate, che hanno pochi pari nella storia dell'educazione. Egli concepiva il nobilissimo proposito di rigenerare le classi popolari mercè di una educazione elementare, che le elevasse al sentimento della dignità umana, e vi lavorò intorno tutta la vita come chi sente la santità del magistero educativo, attingendo la forza necessaria a tanta opera dagli intimi penetrali della coscienza e dalla interiore potenza del suo spirito. Il suo ideale era certamente troppo sublime, perchè la vita di un uomo anche fornito di validi sussidii potesse giungere fin là; ed egli stesso nella modestia e lealtà dell'animo suo ebbe a confessare candidamente, che nel corso delle sue esperienze incorse in isbagli gravi e non pochi, nè i risultati sempre risposero al suo concetto. Coll'agonia in cuore vide cadere l'un dopo l'altro gli istituti educativi da lui fondati, a cui aveva consacrato gli averi, l'ingegno, le forze, la vita, e per giunta fu colpito dalle atroci calunnie de' suoi medesimi amici, che lavoravano a' suoi fianchi entro il medesimo recinto scolastico; ma sempre si mantenne

calmo, rassegnato, fidente in Dio e nel trionfo finale della sua idea. Tale fu la persona di Enrico Pestalozzi.

Alla persona fa bella corrispondenza la dottrina pedagogica. Egli esordì nel suo magistero educativo con un atto di protesta contro il meccanismo scolastico dominante, che soffocava lo sviluppo spontaneo della mente, e che gli suggerì l'idea di fondare l'educazione elementare sull'attività interiore dello spirito e sulla dignità della persona umana. " L'Europa col suo sistema d'insegnamento popolare doveva per necessità piombare nell'errore, o piuttosto nel traviamento, che la perde..... In Europa la coltura del popolo è riuscita ad un vano cianciume, funesto del pari alla vera fede ed al vero sapere; una specie d'istruzione di mere parole... È cosa incontestabile, che la manìa delle parole e de' libri, la quale ha tutto assorbito nella nostra educazione popolare, ci ha condotti a tale punto, che riesce impossibile rimanere più a lungo quali siamo di presente „ (1). " Da per tutto un processo contrario a quello della natura, da per tutto la predominanza della carne sullo spirito, e l'elemento divino relegato nell'ombra; l'egoismo e le passioni prese per moventi; abitudini macchinali invece di una spontaneità intelligente „ (2). Così il Pestalozzi nel primo esordire della sua carriera aveva riconosciuto che l'educazione elementare era viziata da un processo artificiato, epperò compressivo, e che occorreva sostituire il processo della natura, siccome quello, che si fonda sulla libera e spontanea attività dello spirito. Ma qual è il processo proprio della natura? Ecco il problema, che egli propose alla sua meditazione. È cosa per sè manifesta, che a scoprire la legge, che governa la natura nel suo procedimento, occorre prima conoscere in che consista essenzialmente essa natura umana. Vediamo come l'autore abbia derivato dal concetto psicologico della natura umana la legge universale del suo sviluppo, e come su questa legge abbia fondato il suo concetto pedagogico.

Il Pestalozzi non ci ha lasciato un sistema di filosofia psicologica, elaborato nelle sue parti ed armonicamente composto a scientifica unità, ma il suo concetto dell'uomo traspare quale

(1) *Come Geltrude istruisce i suoi fanciulli*, lettera X.
(2) *Il Canto del Cigno*. V.

là siccome una splendida intuizione sia da alcune pagine de'suoi scritti, sia dal tutt'insieme della sua opera educativa. L'uomo, quanto alla sua origine, non è figlio del cieco caso, nè una trasformazione della materia bruta, bensì una creatura di Dio fornita delle virtù necessarie per compiere la sublime destinazione, a cui lo chiama il suo Creatore. Riguardato poi nella sua essenza, è un organismo vivente: gli organi, che lo compongono, sono le tre distinte forze, fisiche, intellettuali e morali, di cui è per natura fornito. Queste forze da principio preesistono in lui inviluppate sotto forma di germe, ma in quel germe giace una energia, una attività radicale, che lo trae ad uno sviluppo spontaneo, attività, che vi fu posta da natura e come tale è indipendente dalle circostanze esteriori. " Osservate un albero piantato in riva delle acque correnti. Donde mai è uscito colle sue radici, col suo tronco, colle sue branche, co' suoi rami, co' suoi frutti? Vedete! Voi deponete nella terra un piccolo nocciolo. In esso evvi lo spirito dell'albero, l'essenza dell'albero: esso è il grano dell'albero: Dio è il padre, il creatore del nocciolo e della terra feconda; Dio è grande nel nocciolo dell'albero... Come io vedo crescere l'albero, così vedo crescere l'uomo. Prima ancora che il bimbo sia nato, sonvi in lui i germi invisibili delle disposizioni, che la sua vita trarrà allo sviluppo. Le forze diverse del suo essere e della sua vita si formano, come nell'albero, restando unite, ma distinte, durante tutto il corso della sua esistenza..... Tutte le facoltà del sapere, del potere e del volere, distinte ma unite dallo spirito invisibile dell'organismo umano, lavorano nell'armonia divina della fede e dell'amore, concorrono tutte insieme a formare l'essere interiore, distinte dalla carne e dal sangue, l'essere eterno di giustizia e di santità, l'uomo creato all'immagine di Dio, per divenire perfetto, come il suo Padre celeste è perfetto „ (1).

L'uomo è un vivente organismo fornito di potere operativo, di cuore e di intelligenza, ecco il concetto psicologico di Pestalozzi. L'organismo umano si svolge dal proprio germe e si va perfezionando in virtù di una energia intrinseca al germe stesso, ecco la legge suprema, che governa il processo naturale dello

---

(1) Discorso pronunciato il 12 gennaio 1818.

spirito umano, e che può essere appellata legge di organismo. Su questa legge posa il principio fondamentale di tutta la sua pedagogia. Il significato di questa legge applicata alla educazione ci porta a riconoscere, che: 1° lo sviluppo educativo non deve comporsi di elementi meccanicamente sovrapposti dal di fuori alla persona del fanciullo, bensì deve sgorgare dall'attività interiore del suo spirito secondata dall'opera dell'educatore; 2° che ciascuna delle tre forze supreme costitutive dell'essere umano avendo natura sua propria, che dalle altre la distingue, va educata con mezzi speciali e secondo leggi particolari conformi alla sua natura; 3° che siccome tutte e tre stanno insieme unite tanto da formare un organismo concorde e vivente, così vanno educate l'una congiuntamente con l'altra in un perfetto ed armonico equilibrio.

Così il nostro autore ha fondato sul concetto dell'organismo tutta la natura dell'essere umano e la sua educazione ed ha idoleggiato la sua idea sotto l'immagine dell'organismo, quale si osserva nelle piante e negli animali. Per certo vuolsi riconoscere, che dovunque vi è organismo, si manifesta la vita, e che la vita importa un principio di attività insito nell'essere stesso vivente, il quale perciò ci porta ad ammettere anche nel fanciullo una energia interiore, suscettiva di uno sviluppo spontaneo e libero; ma a scansare ogni equivoco fa d'uopo porre mente, che tra l'organismo fisiologico proprio delle piante e degli animali e l'organismo mentale proprio dello spirito umano vi corre non già identità di natura, ma una mera analogia, come ho cercato di chiarire nel mio opuscolo *Studi psicofisiologici*, pag. 13. Vero è, che egli riconosce, che l'organismo umano differisce dall'organismo vegetale e dall'organismo animale, perchè esso va fornito di libertà e coscienza; pur tuttavia io porto ferma opinione, che più razionalmente e più agevolmente si riuscirebbe a stabilire la libera attività dello spirito, se invece di prendere le mosse dal concetto dell'organismo, si muovesse dal concetto di persona, la quale è per se stessa fornita di coscienza e di libera attività volontaria, concetto, su cui io ho posato tutta la mia dottrina antropologica e pedagogica.

È la vita, che educa (*Canto del cigno,* V). Con questa frase felicissima e veramente scultoria il Pestalozzi formolò il concetto supremo, che domina ed informa tutta la sua dottrina. E

veramente, osservo io, che è mai la vita, se non un principio intimo, un centro di attività, da cui fluisce spontaneo tutto lo sviluppo di un essere? Perchè adunque la vita sia educatrice, occorre che l'intelligenza ed il cuore del fanciullo siano compenetrati dallo spirito della vita, e che di là questo spirito vitale si espanda in tutte le azioni esterne di lui, ed allora soltanto queste azioni saranno educative.

Scoperta la legge dell'organismo direttiva dello sviluppo naturale dello spirito umano, e quindi riposto il principio fondamentale dell'educazione nell'attività propria del fanciullo, l'autore fonda su questo concetto tutto il disegno della educazione elementare. " La mia idea dell'educazione elementare risiede nello sviluppare, secondo la legge naturale, le diverse forze del fanciullo, morali, intellettuali e fisiche, colla subordinazione necessaria al loro vero equilibrio (*Canto,* ecc., V) „. Ora tutte e tre queste forze, il cuore, l'intelligenza, l'arte si sviluppano mediante l'uso, la pratica, l'esercizio; e siccome questo esercizio deve provenire ed essere accompagnato dallo spirito interiore, così è sempre la vita, che educa il fanciullo sotto i tre grandi aspetti della natura umana. " Ciascuna delle nostre forze, morali, intellettuali, industriose, non può trovare che in se stessa, e non già nelle influenze esteriori artificiali, la ragione ed il mezzo del suo aumento. Fa di mestieri, che la fede (del cuore) proceda dalla fede, e non dalla conoscenza e dalla intelligenza di ciò, che vuol essere creduto. Bisogna che il pensiero proceda dal pensiero, e non dalla conoscenza e dalla intelligenza di ciò, che vuol essere pensato o dalle leggi del pensiero. Fa d'uopo, che l'amore proceda dall'amore, e non dalla conoscenza e dall'intelligenza di ciò, che è l'amore, e di ciò, che merita di essere amato. Occorre che l'arte anch'essa proceda dall'arte, dal saper fare, e non da discorsi interminabili intorno l'arte ed il saper fare (*Discorso* del 12 gennajo 1818) „. Queste considerazioni dell'autore sono fondate in verità, quando siano intese a chiarire, che ciascuna delle nostre fondamentali potenze ha natura siffattamente propria e sua, che non può pigliare il suo punto di mossa dall'altra, e che da prima si crede, si ama, si pensa, si opera senza conoscenza di sorta, poi si conosce quel, che si crede, si ama, si pensa e si opera. Il credere e l'amare non origina dal conoscere, ma dalla stessa virtù del cuore.

Discendendo ai particolari, vediamo come ciascuna parte dell'educazione sia compenetrata ed avvivata dallo spirito interiore dell'alunno. Per coltivare il cuore ed informarlo alla moralità vuolsi fare assegnamento non tanto sui discorsi e sulle esortazioni al bene operare, quanto sulle azioni stesse trasformate a poco a poco in buone abitudini. Occorre avvezzare sin dai primi anni il fanciullo alla pratica delle virtù morali e cristiane cominciando da menome cose anche le più insignificanti, per guisa che egli si assimili colla sua attività, e non già col solo mezzo delle parole la moralità del costume. Rispetto all'educazione intellettuale, il maestro deve proporsi più di formare e fortificare il pensiero, che non di fornirlo di cognizioni, più di far preparare il vaso, che di riempierlo, sicchè il discente sia egli l'artefice del suo sapere ed acquisti il gusto e la facilità di imparare da sè. Quindi il fanciullo imparando sia sempre attivo; impari cioè col mezzo delle proprie impressioni intuendo ed osservando co' proprii sensi, e non già col mezzo delle parole. Le parole devono bensì venir compagne delle idee per fissarle e renderle stabili dentro il pensiero, ma non le dànno; e le parole senza le idee, che esse rappresentano, valgono un bel niente. " L'idea dell'educazione elementare si applica altresì all'arte, come al cuore ed all'intelligenza: essa rende il fanciullo attivo sin dal cominciamento, lo abilita a produrre colle sue proprie forze dei risultati, che sono veramente per lui, e gli dà ad un tempo il potere e la volontà di innalzarsi più su senza copiare servilmente gli altri. Gli è nelle condizioni e ne' bisogni della vita reale, nel recinto della sua famiglia, che egli deve cominciare ad apprendere l'impiego ed il perfezionamento delle sue forze sotto il rapporto dell'arte e dell'industria (*Il canto del cigno*, V) „.

Che se il Pestalozzi tiene in altissimo pregio la libera individualità dell'alunno e la vuole rispettata dall'educatore come cosa sacra, sarebbe un frantendere il suo pensiero il credere che egli propugni con ciò una indipendenza assoluta, sfrenata, fuor d'ogni modo e misura. Anzi tutto egli voleva la libera attività del fanciullo conciliata colla dignità propria della natura umana, subordinando la coltura della vita fisica e l'impero de' sensi alla legge morale e spirituale. L'uomo non acquista il libero dominio di sè per altra via se non mediante la vita

interiore dello spirito, che sente la sublimità della sua destinazione; epperò l'istruzione e l'arte non erano l'unico e supremo scopo, a cui egli intendeva, ma e l'una e l'altra voleva rivolte all'educazione morale, coltivando il cuore, e nel cuore la fede, l'amore, la giustizia. Nè si fermava a questo punto di una morale esclusivamente umana, o come oggidì la chiamano, indipendente. Egli riconosceva l'esistenza originale del male nel cuore dell'uomo, e quindi la sua naturale fiacchezza e la necessità della grazia divina, che lo sorregga nel raggiungimento del suo ideale. Quindi è che egli additava la religiosità siccome la corona ed il compimento dell'opera educativa. " Se l'elemento religioso non penetra l'educazione tutta quanta, esso ben poco influisce sulla vita, ma rimane isolato o ridotto a mera forma. La religione non è un effetto dell'opera dell'uomo, bensì elemento divino, che è nell'uomo, e della grazia di Dio. L'educazione elementare sviluppando tutte le forze poste da natura nell'uomo, sviluppa altresì e fin dalle prime l'elemento religioso secondo la sua vera natura: e per ciò stesso l'educazione elementare è perfettamente conforme collo stato del Cristianesimo (op. cit.) „.

Raffrontando fra di loro il Pestalozzi ed il Rousseau sia in riguardo alla loro individualità personale, sia rispetto alle loro dottrine pedagogiche, vi si scorgono vaghe e remote consonanze in mezzo a profondi e spiccati contrasti. Ancor giovane, il pedagogista di Zurigo lesse l'*Emilio* di Gian Giacomo, e quella lettura lo scosse nelle più intime fibre dell'anima. Lo spirito di libertà, che anima le pagine di quel libro, la straordinaria potenza dell'immaginazione, che colorisce e ritrae al vivo le idee, le attrattive incantevoli dello stile, la nobiltà e l'eccellenza dell'educazione, trovano un'eco nel suo cuore e rispondono ai sentimenti proprii dell'animo suo. Per qualche tempo egli rimase soggiogato dall'autore dell'*Emilio;* ma quando il sacro dovere di padre lo chiamò ad educare il proprio bimbo, allora sentì svegliarsi in lui la coscienza della sua individualità personale, e fatto accorto dalla propria esperienza, corresse gli errori enormi, che si nascondono in quell'incantevole libro, e circoscrisse entro i confini della ragione i principii esorbitanti, che rasentano il paradosso.

L'educazione debb'essere una libera espansione dello spirito

dell'alunno e non già un costringimento, una compressione, una servitù: ecco un solenne principio pedagogico profondamente vero, intorno al quale convengono i nostri due pensatori. Ma la libertà dell'educando ha essa dei limiti, che la circoscrivano? Ecco il punto, in cui stanno fra di loro in profondo dissidio. Rousseau concepisce la natura umana siccome essenzialmente libera ed assolutamente indipendente da ogni vincolo esteriore e sociale; concepisce la società siccome oppressione e schiavitù. La natura ci ha creati per la libertà; la società è la tiranna della natura, ci disumana: obbedire ai doveri sociali è un rinnegare la libertà, a cui abbiam diritto per natura. Per conseguente il fanciullo non può essere ad un tempo educato in parte per sè, in parte per la convivenza sociale, essendochè natura e società sono inconciliabili, ma va educato tutto per sè, nient'altro che per sè, nella più assoluta indipendenza di se medesimo. Ecco in breve il concetto di Rousseau intorno la libertà dell'educando. Ben altrimenti la pensa il Pestalozzi. " Maestro (egli scrive nel suo giornale, 19 febbraio 1774)! Sii persuaso dell'eccellenza della libertà!! Non ti lasciar punto trascinare dalla vanità ad ottenere a forza delle tue cure frutti prematuri; che il tuo fanciullo sia libero quanto lo può essere. Tutto, assolutamente tutto ciò, che puoi insegnargli, mediante gli effetti della natura medesima delle cose, non glie lo insegnare colle parole! Lascia che egli stesso veda, intenda, trovi, cada, si rialzi e si inganni. Ciò, che può fare da sè, lo faccia! Che sia sempre occupato, sempre attivo. Ma quando vedrai la necessità di abituarlo all'obbedienza, preparalo con la massima cura a questo dovere *difficile da adempiere in una educazione libera*... Senza obbedienza non v'è educazione possibile. Sonvi casi urgenti, in cui la libertà del fanciullo farebbe la sua perdita... La libertà è un bene; l'obbedienza lo è del pari. Noi dobbiam riunire ciò, che Rousseau ha separato: colpito dai vizi di un pazzo costringimento disonorevole per l'umanità, non ha trovato limiti alla libertà ".

Entrambi prendono le mosse dal concetto della natura umana, la quale pone il fondamento della vita e dell'educazione; ma quanto diversamente è interpretata dall'uno e dall'altro! Rousseau non solo concepisce la natura siccome essenzialmente libera e la società siccome assolutamente oppressiva e tiranna, ma la ripone nelle ingenite tendenze a tutto ciò, che è piacevole,

a tutto ciò, che ci torna utile, a tutto ciò, che è ragionevole ed onesto, e proclama che tutte e tre queste tendenze costitutive della natura umana sono buone per se stesse, tutte pure da qualsiasi pervertimento primordiale, sicchè non avvi punto perversità originale nel cuore umano. Il fanciullo esce di mano della natura buono, integro, incorrotto; l'arte e la società lo corrompono. Da questo concetto della natura egli ne inferiva, che il fanciullo va educato dalla natura stessa, e non dall'uomo, il quale appartenendo ad una società corrotta, non può non corromperlo, che cioè l'educazione di lui debb'essere negativa per parte nostra, positiva per parte sua. " Non date al vostro alunno veruna guisa di lezione verbale; egli non ne deve ricevere che dall'esperienza. Non infliggetegli veruna specie di castigo, perchè egli non sa quel, che significa essere in colpa. Non fategli giammai dimandare perdono, perchè non saprebbe offendervi. Sprovveduto di ogni moralità nelle sue azioni, non può far nulla, che sia moralmente male e meriti castigo o riprensione (*Emilio*, t. I, pag. 136, ediz. Parigi, 1831) „. Il Pestalozzi muove anch'egli dal concetto della natura umana, che emerge da forze fisiche, intellettuali e morali insieme riunite, ma la riconosce originariamente infetta da un germe di male, e per conseguente egli giustamente ne argomenta, che il fanciullo abbisogna dell'opera positiva di chi corregga le sue malnate tendenze educandolo al bene, e della forza sovrannaturale divina, che rinfranchi la sua fiacchezza e gli rassicuri il trionfo nella lotta contro le passioni.

L'educazione non è soltanto opera dell'intelligenza e del pensiero, ma altresì del cuore, ed il cuore sarà sempre per l'educatore un saggio e sicuro consigliere segnatamente in certi casi ardui, gravissimi e singolari, in cui vien meno la parola medesima della scienza. Sotto questo riguardo l'*Emilio* ci porge sott'occhio pagine ben poco confortanti. Il cuore di Rousseau ha le sue simpatie e le sue antipatie verso gli alunni e sceglie tra i suoi eletti ed i reprobi. " Io non mi incaricherò punto (scrive l'autore dell'*Emilio*) di un fanciullo malaticcio e tisicuzzo, dovesse egli pur vivere ottant'anni. Non voglio un alunno sempre inutile a sè ed agli altri, tutto quanto intento alla propria conservazione, ed il cui corpo nuoce all'educazione dell'anima... Il povero non abbisogna di educazione... Scegliamo dunque un ricco; così siam sicuri di aver fatto un uomo di più „. Il pedagogista

ginevrino non solo non aveva cuore educatore per tutti i fanciulli, ma nemmeno per i figli, a cui egli stesso aveva data la vita, essendochè i cinque bimbi, che ebbe dalla sua concubina, l'un dopo l'altro appena nati li espose alla cieca ventura disperdendoli fra i trovatelli. Chi non ha cuore di padre, non può aver cuore di educatore. Il Pestalozzi invece fu ad un tempo una potente intelligenza, ed un grande e nobile cuore, che fece di lui un vero apostolo dell'educazione popolare. Egli raccolse intorno la sua persona uno stuolo di piccoli mendicanti, che giacevano vittima dell'indigenza e dell'ignoranza, e con essi iniziò la sua carriera educativa, aprendo una scuola ed un convito, dove prese a nutrirli col pane del corpo e dello spirito, e tutta la sua vita fu un generoso sacrificio intento ad educare con intelletto d'amore le classi popolari.

Scomparso Gian Giacomo Rousseau, rimase il suo *Emilio*, il quale contò pur sempre buon numero di lettori entusiasti e di critici più o meno profondi, ma non giunse a creare intorno a sè una schiera di intelligenti interpreti e seguaci, che lavorassero concordi nell'intendimento di elaborarne le idee, arricchirne la scienza pedagogica, incarnarle nella privata e pubblica educazione. In nessuna parte d'Europa sorse un istituto scolastico, che portasse l'impronta del sistema educativo dell'autore; e la scienza dell'istruire e dell'educare non ne uscì rigenerata in veruna sua parte. E se ne intende agevolmente il perchè. Molte e splendide verità, nè tutte nuove ed originali, giacciono qua e là disseminate nel suo libro, ma il principio supremo, che tutto lo domina, è una enorme contraddizione, una stranissima utopia; e le contraddizioni, le utopie non discenderanno mai nel campo dei fatti. Egli volle ritrarci nel suo *Emilio* l'ideale tipico dell'educando, mentre non ci porse che una figura tutta fantastica, la quale non piglierà mai corpo e vita nel mondo della realtà. Se l'idea originale di lui giungesse a dominare la pubblica educazione, la società cadrebbe disfatta e l'umanità sarebbe cacciata a vivere dispersa fra le selve.

Il Compayrè nella sua *Histoire critique des doctrines de l'éducation en France* trasmoda fuor di ragione nel giudicare l'influenza esercitata dall'autore dell'*Emilio* nel dominio della scienza pedagogica. Basti il dire che egli scorge le traccie di questa influenza in tutti quegli scrittori di educazione, che ci-

tano in qualche modo una sentenza qualsiasi di Rousseau, e giunge perfino ad annoverare fra i suoi discepoli Emanuele Kant. Che il filosofo di Koenisberg abbia letto l'*Emilio* con avidità ed interesse, come già lo aveva letto con certo qual entusiasmo il Pestalozzi, s'intende da sè, segnatamente se si ha riguardo all'attrattiva irresistibile dello stile, con cui è dettato; ma che quella lettura abbia fatto di lui un discepolo di Rousseau, è questa una asserzione insussistente, che il Compayrè invano si argomenta di confermare adducendo alcuni passi del trattatello di *Pedagogia* del filosofo tedesco. Se egli avesse davvero dimostrato, che Kant ha seguito la dottrina pedagogica dello scrittore ginevrino almeno ne' suoi principii sostanziali, allora avrebbe avuto ragione di proclamarlo discepolo di Rousseau; ma la cosa corre ben altrimenti. Infatti insegna l'autore dell'*Emilio*, che il fanciullo va educato per se stesso, e non per la società, la quale è contro natura; che va cresciuto in una libertà assoluta, sciolta da ogni vincolo di obbedienza; che si tenga in un'assoluta ignoranza intorno a Dio ed alla religione insino a che sia uscito di puerizia: questi sono i punti sostanziali ed originali della sua dottrina. Per lo contrario Kant insegna, che bisogna formare i fanciulli anche per la società, e biasima Rousseau, che proclama ed esalta la nativa rozzezza delle nazioni; che l'alunno va cresciuto libero ed obbediente ad un tempo, sicchè al carattere di lui appartiene sopratutto l'obbedienza; che assai per tempo e sino dagli anni primi vanno date alcune nozioni di religione, e che " il fanciullo deve imparare a sentire una venerazione davanti a Dio come davanti il Signore della vita e di tutto il mondo ". Quanto ai pensieri, in cui ambidue convengono fra di loro, essi non sono originali e siffattamente proprii di Rousseau, che gli possano valere il titolo di maestro, bensì trattasi generalmente di sentenze, che o furono già professate da altri scrittori, o discendono a filo di logica dal sistema filosofico di Kant.

Ben altra fu l'influenza esercitata da Enrico Pestalozzi nel campo dell'educazione e della sua scienza. Poichè a lui sopravisse la sua idea pedagogica e passò ad informare di se medesima innumerevoli scuole, che sorsero in Svizzera, in Germania, in Francia, attestando la sua fecondità e potenza. La dottrina di lui conta numerosi e chiari ingegni, che la discussero, la in-

terpretarono, la propagarono con ardore ed illuminato intendimento, ed è memorabile la discussione fatta sul suo metodo intuitivo all'Esposizione universale di Parigi del 1878. A dire il vero, il Pestalozzi aveva bensì intuito il supremo principio pedagogico, lo andava sempre meditando e ne aveva coscienza; ma quel principio rimase ne' numerosi suoi scritti vago, indefinito e pressochè allo stato informe di germe. Occorreva una mente, che esplicandone il contenuto lo traducesse in forma di un sistema rigoroso e logico, ne cercasse il fondamento razionale e ne mostrasse l'intrinseca fecondità applicandolo a tutte le parti dell'educazione umana. Questo còmpito venne maestrevolmente adempiuto dal suo più illustre discepolo ed ammiratore il barone Roggero de Guimps, che dall'età di sei anni prese a frequentare l'istituto pestalozziano di Yverdun, e seguendo passo passo col pensiero il successivo esplicarsi dell'idea pedagogica del suo maestro, ne pubblicava or son pochi anni la storia. Già nel 1860 usciva alla luce a Parigi la sua opera: *La philosophie et la pratique de l'éducation,* nella quale egli ricerca il principio fondamentale dell'educazione in quella legge suprema, che presiede allo sviluppo naturale dell'uomo; ma mentre questa legge naturale era stata pel Pestalozzi una vaga e mera intuizione, egli si studiò di dimostrarne la verità deducendola da una paziente ed esatta osservazione de'fatti. Lo studio del successivo sviluppo fisico, intellettuale e morale dell'uomo lo condusse a riporre la legge suprema e quindi il principio fondamentale dell'educazione nell'organismo de' tre poteri, che costituiscono la natura umana, cioè il corpo, lo spirito od intelligenza, il cuore, poteri differenti l'uno dall'altro nella loro natura e nelle loro manifestazioni, ma armonicamente congiunti in un solo tutto organico. Nella prima parte della sua opera egli dimostra, che lo sviluppo dell'uomo fisico, intellettuale e morale è governato dalla legge dell'organismo; nella seconda parte applica questa legge, principio fondamentale pedagogico, a tutte le parti dell'educazione umana, formolandola in questi termini:

1. L'organismo si appropria quel tanto e non più, che gli è stato assimilato mediante un lavoro de'suoi organi.

2. L'organo si accresce e si fortifica mediante l'esercizio ed in ragione della sua attività, scema e si affievolisce nella inazione.

3. L'azione di un organo contribuisce più o meno al progresso degli altri organi ed allo sviluppo dell'intiero organismo.

4. Ogni progresso compiuto dall'organismo divien causa e mezzo di un nuovo progresso.

5. Questi progressi formano un intreccio continuato, i cui gradi sono insensibili, e che non comporta nè salto, nè lacuna.

6. Lo sviluppo dell'organismo non si arresta mai del tutto ad un tempo determinato; dove non evvi più progresso, là vi ha decadenza.

I diversi articoli di questa legge costituiscono i principii universali ed immutabili più essenziali della scienza pedagogica, e sono applicabili sia all'educazione in generale, sia alle singole sue parti.

Io convengo coll'autore nel riguardare l'educazione siccome essenzialmente organica nel senso, che lo sviluppo educativo del fanciullo deve germogliare da quel principio attivo, che sta dentro di lui e che per virtù sua si espande al di fuori continuo, progressivo, distinto nelle sue parti, armonico ed uno nel suo insieme. Ma, se io ben veggo, parmi che il concetto di organismo sia troppo astratto e generico tanto da abbracciare non l'uomo soltanto, ma tutti i viventi anche irragionevoli, e che superiore ad esso avvene un altro più elevato e più comprensivo ad un tempo, il quale esprime tutta e sola la natura umana, voglio dire il concetto di persona. Poichè chi dice organismo senza più, afferma bensì un vivente, che si svolge per sua virtù interiore, ma non distingue ancora se il suo sviluppo sia cieco o consapevole, fatale o libero. Per contro la persona umana possiede e comprende nell'unità del suo Io un corpo, che si muove ed opera, uno spirito, che pensa e conosce, un cuore, che sente e vuole, e tutti e tre li sviluppa scientemente e liberamente e concepisce Dio, siccome essere personale infinito, e quindi siccome l'eterno ideale, dove va a mettere capo lo sviluppo indefinito di tutta la sua vita.

D'un palimpsesto Ambrosiano contenente i Salmi esapli e di un'antica versione latina del commentario perduto di Teodoro di Mopsuestia al Salterio.

Nota del sac. GIOVANNI MERCATI
Dottore della Biblioteca Ambrosiana.

I.

Tra le innumerevoli opere di Origene la più laboriosa, la più solida, la più opportuna ed utile fu senza dubbio la collezione del testo originale e delle antiche versioni greche del Vecchio Testamento conosciuta sotto il nome di *Esaple.* Essa rispondeva ad un bisogno reale dei dotti cristiani, che si trovavano nella disagiata condizione di avere la massima parte dei loro libri sacri originariamente scritta in una lingua ignorata da quasi tutti. La versione attribuita ai LXX, di sommo valore critico senza dubbio, ma insieme non immune da difetti d'interpretazione nè pochi nè lievi, e riproduzione d'un testo alquanto diverso dall'ebraico allora corrente, non era in grado di soddisfare pienamente a tutti i bisogni dell'esegesi e della polemica specialmente contro i Giudei, i quali più d'una volta, eccependo contro i passi recati o come non esistenti nell'originale o come malamente tradotti, mettevano in serio imbarazzo chi non poteva di per sè verificare in fonte ed era ridotto o ad una risposta evasiva o a sospettare alterati di proposito i testi ebraici, là dove realmente non lo erano.

Origene ben vide l'inconveniente, e, per ripararvi e fornire a se stesso ed a tutti una base sicura ed un aiuto potente d'interpretazione, concepì ed eseguì uno dei più grandiosi ed allora specialmente difficili disegni, che non aveva precedenti nell'antichità. Anzi tutto per rendere accessibile alla comune il testo originale del V. T., che tra i cristiani doveva allora essere raro

anzi che no, lo inserì al primo luogo nella sua collezione, e ne divise e distribuì quasi in altrettante linee le sue parole, facilitando i riscontri, di cui diremo tosto, ed anche la lettura scabrosa ai meno pratici per la continuità della scrittura. Immediatamente appresso trascrisse le stesse parole ebraiche in lettere greche, insegnando agli antichi la lettura dell'ebraico ed ai moderni la pronuncia usata dai Giudei d'allora, alquanto diversa dall'attuale. Affinchè poi potessero tutti agevolmente conoscere il vero valore tanto delle singole parole quanto dell'intero costrutto, e rilevare a colpo d'occhio le aggiunte e le lacune e le inversioni del testo usitato nella Chiesa rispetto all'Ebraico, egli dispose di fronte alle singole parole ebraiche le diverse versioni in greco fattene da uomini delle più diverse confessioni religiose e pratici del testo originale.

Dell'intera Bibbia ebraica quattro versioni esistevano, l'Alessandrina, quella d'Aquila, di Simmaco e di Teodozione: per alcuni libri inoltre una quinta, una sesta e perfino una settima, anonime, di cui due furono scoperte da Origene stesso. Figurarsi la mole di queste Esaple, in cui il V. T. era costantemente ripetuto 6 volte almeno, e talvolta 7, 8 e sino 9 volte!

Aggiungasi, che Origene l'aveva arricchita di prolegomeni e di scolii, per non dire degli obeli e degli asterischi, coi quali s'ingegnò di rendere anche più visibili le singole parole e particelle crescenti o mancanti nei LXX rispetto all'Ebraico, se pure questa operazione non fu ristretta alle Tetraple od al testo dei LXX estratto dall'una delle due collezioni mentovate, secondo che altri ha voluto (1).

La complessa e sterminata opera, così ingegnosamente architettata e pazientemente ed abilmente eseguita, per la somma

---

(1) E veramente distribuito il testo, come lo è nel palimpsesto Ambrosiano delle Esaple, non rimane più tanto necessaria questa aggiunta d'obeli e di asterischi. — Per quanto riguarda l'Esaple, cfr. i prolegomeni del Field, *Origenis Hexapla quae supersunt,* I (1875), iv-ci, che sono ancora quanto di meglio è stato scritto in proposito. Avvertiamo solo, che il primo raccoglitore dei frammenti esaplari non è stato P. Morin (ib., p. iv), ma il famoso Giovanni Driesch o Drusius belga, *in Psalmos Davidis vett. Interpretum Quae extant fragmenta. Antuerpiae ex officina Christophori Plantini,* m.d.lxxxi., di cui è copia nella biblioteca Ambrosiana.

utilità, anzi indispensabilità sua rimasta unica nel genere (1), e per l'immunità dagli errori, che resero odiate altre opere di Origene, avrebbe dovuto secondo ogni apparenza essere l'ultima a perire: ma purtroppo non fu così.

Accolte a braccia aperte ed usitatissime perfino nel centro più ostile ad Origene, Antiochia, le Esaple erano destinate a perire per la loro stessa mole. Si fanno salire a 50 i volumi, in cui quest'opera doveva essere distribuita, e si dubita eziandio, se sia stata ricopiata per intero anche una sola volta (2). Origene stesso (o prima o poi, questo non c'interessa al presente) ne diede il meglio in una collezione più accessibile — le *Tetraple*, ora anch'esse perdute —, dove furono riprodotte solo le 4 versioni celebri. Indi si fu paghi d'estrarre dalle Esaple o dalle Tetraple il solo testo dei LXX, detto per ciò esaplare, cogli asterischi e cogli obeli (a poco a poco naturalmente spostatisi), e di aggiungere in margine lezioni scelte dagli altri interpreti; infine si arrivò a fare altrettanto sopra testi punto esaplari come quello del Marchaliano, secondo che dimostrò il Ceriani.

Così i compendii a poco a poco soppiantarono l'opera, e questa per vicende ignote finì miseramente per perdersi, e insieme con essa perirono 6 o 7 versioni greche anteriori al sec. III di tutto o parte del V. T., una copia di un codice ebraico del sec. III almeno, ed un vivo testimonio della pronuncia dell'ebraico in quel torno. È escluso, s'intende, il Daniele di Teodozione.

Quando ciò avvenisse, non è definito. Recentemente si asserì, che l'Esaple fino dalla metà del sec. IV erano perite colla

---

(1) È significantissimo il passo di Leonzio Neap., *Vit. S. Symeonis*, c. 40, *Patrol. Gr.*, XCIII, 1720 A, dove riferisce di due monaci emeseni del pari convinti dell'eresia d'Origene, che disputavano, se questi avesse o no colle sole forze naturali potuto comporre tanti bei scritti, specialmente l'Esaple, accettate fino ad oggi (quindi alla 2ª metà del sec. VI almeno) come necessarie dalla Chiesa cattolica .....τοῦ δὲ πάλιν ἀντιλέγοντος, ὅτι οὐ δύναταί τις λαλῆσαι ἐκ φυσικοῦ πλεονεκτήματος λόγους, οὓς ἐξέθετο, μάλιστα τοὺς τῶν Ἑξαπλῶν αὐτοῦ· διὸ καὶ μέχρι σήμερον δέχεται αὐτὰ ὡς ἀναγκαῖα ἡ καθολικὴ Ἐκκλησία. Il passo è da aggiungere all'*Ueberlieferungsgesch.* etc., p. 342, che siamo per citare.

(2) Field, p. xcix.

biblioteca di Origene e di Pamfilo (1): nè si ritrattò questo errore, quando si ammise poi come verisimile, che la biblioteca danneggiata alla metà del IV durasse ancora al VI secolo (2). L'asserzione avrebbe meritato una severa disamina, in quanto che veniva a ridurre a testimonii di seconda e terza mano per i frammenti esaplari tutti i commentatori e compilatori di catene da Eusebio in poi, compreso Girolamo, che pure formalmente attesta d'averle adoperate e copiate: in altre parole, veniva a presentare quali residui esaplari tutto e solo quanto ne citò Eusebio o ne apposero Pamfilo e lo stesso Eusebio al margine di qualche mss. dei LXX uscito dall'officina libraria di Cesarea.

Felicemente però nel frattempo a risparmiare il penoso e lungo esame si presentavano i salmi Esapli. La biblioteca Ambrosiana, dai cui tesori negli ultimi decenni il Ceriani oltre molte altre rarità traeva per i nostri studii la Siro-Esaplare, e donde non ha guari C. Ferrini esumava non poche parti perdute dei Basilici, ora ci ridona in un palimpsesto l'unica serie continua del testo delle Esaple nell'ordine e nello stato originale. Finora tutto quanto restava di esse era frammentario e disgregato, pigliato dal margine di qualche codice o catena biblica, oppure dal testo di qualche commentatore, che di quando in quando credette bene valersene, e nell'uno e nell'altro caso disposti nell'ordine e nella forma sembrata più comoda e concisa, quale certo non era l'originaria. Negli stessi più lunghi frammenti del codice Barberiniano, che in certa maniera conserva le colonne, le lezioni comuni sono date una sola volta sotto le sigle dei singoli traduttori e non già ripetute nella rispettiva colonna, come certamente fu nell'originale (3). Nè è a soffermarsi agli esempi, che si sogliono dare delle Esaple, essendo essi una riproduzione del Barberino ovvero una restituzione più o meno

---

(1) Harnack-Preuschen, *Geschichte d. altchristl. Litteratur bis Eusebius*, I, 340.

(2) Harnack, *Zur Ueberlieferungsgesch. d. altchristl. Litter.*, p. 17 in *Texte u. Untersuch.*, XII, 1. Sulle sorti della Biblioteca aveva già prima nel 1891 accuratamente trattato l'Ehrhardt nel *Römische Quartalschrift*, V, 221-43.

(3) Cfr. il facsimile d'Osea, XI, 2 in Bianchini, *Euangeliarium Quadruplex*, I, 2, p. dxxxii, tab. 1, num. 3.

felice degli editori. Onde i raccoglitori di queste sparse membra, disperati di restituire l'ordine primitivo, si videro costretti a distribuirle in un altro, che è sembrato loro più conveniente ed utile (1).

Del palimpsesto Ambrosiano e del suo contenuto diamo per ora solamente una notizia sommaria, riserbando il resto all'edizione, che colla penosa lentezza di simili lavori si va preparando.

II.

Il codice Ambrosiano O, 39, membranaceo 0,19 × 0,15, di fogli 110, sec. XIII-XIV, contiene nella superiore scrittura " *Ioannis Damasceni versus in ecclesiis graecorum pro temporum varietate cantari solitos* ", come faceva notare a principio l'Olgiati. Il codice era già in biblioteca nel 1603: donde vi fosse portato, è ignoto.

Sotto la nera e grossolana scrittura dell'*Octoëchos*, che conservato in moltissimi manoscritti non ha per noi grande interesse, biondeggia ovunque sebbene più o meno diluita un'elegante minuscola del sec. X: è quella delle Esaple. Il volume primitivo, sciupato per dar luogo ad una delle più comuni collezioni di poesia sacra bizantina, doveva essere a dirittura splendido, come lo sono parecchi altri del sec. X. Di ciascun foglio d'esso si fecero quattro del nuovo manoscritto, ritagliando margini e linee di maniera, che le sue dimensioni non potevano essere inferiori di 0,38 × 0,28. I centodieci fogli pertanto dell'*Octoëchos* ci salvano appena ventisette fogli e mezzo del 1° manoscritto naturalmente più danneggiati, più dispersi e confusi tra loro, che negli altri palimpsesti sfuggiti a simile sezione.

Dal contenuto dei pochi fogli rimasti appare, che il codice primitivo doveva essere voluminoso assai, se anche conteneva metà soltanto del Salterio, come si sa di alcune catene sui salmi divise in due tomi. A principio senza dubbio erano gl'immancabili prolegomeni verisimilmente proporzionati al resto dell'opera (2). Nel corpo poi al primo luogo davasi in altrettante

(1) Field, p. li.
(2) Cfr. sotto § III.

colonnette il testo ebraico in lettere greche, e le versioni di Aquila, Simmaco, dei LXX, e di Teodozione colle varianti delle due ultime tra le linee od al margine. Separato da un piccolo ed elegante fregio a penna seguiva ripetuto in tutta la lunghezza della linea il salmo intero nel testo dei LXX, secondo quale recensione non ho ancora determinato: i singoli versetti sono separati e distinti da uno spazio alquanto maggiore, che non tra parola e parola. Dopo un nuovo fregio veniva un'abbondante catena di passi dei Padri a commento dei singoli versetti o parti di versetti ripetuti una terza volta in rosso e però svaniti più facilmente del resto. Tra i PP. sono recati più di frequente Origene, Eusebio, Didimo e Teodoreto, e poi s. Basilio, s. Giovanni Grisostomo e s. Cirillo.

La mancanza del testo ebraico in lettere ebraiche nelle Esaple, dovuta certamente alla difficoltà somma di trovare uno scriba greco pratico dell'ebraico e all'impossibilità d'una lunghissima trascrizione per chi l'ignorava affatto, potrebbe far dubitare ad alcuno, che noi avessimo di fronte non l'Esaple, sì bene per così dire le Pentaple o un Πενταστέλιδον, come è propriamente detto un codice simile al nostro dallo scoliaste del Marchaliano ad Esa. III, 24 (1). Ma fortunatamente tra le reliquie altrove conservate abbiamo tanto nel conosciutissimo Barberiniano, quanto in altro codice Ambrosiano, di cui più avanti, frammenti di sole cinque colonne tutt'affatto come nel palimpsesto: eppure sono detti espressamente tolti dall'Esaple: ἐκ τῶν Ἑξαπλῶν (2). E naturalmente la cosa doveva finire così. La collezione continuò ad essere chiamata col titolo primitivo anche, quando uno dei sei elementi necessarii per verificarlo fu dovuto lasciare da canto; e fu ben tosto, come appare dal Marchaliano. Nè so se debbasi lamentare molto la mancanza della prima colonna, sia perchè è supplita sufficientemente dalla seconda, che per la sua facilità relativa di trascrizione era molto più sicura dagli abbagli dei copisti, sia perchè nella copia in caratteri

---

(1) Pag. 182 della fototipia. La lezione del codice ἐν τῷ Πεντασελίδῳ è chiarissima, nè è a dubitare col Field della sua giustezza. Si vede benissimo, che lo scoliaste aveva in Esaia un codice esaplare perfettamente come il nostro dei Salmi.

(2) Field, t. II, pp. 957-8; I, p. xi, n. 2: cfr. più avanti, p. 665.

ebraici fatta da uno, che li ignorava affatto, avremmo avuto un rompicapo di gran lunga maggiore, che nelle trascrizioni o piuttosto sfiguramenti di lettere latine fatti da scribi greci ignoranti di latino, e viceversa.

Il palimpsesto non presenta alcun obelo ed asterisco, che tanto abbondano nel Salterio così detto Gallicano di s. Girolamo, riveduto poi da Floro (1). Ma, senza inculcare l'opinione ricordata di sopra ed il fatto, che la disposizione stessa dei testi li rende meno che necessarii, è da notare, che nel Salterio la stessa Siro-Esaplare li pone con troppa parsimonia, a dire del Field che ve li attendeva in maggior copia, e che s. Girolamo ha in questo abbondato di troppo, più che non fece a quanto sembra Origene (2).

I frammenti esaplari dei Salmi restituiti dall'Ambrosiano sono: Salm. XVII (secondo i LXX), 26-48; XXVII, 6-9; XXVIII, 1-3; XXIX intiero; XXX, 1-10, 20-25 (fine); XXXI, 6-11 (fine); XXXIV, 1-2, 13-28 (fine); XXXV, 1-5; XLV intiero; XLVIII, 1-6, 11-15; LXXXVIII, 26-53 (fine). — Se quest'ultimo salmo facesse parte dello stesso tomo che i precedenti, non so dire, non avendo finora ritrovata alcuna traccia della numerazione dei quaderni.

I frammenti, benchè pochi relativamente al testo perduto, sono d'un valore incalcolabile fornendoci la pietra di paragone per tutti gli espilatori delle Esaple, ai quali unicamente dovevamo finora affidarci. Là dove avevamo appena qualche inciso, ora si hanno dei tratti continui: e si sa quanto infinitamente

---

(1) V. la sua lettera a S. Eldrado abbate della Novalesa in Mai, *Scriptt. Vett. Nova Coll.*, t. III, 2, pp. 252-5, da non perdere mai di vista nella storia del Salterio Gallicano. I versi, che colla lettera accompagnavano il salterio riveduto, nel nostro correttissimo esemplare Ambrosiano F, 36 sup., sec. XV, sfuggito all'ultimo editore, MG., *Poetae Latini Medii Aevi*, t. II, pp. 549-50, sono detti essere *scripti in fine antiquissimi Psalterii Taurini in ecclesia s. Andreae*, f.° ult. r°. Sarebbe questo Salterio di S. Andrea stato della Novalesa pur esso? e lo stesso inviato da Floro ovvero una copia? Dove è ora? Speriamo, che lo rintracci l'infaticabile ricercatore di tutte le cose novaliciensi, il chiar.mo Cipolla. — La corrispondenza di Floro ed Eldrado era pure nella parte perduta del *Chronicon Novaliciense*, l. IV, capp. 4-6: cfr. l'indice in MG., *Scriptores*, t. VII, p. 407.

(2) Field, p. lxii.

più facili sono le corruzioni in frammenti staccati, che frammisti ad elementi eterogenei ci ha per molteplici rigiri portato il languido corso di una tradizione indiretta. Ancora abbiamo fortunatamente questi lunghi tratti dei singoli interpreti ben distinti tra loro in alcuni salmi, per i quali il Crisostomo ci forniva abbondanti lezioni senza sigle d'interpreti in quasi tutti i codici, oppure colle sigle (del resto facilmente alterabili) al margine, senza che risultasse chiaramente a quale delle varie lezioni si riferivano (1). Coi nuovi passi si tolgono questi dubbi nelle parti comuni, e s'impara a risolverli anche nelle parti non comuni.

E siamo lieti di poter assicurare fin d'ora, che la tradizione indiretta del Salterio esaplare è di gran lunga migliore, che non si credeva. Meravigliosa è l'esattezza del codice più abbondante di frammenti, ossia il 264 d'Holmes-Parsons, l'Ottoboniano 398 del sec. X. Inoltre, assicurata omai la conservazione del testo fino al sec. XIII almeno, a cui tutt'al più risale la seconda scrittura dell'Octoëchos, diventa probabile, che anche i più tardivi ma diligenti commentatori della S. Scrittura, come ad esempio Teofilatto ed Eutimio Zigabeno, siano testimonii di prima mano, almeno relativamente alla parte delle Esaple senza dubbio conservata ancora al loro tempo.

Oramai s'impone la ricerca dell'attendibilità dei singoli testimonii delle lezioni esaplari, ricerca che necessariamente doveva premettersi dagli editori delle Esaple, eppure non fu mai nemmeno cominciata sul serio. Forse che ci possono acquietare farraginose e confuse citazioni di manoscritti in minima parte e superficialmente spogliati, quando non se ne conosce non che le famiglie, nemmeno il contenuto? in altri termini, quando s'ignora, se gli scolii contenenti lezioni esaplari e quasi mai riprodotti nelle stampe siano o no estratti d'autori conosciuti, uniti ai quali contano per uno; e s'ignora, se questi stessi autori da ultimo si riducano direttamente all'Esaple o solo mediante le citazioni d'Eusebio o d'Origene?

I punti oscuri non si potranno forse dilucidare tutti, nemmeno coll'aiuto dei nuovi frammenti e coll'inevitabile studio

---

(1) Di questi codici, di cui abbiamo intrapresa una speciale ricerca, parleremo a suo tempo.

comparativo di tutte le famiglie delle catene superstiti; ma moltissimo senza dubbio si otterrà. E durante la ricerca, come si presenteranno con sorpresa certi fatti finora non sospettati, — ad esempio, che certe lezioni attribuite alla quinta ed alla sesta edizione paiono dal nostro palimpsesto essere nient'altro, che lezioni di Teodozione occupanti in un Πενταστέλιδον la 5ª colonna o le varianti marginali (6ª colonna) o interlineari dei LXX e di Teodozione —; così chi sa che non possano ritrovarsi, usando maggiore attenzione ai palimpsesti, novelle parti del codice perduto o di altri consimili, che vedremo esistiti dopo il sec. X? La speranza arride sempre, ma nel caso nostro non senza motivo. Ancora al sec. XVI troviamo segnalati nella biblioteca di Costantino Varino a Costantinopoli i due codici certo non palimpsesti:

Symmachi Hebraei *Interpretatio in Psalterium David.*
Eiusdem *Interpretatio in omnia volumina Veteris divinae* [*Scripturae* (1).

Forse il compilatore qui pigliava un grave abbaglio, ma forse anche leggeva e registrava giusto. Oh Dio lo volesse e ci rendesse i preziosi manoscritti!

III.

Già prima che nel cod. O, 39, avevo trovato nel cod. Ambrosiano B, 106 superiore, dell'a. 966-967 (2), una testimonianza abbastanza sicura dell'esistenza di un Salterio esaplare colle 5 colonne almeno, come nel palimpsesto. La riferiamo qui, perchè prima di tutto è certo, che essa si riporta a codice esaplare formalmente detto antichissimo ὑπεράγαν ἀρχαίῳ, e però preziosissimo e diverso dal nostro; poi perchè vi si conserva il titolo perduto del Salterio esaplare, e perchè dimostra che parti proemiali tuttora correnti hanno appartenuto ai prolegomeni delle Esaple; ed infine perchè attestano formalmente, quale larghissimo

(1) Cod. Ambros. O, 245, f. 6. M'è inaccessibile l'edizione dei cataloghi delle biblioteche constantinopolitane curata dal Förster.

(2) V. A. Ceriani nella *Palaeographical Society*, t. I, plat. 52.

uso, per non dire plagio, siasi fatto da tutti dell'opera monumentale d'Origene.

Le note sono d'una scrittura posteriore, fitta, compendiosissima ed irregolare quanto mai, d'un dotto senza dubbio. È difficile determinarne più d'appresso l'età, ma oltre il sec. XII non può discendere. Una tavola pasquale, che si restringe tra gli spazii lasciati vuoti dalle note per rispettarle, e che è d'una scrittura manifestamente assai posteriore rispetto a quella d'esse, è dell'a. 1223-4 (f. 7).

Il primo estratto è così introdotto: Εὗρον ἐν βιβλίῳ ἔχοντι τὰ Ἑξαπλᾶ Ὠριγένους εἰς τοὺς Ψαλμοὺς τάδε κατὰ λέξιν · Ἐγὼ μὲν ᾤμην — Ἰωσίας ὄνομα αὐτῷ. È nel t. II, p. 514-5 dell'edizione Maurina e nella *Patrologia greca* t. XII, col. 1056 B-1057. — Segue immediatamente (f. 7) il passo importantissimo intorno al διάψαλμα con simile introduzione, dove di più è per fortuna indicata la somma antichità del codice adoperato dall'anonimo: Γρά(φεται) καὶ τοῦτο ἐκ τοῦ ὑπεράγαν(1) ἀρχ(αίου βι)βλίου τοῦ Ἑξαπλοῦ ὑπὸ Ὠριγ(ένουσ λε)γόμενον · Πολλάκις ζητή(σας) — ἐπιστήσεις = *Opp.* t. II, p. 515-6; *P. Gr.* t. XII, coll. 1057 C-1060 C. Qui, come poi, suppliamo le lettere tagliate col margine oppure rose colla pergamena.

Al f. 7′ succede uno scolio, più grossolanamente scritto, ma della stessa mano, sembra, divenuta più pesante e meno sicura, si direbbe d'un vecchio (2). Ἰστέον, ὡς (ἐ)ν τοῖς ὑπὸ Ὠρι-

---

(1) Parola di lettura difficilissima. ὑπερ è nella nota tachigrafica del cod. Regio 1886, del sec. X, riprodotta dal Montfaucon e dal Lehmann, *Die tachygraph. Abkürzungen d. griech. Handschriften*, p. 88, e *Taf.* 9, § 48, n. 1. ἀγ(αν) a prima vista sembrerebbe un μγ o un αϛ: ma a quella lettura si oppone la forma abituale del μ, mentre l'α superiormente aperto ricorre altrove, ed a questa la brevità dell'asta orizzontale, che comincia esattamente sul prolungamento superiore della verticale (Γ = Γ). La lettura quindi è certa, e mi si perdonerà, se per l'importanza somma della lezione e per la rarità dell'abbreviazione ho dovuto soffermarmi su di essa. Con ciò resta escluso per αρχ il supplemento ετύπου (ἀρχετύπου), al quale aveva prima pensato, e diventa necessaria la lezione ἀρχαίου. — Nell'edizione daremo una fotografia di questa pagina del codice.

(2) Precede una croce, dal cui centro pende un cerchio, che viene ad essere attraversato per diametro dal piede d'essa. Probabilissimamente non è che una semplice croce, colla quale si trova cominciare molti atti: non

γένουσ (ἐ)κτεθειμένοις Ἑξα(π)λοῖς οὕτως εὕρο(μ)εν καὶ ἐμάθομεν (ἐ)πιγεγράφθαι τὴν (βίβλον) τῶν ψαλμῶν ἑβραϊ(στὶ) σεφρ. ὅπερ ἐστὶ βίβλος · ἀντὶ δὲ τοῦ ψαλμῶν ἔκειτο καὶ ἐγέγραπτο ἀθελλίμ. οὕτω δὲ ἐτέτακτο ἡ γραφὴ τῶν λεγομένων·

∴(1) σεφρ · βίβλος · βίβλος · βίβλος · βίβλος (2)·
αθελλιμ · ψαλμῶν · ψαλμῶν · ψαλμοῦ (3) · ψαλμῶν ·

τουτέστιν ὅτι οἱ ἐξελλην(ίσ)αντες τὸ σέφρ· ἀθελλίμ (4), πάντες οὕτως ἡρμηνεύσ(αντο).....κον (5), βίβλος ψαλμῶν, καὶ οὔτε τοῦ Δαυεὶδ οὔτε τῷ Δαυείδ.

L'anonimo parla proprio *de visu*, e riferendo il titolo preciso dei salmi secondo tutti gli interpreti dice formalmente, che così si trovava ed era disposto nelle Esaple, e certo lo riferisce, quale appare doveva essere nel palimpsesto Ambrosiano. In quelle due linee si può avere una mostra della disposizione delle Esaple (6).

È rilevante l'ultima osservazione, che nel titolo non era il nome di Davidde: la fa anche Origene in un frammento pubblicato dal Pitra, *l. c.*: ὄνομα δὲ (Δαυεὶδ) ἐν τῇ ἐπιγραφῇ τοῦ βιβλίου οὐ κεῖται ἐνταῦθα.

Al f. 18′ ricompare la stessa mano per dichiarare, che un passo intorno al διάψαλμα dato nel testo sotto il nome d'Eusebio non è che un frammento dei prolegomeni di Origene all'Esaple (quale lo è diffatti: πολλάκις ζητήσασ — ἔταξαν τὸ διάψαλμα,

---

ripugnerebbe però, che fosse anche una sigla del nome d'Origene, benchè, a dir vero, nei manoscritti non ne abbia finora trovato un'eguale.

(1) Questi punti sarebbero mai stati posti in vece delle lettere ebraiche non sapute trascrivere?

(2) ι supplito sopra la linea.

(3) Così secondo il compendio di scrittura: ma forse il segno dell'ων fu omesso per isbaglio dal copista.

(4) Pitra, *Analecta Sacra*, t. II, p. 428, legge σεφρὰ θελείμ.

(5) κον(κ') è certo: sembra preceda immediatamente un ι e prima ancora un μ. La pergamena, già rinforzata con una striscia di pergamena incollatavi sopra, è lacera. La parola scomparsa, che sembra terminasse in μικὸν, doveva significare a un dipresso, *propriamente*, *concordemente*, o *semplicemente*. Non oso proporre una congettura, non parendomi correre γνωμικὸν, νομικὸν e simili.

(6) Più ampio esempio v. in Ceriani, " Rendiconti dell'Istituto Lombardo ", serie II, t. XXIX, pp. 406-8.

P. Gr. t. XII, col. 1057 C D), già dall'anonimo stesso copiato al f. 7. La nota risponde alla verità, ora da tutti riconosciuta fino al punto da accusare Eusebio di plagio (1), che Origene fu la gran miniera di quasi tutti i commentatori venuti dopo. L'anonimo, che aveva in mano non dei soli frammenti come noi, se ne potè accorgere meglio di noi. Ecco il passo: Τὰ ἐνταῦθα, ὡς παρὰ τοῦ Εὐσεβίου λεγόμενα, οὐ τοῦ Εὐσεβίου εἰσὶν ἀλλ' Ὠριγένουσ, οὗ τοῖς συγγράμμασιν ἐπιμελέστατα προσέσχεν Εὐσέβιός τε καὶ οἱ πρὸ Εὐσεβίου καὶ μετ' Εὐσέβιον φιλολόγοι τε καὶ περὶ τὰς ἁγίας γραφὰς φιλόπονοι, καὶ ἡμεῖς εὑρόντες ἐν τῷ Ἑξαπλῷ τῷ εἰς τοὺς Ψαλμοὺς πεπονημένῳ τῷ καὶ Ἀδαμαντίῳ λεγομένῳ Ὠριγένει μετεγράψαμεν ὡς Ὠριγένους τοῦ τοθ' (2) οὕτω καὶ ζητήσαντος καὶ εἰπόντος καὶ γράψαντος τοῦ ζητηθέντος τὴν εὕρεσιν.

Questo anonimo pur troppo termina i suoi estratti con quei pochi, che egli fornisce al salmo XXXX, senza indicare donde gli ha presi, in buona parte inediti, e che qui si dànno occasionalmente, affinchè si confermi ciò, di cui, tutto considerato, non ci pare esser dubbio; che cioè le note date sopra non sono una trascrizione di note apposte ad altro codice, ma estratti direttamente fatti dal dotto anonimo sopra un codice, antichissimo a suo dire, del Salterio esaplo. Del resto, se per improbabile questo anche non fosse, perirebbe una testimonianza or non più necessaria dell'esistenza del Salterio esaplare dopo il sec. X, ma tutto il rimanente conserva il suo sommo pregio intrinseco, che non fa d'uopo nè qui è tempo di rilevare d'avvantaggio.

f. 78 Ὠριγένους εἰς τὸ 'μακάριος ὁ συνιών'. ὁ συνιὼν ἐπὶ πτωχὸν καὶ πένητα (3) πάντωσ τὴν θλῖψιν τοῦ πτωχοῦ καὶ πένητος ἤτοι τὴν α(ὐτοῦ?) (4) πενίαν καὶ πτωχείαν περὶ τὰ βιωτικὰ ἢ τὴν σοφίασ καὶ γνώσεως καὶ ἀρετῆς καὶ τοῦ ἀληθοῦς ἀγαθοῦ ἐννοῶν καὶ καταλαμβάνων ἔλ(εος?). μακάριστός ἐστιν οὐχ ὁ πτωχὸς μόνον τὴν κοινὴν πτωχείαν (5) ἐν τῇ παλαιᾷ γραφῇ καὶ τῷ σεπτῷ εὐαγγελίῳ, καὶ ἀλλὰ καὶ ὁ ἐπ' αὐ(τὸν) συνιὼν καὶ διὰ

---

(1) Pitra, *Anal. S.*, III, 365 sgg.

(2) Così ci pare vada letto. La scrittura però non è del tutto chiara.

(3) *Psalm.*, XL, 2.

(4) Supplemento incertissimo: pare segua un ῥ, onde si potrebbe pensare ad ἀρρωστίαν.

(5) Cfr. *Patrol. Graec.*, XII, 1412, D, dove c'è appena qualche parola.

τὸ συνιεῖν ἐλεῶν αὐτὸν καὶ κατὰ δύναμιν ὠφελῶν. τίς δ' ἂν εἴη μᾶλλον μακάριος ἢ ὁ πτῶχ(ὸσ) δι... τ... σ... ω... καὶ αγ(?)... έω... ἀνα... ὁμο... τὰ εἰς (πτω)χοὺς καὶ π(ένητας) γινό(μενα) (1).

Ὠριγένουσ (2). 'ἐν ἡμέρᾳ πονηρᾷ', ἤτοι ὡσ μιᾷ ἡμέρᾳ οὔσῃ πονηρᾷ ὅλῃ τῇ τοῦ ἐνεστῶτος αἰῶνος ἢ τῇ (3) τῆς κρίσεως. ἐστὶ γὰρ αὕτη σκότος (4) καὶ οὐ φῶς κατὰ τὸν προφήτην. καὶ ὁ Ἀπόστολός φησιν· 'ὅτι αἱ ἡμέραι πονηραί εἰσι'· καὶ ἐν τῇ πρὸς Γαλάτας (5)· 'ὅπωσ ἐξέληται ἡμᾶς ἐκ τοῦ ἐνεστῶτος αἰῶνος πονηροῦ'· καὶ ὁ Ἰακώβ· μικραὶ καὶ πονηραὶ αἱ ἡμέραι μου ἐπὶ τῆς γῆσ'. (6).

Εἰς τὸ 'καὶ μακαρίσαι αὐτὸν ἐν τῇ γῇ' φησὶν Ὠριγένης· τὸ ἔτι ὄντα ἐν τῇ σαρκὶ μακαρίζεσθαι παράδοξον καὶ μέγα, ὅπερ συμβαίνει τοῖς συνιοῦσιν ἐπὶ πτωχὸν καὶ πένητα.

Εἰς τὸ 'ἔστρεφε ἐν τῇ ἀρρωστίᾳ αὐτοῦ'· ὡσ πάντωσ ἐν (τῇ?) ἀρρωστίᾳ ποτὲ γενομένου τοῦ νῦν μακαριζομένου, ταῦται λέγεται· πάντως (7) γὰρ ἐν κακίᾳ ποτέ εἰσιν.

Lo scolio a f° 99′, sul salm. LVII, 8, pure attribuito ad Origene nè ricorrente a detto luogo nell'edizione, ci sembra di mano affatto diversa. Per ogni riguardo lo diamo anch'esso, come brevissimo:

Ὠριγένουσ. τὸ θεῖον γὰρ πῦρ διττὴν ἔχον τὴν δύναμιν φωτιστικήν τε καὶ καυστικήν, ὡσ ἥλιον μὲν κατὰ τὸ φωτιστικὸν οὐκ ἐγνώρισαν, ὡς πῦρ δέ κατὰ τὸ καυστικόν.

IV.

I nuovi frammenti esaplari necessariamente ci riportarono ai commenti patristici del Salterio contenenti lezioni esaplari, e specialmente a quelli usciti alla luce dopo l'edizione ultima del Field. Accenno ai *Commentarioli* di s. Girolamo editi non ha guari dal chiarissimo d. Morin (8) ed al commentario contenuto

(1) Essendo stato tagliato il margine, molte lettere sono scomparse.

(2) ἤτοι ὡσ μιᾷ — πονηροῦ anche il Migne, ib. colle varianti seguenti.

(3) om. M.

(4) τοῖς ἁμαρτωλοῖς aggiunge M.

(5) (ἐν — Γαλ.) πάλιν M. Cfr. Amos, V, 18, 20: *Ephes.*, V, 16: *Gal.*, I, 4.

(6) *Genes.*, XLVII, 9, con parecchie omissioni notate altrove da Holmes, meno l'aggiunta ἐπὶ τῆς γῆς, che ivi non è attestata da alcuno.

(7) Così nel codice: corr. πάντες?

(8) *Anecdota Maredsolana*, III, 1 (1895).

nel celebre codice Irlandese C, 301 inf. dell'Ambrosiana edito dall'Ascoli colla cura e competenza d'un maestro consummato (1).

Se il confronto dei due commenti, che per essere corsi entrambi sotto il nome di Girolamo doveva premettersi ad una franca attribuzione dei *Commentarioli* al Santo, esclude qualunque communione e competizione tra di loro; l'esame interno del lungo commentario ambrosiano mostra affatto erroneo il titolo *Hyeronimi presbiteri expositio super Psalterium* etc. prefisso solamente nel sec. XV da colui, che numerò il codice e ne indicò il contenuto (2), e manifestamente ne svela il vero autore. In una parola: il commentario di Teodoro Mopsuesteno ai Salmi, di cui finora erano noti soltanto pochi frammenti greci (3) e siriaci, ci sta dinanzi per buona parte in un'eccellente versione latina del sec. V.

Che il commentario edito dall'Ascoli non fosse punto una catena od una compilazione volgare, ma bensì l'opera originale di un autore unico e singolarissimo, di sentimenti assai liberi, anzi eterodossi, acuto ed accuratissimo nella esposizione storica e letterale del testo, aborrente non solo dall'allegorismo degli Alessandrini, ma anche da parecchie interpretazioni communi nella Chiesa, bastava a mostrarlo una semplice lettura. — Che poi questo commentatore sia Teodoro di Mospuestia, evidentemente lo mostrano (pur tacendo dei frequenti raffronti fra i testi biblici, siro, ebraico e greco, che non tutti ricorrono nella grande miniera dei Latini, Girolamo) la dottrina ivi apertamente professata *a*) sulla persona del Cristo, *b*) sulla messianità di soli pochi salmi [4], *c*) sui salmi Maccabaici (4) ed altrettali

---

(1) " Archivio Glottolog. ital. „, t. V, pp. XVI, 649, ed anche a parte, Torino, 1878-1889.

(2) Uguale al n. 89 del Catalogo dell'a. 1461 in Peyron, *M. T. Cicer. Oration.* (1824), pp. 26, 188-90: Reifferscheid, *Biblioth. Lat. PP. Ital.*, II, 43.

(3) L'errore dell'Allacci, che in un codice vaticano esistesse l'intero commentario greco di Teodoro, fu già corretto dal Mai, *Script. Vett. Nova Collect.*, t. I (1ª ediz.), p. XXII. Nè certo esistevano se non dei frammenti all'Escuriale, come appare dall'eccellente catalogo del Colvill, invano cercato dal Graux, e finalmente ritrovato dal Ceriani. Ne parleremo altra volta.

(4) Cfr. Baethgen, *Siebenzehn Makkabäische Psalmen*, in " Zeitschr. f. Alttest. Wiss. „, t. VI, 261-88; VII, 1-60. I salmi sono il 43, 46, 54-59, 61, 68, 73, 78, 79, 82, 107, 108. Solo il 144 nel compendio latino, p. 599, par-

opinioni notorie di Teodoro sopra i sensi dei salmi, ma più che tutto *d*) il riscontrarvisi alla lettera gli stessissimi passi di lui condannati nel *Costituto* di Vigilio cc. 20, 23, 24, 25, e nel V Concilio ecumenico, ed altri frammenti sparsi nelle più disparate catene greche usate dal Barbaro (1), dal Corderio e dal Mai, ed il fondo degli estratti siriaci pubblicati dal Bäthgen (2).

Diamone qualche esempio tolto anzitutto dal *Costituto* e dal Concilio V ecumenico, di cui citiamo la versione antica latina, perchè il confronto sia più istruttivo, e premettiamo il passo greco salvatoci da Leonzio di Bizanzio (3):

---

rebbe riferito al ritorno dalla cattività di Babilonia, anzichè alla vittoria dei Maccabei. Sulle dottrine di Teodoro e sopra il suo sistema d'interpretare la Scrittura Sacra, cfr. Kihn, *Theodor von Mops. u. Junilius Africanus*, pp. 61-197, e Swete, *Theodori ep. Mopsuest. in Epistolas b. Pauli Commentarii*, t. I, *Introduction*, p. LXV-LXXI, LXXVI-LXXXVII.

(1) Non mai adoperato per Teodoro di M.

(2) *Der Psalmencommentar d. Theodor von Mopsuestia in Syrischer Bearbeitung* in " Zeitschr. f. alttestam. Wissensch. „, V (1895), 53-101. Questo commentario, benchè porti il nome di Teodoro, contiene solo parti di lui frammiste a molti elementi eterogenei, come bene dimostra il Bäthgen p. 56-60.

(3) *Contra Nestor. et Eutych.*, l. III, in Gallandi, XII, 696 (omesso in Mai, *Spicil. Rom.*, X, 2, 87, e *Patrol. Graec.*, LXXXVI, 1, 1385). Il testo greco fu dato dal Mai (traendolo dall'opera citata di Leonzio) in *Script. Vett. Nova Coll.*, VI, 311-2, donde passò affatto fuori di posto in Migne, LXVI, 1004 C.

MIGNE, LXVI, 1004 C.

Ἐκ τῆς ἑρμηνείας τοῦ η′ ψαλμοῦ.

Διὰ τοῦτο τοίνυν τὴν μὲν διαφορὰν τοῦ τε Θεοῦ Λόγου καὶ τοῦ ἀναληφθέντος ἀνθρώπου τοσαύτην ἡμῖν δείκνυσιν ὁ ψαλμός. Διῃρημένα δὲ ταῦτα ἐν τῇ καινῇ διαθήκῃ εὑρίσκεται, τοῦ μὲν Κυρίου ἐφ᾽ ἑαυτὸν λαμβάνοντος τὰ πρότερα τοῦ ψαλμοῦ, ἐν οἷσ ποιητήν τε αὐτὸν εἶναι τῆς κτίσεως καὶ ἐπῃρμένην ἔχειν ὑπεράνω (1) τὴν μεγαλοπρέπειαν καὶ τεθαυμαστῶσθαι ἐν πάσῃ τῇ γῇ, τοῦ δὲ Ἀποστόλου τὰ δεύτερα περὶ τοῦ ἀνθρώπου τοῦ τῆς τοσαύτης εὐεργεσίας ἀξιωθέντος, τοῦ Ἰησοῦ, λαμβάνοντος. πῶς οὐ πρόδηλον κτέ.

(1) ὑπὲρ $\overline{\text{ουνω}}$ = ὑπὲρ οὐρανῶν? cfr. le versioni *super caelos* e *trassendisse caeli spatia*, che vogliono tale lezione.

MANSI IX, 76 B, 211 B.

Eiusdem (Theodori) ex interpretatione octavi psalmi (ubi octavus Psalmus videtur exponi *Vig.*, 76 D).

Ideo ergo differentiam quidem Dei Verbi et recepti hominis tantam (tantum *V.*) nobis ostendit psalmus: divisa vero haec in novo testamento inveniuntur (reperiuntur *V.*), Domino quidem in se accipiente primordia psalmi, in quibus factorem eum dicit esse creaturae et elevatam habere super caelos magnificentiam et mirificari in omni terra; Apostolo autem secunda (supradicta *V.*) quae de homine sunt (dicuntur *V.*), qui tantum beneficium (...orum *V.*) meruit, in Jesu accipiente (in-acc. *om. V.*). Quomodo non manifestum etc.

ASCOLI, p. 62.

Grandis igitur differentia inter Deum Verbum et susceptum hominem lectione psalmi praesentis ostenditur, quae etiam novo quoque testamento similiter indicatur. Nam Dominus in euangelio, quae inter principia psalmi dicta sunt praesentis, sibi conpetere demonstrat, in quibus plane totius creaturae factor ostenditur, cuius magnificentia, impleta omni terra, trascendisse caeli spatia perhibetur; Apostolus vero sequentia [testimonia] de homine Jesu, qui tantis beneficiis ostensus sit, dicta esse confirmat. Manifestum est ergo etc.

Sospendo le citazioni, perchè i due passi se ne vanno così di conserva sino alla fine (1).

Mansi, IX, 78 D, 213 A.	Ascoli, 347.
Eiusdem (Theod.) de interpretatione sexagesimi octavi psalmi *(tit. om. Vig.)*. Quoniam cibi et potus suaves quidem fiunt in tempore gaudii, insuavia autem et amara in tristitia etc.	sicut in diebus letitiae cibus et potus de tempore quodammodo trachunt saporem, sic ad omnem amaritudinem convertitur quicquid animus tristis acciperit.

Qui vien meno il commentario epitomato (come bene avvertì l'Ascoli) (2) del codice Irlandese, che poi riporta una chiusa troppo concisamente riferita, ma prettamente mopsuestina e dello stesso tono, che il passo condannato nel Concilio V: *probatur ergo magis similibus aptata esse negotiis quam propria singulorum* le parole *Dederunt in escam meam fel etc.* del salmo LXVIII, 21, applicate dall'evangelista a Cristo. Cfr. il passo intero in Mansi 78 E, 213 B: *et certe diversis constitutis rebus, non quasi psalmo modo quidem pro his dicto, iterum autem de illo, et iterum de alio, etc.*

Or diasi un altro esempio molto istruttivo dalla parte di commentario non provvista di chiose irlandesi nel codice Ambrosiano, e però pretermessa dall'Ascoli come non attenentesi al suo scopo (f. 4-13). Anch'essa è di Teodoro, e non so se sia un supplemento o un previo estratto, e fortunatamente eziandio ricorre dove più piena e dove no e molto più corretta nel codice Bobbiese dell'Università di Torino F. IV, 1, n. 5-6 (3). In essa

---

(1) È inesatta adunque l'asserzione di Kihn, p. 54 nota 3, e Bäthgen, p. 77, che questi passi siano non già del Commentario ai Salmi, come indica il titolo, ma da quello sui Profeti minori.

(2) P. XI, nota 1. L'intero commentario, secondo il catalogo delle opere di Teodoro datoci da Ebedjesu, sarebbe stato compreso in 5 volumi; cfr. Kihn, *ib.*

(3) Cfr. Peyron, op. c., pp. 191-2: Reifferscheid, *Biblioth. Patrum Ital.*, II, 122-3: Ottino, *I Codici Bobb. nella Bibliot. Naz. di Torino*, p. 23. La doppia serie dell'Ambrosiano è sufficientemente segnalata dall'indice citato

sono conservate parecchie cose compromettenti, sostituite con altre innocue e non genuine nel corpo del Commentario edito, come ad es. nel Sal. 21, dove nell'ed. p. 154-8 ricorrono spiegazioni contrarie a quelle di Teodoro e frammiste ad altre genuine e talvolta communi tanto all'edito che all'inedito.

Mansi, IX, 78 A, 212 C-D.	Cod. Ambros. f. 5 *c*: Torin. f. 8 *b*.
Eiusdem in psalmo vigesimo primo (de memorato vigesimo primo psalmo *Vig.*).	
'Foderunt manus meas et pedes': et omnia perscrutabantur et quae agebam et quae conabar. Nam foderunt ex translatione dixit (dicit *V.*) eorum, qui per effossionem (fossionem *V.*) scrutari quae in profundo sunt tentant.	'Foderunt manus meas' reliqua. Omnia scrutati sunt opera mea, et quibus rebus confiderem vel inniterer, sollicite quaesierunt (= Ascoli 159, 2-4). Foderunt autem (ergo foderunt aut. *A*) dixit a similitudine eorum, qui fodiendo ea, quae sunt in abdito vel depraesso (dipraehenso *A*) terrae loco, conantur eruere.
	Ascoli, p. 159.
'Dinumeraverunt omnia ossa mea': totius meae fortitudinis et totius meae substantiae detentores facti sunt.....	'Denumeraverunt omnia' usque 'mea'. Pro divitiis, quae firmitates sunt possedenti, ossa possuit, quibus corpus solidatum est.....
Et evangelista quidem in Domino verba ex rebus assumens eis usus est (*om. Conc.*), sicut (ut sic *Conc.*) et in aliis diximus. Nam quod non pertineat ad Dominum psalmus, in superioribus evidenter ostendimus.	Euangelista autem in Deo *pro rerum similitudine* hoc testimonio usus est, sicut et in aliis (idest psalmis *chiosa*) ostendimus.

E di fatto nel commento inedito al v. 2, per 24 linee intere vi si combatte l'opinione che il salmo sia messianico.

Ometto di indicare i riscontri coi frammenti greci solo in

---

del sec. XV: *Expositio... non tamen a primo psalmo prius, sed quosdam alios indirecte prius exponere videtur; deinde ad psalmorum ordinem idest a primo incipiens et demum subsequenter procedens usque ad finem psalterii.*

parte raccolti nella *Patrologia Greca,* e per i salmi Maccabaici più compitamente dal Bäthgen: essi sono numerosi, e ognuno può persuadersene di per sè con un facile confronto. Amo piuttosto di recare un chiaro esempio dal nostro codice Ambrosiano H, 257 inf., del sec. XIII, contenente a principio un trattatello mutilo sul destino, dove di Teodoro *Eracleota* (così per facile e forse volontario scambio) è citata l'esposizione del salmo XXXVIII, 6.

Cod. H, 257 inf., f. 4.

Θεοδώρου Ἡρακλεώτου

εἰς τὸ ἰδοὺ παλαιστὰς ἔθου τὰς ἡμέρας μου.

Τοῦτο λέγει οὐχ ὡς πάντως τοῦ Θεοῦ μετροῦντος τὸν χρόνον τῆς ζωῆς ἑκάστου, ὥς τινες κακῶς ὑπολαμβάνουσιν, ἀλλ' ὡς εἰδότος τῇ προγνώσει ὃν ἕκαστος ζήσεται. ὅπερ, φησίν, αἰτῶ μαθεῖν· ἐπίσταμαι γὰρ, ὅτι οὐκ εἰς ἀΐδιόν με ζωὴν κατεσκεύασας, ἀλλ' ὥσπερ μέτροις τισὶν ὑπέβαλές μου τὸν βίον. εἰ γὰρ καὶ ἑκάστῳ τῶν ἀνθρώπων οὐκ ἐμέτρησε τὴν ζωήν, ἀλλ' οὖν γε κοινῶσ καὶ καθολικῶς ἐμέτρησε τοῖς ἀνθρώποις, οἷον εἰπεῖν οὐκ ἐπιτρέπων ἀνθρώπῳ ὑπερβαίνειν ἔτη ρν', ὡς ἐν τῇ γενεᾷ καθ' ἣν ταῦτα Δαυὶδ ἐφθέγγετο, κἂν τὸν μὲν ἐπὶ πλεῖον τὸν δὲ ἐπ' ἔλαττον ζῆν συμβαίνῃ. κτέ.

Cod. Ambros. f. 12 *d*: Torin. 14 *a*.

Hoc dicit non quo omni modo Deus tempora vivendi singulis sit dimensus, sed quia virtute praescientiae suae novit quantum sit hominum quisque victurus. ...Scire desidero, inquit, quantum mihi temporis deest: siquidem novi quoniam non me inmortalem feceris, sed vitam meam quasi quibusdam mensuris incluseris..... Nam etsi (et *A*) singulis viventibus non sit velut (uelud *A*) ad mensuram praefinitum vitae spatium, tamen in commune omnibus certum est vivendi tempus impositum; ut puta quantum ad illam generationem pertinebat, in qua haec beatus David loquebatur, non permisit ulli c (1) annos vivendo transcendere, etiamsi eveniret ut alius ab alio plus minusve viveret. etc.

Non può adunque restare dubbio, che il Commentario ascritto falsamente a Girolamo e sospettato essere di Colombano (2), appartenga realmente a Teodoro di Mopsuestia. Benchè composto

(1) *Centum* B: forse *cl*?

(2) Vallarsi, Hefele (*Kirchenlex.*, III, 2ª ed., 682), Zeuss e Nigra. L'argomento dell'ultimo, tratto dal Catalogo di Bobbio del sec. X (" Revue celtique ", I, 59-61) non prova punto, essendo incerto se il codice di Torino

in età giovanile e però anche più intaccato dai difetti e dalle audacie, onde Teodoro stesso ebbe a dolersi (1), pure è notevolissimo sempre per i solidi pregi esegetici, ond'è adorno, e per l'aiuto che presta nella critica delle lezioni esaplari, di cui parecchie solo da lui ci sono conservate.

Il Commentario latino non è completo; mentre nella prima cinquantina dei Salmi è piuttosto abbondante, indi in poi gli estratti sono assai più compendiosi e talvolta divengono semplici scolii. Questo è chiaramente dimostrato dal contesto, ed inoltre dal confronto con taluni dei frammenti greci meglio conservati e coi passi sopra il salmo 44 riportati da Facondo d'Ermiana. Ciò non ostante, se ne può dire conservata assai bene l'intera trama colle vere parole di Teodoro; ed inoltre in non pochi salmi, combinando insieme i 2 ordini d'estratti dati dall'Ambrosiano e il terzo del codice Torinese, il testo si può ristabilire per intero. Questa triplice serie deriva direttamente da un codice unico integro. Una ricerca accurata delle biblioteche ne potrà forse fruttare il sussidio di qualche altro manoscritto, che veramente occorrerebbe a sanare le piaghe e a colmare le lacune dell'Ambrosiano.

Ora una parola sulla versione latina. Quando e da chi sia stata eseguita, non è facile divinare. Se si confronta colla versione latina antica degli atti del Concilio V ecumenico fatta, sembra, in quel tempo e già usata da Pelagio II (2), e che con-

---

e l'Ambrosiano siano indicati ai nn. 216-7 anzichè ai nn. 57, 283-8, ecc. del catalogo in G. Becker, *Catalogi biblioth. antiqui*, p. 67 sgg. — La somiglianza di stile notata dal Vallarsi tra il Commentario e le opere di S. Colombano, è da mettere a paio con quella notata dal Peyron tra esso e i due fogli del commentario originario latino su S. Marco, pubblicato dal Nigra, *Glossae hibern. vett.*, pp. 2-16 e xxv, che gratuitamente si attribuisce a Girolamo. La somiglianza del testo biblico, se mai esiste, proverebbe solo un adattamento naturale, ed inconscio forse, al testo, che lo scriba irlandese sapeva a memoria, parendomi inverisimile, che la versione di Teodoro sia stata fatta in Irlanda nei sec. V-VI.

(1) Appresso Facondo d'Ermiana, *Pro defens. III Capitt.*, l. 3, c. 6, e l. 10, c. 5, *Patrol. Lat.*, LXVII, 602, 786.

(2) In Mansi, IX, 433 sgg. cfr. Baluze. ib., 164 A-B. Altra versione è quella dei passi citati da Innocenzo di Maronia nell'opuscolo *De his qui unum ex Trinitate* ecc., tradotto nella *Nova Collectio* attribuita a Dionigi

corda con quella del Costituto di Vigilio, non v'ha dubbio, che la nostra è meno servile e d'una latinità di gran lunga migliore, tanto che forse per essa non si subodorò, che avevasi per mano una versione anzichè un originale latino. Onde credo non si vada lungi dal vero congetturando, che essa piuttosto che al tempo della lotta dei Tre Capitoli, a cui si assegna la versione del commento delle lettere di s. Paolo pubblicato dallo Swete (1), risalga al sec. V e debbasi a qualcuno di quei Pelagiani, che per affinità vera o presunta di dottrine si diedero a tradurre in latino opere di scrittori greci della scuola Antiochena specialmente: come Aniano, che tradusse con assai eleganza l'*Elogium Pauli* di s. Giovanni Grisostomo. Ma non è bene anticipare conclusioni, che possono essere modificate. A quanto finora si sapeva (2), in certe parti almeno dell'Occidente gli scritti di Teodoro prima della lotta dei Tre Capitoli erano poco o punto conosciuti.

Altra ricerca da fare è, come quel commentario sia trasmigrato in Irlanda ed ivi sia stato replicatamente trascritto, non ostanti le eresie che esso conteneva (3), ed inoltre se e quali traccie ne siano rimase appresso ai commentatori e compilatori latini di catene.

L'Ascoli, che colle sue vastissime cognizioni linguistiche ha dilucidate le difficoltà delle chiose irlandesi, terminava il suo lavoro dicendo: 'Avrei ancora voluto ristudiare le chiose ambrosiane alla luce delle antiche fonti di esegesi biblica, le quali concorsero di certo alla loro formazione, persuaso come io era che da tal confronto dovesse riuscire agevolata di non poco, o

---

il Piccolo: *Spicilegium Casinense*, I, 148-156: qui però non v'è nulla del Commento ai Salmi. Del resto tutti questi passi latini non suppongono già una seconda versione latina preesistente, ma furono estratti e tradotti direttamente dal testo greco. Cfr. Hefele, *Conciliengesch.*, II, 2ª ed., 855 sgg., 870 sgg., 882.

(1) I, pp. li-lviii.

(2) Cfr. Swete, l. c.

(3) Anche per il commentario di Teodoro s'avvera ciò, che in altro senso esagerando asseriva il Traube delle parole greche nei latini scrittori: 'Wo Graeca in lateinischen Schriftstellern sich erhalten haben, dies auf irischen Einfluss zurückzuführen ist': *O Roma nobilis*, c. VII, § 3, in 'Abhandl. d. philos.-philol. Classe d. k. Bayer. Akad. d. Wissensch.', t. XIX, p. 365.

rassodata, la interpretazione di un certo numero di esse chiose. Ma questo studio non mi ha la sorte conceduto di farlo, e altri forse lo tenterà' (p. 613). Io certo non ho la temerità di raccogliere il suggerimento nel senso indicato: ma mi sarà perdonato, se costretto a studiare per se stesso il Commentario in tutte le sue reliquie greche, latine e siriache, oserò ripigliarlo per ciò che riguarda la Bibbia e la storia letteraria cristiana e dei dogmi. Anzi tutto sarà necessario prepararne per la commune un testo meno difficile a leggersi e ad intendersi, che non uno diplomaticamente riprodotto con tutti gli spostamenti ed errori del codice, come si dovette per necessità fare nell'edizione principe. 'Quanto al testo latino, il proposito di ottenere una lezione comunque castigata avrebbe importata una rimutazione continua di quello che il codice offriva': così giustamente l'Ascoli p. XII: e il codice di Torino mi ha fatto toccare con mano le gravi corruzioni dell'Ambrosiano.

La futura edizione arrecherà inoltre le 1400 linee inedite dei codici Ambrosiano e Torinese, che dànno una chiara dimostrazione della maniera, con cui fu compendiato il testo: ed insieme presenterà riuniti di fronte ai passi latini i passi siriaci e greci editi ed anche inediti già riconosciuti.

Di una stele con iscrizione trilingue rinvenuta a File in Egitto;

Nota del Dott. SERAFINO RICCI.

Il ch. prof. Ernesto Schiaparelli ebbe privata informazione che il capitano Lyons, incaricato dal Governo Egiziano di una ricognizione archeologica nell'isola di File, aveva rinvenuta una stele di sienite, divisa in due lastre, che serviva di pavimento ad un altare del tempio di Augusto in File, dalla parte di Nord-Est, e che recava scolpita un'iscrizione trilingue (geroglifica, greca, latina) di non comune importanza storica ed appartenente all'età romana.

Mandò il Lyons una riproduzione fotografica della stele e una copia fatta a mano dell'iscrizione latina (1). Data la piccolezza dei caratteri delle altre due iscrizioni ed il cattivo stato di conservazione della stele, la fotografia non riuscì tale da permettere la decifrazione delle iscrizioni geroglifica e greca, e, d'altra parte, della stele medesima sarà fatta pubblicazione completa; cosicchè io mi limito per ora, col gentile consenso del predetto prof. Schiaparelli, cui ringrazio pubblicamente, a dare breve notizia della parte latina.

L'iscrizione manca di una sezione centrale, segata via dalla grande stele, che riuscì così divisa, come ho accennato, in due parti, quasi eguali fra loro e nel senso verticale. Ecco il testo dell'iscrizione, quale risulta dall'accurato esame della riproduzione fotografica:

(1) La copia fu fatta su luogo l'11 febbraio scorso, la notizia fu data con lettera del 25 febbraio da File. Un breve cenno sul rinvenimento fu inserito nell'*Akademy* del 7 marzo scorso (n. 1244, p. 206) e da me nella *Rassegna Nazionale* di Firenze dell'aprile scorso (1896, p. 829-830). — Per altre iscrizioni in latino rinvenute recentemente ad Assuan, e pubblicate dal prof. Sayce, vedi *Proceed. of the Soc. of bibl. Archaeology*, XVIII (1896), n. 3, p. 107-109.

C·CORNELIVSGALLVs equESROMANVSPOSTREGEs

ACAESAREDEIVI·F·DEVICTOSPRAEFECTus AlexANDRIAEETAEGYPTIPRIMVSDEFECTIONe

THEBAIDISINTRADIESXV̄QVIBVSHOSTEMSuperavit a*CIE*·VICTOR·V·VRBIVMEXPVGNATORBORE

o*S*COPTICERAMICESDIOSPOLEOSMEG//////////////ac*IE* V·DVC*IBVS*EARVMDEFECTIONVMINTERfec

5 TISEXERCITVVLTRANILICATARHAC*TE*n minorem d*VCT*OINQVEMLOCVMNEQVEPO*PVL*o

*R*OMANONEQVEREGIBVSAEGYPTIProgredi licu*IT*PROLATATHEBAIDECOMMVNIOMNi

VMREGVMFORMIDINESVBACTA*LEG*atisque re*GIS*AETHIOPVMADPHILASAVDITISEO*Q*ue

*R*EGEINTVTELAMRECEPTOTVRANNi atque reda*CTO* infiNESAETHIOPIAECONSTITVTODIE

PATR*I*ae ETSE*N*atus hon*ORI* D·D·

NB. — *La parte in maiuscoletto ordinario è il testo certo; la parte in maiuscoletto corsivo rappresenta le lettere dubbie, la parte in carattere tondo è di supplemento.*

Risulta dunque che l'epigrafe fu scolpita in onore di C. (1) Cornelio Gallo (2), primo governatore generale dell'Egitto (3), in memoria delle gesta militari e politiche da lui compiute durante la sua prefettura sotto Augusto.

L'epigrafe fu composta certo non prima del 29 a. C., quando fu ridotto l'Egitto a provincia romana (4), e certo non dopo del 27 a. C., non avendo qui Cesare Ottaviano il titolo di Augusto.

---

(1) Il prenome *C(aius)* finora dubbio (v. Becker-Göll: *Gallus*, ediz. del 1882, I, p. 19, not. 1), viene ora per la prima volta accertato dalla nostra epigrafe, che è la prima conosciuta intorno a Cornelio Gallo.

(2) Cornelio Gallo è di grado equestre *(eques romanus)*, come era prescritto pel *praefectus Aegypti*, che non poteva essere senatore, nè di Roma, nè di Egitto (Tacit., *Ann.* III, 60; *Histor.* I, 11; Dione Cassio, LIII, 13; Arrian., *Anab.* III, 5, 10).

(3) Il titolo della carica di *praefectus Alexandriae et Aegypti* non è costante sulle epigrafi e negli scrittori latini, trovandosi anche soltanto quello di *praefectus Aegypti*, e in tempi seriori, com'è noto, di *praefectus Augusti* od *Augustalis Aegypti*. Come ufficiale della *domus augusta*, di cui l'Egitto, pur essendo provincia dei Romani, ritenevasi una specie di *res privata* come la Gallia e la Siria, Gallo era un *procurator*, un ἐπίτροπος Ἀλεξανδρείας καὶ τῆς χώρας, come scrivon gli autori greci (vedi *C. I. G.*, III, p. 309; cfr. Marquardt, *Staatsverfassung*, trad. francese, IX vol., p. 406, not. 1). Era stata necessaria una legge imperiale, perchè egli avesse quei poteri, che, come cavaliere, non avrebbe potuto avere (cfr. Mommsen, *Röm. Gesch.*, V, 554; De Ruggiero, *Le provincie*, p. 544).

Sulla nomina di Gallo dopo le calende del sestile nel 30 av. Cr., v. S. Gerolamo nel *Chronicon* d'Eusebio, ediz. Schoene, Berlino, 1866, p. 141 (Sync. 569); cfr. *Res Gestae*, ediz. 2ª (1883), p. 10; cfr. pp. 106-107.

(4) Vedi Dione Cassio, LI, 4; cfr. 17, 19; Sveton., *Aug.*, c. 66; Zonara, X, 31; *Res Gestae*, ediz. 2ª, V, 24, p. 109 *(Aegyptum imperio populi romani adiecit)*; cfr. le monete d'Augusto, dal 29 av. Cr. in poi, con la leggenda *Aegypto capta* (ved. Cohen, I², pp. 62-63, nn. 1-3). — Sulla costituzione speciale dell'Egitto sotto i Romani, cfr. Marquardt, *Staatsverwaltung*, I², p. 438 e segg.; cfr. trad. francese, op. cit., cap. XI, p. 399 e segg.; Mommsen, *Röm. Gesch.*, V³, p. 553 e segg. = trad. franc., l. c., pp. 153-250; *Staatsrecht*, III, I, pp. 751-754 = trad. franc., vol. VI, p. 391 e segg. — Cfr. Kuhn, *Verfassung des röm. Reichs*, II, p. 80 e segg., 454 e segg.; Mommsen-De Ruggiero, op. cit. nella trad. ital., p. 555 e segg. — Wilh. Wilcken, *Observationes ad historiam Aegypti prov. rom. depromptae e papyris graecis berolinensibus ineditis*. Berlin, Haack, 1885, in-8°; A. Simaika, *Essai sur la province romaine d'Egypte*. Paris, Thorin, 1892.

L'epigrafe anzi deve essere stata composta probabilmente sul principio del 27 a. C., cioè sul finire del reggimento di Gallo, che terminò appunto nel 27 av. C. (1). Dione Cassio, p. es. (LIII, 23), stabilisce un confronto fra Agrippa e Gallo, mentre questi era prefetto d'Egitto ed Agrippa all'apogeo della gloria e collega di consolato con Ottaviano, e ci rappresenta Agrippa il braccio destro dell'imperatore, il *bonus militia* e *victoriae socius* d'Augusto, come dice Tacito (*Ann.*, I, 3), Gallo invece superbo e smodato nella lingua, fors'anco per abuso del vino, come sappiamo da varia fonte (Dione Cassio, LIII, 23; Ovidio, *Tristium*, III, 445), il quale, *ob ingratum et malevolum animum*, come aggiunge Svetonio (*Aug.*, 66), incorse nell'ira dell'imperatore. Ora, siccome si sa che Agrippa fu inalzato *geminatis consulatibus* (Tac., l. c.) negli anni 28 e 27 av. C., per lo meno alla fine del 28, o in principio del 27, dobbiamo riferire il confronto di Dione, cioè al periodo medesimo o immediatamente precedente a quello della composizione dell'epigrafe nostra onoraria.

Le gesta militari e politiche di Cornelio Gallo furono, come risulta dall'epigrafe, la repressione in quindici giorni della ribellione della Tebaide con l'espugnazione di cinque città. Di queste sono note *Coptos* e *Diospolis* (verosimilmente *Magna* piuttosto che *Parva*, quantunque non sia espresso quale delle due). — Di *Ceramices* vi sarebbe indizio in un nome egizio di un papiro greco-egiziano, la cui trascrizione greca darebbe il nome Κεράμεια come un quartiere di Tebe d'Egitto (2). Nell'epigrafe ne è data la traduzione latina con la forma *Ceramice, es.* Le iniziali delle altre due città non offrono identificazione con nomi noti di quella regione.

Per una ho supplito *Bore*[*os*] secondo la forma *Diospoleos*, vista l'esiguità della lacuna; ma non vi faccio assegnamento, come nulla concludo per l'iniziale *Meg*, poichè, esclusa l'ipotesi dell'errore per *M*[*a*]*gn*[*ae*], riferibile a *Diospoleos* (chè in tal caso mancherebbe il nome della quinta città), non trovo altro luogo

---

(1) Mommsen, *Res Gestae*, ediz. 2ª, pp. 106-107.

(2) Heinr. Brughsch, *Die Geographie des alten Aegyptus nach den altägyptischen Denkmäler*. Leipzig, 1857, vol. I, p. 190. Per l'etimologia e il confronto coi *monti testacci* d'Alessandria, vedi Lumbroso, *L'Egitto dei Greci e dei Romani*. Roma, Loescher, 1895, ediz. 2ª, vedi cap. XXI, pp. 216-224.

noto che vi possa corrispondere, eccetto *Megatichos*, o *gran muro*, tra Siene e File, di cui si vedono ancora le vestigia (1). Ma questo gran muro non può essere considerato centro abitato, essendovi colà, dove il muro ha origine, la sola Siene, che non mutò mai il suo nome (2).

Un altro fatto rilevato dall'epigrafe è l'avanzarsi di Cornelio Gallo con l'esercito oltre una cateratta del Nilo, ma è lacunosa la parte che dovrebbe determinarla. Io ho supplito *minorem* (quella di Assuan), poichè è inverosimile che il prefetto non solo sia giunto alla maggiore (quella di Hannek e di Caibar (3)), ma l'abbia anche oltrepassata. Il quartier generale delle sue truppe era Siene, ove di solito stavano tre delle nove coorti ausiliarie, e parte delle tre *alae*, e Cornelio Gallo vi sarà venuto con parte della legione stanziata ad Alessandria e forse delle altre due nell'interno della provincia (4).

Ora l'epigrafe ricorda un ingrandimento di territorio (v. 6: *prolata Thebaide*) con una specie di sottomissione dei varî reguli finitimi (v. 6-7 : *communi omn*[*i*] || *um regum formidine subacta*) ed un trattato di pace stipulato col re degli Etiopi, con la clausola dell'accettazione del protettorato imperiale e del bando ai confini del suo regno etiopico, — se però i supplementi non risulteranno errati col confronto dell'epigrafe geroglifica e greca (v. 7-8 : *eoque* || *rege in tutelam recepto tyran*[*ni atque reda*]*cto* [*in fi*]*nes Aethiopiae*) —; per la qual cosa si sarebbe indotti a credere che il prefetto si sia inoltrato nella Nubia e spinto da Siene oltre File, per lo meno a Talmis o a Pselsis, o in altro luogo più interno. In ogni modo Gallo spostò innanzitutto il suo quartier militare da Siene a File, ove udì, a quanto pare, l'ambasceria nemica (v. 7 : *leg*[*atisque re*]*gis Aethiopum ad Philas*

---

(1) Vedi Lancret in Panckoucke, *Description de l'Égypte*, I, 1, p. 4 e segg.

(2) Seguo in ciò il giudizio autorevolissimo del ch. prof. Schiaparelli.

(3) Sulle varie cataratte vedi Gottberg, *Des Cataractes du Nil*. Paris, Raçon, 1867. La *Cataracta major* è la quarta di Hannek e di Caibar, oltre quella di Uadi-Alfa, per chi considera separatamente dopo Assuan quella di Calabscheh, come mi fa notare il prelodato prof. Schiaparelli; chi invece pone la *major* a Uadi-Alfa comprende sotto tal nome il tratto delle tre cataratte Uadi-Alfa, Caibar ed Hannek.

(4) Intorno l'ordinamento militare, vedi De Ruggiero, *Diz. epigr.* alla voce *Aegyptus*, p. 277; cfr. Marquardt, op. cit. in francese, p. 406, nota 5.

auditis), poi dal quartiere di File si sarebbe spinto nell'interno in un luogo non ben determinabile, ma certamente oltre i confini fino allora assegnati alla provincia imperiale d'Egitto (1).

Si vede pertanto che l'importanza della spedizione di Gallo sta più nella precedenza storica del fatto che non nell'estensione del territorio occupato. Chè, se Gallo intende di riferire la frase *in quem locum neque populo romano neque regibus Aegypti p[rogredi licu]it* (vers. 6), come mi pare si possa supplire, ad Augusto e ai precedenti *reges a Caesare devictos* (v. 2), ha ragione di credersi il primo che oltrepassi File; se invece intende di alludere anche ai predecessori Tolomei, egli cade in errore storico grave, poichè già al tempo dei Tolomei erano state compiute spedizioni in Etiopia da Siene per lo meno sino a Meroe, come citano Agatarchide e Marciano Capella (2).

È degno di nota il titolo di *rex Aethiopum* citato nell'epigrafe (v. 7), mentre finora non avevamo notizia che di regine etiopiche, ricordate col nome frequente di *Candake* sotto Augusto, sotto Nerone e sotto Adriano (3).

A giudicar dalla forma, l'epigrafe, che non manca di presentare difficoltà ed incertezza d'interpretazione (4), si direbbe inalzata per ordine dello stesso C. Cornelio Gallo, la qual cosa confermerebbe la notizia data da Dione Cassio (LIII, 23), che ce lo presenta tanto pieno di sè che εἰκόνας ἑαυτοῦ ἐν ὅλῃ, ὡς εἰπεῖν, τῇ Αἰγύπτῳ ἔστησε καὶ τὰ ἔργα ὅσα ἐπεποιήκει ἐς τὰς πυραμίδας ἐσέγραψε.

Perciò sono stato cauto nel giudicare delle operazioni mi-

---

(1) Vedi Marquardt, op. cit., pp. 401-402.

(2) Vedi Lumbroso, op. cit., 2ª ediz., pp. 50-51.

(3) Vedi Wilken in *Hermes*, XXVIII, p. 154; cfr. Mommsen-De Ruggiero, op. cit. sulle *Provincie romane*, pp. 580-581. L'Etiopia in guerra coi Romani e sottomessa non figura nella storia dell'Impero romano che sotto il prefetto C. o P. Petronio, dal quale fu vinta la regina Candake. Lo Schwartz nel suo lavoro sull'Etiopia non cita nemmeno Cornelio Gallo (v. *Rhein. Mus.*, N. F., XLIX, pp. 353-361). — Circa il titolo di *rex* barbaro fu contestato fino ad ieri anche per tempi seriori quello di *rex Thebaeorum*, come principe etiopico-meroitico della Tebaide (vedi Lumbroso, op. cit., p. 50).

(4) La restituzione delle linee 8 e 9 dell'epigrafe è molto dubbia e la presento con tutto il riserbo, astenendomi dal farvi assegnamento fin dopo i confronti col testo geroglifico e greco.

litari di Gallo, poichè le notizie sfavorevoli dateci dagli scrittori intorno a lui fanno rilevare la temerità usata in faccia ad Augusto, di cui l'epigrafe sarebbe un'altra prova, nel semplice titolo di signore dato all'imperatore (ver. 8: *in tutelam recepto tyranni*), se pure si può legger così, nonchè nella pomposa enunciazione delle sue imprese guerresche e politiche. Non nego che quel suo operare era favorito dalla condizione eccezionale in cui lo stesso imperatore l'aveva posto (1), poichè in sè era un vicerè, rivestito del potere giudiziario con legge speciale dell'imperatore, avente cioè un *imperium ad similitudinem proconsulis*, cioè coi pieni poteri d'un governatore capo di provincia, senza però le insegne esteriori del grado e senza i fasci. La sua carica di *praefectus Aegypti* era superiore a tutte le altre, e solo in tempo più tardo fu inferiore a quella del *praefectus praetorii*; inoltre Cornelio Gallo, aiutato dai prefetti di campo per la parte militare (2) e dall'*idiologus ad Aegyptum* per quella finanziaria, aveva giurisdizione tanto ampia da riunire in sè troppe responsabilità e attirarsi gli odì di molti, specie per la esazione dei tributi in tutta la regione conquistata (3).

Cornelio Gallo (4) era nato a *Forum Julii* (*Fréjus*, fra To-

---

(1) Vedi De Ruggiero, *Dizionario epigraf.*, voce *Aegyptus*, p. 277; cfr. Tacito, *Annali*, XII, 60; cfr. *Digesto*, I, 17, 1; cfr. note a p. 679; Marquardt, op. cit., p. 406.

(2) Il prof. Sayce, a proposito delle iscrizioni latine precitate, rinvenute ad Assuan (vedi p. 677, nota 1) e contenenti nomi in parte finora ignoti di prefetti militari, rileva il fatto che questi fossero tre sotto Augusto, uno per ogni legione, e da Tiberio in poi, tolta una legione, rimanesse uno solo per le altre due, col titolo di *praefectus castrorum*.

(3) La riscossione dei tributi era il fine più diretto di simili spedizioni nel territorio egiziano, e Cornelio Gallo, per ordine d'Augusto, aveva reso tributaria tutta la regione sottomessa (Dione Cassio, LI, 17: ἐκ δὲ τούτου τήν τε Αἴγυπτον ὑποτελῆ ἐποίησε). Per il che ebbero luogo defezioni prima represse (Strab., XVII, 53, στάσιν τε γενηθεῖσαν ἐν τῇ Θηβαΐδι διὰ τοὺς φόρους ἐν βραχεῖ κατέλυσε. — Eusebio, *Chron.* Γάλλος Κορνήλιος, ὃς τῶν ἀποστάντων Αἰγυπτίων καθεῖλε τὰς πόλεις, ediz. Schoene (1866), p. 140), poi rinnovatesi con tale audacia sotto C. Petronio, che Augusto si rifiutò di rendere tributarî i vinti, anzi, rinunziò una volta per sempre all'occupazione delle regioni dell'Alto Nilo, limitandosi al protettorato da Siene a Hiera Sicaminos (vedi Mommsen-De Ruggiero, op. cit., p. 581).

(4) Vedi per Cornelio Gallo gli autori Strabone, XVII, 53; Plutarco, *Anton.*, LXXIX, 1; Sveton., *Aug.*, c. 66; Dione Cassio, LI, 17, 1; Zonara,

lone e Nizza) nel 69 av. C.; è identificato da Ammiano Marcellino e da S. Girolamo con il noto poeta lirico, amico di Properzio ed intimo di Vergilio, che lo cantò nelle *Bucoliche* (Egl. VI e X) e nella prima edizione delle *Georgiche* (lib. IV; 29/28 a. C.) (1). Combattè contro Sesto Pompeo; secondo Strabone, fece una spedizione contro Heroonpolis e Tebe, anteriormente alla spedizione ricordata dalla nostra epigrafe.

Pare che la condotta di Gallo con l'imperatore e con le città soggette abbia dato ad Augusto occasione di biasimo (2); il collega Valerio Largo, già suo amico, lo accusò di estorsione (3).

Caduto in disgrazia d'Augusto e allontanato dall'ufficio, Cornelio Gallo fu colpito dalla sentenza del Senato, che in questo sostituì con tanto zelo l'imperatore nella parte di giudice e di accusatore da dispiacere allo stesso Augusto (4).

Cornelio Gallo fu esiliato e i suoi beni, confiscati, ingrossarono il fisco imperiale. Egli si uccise; aveva soli quarantatre anni d'età (5).

Ed ora, ritornando all'epigrafe, essa è il primo e il solo documento epigrafico contenente intorno al primo governatore

---

X, 31; Eusebio, *Chronicon*, ediz. Schoene (1866), II, p. 140; S. Girolamo, *ib.*, p. 141; Ammiano Marcellino, XVII, 4, 5; Eutropio, VII, 7. — Confronta i lavori moderni di Völker, *De C. Cornelii Galli vita et scriptis*, I, Bonn, 1840; parte II, Elberfeld, 1844. — Wilh. Becker, *Gallus*, 1882 (*neuarbeitet von* Herm. Göll.), I vol., p. 19, nota 11.

(1) Caduto Gallo in disgrazia d'Augusto, Vergilio nella seconda edizione delle *Georgiche* (26 a. C.) sostituì alle lodi dell'amico l'episodio del pastore Aristeo. — Il prof. Chatelaine impugnò in un suo scritto (*Revue de philologie*, 1880, pp. 69-79) l'autenticità dei carmi attribuiti a Cornelio Gallo nella *Anthologia latina*, edita dal Riese, dei quali non parrebbe genuino che il breve frammento presso *Vibius Sequester* (vedi Becker, op. cit., III, p. 548).

(2) Dione Cassio, LIII, 23. Già Augusto si era risentito della condotta di Cornelio Gallo col dotto Q. Cecilio Epirota (Sveton., *Gr. ill.*, 16; cfr. Becker, I, p. 22), e finì coll'interdirgli l'accesso alla Corte e nelle sue provincie (*domo et provinciis suis interdixit;* Sveton., *Aug.*, 66).

(3) Ammian. Marcellino, XVII, 4. Si dice che avesse impiegata parte dei capitali nell'industria della carta che porta il suo nome, la *Corneliana* (Isidoro, VI, 7; cfr. Becker, op. cit., I, 21).

(4) Vedi Svetonio, *Aug.*, l. cit.

(5) La data della morte vien fissata nel 26 av. Cr. dal seguente passo di S. Gerolamo (l. c.): *XLIII aetatis suae anno propria se manu interfecit.*

imperiale in Egitto fatti particolari, che lumeggiano le poche notizie finora date dagli storici. Queste nuove cognizioni richiameranno l'attenzione sopra le imprese di Gallo, finora rimaste offuscate dai fatti più clamorosi dei suoi successori, C. Petronio ed Elio Gallo, che sono i soli registrati dai dotti odierni prima delle tarde imprese in Egitto di Pescennio Nigro e di Diocleziano (1).

---

(1) Vedi Vivien Saint Martin, *Le Nord de l'Afrique.* Paris, 1883, p. 111 e segg., 160 e segg.; E. Schiaparelli, *La catena orientale dell'Egitto.* Torino, 1890 (*Studi sull'antico Egitto*, vol. I), p. 124 e segg.; G. Lumbroso, *L'Egitto dei Greci e dei Romani.* Torino, 1895 (2ª ediz.), p. 50 e segg.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 22 Marzo al 12 Aprile 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIX, Heft. III-IV. Frankfurt a. M., 1896; 4°.

* **Annales** de la Faculté des sciences de Marseille. T. IV, fasc. 4me; T. V, fasc. 1-3. Marseille, 1895; 4°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. VIII, livr. 7me. Paris, 1895.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo. Anno XVIII, 1895, gennaio-aprile; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, suppl. al fasc. X del vol. VI; vol. VII, fasc. 7-8; vol. VIII, fasc. 1. 1895; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Mathem.-Phys. Classe), 1895, V-VI. Leipzig; 8°.

* **Bollettino** della Società di naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. IX, fasc. II, 1896; 8°.

* **British-Museum** (Natural History) of London:
Catalogue of Birds, vol. XXV, XXVII.
Catalogue of Fossil Fishes, Part III.
Catalogue of Mesozoic Plants, Part II.
Guide to the British Mycetozoa.
Introduction to the Study of Rocks. — London, 1895-96; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark, 1896, n. 1. Copenhague, 1896; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, t. XXII, n. 10; t. XXIII, n. 4-7. Paris, 1894-95; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. V, 2e et 3e trimestre 1895. Nantes; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. An. 1896, n. 1. Paris, 1896; 8°.

* **Communicações** da Direcção dos Trabalhos geologicos de Portugal. T. III, fasc. I. Lisboa, 1895-96; 8°.

* **Compte-Rendu** des séances de la Société géologique de France. 3e série, t. XXIII. Lille, 1895; 8°.

* **Földtani** Közlöny kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXV, n. 6-12. Budapest, 1895; 8°.

* **Jahrbuch** des Norwegischen Meteorologischen Instituts für 1892. Christiania, 1894; f° (*dalla R. Università di Norvegia*).

* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1893. Budapest, 1895; 8°.

* **Johns Hopkins** Univ. Circulars. Vol. XIV, n. 123. Baltimore, 1895; 4°.

* **Mémoires** de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. 4e série, t. V. Bordeaux, 1895; 8°.

* **Mémoires** de la Société nationale des sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg, t. XXIX. 1892-1895; 8°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXV, disp. 1a e 2a. Roma, 1896; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 5. London, 1896; 8°.

* **Observations** pluviométriques et thermométriques faites dans le Départ. de la Gironde de Juin 1893 à Mai 1894. Bordeaux, 1894; 8° (*Acad. des sciences phys. et naturelles de Bordeaux*).

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LIX, n. 355. London, 1896; 8°.

* **Processi** verbali delle adunanze. Anno accademico 205, n. 1 (Accad. dei Fisiocritici). Siena, 1895; 8°.

* **Records** of the Geological Survey of India. Vol. XXIX, part 1. Calcutta, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXIX, fasc. V. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3a, vol. II, fasc. 2°. Napoli, 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1895, Heft III. München, 1896; 8°.

Travaux et Mémoires du Bureau International des Poids et Mesures. T. XI. Paris, 1895; 4° (*dono del Governo Francese*).

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrgang 1895. Wien; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 1. 1896.

Albert Ier, Prince de Monaco. Sur la deuxième campagne scientifique de la " Princesse Alice ". Paris, 1896; 4° (*dall'A.*).

Cauchy (A.). Œuvres complètes. Publiées sous la direction scientifique de l'Académie des sciences et sous les auspices de M. le Ministre de l'Instruction Publique. II sér., t. X. Paris, 1895; 8° (*dono del Governo francese*).

Deniker (J.). Bibliographie des travaux scientifiques (sciences mathématiques, physiques et naturelles) publiés par les Sociétés savantes de la France dressée sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique. Paris, 1895; 4° (*Id.*).

Graf (H.). Ludwig Schläfli (1814 bis 1895). Bern, 1896; 8°.

** **Reichenbach** (L.) et (H. G.). Icones Florae Germanicae et Helveticae simul terrarum adjacentium ergo Mediae Europae, t. XXIII, Decus I. Lipsiae, 1896; 4°.

Ruffini (F. P.). Delle accelerazioni che nel moto di un sistema rigido con un punto fisso sono dirette ad uno stesso punto qualsivoglia dato. Bologna, 1896; 8° (*dall'A.*).

Vecchi (S.). Per la diffusione dei disegni axonometrici. Parma, 1893; 8° (*Id.*).

** **Vinci** (L.). Codice atlantico. Fasc. VIII. Milano; fol°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 29 Marzo al 19 Aprile 1896.

* **Abhandlungen** der philosophisch-philologischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften. XX Bd., II Abth. München, 1895; 4°.

* **Abhandlungen** der k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. Neue Folge, Bd. 1, N° 1, 2. Berlin, 1896; 4°.

* **Anales** de la Universidad (*República Oriental del Uruguay*). Tomo VII, Entr. V. Montevideo, 1895; 8°.

* **Annales** du Musée Guimet, Bibliothèque d'études, t. Vme. Paris, 1895; 8°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Ser. VII^a^, T. VII, disp. II e III. Venezia, 1895-96; 8°.

** **Bibliotheca** philologica classica. 1895. Viertes Quartal. Berlin; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia; t. XXVIII, cuad. III. Madrid, 1896; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5me série. Tom. 3me, livr. 2me. Nouvelle-Orléans, 1895; 8°.

** **Mittheilungen** der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1895. XXXVIII Bd.; 8°.

** **Monumenta** Germaniae historica. Epistolarum t. IV. Karolini aevi II. Berolini, 1895; 4°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute, Woking; England, vol. XXVI, n. 1, 2. 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1895, Heft IV. München, 1896; 8°.

* **Viestnik** hrvatskoga Arheološkoga Društva. Nove Serije Godina I. 1895. Zagrebu, 1895-1896; 4°.

---

* **Bahr** (J. von) och Th. **Brandberg**. Upsal Universitets Matrikel. Upsala, 1896; 8° (*dall'Università*).

Colombo (G.). Il testamento di maestro Syon Dottore in Grammatica, vercellese. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

** **Hodgkin** (T.). Italy and her Invaders. Vol. III and IV; Second edition. 2 vol. Oxford, 1896; 8°.

In morte di Cesare Cantù. Milano, 1896; 8° (*dalla famiglia*).

Ricciotti (G.). La chiesa e la confraternita denominata " La Donna „ istituita nell'anno 1450. Notizie storiche. Alatri, 1894; 8° (*dall'A.*).

Teza (E.). Il Tipi*t*aka*m* dei Buddiani. Venezia, 1896; 8° (*Id.*).

Tipi*t*aka*m* (Collezione dei libri sacri dei Buddisti meridionali in lingua pali trascritti in caratteri siamesi). Bangkok, 1894, 39 vol.; 8° (*dono di S. M. il Re del Siam*).

Weber (von A.). Vedische Beiträge. Berlin, 1896; 8° (*dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

N. Y. ACADEMY LIBRARY, OF SCIENCES.

NOV 23 1896

Adunanza del 26 Aprile 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale della seduta precedente.

Il Socio D'Ovidio fa omaggio all'Accademia, a nome dell'Autore, di tre opere pubblicate dal Prof. Fr. Caldarera intitolate: " *Primi fondamenti della geometria del piano* ", " *Introduzione allo studio della geometria superiore* ", " *Trattato di trigonometria rettilinea e sferica* ". Il Socio D'Ovidio parla di queste opere esponendo i caratteri che le distinguono da altre che trattano gli stessi argomenti.

Il Segretario segnala fra le opere inviate in dono quelle dei Soci corrispondenti Caruel, Righi e Villari.

Vengono accolte per l'inserzione negli *Atti* le note seguenti:

1° " *Sull'inversione degli integrali definiti* ", nota del Socio Volterra;

2° " *Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare* ", nota del Dott. Gino FANO, presentata dal Socio SEGRE;

3° " *Ricerche sui pesci fossili del Paranà* ", nota del Professore Giulio DE ALESSANDRI presentata dal Socio CAMERANO.

Vengono accolti nei volumi delle *Memorie* dietro favorevole giudizio delle rispettive commissioni esaminatrici gli scritti seguenti:

1° " *Sulle cellule del sangue della Lampreda* ", memoria del Dott. Ermanno GIGLIO-TOS;

2° " *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* ", memoria del Prof. Antonio GARBASSO.

LETTURE

Sulla inversione degli integrali definiti;

Nota IV del Socio VITO VOLTERRA.

1. Mi permetto di presentare la continuazione di alcuni studii sulla inversione degli integrali definiti, recentemente comunicati all'Accademia. Nell'ultima Nota (*) ho esaminato il caso in cui, avendosi l'equazione funzionale

$$f(y) = \int_0^y \varphi(x)\, \mathrm{H}(x,y)\, dx\,,$$

la espressione di $\mathrm{H}(x, y)$ sviluppata secondo la formula di Maclaurin cominciasse dai termini di primo grado nelle variabili; darò ora alcuni teoremi fondamentali relativi al caso in cui la detta espressione cominci dai termini di grado n.

Il primo di essi stabilisce una condizione sufficiente perchè il problema dell'inversione sia determinato, la quale si verifica allorchè le parti reali delle radici di una equazione algebrica di grado n a coefficienti reali sono tutte positive.

Ora la questione di riconoscere se le parti reali delle radici di una equazione algebrica a coefficienti reali hanno tutte lo stesso segno è stata recentemente trattata e risoluta in maniera completa ed elegante dal Prof. Hurwitz (**). Applicando il criterio di Hurwitz al nostro caso si può giudicare *a priori* che la questione d'inversione è determinata, eseguendo solo operazioni razionali sui coefficienti dei termini di grado n dello sviluppo di $\mathrm{H}(x,y)$.

(*) Seduta dell'8 marzo 1896.

(**) *Ueber die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen reellen Theilen besitzt* von A. Hurwitz, " Math. Annalen ", Bd. 46, S. 273.

I teoremi 2° e 3° danno la effettiva risoluzione del problema dell'inversione allorchè è soddisfatta la condizione di cui ora si è parlato. Essi stabiliscono che l'equazione funzionale primitiva è equivalente ad un'altra avente la stessa forma, ma tale che la corrispondente funzione $H(y,y)$ non si annulla più nell'intervallo d'integrazione, e che perciò è suscettibile di risolversi col metodo che ho dato fino dal principio delle attuali ricerche.

Finalmente i teoremi 4° e 5° provano che la questione funzionale non è determinata se le radici della equazione algebrica a cui si riferisce la detta condizione, anzichè avere le parti reali positive, sono tali che una o più di esse hanno le parti reali negative, giacchè allora se esiste una soluzione ve ne sono infinite.

2. Teorema I. — *Abbiasi la equazione funzionale*

$$\text{(A)} \qquad f(y) = \int_0^y \varphi(x)\, H(x,y)\, dx, \quad a > y > 0$$

in cui

$$f(y) = y^{n+1} f_1(y)$$

$$H(x,y) = \sum_0^n {}_i\, a_i x^i y^{n-i} + H'(x,y)$$

$$H'(x,y) = \sum_0^{n+1} {}_i\, x^i y^{n+1-i} L_i(x,y)$$

essendo le a_i *quantità costanti.*

Se $f_1(y)$ *e* $L_i(x,y)$ *e le loro derivate rapporto ad* y *sono finite e continue per* y *compreso fra* 0 *ed* a, *mentre in questo intervallo*

$$h(y) = H(y,y)$$

non si annulla che per $y = 0$, *esisterà una ed una sola funzione finita e continua* φ *che soddisfa la* (A) *quando tutte le radici dell'equazione algebrica di grado* n

$$\text{(B)} \qquad \frac{a_0}{\lambda - 1} + \frac{a_1}{\lambda - 2} + \ldots\ldots + \frac{a_n}{\lambda - n - 1} = 0$$

essendo finite e differenti fra loro, avranno le parti reali positive.

Divideremo la dimostrazione di questo teorema in due parti.

3. Supponiamo dapprima che la funzione $\varphi(x)$ soddisfi la (A). Derivando questa equazione rapporto ad y otterremo

$$(A') \qquad f'(y) = \varphi(y)h(y) + \int_0^y \varphi(x)H_2(x, y)\,dx$$

in cui

$$(1) \qquad h(y) = \sum_0^n a_i y^n + h'(y)$$

$$(2) \qquad H_2(x,y) = \frac{\partial H(x,y)}{\partial y} = \sum_0^n{}_i (n-i)\,a_i x^i y^{n-i-1} + H'_2(x, y)$$

essendo

$$h'(y) = H'(y, y), \quad H'_2(x, y) = \frac{\partial H'(x, y)}{\partial y}.$$

Sia ora λ_s una radice dell'equazione (B).

Moltiplicando ambo i membri della (A') per $y^{\lambda_s - n - 1}$ avremo

$$f'(y)y^{\lambda_s - n - 1} = \varphi(y)h(y)y^{\lambda_s - n - 1} + y^{\lambda_s - n - 1}\int_0^y \varphi(x)H_2(x, y)\,dx.$$

Poichè la parte reale di λ_s deve essere positiva, così ambo i membri della precedente equazione saranno finiti o al più, per $y = 0$, diverranno infiniti d'ordine inferiore ad un numero minore dell'unità. Quindi sarà lecito integrare fra 0 e z e si otterrà:

$$(3) \qquad \int_0^z f'(y)y^{\lambda_s - n - 1}\,dy = \int_0^z \Big\{ \varphi(y)h(y)y^{\lambda_s - n - 1} + $$
$$+ y^{\lambda_s - n - 1}\int_0^y \varphi(x)H_2(x,y)\,dx \Big\}\,dy$$

e applicando il principio di Dirichlet

$$\int_0^z f'(y)y^{\lambda_s - n - 1}dy = \int_0^z \Big\{ h(y)y^{\lambda_s - n - 1} + $$
$$+ \int_y^z H_2(y,x)\,x^{\lambda_s - n - 1}\,dx \Big\}\varphi(y)\,dy.$$

Abbiamo ora, in virtù della (2),

$$\int_y^z H_2(y,x)x^{\lambda_s-n-1}dx = \sum_0^n{}_i \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^i z^{\lambda_s-i-1} -$$

$$- \sum_0^n{}_i \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^{\lambda_s-1} + \int_y^z H'_2(y,x)x^{\lambda_s-n-1}dx$$

e, mediante una integrazione per parti applicata all'ultimo integrale,

$$\int_y^z H_2(y,x)x^{\lambda_s-n-1}dx = \sum_0^n \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^i z^{\lambda_s-i-1} -$$

$$- \sum_0^n \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^{\lambda_s-1} + H'(y,z)z^{\lambda_s-n-1} - h'(y)y^{\lambda_s-n-1} -$$

$$- (\lambda_s-n-1)\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx.$$

Ne segue, tenendo conto della (1),

$$h(y)y^{\lambda_s-n-1} + \int_y^z H_2(y,x)x^{\lambda_s-n-1}dx =$$

$$y^{\lambda_s-1}\sum_0^n a_i\left(1-\frac{n-i}{\lambda_s-i-1}\right) + h'(y)y^{\lambda_s-n-1} + \sum_0^n{}_i \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^i z^{\lambda_s-i-1}$$

$$+ H'(y,z)z^{\lambda_s-n-1} - h'(y)y^{\lambda_s-n-1} - (\lambda_s-n-1)\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx.$$

Ma siccome λ_s è radice della (B), così

$$\sum_0^n{}_i a_i\left(1-\frac{n-i}{\lambda_s-i-1}\right) = \sum_0^n{}_i a_i \frac{\lambda_s-n-1}{\lambda_s-i-1} = 0,$$

onde il secondo membro della precedente equazione diverrà

$$= \sum_0^n{}_i \frac{n-i}{\lambda_s-i-1} a_i y^i z^{\lambda_s-i-1} + H'(y,z)z^{\lambda_s-n-1} -$$

$$- (\lambda_s-n-1)\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx.$$

In conseguenza la (3) si scriverà

$$\int_0^z f'(y) y^{\lambda_s - n - 1} dy = \int_0^z \Big\{ \sum_0^n {}_i \frac{n-i}{\lambda_s - i - 1} a_i y^i z^{\lambda_s - i - 1} +$$

$$+ \mathrm{H}'(y,z) z^{\lambda_s - n - 1} - (\lambda_s - n - 1) \int_y^z \mathrm{H}'(y,x) x^{\lambda_s - n - 2} dx \Big\} \varphi(y) dy$$

e moltiplicando ambo i membri per $z^{-\lambda_s + 1}$,

$$(4) \qquad z^{-\lambda_s+1} \int_0^z f'(y) y^{\lambda_s - n - 1} dy = \int_0^z \Big\{ \sum_0^n {}_i \frac{n-i}{\lambda_s - i - 1} a_i y^i z^{-i} +$$

$$+ \frac{\mathrm{H}'(y,z)}{z^n} - (\lambda_s - n - 1) z^{-\lambda_s+1} \int_y^z \mathrm{H}'(y,x) x^{\lambda_s - n - 2} dx \Big\} \varphi(y) dy.$$

Si ponga ora

$$\mathrm{K}_s = \frac{(\lambda_s - n)(\lambda_s - n + 1) \dots (\lambda_s - 2)}{(\lambda_s - \lambda_1)(\lambda_s - \lambda_2) \dots (\lambda_s - \lambda_n)}, \quad (s = 1, 2, \dots n)$$

in cui il denominatore contiene tutte le differenze $\lambda_s - \lambda_h$ per $h \gtrless s$.

Per noti teoremi algebrici (*) avremo

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} & \sum_1^n {}_s \mathrm{K}_s = 1 \\ & \sum_1^n {}_s \frac{\mathrm{K}_s}{\lambda_s} = \frac{n!}{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n} = \frac{n \sum_0^n {}_i a_i}{\sum_0^n {}_i \frac{a_i}{i+1}} \\ & \sum_1^n {}_s \frac{\mathrm{K}_s}{\lambda_s - 1} = \frac{(n-1)!}{(\lambda_1 - 1)(\lambda_2 - 1) \dots (\lambda_n - 1)} = \frac{\sum_0^n {}_i a_i}{n a_0} \\ & \sum_1^n {}_s \frac{\mathrm{K}_s}{\lambda_s - q} = 0, \quad (q = 2, 3 \dots n). \\ & \sum_1^n {}_s \frac{\mathrm{K}_s}{n + 1 - \lambda_s} = \frac{(n-1)!}{(n+1-\lambda_1) \dots (n+1-\lambda_n)} = \frac{\sum_0^n {}_i a_i}{n a_n}. \end{aligned} \right.$$

(*) Vedi Jacobi, *Disquisitiones analyticae de fractionibus simplicibus.* Dissertatio inauguralis. Berolini 1825 (" Ges. Werke ", Bd. III).

Moltiplichiamo ambo i membri della (4) per K_s e sommiamo per tutti i valori dell'indice s da 1 ad n. Si avrà

$$\sum_1^n{}_s K_s z^{-\lambda_s+1}\int_0^z f'(y)y^{\lambda_s-n-1}\,dy =$$

$$= \int_0^z \left\{ \sum_0^{n-1}{}_i (n-i)a_i y^i z^{-i} \sum_1^n{}_s \frac{K_s}{\lambda_s - i - 1} + \frac{H'(y,z)}{z^n} \sum_1^n{}_s K_s - \right.$$

$$\left. - \sum_1^n{}_s K_s(\lambda_s - n - 1)\, z^{-\lambda_s+1}\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx \right\} \varphi(y)\,dy$$

ossia, in virtù delle (5),

$$(6) \qquad \sum_1^n{}_s K_s z^{-\lambda_s+1}\int_0^z f'(y)y^{\lambda_s-n-1}dy =$$

$$= \int_0^z \left\{ \sum_0^n a_i + \frac{H'(y,z)}{z^n} - \sum_1^n{}_s K'_s z^{-\lambda_s+1}\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx \right\} \varphi(y)\,dy$$

in cui si è posto

$$K'_s = \frac{(\lambda_s - n - 1)(\lambda_s - n)\ldots(\lambda_s - 2)}{(\lambda_s - \lambda_1)(\lambda_s - \lambda_2)\ldots(\lambda_s - \lambda_n)}.$$

Si scriva per semplicità

$$(7) \quad \sum_1^n{}_s K_s z^{-\lambda_s+1}\int_0^z f'(y)y^{\lambda_s-n-1}dy = \psi(z)$$

$$(8) \quad \sum_0^n{}_i a_i + \frac{H'(y,z)}{z^n} - \sum_1^n{}_s K'_s z^{-\lambda_s+1}\int_y^z H'(y,x)x^{\lambda_s-n-2}dx = G(y,z),$$

la (6) allora assumerà la forma

$$(C) \qquad \psi(z) = \int_0^z G(y,z)\,\varphi(y)\,dy;$$

ossia potremo concludere che se $\varphi(y)$ soddisfa la (A) dovrà verificare la equazione precedente.

Abbiamo ora

1° $\psi(z)$ è una funzione finita e continua in tutto l'intervallo $(0\,a)$, e per $z=0$ si annulla.

$\psi'(z)$ è una funzione finita e continua nello stesso intervallo, e

$$\lim_{z=0} \psi'(z) = (n+1) f_1(0) \sum_1^n \frac{K_s}{\lambda_s} = \frac{n(n+1)\sum_0^n {}_i\, a_i}{\sum_0^n {}_i \frac{a_i}{i+1}} f_1(0).$$

2° $G(y,z)$ e $G_2(y,z) = \frac{\partial G(y,z)}{\partial z}$ sono funzioni continue ed i limiti superiori dei loro valori assoluti sono finiti per tutti i valori di x, y che verificano le condizioni

$$a > z > y > 0.$$

3° La funzione

$$G(z,z) = \sum_0^n a_i + \frac{h'(z)}{z^n}$$

è finita continua e diversa da zero per tutti i valori di z compresi fra 0 ed a.

La questione funzionale (C) rientra dunque in quella classe, che ho esaminata in Note precedenti, la quale non ammette che una sola soluzione $\varphi(x)$.

Dunque non può esservi più di una funzione che soddisfi la (A).

4. Mostriamo ora che ogni funzione finita e continua $\varphi(y)$ che verifica la (C) deve soddisfare la (A′) e per conseguenza la (A).

Supponiamo infatti che $\varphi(y)$ soddisfi la (C); in tal caso, posto

$$\Phi(y) = f'(y) - \varphi(y) h(y) - \int_0^y \varphi(x) H_2(x,y)\, dx,$$

questa funzione resulterà finita e continua per $a > y \geq 0$ e diverrà infinitesima d'ordine n per $y=0$.

Seguendo l'analisi che ci ha condotti alla (C), si riconosce facilmente che questa equazione potrà scriversi

$$(C') \qquad \sum_1^n{}_s \, K_s z^{-\lambda_s+1} \int_0^z \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy = 0.$$

Moltiplichiamo ambo i membri della precedente equazione per $z^{q-2}dz$; avremo

$$\sum_1^n{}_s \, K_s z^{q-\lambda_s-1} dz \, . \int_0^z \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy = 0.$$

Ammettendo di dare a q uno dei valori $2, \ldots n$, potremo integrare fra 0 ed u $(a > u > 0)$, e applicando il principio di Dirichlet si otterrà:

$$0 = \sum_1^n{}_s \, K_s \int_0^u \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy \, . \int_y^u z^{q-\lambda_s-1} dz =$$

$$= \sum_1^n{}_s \, K_s \int_0^u \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy \, . \left[\frac{u^{q-\lambda_s}}{q-\lambda_s} - \frac{y^{q-\lambda_s}}{q-\lambda_s} \right] =$$

$$= \sum_1^n{}_s \, \frac{K_s}{q-\lambda_s} u^{q-\lambda_s} \int_0^u \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy - \int_0^u \Phi(y) y^{q-n-1} \sum^n \frac{K_s}{q-\lambda_s} dy.$$

A cagione della penultima delle (5), l'ultimo termine della espressione precedente si annullerà, onde avremo

$$\sum_1^n{}_s \, \frac{K_s}{q-\lambda_s} u^{q-\lambda_s} \int_0^u \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy = 0$$

o anche

$$\sum_1^n{}_s \, \frac{K_s}{q-\lambda_s} z^{-\lambda_s+1} \int_0^z \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy = 0 \qquad (q = 2, 3 \ldots n).$$

Poniamo

$$K_s z^{-\lambda_s+1} \int_0^z \Phi(y) y^{\lambda_s-n-1} dy = v_s;$$

le equazioni precedenti unitamente alla (C′) potranno scriversi

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n = 0$$

$$\frac{1}{2-\lambda_1} v_1 + \frac{1}{2-\lambda_2} v_2 + \dots + \frac{1}{2-\lambda_n} v_n = 0$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{n-\lambda_1} v_1 + \frac{1}{n-\lambda_2} v_2 + \dots + \frac{1}{n-\lambda_n} v_n = 0$$

e poichè il determinante

$$\begin{vmatrix} 1, & 1, & \dots\dots & 1 \\ \frac{1}{2-\lambda_1}, & \frac{1}{2-\lambda_2}, & \dots & \frac{1}{2-\lambda_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{n-\lambda_1}, & \frac{1}{n-\lambda_2}, & \dots & \frac{1}{n-\lambda_n} \end{vmatrix} \gtrless 0$$

così avremo

$$v_s = 0$$

da cui segue

$$\Phi(y) = 0$$

che non è altro che la (A′). Abbiamo quindi provato che dalla (C) segue la (A′) e perciò la (A).

Osserviamo ora che la questione funzionale (C) ammette sempre una soluzione, quindi se saranno verificate le condizioni poste nell'enunciato del teorema 1° esisterà sempre una funzione $\varphi(x)$ che verifica l'equazione (A) e perciò il teorema stesso resulterà dimostrato.

5. La identità riscontrata nel corso della precedente dimostrazione fra i due problemi funzionali (A) e (C) conduce al

Teorema 2°. — *Quando sono verificate le condizioni poste nel teorema 1°, per risolvere la questione funzionale*

$$\text{(A)} \qquad f(y) = \int_0^y \varphi(x) \mathrm{H}(x,y)\, dx \qquad (a > y > 0)$$

basterà trovare la funzione $\varphi(x)$ *che soddisfa l'equazione*

$$\text{(C)} \qquad \sum_1^n{}_s \mathrm{K}_s z^{-\lambda_s+1} \int_0^z f'(y) y^{\lambda_s-n-1} dy =$$

$$= \int_0^z \left\{ \sum_0^n a_i + \frac{\mathrm{H}'(y,z)}{z^n} - \sum_1^n{}_s \mathrm{K}'_s z^{-\lambda_s+1} \int_y^z \mathrm{H}'(y,x) x^{\lambda_s-n-2}\, dx \right\} \varphi(y)\, dy$$

la quale potrà ottenersi coi metodi esposti nella Nota I.

Infatti le proprietà trovate per il primo membro della (C) e per la funzione che moltiplica $\varphi(y)$ nel secondo membro di essa (Cfr. le proprietà 1ª, 2ª, 3ª trovate nel § 3) lo provano, quando si tenga conto dei resultati che ho stabiliti nei §§ 3, 4 della mia Nota dell'Accademia dei Lincei, *Sulla inversione degli integrali definiti* (*).

6. Il teorema del § precedente mostra che la (A) si potrà risolvere determinando le radici dell'equazione algebrica (B), quindi ricorrendo ai procedimenti della suddetta Nota.

Ma possiamo trasformare la (C) in modo che non vi compariscano più esplicitamente le radici λ_s. Essa potrà scriversi infatti

$$\text{(C}_1\text{)} \qquad \int_0^z f'(y) \frac{z}{y^{n+1}} \sum_1^n{}_s \mathrm{K}_s \left(\frac{y}{z}\right)^{\lambda_s} dy =$$

$$= \int_0^z \left\{ \sum_0^n a_i + \frac{\mathrm{H}'(y,z)}{z^n} - \int_y^z \mathrm{H}'(y,x) \frac{z}{x^{n+2}} \sum_1^n{}_s \mathrm{K}'_s \left(\frac{x}{z}\right)^{\lambda_s} dx \right\} \varphi(y)\, dy.$$

Avremo ora se $1 \geq u > 0$

$$\sum_1^n{}_s \mathrm{K}_s u^{\lambda_s} = \sum_1^n \mathrm{K}_s (1+u-1)^{\lambda_s} = \sum_0^\infty{}_m \frac{(u-1)^m}{m!} \sum_1^n{}_s \mathrm{K}_s \lambda_s(\lambda_s-1)\ldots(\lambda_s-m-1)$$

$$\sum_1^n{}_s \mathrm{K}'_s u^{\lambda_s} = \sum_1^n \mathrm{K}'_s (1+u-1)^{\lambda_s} = \sum_0^\infty{}_m \frac{(u-1)^m}{m!} \sum_1^n{}_s \mathrm{K}'_s \lambda_s(\lambda_s-1)\ldots(\lambda_s-m+1)$$

(*) Seduta del 15 Marzo 1896.

Tenendo conto che

$$\sum_1^n{}_s K_s \lambda_s(\lambda_s - 1) \dots (\lambda_s - m + 1), \quad \sum_1^n K'_s \lambda_s(\lambda_s - 1) \dots (\lambda_s - m + 1)$$

sono funzioni razionali simmetriche delle radici della (B), esse potranno esprimersi razionalmente mediante $a_0, a_1 \dots a_m$, e quindi

$$\sum_1^n{}_s K_s u^{\lambda_s} = \sum_0^\infty{}_m \frac{(u-1)^m}{m!} A_m(a_0, a_1 \dots a_n) = \Psi(a_0, a_1 \dots a_n \mid u)$$

$$\sum_1^n{}_s K'_s u^{\lambda_s} = \sum_0^\infty{}_m \frac{(u-1)^m}{m!} A'_m(a_0, a_1 \dots a_n) = \Psi'(a_0, a_1 \dots a_n \mid u)$$

in cui A_m e A'_m denotano funzioni razionali di $a_0, a_1 \dots a_n$.

Mediante queste formule la (C_1) si trasformerà in modo che le λ_s resulteranno eliminate, ed avremo:

Teorema 3°. — *Quando sono soddisfatte le condizioni poste nel teorema 1° la equazione funzionale*

$$\text{(A)} \qquad f(y) = \int_0^y \varphi(x) H(x,y) dx \qquad (a > y > 0)$$

è equivalente all'altra

$$\text{(C'}_1\text{)} \qquad \int_0^z f'(y) \frac{z}{y^{n+1}} \Psi\left(a_0, a_1, \dots a_n \,\middle|\, \frac{y}{z}\right) dy =$$

$$= \int_0^z \left\{ \sum_1^n{}_i a_i + \frac{H'(y,z)}{z^n} - \int_y^z H'(y,x) \frac{z}{x^{n+2}} \Psi'\left(a_0, a_1 \dots a_n \,\middle|\, \frac{x}{z}\right) dx \right\} \varphi(y) dy.$$

7. Esaminiamo ora il caso in cui alcune radici dell'equazione (B) abbiano la parte reale negativa. Sia λ quella o una di quelle per cui la detta parte reale è minima, e poniamo $\lambda = -\mu$; quindi si consideri l'equazione funzionale

$$\text{(D)} \quad 1 = \frac{h(y)}{y^n} \theta(y) + \int_0^y \theta(x) \frac{\partial G(x,y)}{\partial y} \left(\frac{x}{y}\right)^\mu dx \quad (a > y > 0)$$

in cui $G(x,y)$ è data dalla espressione (8).

E facile riconoscere che, applicando il procedimento esposto nella mia Nota dell'Accademia dei Lincei, *Sulla inversione degli integrali definiti,* precedentemente citata, si può trovare la funzione finita e continua θ che soddisfa la precedente equazione. Perciò basta verificare che $\frac{h(y)}{y^n}$ è finita e non si annulla nell'intervallo $(0, a)$, e il limite superiore del modulo di

$$\frac{\partial G(x, y)}{\partial y} \left(\frac{x}{y}\right)^{\mu} \tag{9}$$

è finito per

$$a > y > x > 0.$$

Si osservi che se μ è un numero complesso, la (9) resulta una funzione complessa degli argomenti reali x, y; ma il procedimento a cui ci siamo riferiti è evidentemente estensibile senz'altro al caso in cui si tratti di funzioni complesse di variabili reali, purchè le condizioni relative ai valori assoluti si trasportino ai moduli.

Ciò premesso si ponga

$$\varphi(x) = \theta(x) x^{\mu}, \tag{E}$$

avremo

$$y^{\mu} = \frac{h(y)}{y^n} \varphi(y) + \int_0^y \varphi(x) \frac{\partial G(x,y)}{\partial y} dx$$

e osservando che

$$G(y, y) = \frac{h(y)}{y^n},$$

sarà

$$y^{\mu} = \frac{\partial}{\partial y} \int_0^y \varphi(x) G(x, y) dx;$$

onde integrando

$$\frac{1}{\mu+1} y^{\mu+1} = \frac{1}{-\lambda+1} y^{-\lambda+1} = \int_0^y \varphi(x) G(x,y) dx;$$

da cui segue

$$z^n \sum_0^n {}_i a_i \frac{z^{-\lambda+1}}{-\lambda+1} - \sum_0^n {}_i i a_i z^{n-i} \int_0^z \frac{y^{i-\lambda}}{-\lambda+1} dy =$$

$$= z^n \sum_0^n {}_i a_i \int_0^z \varphi(x) G(x,z) dx - \sum_0^n {}_i i a_i z^{n-i} \int_0^z y^{i-1} \int_0^y \varphi(x) G(x,y) dx.$$

Ora, eseguendo le integrazioni, il primo membro diviene

$$(10) \qquad \frac{1}{-\lambda+1} \sum_0^n \left(a_i z^{n-\lambda+1} - \frac{i a_i}{i-\lambda+1} z^{n-\lambda+1} \right) =$$

$$= z^{n-\lambda+1} \sum_0^n \frac{a_i}{-\lambda+i+1} = 0$$

e, applicando al secondo membro il principio di Dirichlet, esso si trasforma in

$$\int_0^z \varphi(x) \left\{ z^n \sum_0^n a_i G(x,z) - \sum_0^n i a_i z^{n-i} \int_x^z G(x,y) y^{i-1} dy \right\} dx$$

quindi, ponendo

$$L(x,z) = z^n \sum_0^n a_i G(x,z) - \sum_0^n i a_i z^{n-i} \int_x^z G(x,y) y^{i-1} dy ,$$

otterremo l'equazione

$$(11) \qquad \int_0^z \varphi(x) L(x,z) dx = 0.$$

Con facili calcoli si ha dalla (8)

$$G(x,y) = \sum_1^n {}_s K_s y^{-\lambda_s+1} \left\{ \int_x^y H_2(x,\xi) \xi^{\lambda_s-n-1} d\xi + H(x,x) x^{\lambda_s-n-1} \right\}$$

quindi $L(x,z)$ si potrà decomporre in due parti, e scrivere

$$L(x,z) = M + N$$

ove

$$M = H(x,x) \sum_1^n {}_s K_s x^{\lambda_s-n-1} \sum_0^n {}_i \left(a_i z^{n-\lambda_s+1} - i a_i z^{n-i} \int_x^z y^{i-\lambda_s} \right)$$

$$N = \sum_1^n {}_s K_s \sum_0^n {}_i \left(a_i z^{n-\lambda_s+1} \int_x^z H_2(x,\xi) \xi^{\lambda_s-n-1} d\xi - \right.$$

$$\left. - i a_i z^{n-i} \int_x^z y^{-\lambda_s+i} dy \int_x^y H_2(x,\xi) \xi^{\lambda_s-n-1} d\xi \right).$$

Semplicizzando come nella formula (10) si trova, tenendo conto delle (5),

$$M = H(x,x) \sum_1^n{}_s K_s \sum_0^n{}_i \frac{i a_i z^{n-i} x^{-n+i}}{i-\lambda_s+1} =$$

$$= H(x,x) \sum_0^n{}_i i a_i z^{n-i} x^{-n+i} \sum_1^n{}_s \frac{K_s}{i-\lambda_s+1} =$$

$$= H(x,x) n a_n \sum_1^n \frac{K_s}{n-\lambda_s+1} = \sum_0^n{}_i a_i H(x,x)$$

e mediante il principio di Dirichlet

$$N = \sum_1^n{}_s K_s \int_x^z H_2(x,\xi)\, \xi^{\lambda_s-n-1}\, d\xi \sum_0^n{}_i \left(a_i z^{n-\lambda_s+1} - i a_i z^{n-i} \int_\xi^z y^{-\lambda_s+i}\, dy \right) =$$

$$= \sum_1^n{}_s K_s \int_x^z H_2(x,\xi) \sum_0^n{}_i \frac{i a_i z^{n-i} \xi^{-n+i}}{i-\lambda_s+1} =$$

$$= \int_x^z H_2(x,\xi) \sum_0^n i a_i z^{n-i} \xi^{-n+i} \sum_1^n{}_s \frac{K_s}{i-\lambda_s+1}\, d\xi =$$

$$= n a_n \sum_1^n \frac{K_s}{n-\lambda_s+1} \int_x^z H_2(x,\xi)\, d\xi = \sum_0^n{}_i a_i \Big(H(x,z) - H(x,x) \Big)$$

onde

$$L(x,z) = M + N = \sum_0^n a_i H(x,z).$$

Perciò l'equazione (11) diverrà

$$\int_0^z \varphi(x)\, H(x,z)\, dx = 0 \tag{12}$$

quando si ammetta che tutte le radici della equazione (B) di grado n siano finite, e per conseguenza sia $\sum_0^n a_i \gtrless 0$.

8. Se μ fosse un numero complesso e $\varphi(x)$ ottenuto dalla (E) resultasse complesso ed eguale a $\varphi_1 + i\varphi_2$, allora separando la parte reale φ_1 dalla immaginaria si otterrebbero *due funzioni reali diverse da zero* φ_1 e φ_2 che ambedue verificherebbero la (12).

Si avrà dunque:

Teorema 4°. — *Se l'equazione*

$$\text{(B)} \qquad \frac{a_0}{\lambda-1} + \frac{a_1}{\lambda-2} + \ldots\ldots + \frac{a_n}{\lambda-n-1} = 0$$

di grado n *ha le radici finite e diverse fra loro, e una o più di esse hanno la parte reale negativa, allora l'equazione funzionale*

$$\int_0^y \varphi(x)\,\mathrm{H}(x,y)\,dx = 0$$

sarà soddisfatta da funzioni reali e diverse da zero.

Se le condizioni di questo teorema sono soddisfatte, si avrà dunque che l'equazione (A), allorchè ammette una soluzione ne ammetterà infinite che si otterranno dalla prima aggiungendovi una soluzione della (12) moltiplicata per una costante arbitraria. Quindi

Teorema VI. — *Il problema di dedurre* $\varphi(x)$ *dalla equazione funzionale*

$$\text{(A)} \qquad f(x) = \int_0^y \varphi(x)\,\mathrm{H}(x,y)\,dx$$

non è determinato quando la equazione

$$\text{(B)} \qquad \frac{a_0}{\lambda-1} + \frac{a_1}{\lambda-2} + \ldots\ldots + \frac{a_n}{\lambda-n-1} = 0$$

di grado n *ha le radici finite diverse fra loro e una o più di esse hanno la parte reale negativa.*

9. Se supponiamo $n = 1$, e chiamiamo

$$a_0 = \beta, \qquad a_1 = \alpha$$

allora l'equazione (B) diverrà

$$\frac{\beta}{\lambda-1} + \frac{\alpha}{\lambda-2} = 0$$

d'onde

$$\lambda = \frac{\alpha + 2\beta}{\alpha + \beta}$$

quindi λ sarà finito e positivo se

$$\frac{\alpha}{\beta} > -1 \quad \text{oppure} \quad \frac{\alpha}{\beta} < -2$$

e sarà finito e negativo se

$$-1 > \frac{\alpha}{\beta} > -2\,;$$

quindi i teoremi della Nota precedente si potranno ottenere subito come casi particolari di quelli ora stabiliti.

Aggiunta alla Nota:

Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare;

di GINO FANO.

---

1. Nella mia Nota: *Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare* (" Atti della R. Accademia di Torino ", vol. XXIX; adunanza del 1° aprile 1894) avevo lasciato ancora in dubbio se potesse o no esistere una certa congruenza di 3° ordine, 7ª classe e genere 6 (l. c., n° 7, p. 16); come pure, nel caso in cui questa congruenza esistesse effettivamente, se fosse possibile o meno di rappresentarla biunivocamente sul piano. — Poichè le congruenze di rette dello spazio ordinario si possono considerare come particolari rappresentazioni sensibili delle superficie contenute in una quadrica (M_4^2) non degenere dello spazio a cinque dimensioni, così la questione si può ricondurre a quella dell'esistenza, e, eventualmente, della razionalità,

di una superficie di ordine $3+7=10$ dello spazio S_5, contenuta sempre in una M_4^2 non degenere, e soddisfacente alle particolari condizioni in cui si traducono le proprietà di quella certa congruenza (3, 7), supposta esistente, che già si trovano enunciate nella mia Nota citata. I nuovi risultati acquisiti in questi due anni alla teoria delle superficie algebriche, per opera specialmente dei signori Castelnuovo e Enriques [1], mi permettono di rispondere ora completamente a quella questione, e precisamente di mostrare che *non* esistono congruenze di rette (3, 7) di genere 6 [2].

2. Ricordiamo anzitutto che la congruenza (3, 7) di genere 6, supposta esistente, *non deve contenere raggi multipli*, nè *fasci di rette* (l. c., n° 7, p. 15); ma deve invece contenere *venti coni cubici di genere uno*, i cui vertici sono punti singolari di essa, e tali ancora che ogni raggio di essa uscente da uno di questi punti appartiene sempre al cono corrispondente. *La congruenza non ammette altri punti singolari, ed è affatto priva di piani singolari.* Le terne di generatrici secondo cui quei vari coni cubici sono segati dai piani passanti pei rispettivi vertici sono le sole terne di rette della congruenza che appartengono ad un medesimo fascio (n° 4, p. 8, 9).

---

[1] Castelnuovo, *Alcuni risultati sui sistemi lineari di curve appartenenti a una superficie algebrica; Sulle superficie di genere zero;* Enriques, *Introduzione alla geometria sopra le superficie algebriche;* " Mem. della Soc. Ital. delle Scienze (detta dei XL) „, ser. III, t. X, 1896. In questa Nota dovrò valermi soprattutto dei risultati ottenuti dal sig. Castelnuovo nella seconda delle sue Mem. cit.

[2] Più particolarmente, faremo vedere che da alcune proprietà della superficie immagine F^{10} di S_5, supposta esistente, segue che questa non potrebbe essere razionale, e che, dal non esser questa razionale, segue poi l'esistenza su di essa di alcune rette che invece non vi sono contenute; da ciò l'assurdo, e quindi l'impossibilità dell'esistenza effettiva di quella superficie, nonchè della congruenza (3, 7) di cui essa sarebbe immagine. Questa via è alquanto indiretta, e non è certo escludibile che allo stesso risultato si possa anche giungere in modo più semplice; ma, poichè alcuni caratteri della superficie F^{10}, che qui si ammettono per ipotesi, sono stati dedotti soltanto da equazioni indeterminate, di cui si sono trovate, e restavano in parte a discutersi, le soluzioni intere e positive, potrebbe anche darsi che vi sia effettivamente implicita una contraddizione, ma soltanto remota.

Questa congruenza (3, 7) si potrà rappresentare con una superficie F^{10} dello spazio S_5, contenuta in una (sola) quadrica (M_4^2) non degenere, che indicheremo con Q; le sezioni (iper)piane di questa superficie saranno curve *non speciali* (cfr. la nota ultima al n° 4, p. 9, del mio lav. cit.) di genere 6, appartenenti a spazi S_4, e quindi *normali;* sicchè sarà normale anche la superficie F^{10}. Essa sarà priva di punti multipli; non conterrà rette, ma, corrispondentemente ai *venti* coni cubici della congruenza, conterrà un egual numero di curve piane di 3° ordine, poste in piani a due a due incidenti (perchè tutti appartenenti alla quadrica Q, e precisamente allo stesso sistema di piani sopra questa), benchè le curve stesse possano a due a due non incontrarsi [1]. Saranno questi i soli piani della quadrica Q che contengono infiniti punti (ossia tutta una curva) della superficie F^{10}. L'intersezione ulteriore di questa superficie con un S_4 generico passante per uno di quei 20 piani sarà una curva normale di 7° ordine e genere 3, che avrà comuni tre punti con questo piano (ossia colla relativa cubica).

3. Proiettiamo la superficie F^{10} su di uno spazio S_3 (da una sua trisecante, e quindi) da una retta generica r del piano α di una sua cubica γ^3. (Si può dunque supporre in particolare che r non incontri i piani delle rimanenti cubiche). Avremo una superficie F^7 di S_3, con un punto triplo A immagine della cubica γ^3; e con una curva doppia di 9° ordine, perchè le sezioni piane della stessa F^7 devono essere curve di genere 6. Questa curva doppia non passerà tuttavia per A, perchè le sezioni piane per questo punto devono essere di genere 3, e quindi appunto di genere inferiore di tre unità a quello della sezione generica. — Per la retta r passerà anche un secondo piano β della quadrica Q, che incontrerà la superficie F^{10} in *sette* punti; di questi, *tre* stanno già sulla curva γ^3 (ossia sopra r); gli altri *quattro* daranno in proiezione un unico punto B, *quadruplo* per la superficie F^7 (col cono tangente spezzato in quattro piani) e *sestuplo*

---

[1] Si può dimostrare che ciascuna di queste cubiche dovrebbe incontrare tutte le altre, meno una (cfr. la nota [2] a p. 711, n° 3); ma ciò non ha per noi alcuna importanza.

per la curva doppia C^9 (le sei tangenti a questa essendo date dalle intersezioni di quei quattro piani a due a due). La retta A B non appartiene però alla superficie F^7 (e non l'incontra quindi che nei due punti A e B, triplo il primo e quadruplo il secondo), perchè lo spazio S_3 che la proietta da r ha la sua intersezione con F^{10} completamente ripartita fra i due piani α e β, dei quali A e B sono appunto le traccie sopra F^7. Similmente si vede che quest'ultima superficie non contiene nemmeno altre rette uscenti da uno qualunque dei punti A e B. Infatti una tal retta, ove esistesse, dovrebbe esser proiettata da r secondo un S_3 contenente uno dei due piani α e β, e incontrante perciò ancora Q in un secondo piano, che avrebbe certo un punto a comune con r; sicchè quella stessa retta non potrebbe esser proiezione che di una curva di F^{10} contenuta in quest'ultimo piano, che (come si è detto) si appoggia ad r. E noi abbiamo già visto che le sole curve della superficie F^{10} che sono contenute in piani della quadrica Q sono le 20 cubiche, i cui piani (α escluso) si sono invece già supposti non incidenti alla retta r.

La curva doppia (C^9) della superficie F^7, avendo in B un punto sestuplo, ne è proiettata secondo un cono cubico. Questo cono sarà privo di generatrici doppie, perchè da un lato la curva C^9 non può avere punti doppi apparenti (se no si avrebbero raggi proiettanti uscenti da B e incontranti la superficie F^7 in *otto* punti, dunque contenuti in questa), e dall'altro ogni punto multiplo effettivo della stessa curva C^9 non potrebbe che esser proiezione di tre o più punti distinti di F^{10}; sicchè questi ultimi punti dovrebbero stare in un piano per r, e non sopra una retta [1]; dunque in un piano di Q, e diverso da α e β, il che non è possibile. La curva C^9, e il cono che la proietta da B, saranno dunque di genere *uno*. Questo cono incontrerà ancora la superficie F^7 secondo una curva di 3° ordine δ^3, avente un punto a comune con ogni sua generatrice; quindi anche di genere uno, e perciò piana. Sarà questa la proiezione di un'altra delle 20 cubiche della superficie F^{10} [2].

---

[1] Ricordiamo che la superficie F^{10} non ammette altre trisecanti, all'infuori di quelle contenute nei piani delle sue cubiche.

[2] Questa curva non passerà per A, perchè non vi passa il cono cubico

4. Si può verificare ora facilmente che per la superficie F^7, ovvero (il che fa lo stesso) per la F^{10} di cui essa è proiezione, sono nulli tanto il *genere geometrico,* quanto il *genere numerico.* — Il genere geometrico infatti è certamente nullo, perchè la superficie F^{10} di S_5 ha le sezioni non speciali (e su di essa non esistono quindi curve canoniche) (Enriques: Mem. cit., n° 38, p. 64-65). — D'altra parte, ogni superficie *aggiunta* alla F^7 deve contenere la curva C^9, e ha quindi in B un punto (almeno) triplo (perchè le sei tangenti a quella curva in B stesso non stanno su di un cono di ordine inferiore al terzo [1]). Inoltre, perchè una superficie di ordine n avente già in B un punto triplo contenga tutta la curva C^9 (che è di genere *uno*) occorrono (al più) altre $9n - 18$ condizioni (tante appunto essendo le intersezioni residue, fuori di B, di questa curva con una F^n avente in B un punto triplo). A queste aggiungendo le 10 del punto triplo, e quella del passaggio per A (che è punto triplo *isolato* di F^7), si trova che le F^n aggiunte a F^7 e linearmente indipendenti sono in numero di $\binom{n+3}{3} - 9n + 7$. E poichè quest'espressione si annulla per $n = 3$ (ossia $= 7 - 4$), si conclude che è nullo anche il genere numerico di F^7.

5. Sulla superficie F^{10} di S_5, di genere (geom. = num.) zero, il sistema lineare ∞^5 ($|C|$) delle sezioni iperpiane è *irreducibile, semplice* [2], *privo di curve fondamentali proprie* [3], e *a serie caratteristica non speciale* (Castelnuovo: Mem. cit., *Sulle superficie di genere zero;* n° 1, p. 8). E poichè la curva generica di questo sistema $|C|$ non è iperellittica, e (come si vede facilmente) in $|C|$ stesso non è nemmeno contenuto un sistema lineare ∞^4 di

---

che la proietta da B; e perciò la cubica di F^{10} di cui δ^3 è proiezione non incontrerà γ^3. Di qui segue appunto che i 20 coni cubici della congruenza (3, 7), supposta esistente, non dovrebbero avere, a coppie, nessuna generatrice comune.

[1] Esse sono infatti le intersezioni di quattro piani di una stella a due a due; e, se la retta r è stata presa in modo generale, questi piani sono tutti distinti, e tre qualunque di essi non passano per una stessa retta.

[2] Tale cioè che le curve di esso passanti per un punto generico della superficie non hanno a comune altri punti variabili col primo.

[3] Perchè la superficie F^{10} non ha punti multipli.

curve iperellittiche, così quelle stesse proprietà sopra enunciate spetteranno tutte anche al sistema $|C'|$ *aggiunto* di $|C|$ (CASTELNUOVO: Mem. cit., n° 7, p. 13); sistema che avrà la stessa dimensione 5, perchè $|C|$ è di genere 6 $(=5+1)$, e si comporrà di curve di ordine $2(6-1)=10$. Sulla superficie proiezione F^7 il sistema $|C'|$ verrà segato dalle aggiunte di 4° ordine, che sono appunto in numero di ∞^5; di queste, ∞^2 si spezzeranno nel cono cubico che da B proietta la curva doppia di F^7 e in un piano variabile per A. Per avere il grado di questo sistema, basterà cercare in quanti punti una curva generica (C'^{10}) di esso incontra una delle curve spezzate nella cubica δ^3 e in una sezione piana passante per A. Ora, la cubica δ^3 è incontrata da una F^4 aggiunta generica in 12 punti, dei quali però 9 stanno sulla curva doppia di F^7; ne rimangono quindi *tre* sulla C'^{10} intersezione residua delle due superficie. E una sezione piana di F^7 passante per A incontra una tale C'^{10} in 10 punti, dei quali però 3 cadono sempre in A stesso (dove ogni C'^{10} ha un punto triplo) e vanno quindi esclusi; ne rimangono *sette,* che, aggiunti alle *tre* intersezioni con δ^3, dànno ancora *dieci.* Il sistema $|C'|$ è dunque anch'esso di grado 10, e quindi — dovendo avere la serie caratteristica completa (1) e non speciale — di genere 6 (2); esso ha perciò gli stessi caratteri (genere, grado, dimensione) del sistema primitivo $|C|$ (3). Segue da ciò che non solo $|C'|$ segherà sulla curva generica di $|C|$ la serie canonica g_{10}^5, ma, viceversa, anche $|C|$ segherà sulla curva generica di $|C'|$ la relativa serie canonica, che è pure una g_{10}^5. Infatti questa serie segata sopra una C' generica dal sistema lineare $|C|$ (ossia dagli iperpiani di S_5) ha ancora l'ordine 10 e la dimensione 5; e di serie così fatte sopra una curva di genere 6 non vi è appunto che la sola serie canonica. Il sistema $|C|$ deve

---

(1) Perchè si tratta di sistema normale, sopra una superficie avente il genere geometrico eguale al genere numerico (CASTELNUOVO, *Alcuni risultati...*, n° 7, p. 18).

(2) D'altronde 6 è pure il genere della curva riducibile δ^3+C^7 testè considerata.

(3) Sulla superficie F^{10} di S_5 la curva C' generica sarebbe dunque una *curva canonica di genere* 6 (C_6^{10} di S_5).

dunque coincidere col sistema $|C'|$ aggiunto a $|C'|$ (CASTELNUOVO: Mem. cit., nota [1] a p. 9; cfr. anche p. 18) [1], e perciò la serie dei successivi aggiunti di $|C|$ risulta illimitata (coincidendo questi sistemi alternativamente con $|C'|$ e con $|C|$ stesso). La superficie di cui si tratta non può dunque essere razionale (CASTELNUOVO: Mem. cit., n° 7, p. 14), e avrebbe anzi precisamente il *bigenere* $P = 1$.

Più generalmente, per asserire che una superficie non è razionale, basta il fatto che un sistema lineare $|C|$ avente le proprietà di cui sopra e il suo (primo) aggiunto $|C'|$ hanno la stessa dimensione $r = r'$ e lo stesso genere $p = p'$. Si osservi infatti che ciò è possibile soltanto per $r = p - 1$ (come è appunto nel nostro caso); e allora il sistema $|C''|$ aggiunto a $|C'|$, qualunque esso sia, ha ancora la stessa dimensione $p - 1 = r = r''$; sicchè le tre dimensioni r, r', r'', essendo eguali fra loro, non soddisfanno a nessuna delle due diseguaglianze:

$$r'' < r'$$
$$r'' - r' < r' - r$$

una almeno delle quali deve verificarsi sopra ogni superficie razionale (CASTELNUOVO: l. c., n° 12, p. 18).

6. Non essendo dunque razionale la superficie F^{10}, e quindi la F^7 sua proiezione in S_3, quest'ultima dovrà necessariamente ammettere almeno una superficie *biaggiunta* di ordine $(2\{n-4\}$ per $n = 7$, ossia) *sei;* se no appunto, avendo già il genere (geom. $=$ num.) zero, essa sarebbe razionale (CASTELNUOVO: l. c., n° 14, p. 20). Ora, una superficie biaggiunta a F^7 (l. c., n° 11, p. 17) deve contenere la curva doppia C^9 anche come curva doppia, e avere ancora in A un punto doppio. E poichè l'intersezione

---

[1] Infatti, se $|C''|$ non coincidesse con $|C|$, vi sarebbero, fuori di $|C|$ stesso, altre curve *subaggiunte* (di rango zero) a $|C'|$, seganti cioè gruppi canonici sopra una C' generica (ENRIQUES, Mem. cit., n° 19, p. 34). Il sistema subaggiunto a $|C'|$ sarebbe dunque almeno ∞^6 (più ampio cioè del sistema aggiunto), e non potrebbe perciò segare sopra una C' generica una serie solo ∞^5 senza contenere questa C', il che non può avvenire, avendo il sistema $|C'|$ la serie caratteristica non speciale.

complessiva di una F^7 e di una F^6 deve essere una curva di 42° ordine, così, all'infuori della C^9 che è doppia per entrambe e non passa per A, non vi potrà essere che una curva di 6° ordine avente in A un punto sestuplo, e che dovrà perciò spezzarsi in sei rette uscenti da A stesso. Ma abbiamo detto fin da principio (n° 3) che F^7 non può contenere rette passanti per A; vi è dunque incompatibilità fra i vari caratteri che abbiamo attribuiti alla nostra superficie F^{10} di S_5, ossia fra le proprietà di cui avevamo trovato che una congruenza (3, 7) di genere 6, supposta esistente, avrebbe dovuto godere. Non esisteranno dunque congruenze così fatte, come appunto si voleva dimostrare.

Concludiamo perciò: *Tutte le congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare e non contenute in un complesso lineare* [1] *sono rappresentabili sul piano; e, ad eccezione di una sola congruenza (3, 6) di genere 5, il genere di esse* (ossia delle sezioni delle superficie immagini) *è* ≤ 4.

Ricerche sui Pesci Fossili di Paranà (Repubblica Argentina);

Nota del Dottor GIULIO DE ALESSANDRI.

Capitale della Provincia di Entre-Rios nell'alta Argentina, la città di Paranà è posta sul fiume omonimo quasi in faccia al suo confluente col Rio-Salado. Si trova nella parte inferiore del grande bacino paranense in mezzo alla vasta pianura limitata dalla Sierra del Mare e del Brasile ad Oriente e dalle ande di Bolivia a Ponente.

La natura geologica dei dintorni della città è uniforme; al

---

[1] Rimane dunque esclusa la congruenza (3, 3) intersezione di un complesso lineare con un complesso di 3° grado (Cfr. anche la nota [2] a p. 9 del mio lavoro citato).

disopra per tutto l'immenso piano si riscontrano le alluvioni recenti, formate in gran parte da una sabbia rossa, e solo le grandi erosioni dei fiumi, mettono in qualche posto in evidenza gli strati sottostanti più antichi. Essi sono formati da una sabbia finissima, talora leggermente cementata da calcare, di colorazione bianca, raramente gialliccia per la presenza di sostanze organiche decomposte, la quale nelle vicinanze della città è sostituita da una marna arenacea di color verdognolo.

Gli studii paleontologici e stratigrafici su questo bacino cominciarono verso la metà di questo secolo e furono quasi sempre estesi ai terreni della Repubblica Argentina.

Alcide D'Orbigny nell'anno 1842 (*Paléontologie du Voyage dans l'Amérique méridionale*, Paris), dallo studio dei numerosi fossili rinvenuti considerò i terreni dell'Argentina come spettanti al periodo Terziario e Quaternario; egli riassunse questi strati in quattro formazioni.

Guaranitica. — Formazione priva di fossili. — Eocene superiore.

Patagonica. — Formazione a molluschi marini. — Eocene sup. ed Oligocene.

Pampeana. — Formazione continentale a mammiferi terrestri. — Terziario sup.

Diluviana. — Formazione recente. — Quaternario.

Successivamente Carlo Darwin nel suo memorabile viaggio attorno al mondo, avendo avuto occasione di visitare le coste dell'Argentina, si occupò della geologia del Paranà e nella sua Memoria: *Geological observation on south America*, tom. III, pag. 89-133, publicata in Londra nel 1891, riferì la formazione *Patagonica* al piano *Eocenico*.

Nel 1859, Augusto Bravard, direttore del Museo Nazionale di Cordova, in una sua Monografia: *Terrenos marinos Tercianos de las Cercanias del Paranà*, trattò a lungo la posizione geologica degli strati paranensi. Egli, premessi alcuni cenni storici riguardanti gli studi geologici dell'Argentina, esaminata la costituzione stratigrafica del paese, e studiati i fossili raccolti nel Museo Nazionale, stabilì due formazioni: una più antica con resti di *Anoploterion* e *Paleoterion* e ricca di fossili, fra cui quattro specie di mammiferi, tre di rettili, dieci di pesci e cinque di molluschi, che corrisponderebbe al periodo *Eocenico* del Lyell,

l'altra più recente con resti di *Balaena* corrisponderebbe al periodo *Miocenico* del Lyell.

Pochi anni dopo il Dott. Burmeister (*Description physique de la République Argentine*. Paris, 1876) illustrò i mammiferi dell'Argentina, considerando però erroneamente la formazione *Patagonica* come *Pliocenica*, e più tardi Fiorentino Ameghino (*Formazione Pampeana*. Paris y Buenos-Ayres, 1881), occupandosi incidentalmente della formazione *Patagonica*, conchiuse doversi essa ritenere almeno come *Miocenica*.

Fu solo verso l'anno 1884 che la geologia di quel paese veniva largamente illustrata per opera del Dott. A. Doering. Egli nella sua importante Memoria: *Informe oficial de la Comision cientifica al Rio Negro* (Patagonia) (Newes Jahrbuch für Min. Geol. und Pal. Jahrg., 1884, Stuttgart), così divise i terreni Argentini.

Formazioni Eogene.

1ª Formazione: GUARANITICA	. . . . .	Cretaceo sup.
2ª Formazione: PATAGONICA	Piano Paranense *(Ostrea Ferrarisi)* .	Eocene sup.
	„ Mesopotamico *(Megamys Anoplotherium)*	Oligocene
	„ Patagonico *(Ostrea patagonica)*	

Formazioni Neogene.

1ª Formazione: ARAUCANA	. . . . .	Miocene
2ª Formazione: PAMPEANA	Piano Pampeano inf. *(Typotherium)*	Pliocene
	„ Eolitino *(Equus)*	
	„ Pampeano lacustre *(Paludestrina Ameghinii)*	
3ª Formazione: TEHUELCHE	. . . . .	Glaciale
4ª Formazione: QUERANDINA	. . . . .	Diluvium
5ª Formazione: ARIANA	. . . . .	Alluvium

Un anno dopo, il Dott. Alfredo Stelner (*Beiträge zur Geol. der Argentinischen Republick auf Anordnung der Argent Nat. Regierung herausgegeben.* Cassel et Berlin, 1886), in uno studio stratigrafico dei terreni della Republica, divise il terziario in due orizzonti; uno *inferiore* (*Guaranitico* D'Orb.) comprendente sedimenti detritici, che nelle Cordigliere sono direttamente sovrapposti agli schisti cristallini, paleozoici; l'altro *superiore* (*Patagonico* D'Orb.), comprendente formazioni recenti con avanzi di animali terrestri, corrispondente al *Miocene* e *Pliocene.* Più tardi il sig. Larrazet (*Des pièces de la peau de quelques Sélaciens fossiles.* " Bull. Soc. Géol. de France „. Serie III, Vol. XIV, pag. 255. Paris, 1886), descrisse fra altre tre specie di Raijdae raccolte lungo il Paranà presso Villa Unquiza, riferendo genericamente al *terziario* i terreni in cui vennero raccolte.

Recentemente in una sua importante monografia sui Mammiferi fossili della Repubblica Argentina (" Actas de la Academia Nacional de Cencias de la Republica Argentina in Córdoba „, Tom. VI, 1889), Fiorentino Ameghino, riprendendo lo studio geologico e paleontologico di alcuni anni prima, divide la formazione *Cenezoica* in tre periodi: *Eogeno* con resti di molluschi estinti; *Neogeno* con resti di molluschi estinti ed altri viventi; *Plionogeno* con avanzi di molluschi tuttora viventi.

L'*Eogeno* comprende il *Paleoceno*, l'*Eoceno* e l'*Oligoceno;* il *Piano Paranense* spetterebbe precisamente all'*Eoceno superiore.*

L'opera pregevole dell' Ameghino mentre illustra minutamente i mammiferi fossili del paese, porge pure sicuri contributi alla sua conoscenza stratigrafica, ed è quanto di più completo può vantare la geologia della Republica.

I vertebrati inferiori però e tutti gli invertebrati del paese furono finora assai negletti, non potendo considerarsi come scientificamente importante, il catalogo dei fossili del Museo Nazionale del Paranà, compilato dal Bravard molti anni or sono e senza l'aiuto delle più interessanti memorie fin allora publicate.

Una ricca collezione di fossili paranensi determinata in parte dal Bravard e composta di resti di Mammiferi, Pesci, Crostacei, Gasteropodi, Lamellibranchi, Echini e Stelleredi, conservasi nel R. Museo Geologico di Torino, al quale fu donata nel 1861 dal sig. De Luchi di Genova. Avendo ultimamente avuto

occasione di esaminarla, gli avanzi di Pesci pel loro numero e pel buon stato di conservazione, m'invogliarono a farne studio speciale.

Frutto di esso sono le considerazioni che qui presento.

Questi Pesci appartengono a tre sotto classi: Elasmobranchi, Ganoidi, Teleostei; rappresentati, i primi da cinque generi e sette specie; i secondi da un genere ed una specie; i terzi da tre generi e tre specie. Questa ittiofauna pare *Eocenica;* infatti l'*Odontaspis elegans* raccolta finora solo nell'*eocene* è una delle specie più caratteristiche delle formazioni terziarie; di più il *Carcharias (Aprionodon) gibbesii* è pure una specie essenzialmente eocenica; il genere *Lepidosteus* fu finora raccolto solamente nelle formazioni eoceniche di acqua dolce del Messico e l'*Od. Hopei* è specie comparsa nell'eocene e che persistette anche nel miocene.

Restano i due generi Acrodus e Corax, dalla maggior parte degli ittiologi considerati come spettanti al secondario superiore. Tuttavia per lo speciale modo di fossilizzazione (1) essi evidentemente appartengono allo stesso giacimento degli altri fossili paranensi quì descritti e sarebbero così parte dei rarissimi esemplari raccolti finora nel terziario.

Lo studio di questi avanzi fossili di Pesci, sembra quindi confermare il concetto del D'Orbigny, del Bravard, del Doering e dell'Ameghino, secondo il quale, il piano Paranense (ad *Ostrea Ferrarisi*) facente parte della formazione *Patagonica* d'Orb. corrisponderebbe al nostro *Eocene.*

---

(1) I fossili di Paranà sono completamente silicizzati e per la colorazione e consistenza loro, rassomigliano agli avanzi della Foresta di marmo dell'Egitto.

Sottocl. **ELASMOBRANCHI.**

Ord. ***SELACHII.***

Sottord. ***Asterospondyli.***

Fam. LAMNIDAE.

Gen. ***Odontaspis*** Agassiz.

Odontaspis elegans Agass. sp.

Tav. I, fig. 1, 1 *b*.

1843. *Lamna elegans.* — Agassiz L., *Poiss. foss.*, vol. III, pag. 289, tav. 35, fig. 1-5, tav. 37 *a*, fig. 59. — 1849. Gibbes R. W., *A Monog. foss. Squal. U. S.*, pag. 196, tav. 25, fig. 98-102. — 1858. Bravard A., *Monog. terr. mar. terc. Paranà*, pag. 52.

1891. *Odontaspis elegans* (e sinonimia). — Woodward, *Catal. of foss. fish. in the Brit. Mus.*, pag. 36.

L'*Od. elegans* per la forma slanciata dei suoi denti colla radice rigonfia e le branche sviluppatissime, colle strie sulla superficie interna del cono dentario, diritte non estese oltre la metà di esso è una delle specie più facilmente e nettamente riconoscibili.

Gli esemplari raccolti a Paranà non sono molto numerosi, presentano però sempre la forma caratteristica colle strie evidentissime.

In Europa questa specie fu riscontrata nell' eocene della Francia, del Belgio, della Germania, d'Inghilterra e d'Italia; in America, il Gibbes la raccolse nell'eocene dell'Alabama e della Carolina del Sud.

Odontaspis Hopei Agass. sp.

Tav. I, fig. 2, 2 *b*.

1843. *Lamna (Odontaspis) Hopei.* — Agassiz L., *Poiss. foss.*, vol. III, pag. 293, tav. 37 *a*, fig. 27-30.

1858. *Lamna amplibasidens.* — Bravard A., *Monog. terr. mar. terc. Paranà*, pag. 53.

1858. *Lamna unicuspidens.* — Bravard A., Op. cit., pag. 52.

1871. *Lamna (Od.) Hopei.* — Le-Hon H., *Prélim. Mém. Poiss. Tert. Belg.*, p. 12.

1885. *Odontaspis Hopei.* — Noetling F., *Die Fauna des Sansländs. Tert.*, vol. VI, pag. 71, tav. V, fig. 1, 3.

Tuttora discordi sono i pareri dei palittiologi riguardo all'*Od. Hopei*. L'Agassiz, il Le Hon, il Sauvage (1) ed il Bassani (2), ritengono essere l'*Od. Hopei* specie ben distinta dall'*Od. cuspidata* mentre il Woodward (3) e dapprima anche il Bassani (4) non credevano potersi considerare distinte le due specie.

Numerosi sono gli esemplari di *Od. Hopei* provenienti da Paranà i quali per la corona sottile e slanciata, in quelli anteriori ricurva verso la parte esterna, colla radice rigonfia e le branche lunghe profondamente divaricate, coi conetti laterali, sporgenti ed acuti, talora con tubercoli e denticini secondarii, corrispondono per bene a quelli figurati dall' Agassiz e dal Noetling. A questa specie vanno riferite la *Lamna unicuspidens* e la *Lamna amplibasidens* del Bravard, quest'ultima fu distinta dalle altre specie per la base alquanto sviluppata che talora raggiunge un terzo dell'intiera lunghezza del dente.

In Europa questa specie fu rinvenuta nelle argille di Londra e nelle Bernsteinformation (Prussia) e nel miocene del Belgio; in America il Gibbes la cita erroneamente nell' eocene della Carolina del Sud.

Fam. CARCHARIDAE

Gen. ***Carcharias*** Cuvier.

Sottogen. *Aprionodon* Gill.

Carcharias *(Aprionodon)* **gibbesii** Wood.
Tav. I, fig. 3-3 *a*.

1849. *Galeocerdo minor*. — Gibbes R. W. (non Agassiz), *Monog. of the foss. Squal. of U. S.*, pag. 192, tav. 25, fig. 63-65.
1849. *Oxyrhina minuta*. — Gibbes R. W. (non Agassiz), Op. cit., pag. 202, tav. 27, fig. 164.
1858. *Lamna serridens*. — Bravard A., *Monog. terr. mar. terc. Paranà*, p. 53.
1889. *Carcharias (Aprionodon) gibbesii*. — Woodward A. S., *Catal. of foss. fish. in Brit. Mus.*, pag. 437, 446, 452.

Il *Carcharias (Aprionodon) gibbesii* è una delle specie più numerose dell'ittiofauna paranense.

---

(1) Sauvage H. E., *Étude sur les poissons des faluns de Bretagne*, pag. 13.
(2) Bassani F., *Ittioliti miocenici della Sardegna*, pag. 36.
(3) Woodward A. S., *Catalog of foss. fish. Brit. Mus.*, pag. 368.
(4) Bassani F., *Ricerche sui Pesci foss. del Gahard* (Miocene medio), p. 57.

Gli esemplari raccolti hanno generalmente le piccole dimensioni di quelli tipici del Gibbes, la forma della loro corona è conica depressa colla superficie interna curva e quella esterna quasi piana; la radice è robusta, ha le due branche sviluppate poste quasi in linea retta fra di loro e separate da una larga scanalatura in mezzo della quale trovasi il foro del canale nutritivo; internamente i denti sono cavi.

Questa specie ha grande analogia col *Carch. (Aprionodon) basisulcatus* del Sismonda (1) e coll' *Aprionodon frequens* del Dames (2); si distingue però da essi per la radice più robusta e per la corona più tozza. Il *Carch.* (*Aprionodon*) *gibbesii* venne dal Gibbes raccolto nell'eocene della Carolina e dell' Alabama.

Gen. ***Corax*** Agassiz.

Corax aff. **falcatus** Agass.
Tav. I, fig. 4-4 *a*.

Io riferisco a *Corax aff. falcatus* una cinquantina di denti di perfetta conservazione i quali per la forma triangolare schiacciata, per la mancanza di cavità interna, per la corona larga appiattita a margini finamente seghettati, colla superficie interna alquanto convessa, e quella esterna piana con piccole pieghe alla base dello smalto, per la radice larga e piatta colle branche poco sviluppate e separate dalla parte interna da una larga scanalatura, corrispondono abbastanza alle descrizioni del *C. falcatus* dell'Agassiz (*Poiss. foss.*, vol. III, pag. 226, tav. 26ª, fig. 14, tav. 26ª, fig. 1-15) del Sauvage (" Bibl. École Hautes Études ", vol. V, pag. 40, tav. 11, fig. 84-85); ne differiscono per le dimensioni minori e per la radice relativamente meno sviluppata.

Il Bravard nella sua Monografia cita questa specie sotto il nome di *Squalus obliquidens;* in Europa il *C. falcatus* si trova in tutta la serie cretacea e fu raccolto in Inghilterra, in Francia, in Germania ed in Russia; nell'America del Nord il Roemer (3)

---

(1) Sismonda E., *Pesci fossili del Piemonte*, " Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino ", serie 2ª, vol. X, 1846, pag. 45.

(2) Dames W., *Ueber eine tertiäre Wirbelth. v. d. westlichen insel. des Birked-el-Qurun (Aegypten)*, " Sitzungsb. k. preuss. Akad. Wiss. ", 1883, p. 143.

(3) Roemer F., *Kreidebildungen von Texas*, 1852, pag. 36.

sotto il nome di *Corax heteroton* lo cita fra i fossili cretacei del Texas ed il Leidy (1) sotto il nome di *Galeocerdo falcatus* lo descrive fra i fossili pure cretacei del Kansas, del Mississipi e del Texas.

Fam. GESTRACIONIDAE.

Gen. ***Acrodus*** Agassiz.

Acrodus paranense n. sp.

Tav. I, fig. 5, 5 *c*.

Il genere *Acrodus* viene dalla maggior parte degli ittiologi considerato come unicamente secondario; lo Schafhäutl (K. E.) (2) però raccolse nell'eocene superiore di Baviera, alcuni esemplari che distinse col nome di *A. flexuosus;* Oronzio Gabriele Costa (3) cita fra i fossili del calcare eocenico di Gassino (Piemonte) un *Acrodus (A. Gastaldi)* che il prof. Bassani dalla descrizione e dalla figura crede non spettante assolutamente a tale genere, infine il prof. Emmons (4) descrive un *Acrodus* raccolto sul Miocene della Carolina del Nord, che il Leidy (5) dubitativamente distingue col nome di *A. Emmonsi.*

Quantunque da quanto ho esposto, ancora molto dubbiosi siano gli esemplari di questo genere raccolti nel terziario, ad ogni modo, quelli provenienti dall'eocene di Paranà vanno senza dubbio riferiti ad *Acrodus,* e per la *facies* speciale, che i fossili di detta località presentano, vanno ritenuti come certamente raccolti cogli altri avanzi, descritti in questa nota.

Alcuni di questi denti appartenenti alla parte centrale della mascella hanno la forma romboidale ricurva alle due estremità, colla superficie triturante rigonfia nella parte centrale e percorsa in tutta la sua lunghezza da una costola mediana, la quale è intersecata da numerose e ben distinte strie trasversali. La parte corrispondente alla corona, ha lo spessore di circa un

---

(1) Leidy J., *Contrib. Ext. Vert. fauna West. Terr.*, " Report of U. S. Geol. Survey of the terr. „, 1873, vol. I, pag. 301 e 351.

(2) Schafhautl K. E., *Süd-Bayerns Leth. Geog.*, 1863, pag. 224, t. 64, fig. 2.

(3) Costa O. G., *Sopra alcuni foss. di Gassino in Piemonte,* " Ann. Acc. Asp. Nat. Napoli, vol. III, 1864, pag. 30, tav. V, fig. 1.

(4) Emmons, *North Carolina Geol. Sur.*, 1858, pag. 244, fig. 97.

(5) Leidy J., " Proc. Ac. Nat. Sc. „, 1872, pag. 163. — Id., *Contrib. to the ext. Vert. Fauna,* 1873, pag. 301.

millimetro e mezzo, è alquanto più sviluppata nella parte centrale ed alle due estremità; essa ha colorazione rossiccia, la superficie radicale è quasi piana con una leggera prominenza verso la metà della sua lunghezza.

Altri esemplari più piccoli appartenenti alla parte posteriore della mascella sono meno accuminati e meno ricurvi alle due estremità, hanno però sempre la superficie triturante percorsa longitudinalmente da una grossa costola e trasversalmente sono solcati da numerosissime strie le quali sono più distinte nella parte mediana.

Le dimensioni dei grossi esemplari sono:

lungh. millim. 14; largh. millim. 5

quella dei piccoli esemplari è:

lungh. millim. 10; largh. millim. 4.

Per le piccole dimensioni l'*A. paranense* ha qualche analogia coll'*A. acutus* Agassiz delle arenarie di Tubingen (Wurtemberg), per la forma e l'ornamentazione della superficie triturante si approssima all'*A. rugosus* Agassiz della Creta di Maestricht.

Sottord. ***Tectospondyli.***

Fam. MYLIOBATIDAE.

Gen. ***Myliobates*** Cuvier.

Myliobates americanus Brav.

Tav. I, fig. 6, 6 *c*.

1858. *Myliobates americanus.* — Bravard A., *Monog. terr. mar. terc. del Paranà*, pag. 53. — 1877. Issel A., *Cenni sui Myliobates terz. ital.*, pag. 5. — 1889. Woodward A. S., *Catal. of foss. fish. in the Brit. Mus.*, pag. 121.

Il Bravard nella sua monografia sul Paranà cita senza descrivere una ventina e più di piastre dentali di questa specie, che si trovano nel Museo Nazionale della Confederazione Argentina, credo quindi utile di darne ora la descrizione.

Gli avanzi di *M. americanus*, che si conservano nel Museo geologico di Torino, sono numerosissimi, le piastre dentali sono generalmente sempre disgiunte le une dalle altre, con dimensioni variabilissime, solo una placca presenta i suoi elementi al loro posto.

Consta essa di quattro denti mediani e di quattro denti laterali per parte, ha una lunghezza di 21 millim., una larghezza di 26 millim., ed uno spessore di 4 millim.; la superficie triturante è alquanto convessa nella parte posteriore, è pianeggiante in quella anteriore; la superficie radicale è concava nel senso della lunghezza.

La superficie triturante ha una colorazione bruno-cupa, in alcuni denti distaccati essa appare tutta coperta da numerosissime macchie bianche, generalmente è striata nel senso della lunghezza da grosse fenditure irregolari.

La forma degli scaglioni centrali è esagonale, colla larghezza circa quattro volte maggiore della lunghezza, la quale in tutti è di circa 6 millim.; essi combaciano fra loro esattamente, dimodochè a tuttaprima si può scorgere le suture, le quali sono alquanto curve verso la parte posteriore.

I denti laterali hanno la forma irregolarmente romboidale, con una lunghezza di circa 5 millim. ed una larghezza di 3 millimetri.

La faccia radicale è irta di rilievi longitudinali equidistanti, i quali misurano circa 3 millim. di lunghezza e circa 0,5 millim. di larghezza, su ciascun scaglione mediano se ne contano circa 22, in quelli laterali generalmente 3.

La corona dei denti posteriori è sviluppata, essa ha la forma di un segmento sferico, la saetta del quale ha circa 3 millim. di lunghezza, quella dei denti posti nella parte anteriore si assottiglia considerevolmente con uno spessore non mai maggiore di 1 millim.

Il *M. americanus* presenta grandissima analogia col *M. Dixoni* dell'Agassiz (che è identico a quello da lui figurato, vol. III, tav. 47, fig. 6-7 sotto il nome di *M. heteropleurus*), dell'eocene di Francia e d'Inghilterra; infatti le dimensioni della placca, quelle dei denti mediani e laterali, la loro forma, e quella dei rilievi della parte radicale della piastra sono identici. Il numero di questi ultimi nella placca, che io ho disegnato, è alquanto maggiore, noto però che in parecchi scaglioni disgiunti i rilievi sono meno numerosi e colle stesse dimensioni della specie dell'Agassiz.

Nella raccolta dei fossili di Paranà vi sono pure moltissime spine di *Myliobates*, talune delle quali corrispondono lontana-

mente a quelle raccolte dal Leidy (1) nel Miocene della Virginia, le quali per essere raccolte assieme al *M. americanus,* e per presentare quella stessa *facies* tipica di questa specie, forse devono ad essa riferirsi.

Myliobates sp. ind.
Tav. I, fig. 7, 7 *b*.

Riferisco a *Myliobates* alcune grosse spine, raccolte esse pure nelle sabbie di Paranà, le quali per loro dimensioni, per la forma loro, tozza e schiacciata, corrispondono alquanto alle figure di *Ptychacanthus* dell'Agassiz (Poiss. foss., vol. III, pag. 67, tav. 45, fig. 1-23) ed a quelle di *Myliobates* sp. (Gervais P., *Zoolog. et Paleont. franç.*, 1852, pag. 519, tav. 80, fig. 5); ne differiscono però per l'ornamentazione alquanto più fina per la forma dei denti laterali e per la sezione, la quale negli esemplari di Paranà ha i due lati maggiori quasi retti ed un largo foro, ovale nel centro. Altri esemplari piu piccoli presentano la stessa forma ed ornamentazione; i denti laterali però sono più rari, più accuminati e disposti irregolarmente gli uni rispetto agli altri; essi presentano grande analogia col vivente *M. noctula* del Bonaparte.

Sottocl. **GANOIDI.**

Ord. *LEPIDOSTEIDAE.*

Fam. GINGLYMODI.

Gen. ***Lepidosteus*** Lacepède.

Lepidosteus sp. ind.
Tav. I, fig. 8, 8 *a*.

Riferisco dubitativamente a questo genere un piccolo dente, il quale, ove si eccettui le dimensioni un po' minori, per la forma e per l'ornamentazione, corrisponde perfettamente a quelli delle ligniti eoceniche di Soissons, descritti e figurati dal Gervais (2).

Altri esemplari di denti assai prossimi a quello di Paranà furono raccolti, con avanzi di vertebre e di squame, durante la

(1) Leidy J., *Contributions to the extinct vertebrate fauna of the West. Terr.*, pag. 354. Washington, 1893.

(2) Gervais P., *Zool. et Pal. franç.*, Paris, 1859, pag. 517, tav. 58, fig. 3-5.

spedizione del prof. Hayden nei depositi eocenici di acqua dolce del Wyoming e del Nuovo Messico e furono dal Leidy (1) descritti e figurati sotto il nome di *Lepidosteus,* più tardi però il Cope (2) riferì questi stessi esemplari al nuovo genere *Clastes.*

La lunghezza del dente è di circa 11 millimetri, la sua larghezza presso la base è di 5 millimetri; la corona è nera lucente, di forma conica, alquanto curva presso l'apice, essa è lunga pressapoco i tre quarti dell'intiera lunghezza del dente. Inferiormente essa è solcata da grosse scanalature longitudinali, larghe circa 1 millimetro, separate fra loro da rilievi tondeggianti che dalla base della corona si estendono lungo il cono dentario fino ai due terzi della sua lunghezza.

La radice è breve, cilindrica, tronca nella sua parte inferiore.

Sottocl. **TELEOSTEI.**

Ord. ***ACANTHOPTERI.***

Fam. SPARIDAE.

Gen. ***Chrysophrys*** Cuvier.

Chrysophrys sp.
Tav. I, fig. 9, 9 *c.*

Riferisco al genere *Chrysophrys* alcuni denti laterali interni ed altri posteriori, i quali raggiungono le medie dimensioni di quelle del continente europeo.

La corona dei denti laterali interni è semisferica con un diametro di circa 9 millimetri, in quelli posteriori è irregolarmente ovale con i due diametri rispettivamente di 8 e 6 millimetri; tutti hanno una colorazione bruno-rossiccia, colla radice conica, pochissimo sviluppata, percorsa da numerose strie parallele alla base.

Il Gibbes, il Leydy ed il Bravard non annoverano questo genere fra i fossili del continente americano; in Europa è abbondante ovunque con numerose specie.

---

(1) Leidy J., *Contrib. of the extinct. Vert. Fauna West. Terr.,* Washington, 1873, pag. 189.

(2) Cope Edw., " Proced. Amer. Phil. Soc. „, 1877-1883.

Fam. SPARIDAE?

Gen. ind.

Tav. I, fig. 10, 10 *a*.

Due frammenti di mascella, e molti denti da essi distaccati, appartengono senza dubbio alla famiglia degli Sparidi, quantunque a nessuno dei generi più conosciuti *(Chrysophrys, Sargus, Pagrus* e *Pagellus)* si possa riferire.

La fig. 8 rappresenta parte di una mascella, che pare la superiore; in essa i denti sono disposti irregolarmente su più fila, quelli posteriori sono depressi, arrotondati nella parte superiore, poligonali nella parte radicale, cavi all'interno, la corona ha colorazione olivastra, la radice è bruno-pallida, quelli anteriori sono piccoli cilindrici a sezione ovale, inferiormente rigonfi con un piccolo foro nutritivo centrale.

Le dimensioni dei grossi denti posteriori sono:

diametro	millimetri	7, —
altezza della corona . . .	„	0,8
altezza della radice . . .	„	1, —

Quelle dei denti posteriori sono:

diametro maggiore	millimetri	3, —
„ minore	„	1,8
altezza della corona . . .	„	1,5
„ „ radice. . . .	„	1, —

Nell'altra mascella, forse inferiore, i denti anteriori sono più sviluppati, hanno sezione poligonale cogli angoli smussati; in entrambe si osservano (come nel famoso esemplare di *Chrysophrys* del Pliocene di Volterra (Lawley R., *Osservazioni sopra ad una mascella fossile del genere* Sphaerodus, Pisa, 1875, pag. 9) alcuni denti in via di accrescimento nell'interno dell'osso mandibolare, i quali sono destinati col crescere a spingere fuori i denti vecchi ed a sostituirli.

Confrontando questi resti con quelli dei generi affini, ne consegue che le dimensioni di questi Sparidi dovevano essere rilevanti, certo pressapoco uguali a quelli delle *Chrysophrys*.

Fam. LABRIDAE.

Gen. ***Protautoga*** Leidy.

Protautoga longidens n. sp.
Tav. I, fig. 11, 11 *b*.

Il genere *Protautoga* fu fondato nel 1873 dal Leidy (1) sopra alcuni esemplari poco prima (2) riferiti al genere *Tautoga,* i quali per molti caratteri si avvicinavano alla vivente *Tautoga americana.* Di esso finora si conosce una sola specie il *P. conidens,* delle quali il Leidy raccolse due frammenti di mascelle e molti denti, in alcuni strati a diatomee da lui riferiti al Terziario Superiore, presso la città di Richmond (Virginia).

Alcuni denti riferibili a questo genere fanno parte dei fossili di Paranà, i quali per avere una forma più esile, più slanciata e più irregolare di quelli del *P. conidens,* io ho creduto doversi ritenere come nuova specie.

La corona dei denti incisivi è circa un terzo dell'intiera lunghezza del dente, ha la forma ovalare alquanto più acuminata verso l'estremità libera, la sua superficie esterna è assai ricurva, quella interna leggermente concava, la sua colorazione è bruno-rossiccia; essa è separata dalla radice da una larga strozzatura.

La radice è sviluppata, ha il margine esterno curvo, e quello interno, come la corona, alquanto concavo; inferiormente essa è divisa in due punte ugualmente sviluppate.

I denti laterali hanno una forma più tozza, la corona è più sviluppata e più turgida, la radice è assai più ristretta della corona, ed ha la forma regolarmente tronco-conica, essa ha una lunghezza pressapoco uguale alla metà dell'intiera lunghezza del dente, inferiormente non presenta prominenze.

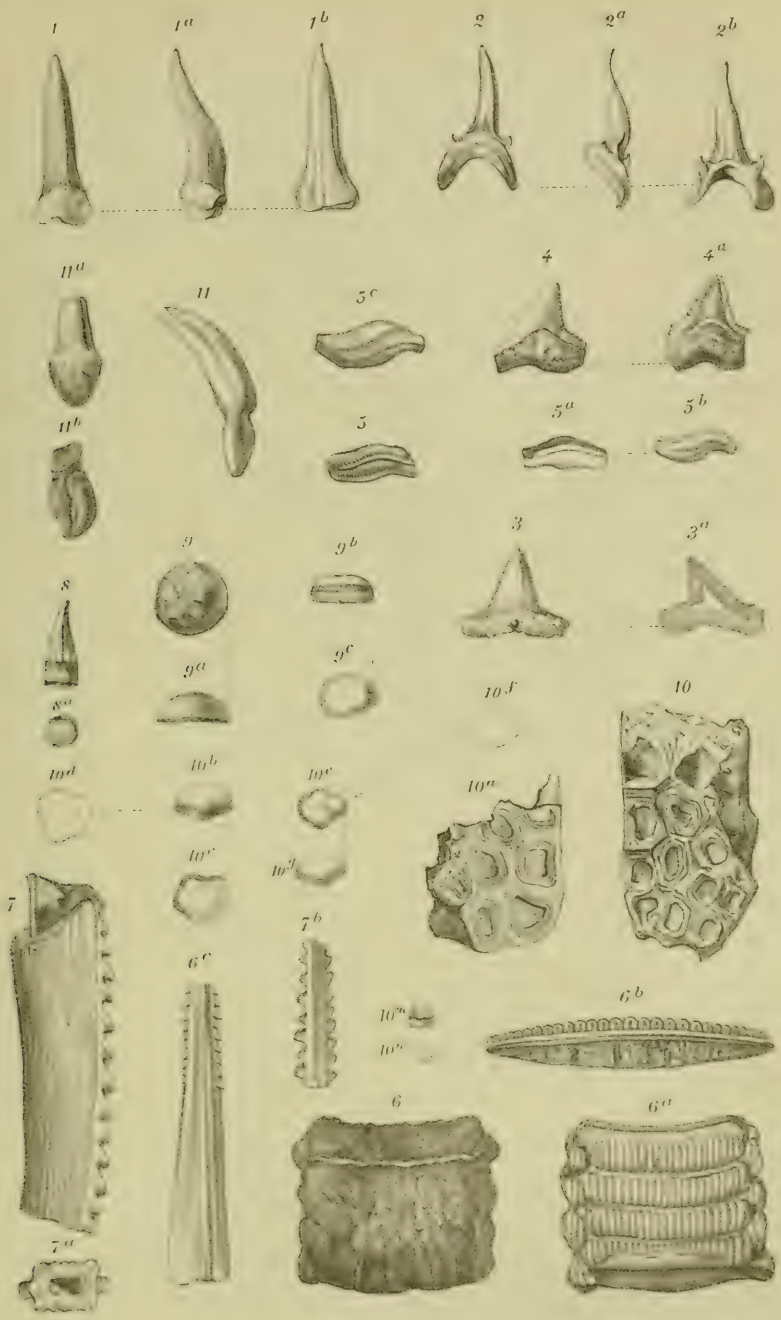
---

(1) Leidy J., *Contrib. to the ext. Verteb. fauna,* pag. 346, tav. 32, fig. 56-57.

(2) Leidy J., " Proc. Ac. Nat. Sc. „, 1873, pag. 15. — Id., " Ann. Journ. Sciences „, 1873, pag. 312.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1, 1 *a*, 1 *b*.	*Odontaspis elegans* Agass. — Grandezza naturale.
„ 2, 2 *a*, 2 *b*.	*Id.* *Hopei* Agass. — Id. id.
„ 3, 3 *a*.	*Carcharias (Aprionodon) gibbesii* Wood. — (Grandezza doppia del vero).
„ 4, 4 *a*.	*Corax aff. falcatus* Agass. — Grandezza naturale.
„ 5, 5 *a*, 5 *b*, 5 *c*.	*Acrodus paranense* De Al. — Id. id.
„ 6, 6 *a*, 6 *b*.	*Myliobates americanus* Brav. — Id. id.
„ 6 *c*.	Spina (*Myliobates americanus*?). — Id. id.
„ 7, 7 *a*, 7 *b*.	*Myliobates* sp. ? — Id. id.
„ 8, 8 *a*.	*Lepidosteus* sp. ? — Id. id.
„ 9, 9 *a*, 9 *b*, 9 *c*.	*Chrysophrys* sp. ? — Id. id.
„ 10, 10 *a*.	*Sparidae*? gen. ind. Frammenti di mascella. — Id. id.
„ 10 *b*, 10 *c*, 10 *d*.	*Id.* Dente posteriore. — Id. id.
„ 10 *e*, 10 *g*, 10 *l*.	*Id.* Dente mediano. — Id. id.
„ 10 *m*, 10 *n*.	*Id.* Dente anteriore (capovolto). — Id. id.
„ 11, 11 *a*, 11 *b*.	*Protautoga longidens* De Al. — Id. id.



Lit. Salussolia - Torino

Relazione intorno alla Memoria del Dott. Ermanno Giglio-Tos intitolata: " *Sulle cellule del sangue della Lampreda* ".

Mentre lo studio degli elementi cellulari del sangue è stato oggetto di numerosi lavori per ciò che riguarda i mammiferi, gli uccelli e gli anfibi, i pesci invece, e in particolar modo le forme più basse, vennero quasi totalmente lasciati in disparte. Così intorno alla struttura delle cellule del sangue dei Ciclostomi la scienza non possiede che le ricerche relativamente antiche del Müller, del Gulliver, del Wagner, del Renaut e del Thompson d'Arcy, ecc., ricerche poco estese, poco minute e sopratutto non condotte con tecnica istologica sufficientemente delicata.

L'Autore ha ripreso lo studio della struttura delle cellule del sangue della Lampreda mettendo in opera i migliori metodi di ricerca. I risultati ottenuti costituiscono indubbiamente un notevole progresso per la conoscenza degli elementi cellulari del sangue dei Ciclostomi e forniscono pure dati importanti per spiegare la struttura di quelli che si trovano nel sangue dei Vertebrati più elevati.

I vostri commissarii quindi propongono che la memoria del dottor E. Giglio-Tos venga ammessa alla lettura e venga stampata nei volumi delle Memorie accademiche.

T. Salvadori.
L. Camerano, *relatore*.

Relazione sulla Memoria del Prof. A. Garbasso intitolata:
" *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* ".

Le farfalle ed alcuni coleotteri presentano sulla loro superficie dei fenomeni luminosi degni di studio. Le indagini fatte su questo argomento erano scarsissime fino a poco tempo fa e il Prof. Garbasso ne aveva iniziato lo studio, quando una recente opera del signor B. Walter, che tratta diffusamente tali questioni, l'indusse a ristringere le sue ricerche alle scaglie di alcuni Curculionidi e in particolare a quelle dell'*Entimus imperialis*. La struttura di queste scaglie è diversa da quella delle farfalle ed anche la causa che produce i colori è diversa nei due casi.

Premessa la descrizione delle scaglie osservate col microscopio, l'Autore fa notare come i colori osservati con luce riflessa o con luce trasmessa sieno complementari. A seconda dell'inclinazione della squama ne varia il colore. Il carattere dei fenomeni è tale che i colori vanno attribuiti ad interferenze. Le scaglie devono aver la struttura d'un diaframma piano, formato da due pellicole sottili, trasparenti, parallele e vicinissime, le quali racchiudono uno strato d'aria. L'esperienze dell'A. confermano tale ipotesi.

Infine l'A. riferisce le osservazioni fatte col disporre le scaglie fra due Nicol incrociati. La luce dopo avere oltrepassato il primo Nicol cessa d'essere polarizzata in causa delle minute irregolarità della superficie delle scaglie e si osservano in tali condizioni certi fenomeni ottici che vengono studiati e spiegati dall'Autore.

A nostro parere la memoria del Dr Garbasso merita d'essere ammessa alla lettura ed inserita nei volumi accademici.

L. Camerano.
A. Naccari.

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Maggio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cipolla, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio Cipolla legge una commemorazione del Socio corrispondente Giuseppe De Leva.

Lo stesso Socio dà lettura di un suo lavoro intitolato: " *Nuovi appunti di storia novaliciense* ".

Il Socio segretario Ferrero legge una sua nota sopra " *Un ripostiglio di monete della repubblica romana scoperto a Romagnano Sesia* ".

Il Direttore della Classe legge una sua nota: " *Lo stato di alcuni archivi comunali della provincia di Susa ai tempi di Re Vittorio Amedeo III* ".

I detti lavori sono pubblicati negli *Atti*.

Il Socio Cipolla condeputato coi Socii Claretta e Ferrero ad esaminare il lavoro manoscritto presentato dal prof. Carlo

Merkel ed intitolato: " *Niccolò Scillacio e le relazioni intorno al secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America* „ legge la Relazione della Commissione conchiudente per l'ammessione del lavoro alla lettura.

Udita lettura del lavoro, la Classe procede alla votazione intorno ad esso, nella quale si hanno otto voti favorevoli e tre contrarii. Il lavoro, non avendo ottenuto i tre quarti dei voti, richiesti dallo Statuto accademico, non è approvato.

LETTURE

GIUSEPPE DE LEVA

Commemorazione del Socio CARLO CIPOLLA.

Invitato dalla nostra Presidenza a ricordare in quest'aula il nome di Colui verso del quale ebbi e sempre conserverò il più rispettoso affetto, quasi di figliuolo a padre, mi sento rinnovarsi oggi quella stretta al cuore, che provai acutissima, allorchè mi giunse inattesa la notizia della sua morte.

La veneranda e soave figura del mio Maestro mi ricomparisce adesso dinanzi alla mente, quale la vidi l'ultima volta, che con lui m'incontrai pochi giorni prima che Iddio ce lo togliesse, quando ebbi da Lui l'ultimo bacio, che io ora considero come il sigillo e il compendio dei lunghi anni, nei quali, con affetto paterno, egli curò in varie guise la mia educazione scientifica. Pensando a tutto questo, le lagrime ritornano ai miei occhi, e non è certo per amore di vana retorica, che applico adesso a me medesimo il verso del poeta: " farò come colui, che piange e dice „.

I.

Dalla ricordanza personale, ritorno alla nostra Accademia, la quale nell'ultimo anno vide mancarsi parecchi tra i suoi più illustri e più benemeriti degli studi.

Commemorai il 25 novembre p. p. Cesare Cantù e Enrico von Sybel. Nè mentre parlava di loro, pensava che un'altra dolorosa perdita stava per avere il nostro sodalizio e con esso la letteratura storica italiana nella morte di Giuseppe De Leva. L'avevo veduto appena tre settimane innanzi, e l'avevo trovato stanco assai, e anzi quasi consunto. Ma non avrei creduto che le sue forze dovessero estinguersi in sì poco tempo.

Nel prof. De Leva l'Italia perdette uno dei suoi figli più degni di rispetto e di onore; chè quanti l'hanno conosciuto dappresso, quanti hanno potuto sapere quale uomo egli era, comprendono che con lui non è scomparso solamente uno storico insigne, ma un professore impareggiabile, ma un uomo ricco di virtù veramente solide e rare.

Quanti gli fummo discepoli, ammiriamo in lui il Maestro più ancora che lo Scienziato. L'ansia affettuosa che egli aveva per i suoi discepoli, non era l'ultima delle sue preziose qualità didattiche. A noi, ogni particolarità del suo insegnamento sembra degna di nota.

Sulla cattedra, a seconda delle circostanze, a seconda del pubblico cui rivolgeva la sua parola, egli era eloquente e vibrato nel dire, ovvero freddo, apparentemente senz'anima e senza vita. Quando voleva, a noi suoi discepoli, insegnare la critica storica, ogni ombra di facondia sfuggiva dal suo labbro. Egli passava in esame i passi degli antichi scrittori. le testimonianze dei documenti, senza che nè la parola, nè l'intonazione della voce accennasse ad altro, che alla sua preoccupazione di raggiungere il vero. In quei corsi (1) invece nei quali parlava ad un numero grande di ascoltatori e non più solamente a coloro che si dedicano allo studio delle lettere, egli rialzava la nota del suo ragionare; e, con parola immaginosa e calda, faceva sentire anche ai profani quante bellezze racchiude in sè la narrazione storica. In quelle lezioni, come pur anco nei discorsi che spesso e volentieri tenne dinanzi a diverse radunanze scientifiche, egli cercava di accattivarsi i suoi uditori, non trascurando nè i lenocinii della forma letteraria, nè la modulazione della voce.

Non egli di certo limitava il suo insegnamento alla scuola. Quasi vorrei dire che la parte più viva della sua azione didattica egli la esercitava fuori della scuola; poichè egli era sempre pronto a dar consigli e incoraggiamenti. Egli era tutto per i suoi scolari, e i suoi scolari erano tutti per lui. Noi sentivamo di avere in lui un amico, veramente sincero, disinteressato e

(1) Per molti anni, sia sotto il governo austriaco, sia sotto il governo nazionale, il prof. De Leva tenne un corso agli studenti di legge, ed era un corso frequentatissimo.

leale, cui potevamo aprire con franchezza l'animo nostro. Nè questo legame si spezzava terminando il corso universitario, poichè il De Leva non perdeva mai d'occhio i suoi discepoli.

Nei corsi destinati a noi, allievi della facoltà filosofica, egli era un erudito, ponderava ogni frase, usava il linguaggio della scienza. Ma in quei discorsi, nei quali, come dicemmo, aspirava ad apparire oratore eloquente, egli di sovente riusciva ad entusiasmare l'uditorio, perchè si lasciava entusiasmare egli stesso dal proprio argomento. Tuttavia il suo valore di scienziato risplendeva precipuamente nelle lezioni dirette al circolo ristretto dei suoi allievi consueti.

Cresceva efficacia alle sue lezioni la sua tenace memoria, per la quale gli era dato di parlare senza l'aiuto di note scritte. Egli ci schierava innanzi nomi e date; egli riferiva testualmente lunghe citazioni, e tutto questo a memoria.

Parte integrante del suo insegnamento era l'esame dei lavori che i giovani facevano per suo consiglio e sotto la sua direzione.

Singolare poi era la sua abilità, così nelle lodi concesse per dar coraggio ai giovani studiosi, come nell'ammonizione, fatta con dolcezza di forme, e con piena rettitudine di intenzione.

Nulla di severo c'era nella sua scuola, ma l'amabilità sua conservava integra la disciplina, basata sul rispetto affettuoso che egli sapeva destare in noi. Di qui avveniva che quanti fummo discepoli del De Leva, sia pure a lunga distanza di anni, trovammo e troviamo in questa consuetudine scolastica un fortissimo vincolo di fraternità. Dovunque uno scolaro del De Leva s'incontra con un suo condiscepolo, gli sia pure ignoto anche di nome, sente in un lui un amico; quasi a dire un membro di sua famiglia.

La fisionomia del Maestro sta impressa nell'animo di quanti ebbero l'onore di essere suoi discepoli. Noi lo vediamo sempre vivo dinanzi a noi, e sempre ci ritorna alle orecchie la cara sua voce.

Il prof. De Leva ebbe molto spaziosa la fronte, l'occhio mobile e vivace, dolce lo sguardo, la bocca spesso disposta al sorriso. L'aspetto era quello di uomo pensoso, cui l'abitudine della meditazione non tolse la piacevolezza del ragionare, nè diminuì l'affabilità del tratto.

Aveva grave l'incesso, e specialmente nei suoi ultimi anni traspariva da tutta la sua persona una certa aura di bontà e di serenità, che chiedeva affetto e incuteva venerazione.

Quanto volentieri ritorno oggi col pensiero agli anni della mia giovinezza! Quanto volentieri richiamo alla mia memoria quegli uomini, che mi furono maestri dotti, amorosi, indulgenti, nella compagnia dei quali così rapidamente e così dolcemente fuggirono gli anni accademici! Di quella schiera, parecchi rimangono ancora, e ricordo in segno di onore e in testimonianza di gratitudine, i nomi di Francesco Bonatelli, di Giuseppe Dalla Vedova, di Eugenio Ferrai, di Andrea Gloria. Tra i morti, non tacerò i nomi di Pietro Canal e di Giacomo Zanella.

II.

Giuseppe De Leva, di nobile famiglia, nacque a Zara da Cesare e da Angela Nachich-Woinowich il 18 aprile 1821. Morì a Padova il 29 novembre 1895. S'egli nacque in Dalmazia, la sua famiglia proveniva peraltro da Padova; da lungi, discendeva da quella di Antonio de Leyva, grande di Spagna, e famoso condottiero di Carlo V. Questa lontana parentela suggerì poscia al giovane De Leva il concetto di quell'opera, alla quale dedicò la sua vita tutt'intera.

Frequentò le università di Padova e di Vienna. Adottorato dapprima in filosofia, ottenne la laurea in leggi nel 1850 (1). Le sue prime pubblicazioni furono di argomento filosofico (2), e il primo quesito che assaggiò su questo campo, fu uno dei più gravi che presenti la filosofia, cioè la questione della conoscenza umana (2). Parlando dei fondamenti della nostra conoscenza,

(1) *Tesi di dottorato in leggi.* Padova, 1850. Molti dei suoi opuscoli, difficili ormai a trovarsi, conservansi presso la famiglia dell'estinto, ed io debbo essere gratissimo alla Vedova ed alla Figlia, che con squisita cortesia mi misero sott'occhio tutte quelle sue pubblicazioni che esse possiedono. Da esse, e dal gentilissimo prof. E. Callegari ebbi parecchie notizie biografiche, che mi mancavano.

(2) *Primo studio filosofico.* Padova, 1848: " Sulla questione principale della filosofia ".

egli combatte un'opinione allora molto diffusa, particolarmente in Francia; nelle quistioni filosofico-religiose non è possibile, dicevasi, la certezza individuale. A questo primo lavoro un altro (1) ne fece presto seguire, nel quale condannò il panteismo, da cui vedeva annientata non solo la morale cristiana, ma la stessa morale naturale. Dalla filosofia in generale, passò presto allo studio speciale della filosofia della storia. E in un opuscolo (2) pubblicato intorno a quegli anni, cercò il legame che congiunge " l'istoria dell'Umanità coll'istoria della Provvidenza ", e questo legame egli trova nel vincolo che unisce " la libertà umana " colla " legge suprema del perfezionamento ". Talvolta si fermò a considerare la geografia, chiedendole aiuto alla soluzione di qualche quesito appartenente alla filosofia della storia (1855), o indagando quali effetti abbiano avuto le scoperte geografiche sui progressi della civiltà (1858).

Negli anni successivi, voltosi decisamente alla storia, non abbandonò tuttavia l'abitudine del filosofare; e il tesoro di cognizioni che gli studi della sua giovinezza aveva deposto nel fondo del suo animo, impresse alle sue pubblicazioni storiche un carattere speciale. In parte almeno, dobbiamo a questi studi dei suoi anni fiorenti, se nella maturità della vita egli seppe poi sempre tenersi lontano da quella falsa scuola, che fa della erudizione il fine, non il mezzo del nostro lavoro scientifico. Questo non significa che egli amasse spaziare, senza timone e senza vela, nel campo, non dirò delle meditazioni filosofiche, ma delle fantastiche imaginazioni, come accade a molti tra coloro che cadono in un eccesso, per fuggire dall'altro, per fuggire cioè dal gelo di una erudizione, senza ideali e senza scopo. Non mai; egli non amava filosofare sopra i fatti, senza che questi avesse prima assodato e studiato a dovere. Ma ben comprendeva come non ha proprio alcuna ragione di esistere quella erudizione, la quale si accontenta di studiare i fatti, senza che da questi si possa sperare alcuna conseguenza di ordine più elevato. Egli, con ragione, non sapeva che farne dell'erudizione per l'erudizione. Com'egli la pensasse su tale argomento, lo si può vedere

(1) *Il Panteismo e la Morale*, senza data.
(2) *Idee sulla filosofia della storia*. Padova, 1852.

in qualche modo da lui stesso esposto nel discorso che ora sto per citare.

Il 9 dicembre 1867 inaugurando l'anno accademico presso l'Università di Padova, egli (1) parlò della critica storica, e ne rivendicò l'origine all'Italia, piuttosto che alla Germania, affermando che dal Muratori e dal Vico discende la scuola storica, la quale è nient'altro che la scuola " de' fatti sincerati nella indagine e nello esame de' documenti ". Quindi assorgendo a scrutare che cosa debba essere la storia d'Italia, egli molto giustamente osservò che essa non può essere il complesso delle storie municipali; essa è piuttosto ciò che in tutte le storie municipali trovasi fornito di carattere universale.

Per affinità di argomento, collego questo discorso con un altro che egli tenne nel 1874 dinanzi all'Istituto Veneto (2). In questo discute *Sulle leggi del sapere storico e sulle leggi che governano la storia.* Ne traggo qualche linea. " Comparar detti e fatti, uomini e tempi; far parlare oltre ai testimoni pronti e facondi, i reticenti e restii; cercare l'occulto; decifrare ciò che a prima giunta sembra inintelligibile; mettere in luce e a suo posto lo svisato; arguire dall'avvenuto ciò che non appare, ma senza darlo per vero, finchè riscontri inaspettati, che pur non mancano, non vengano a confermarlo: ecco l'arte, e da questa la somiglianza dell'indagine storica col processo chimico ". Belle parole sono queste, le quali contengono, dichiarato in modo chiaro e insieme conciso, uno dei canoni più sicuri della critica storica. Sotto altro rispetto, ma non meno di questo brano, è degna di nota la parte che nello scritto, di cui parliamo, viene dedicata a combattere quella scuola che pronuncia l'ostracismo contro ogni elevato sentimento nello studio dell'uomo. Egli

---

(1) *Degli uffici e degli intendimenti della storia d'Italia.* Padova, 1867. Questo scritto, senza dubbio, a lungo pensato, io non vidi mai mentr'egli era in vita, e solo n'ebbi contezza il 31 dic. 1895, quando la Famiglia dell'illustre estinto pose a mia disposizione i libri stampati che di lui essa conserva. Se l'avessi letto antecedentemente, non avrei tralasciato di ricordarlo nel mio discorso: *Del metodo e dei fini nella esposizione della storia italiana.* Torino, 1883 (riprodotto nel volume *Per la Storia d'Italia*, Bologna, Zanichelli, 1895).

(2) Serie IV, vol. 3.

scrive: " Nella legge dell'Umile Figliuolo del legnaiuolo di Nazaret, nella legge che ricrea il cuore in novità di vita, è tutta una pioggia di affetti, che versò dall'alto sulle menti a incivilire il mondo ".

Non è questo il più bello fra i risultati cui possa giungere la filosofia della storia?

III.

Nutrita la mente di studi filosofici, egli volle spendere la sua vita intorno ad un lavoro nel quale potesse trarre vantaggio dall'impressione che sopra di lui avevano lasciato le occupazioni della sua giovinezza. Carlo V e i grandi avvenimenti del suo tempo, ecco un bel tema per lui. Senza dubbio, la sua lontana parentela con Antonio de Leyva deve essergli stata di stimolo nella scelta; ma la ragione precipua di questa, vuolsi trovare nella congruenza tra le sue disposizioni intellettuali, e la natura stessa dell'argomento.

Come dicemmo, egli era assai giovane ancora quando formò il proposito di narrare la storia di Carlo V, considerandola specialmente in correlazione all'Italia.

Dapprima raccolse i materiali che gli potevano offrire le fonti stampate, e ben presto diede alla luce qualche saggio dei suoi studi (1). Erano studi molto eruditi, che dimostravano in lui lo

---

(1) Raccolgo qui insieme varî dei primi saggi, che sono brevi studi sopra di questo campo. Uno si intitola: *L'assedio di Firenze, per le nozze Braida-Plattis*, Padova, 1857; pubblicando questa monografia, egli dice che essa fa parte dei materiali per la vita di Carlo V, alla quale stava lavorando da molto tempo. *Per le faustissime nozze Plattis-Cavriani*, Padova, 1859, stampò una lettera, 1° ottobre 1529, di Carlo V ai suoi ambasciatori in Roma. *Il saccheggio di Roma del 1527*, è il titolo di un altro breve scritto (*Nozze Salvadego-Plattis*, Padova, 1857), nel quale egli, pur lodando per varî rispetti Carlo V, dice che la sua politica era machiavellica, ed osserva che il " machiavellismo " è anteriore all' " autore, ond'ebbe il nome ", e da cui fu elevato a " teoria ". Intorno a questo tempo il De Leva pubblicò anche il suo *Saggio critico sulle ragioni della quarta guerra tra Carlo V e Francesco I*, uscito senza note tipografiche; qui fa uso di alcuni documenti da lui trovati nell'Archivio di Corte a Vienna; loda Carlo V e accusa Francesco I di avere nutrito aspirazioni alla monarchia universale.

storico futuro. Ma erano ancora splendide promesse, piuttosto che frutti maturi. Egli comprese che senza lunghe ricerche negli archivi non avrebbe potuto fare opera veramente nuova, importante e duratura. Nel 1854 e nel 1855 fu a Vienna, per istudiare in quell'Archivio di Corte. Verso l'anno 1857 egli peregrinò a Parigi, a Madrid e a Simancas, e negli archivi di queste città raccolse a dovizia nuovi documenti sull'argomento, se altro mai vasto e intricato, che egli avevasi proposto ad oggetto dei suoi nobili studi. Dobbiamo risalire col pensiero a quegli anni, e pensare a quante difficoltà andavano allora incontro gli studiosi. Il De Leva non era in condizione da darsi, neppure riguardo agli studi, gli agi, di cui possono essere prodighi verso se stessi gli uomini doviziosi. Debolissima poi era la sua fibbra. Mi ricordo di avere udito dalla sua bocca che, mentre studiava a Simancas, egli si trovava così male in salute, che non potè cibarsi mai che di uva. Ma forte era in lui la volontà, invincibile il proposito di far qualche cosa di buono.

Ritornato in Italia, attese ad ordinare il materiale raccolto, e a completarlo con quanto gli potevano fornire le opere a stampa che andavansi pubblicando di continuo in Europa, e sopratutto in Germania, sulla storia della Riforma in generale e di Carlo V in particolare. Nè attese a questo soltanto, ma anche all'insegnamento. Anzi, la esecuzione dei suoi doveri professionali costituiva il massimo dei suoi impegni scientifici. Abbiamo già visto con quanto studio, con quanta coscienza di scienziato, egli disimpegnasse il suo officio di professore.

IV.

Il 26 aprile 1848 egli era stato nominato assistente di Baldassare Poli, che allora professava filosofia all'Università di Padova. Durò in quel posto per tre anni. Più tardi, quando la sua attenzione si diresse particolarmente alla storia, egli divenne assistente dell'abate Lodovico Menin, che insegnava storia universale e storia austriaca in quella università. Il De Leva assunse quell'officio sul cadere del 1852. Nell'ottobre del 1853 fu nominato professore al ginnasio-liceale di Padova. Ritornò all'università nell'ottobre del 1855, quale professore ordinario

di storia universale. Succeduto al governo austriaco il governo nazionale, egli divenne ordinario di storia moderna, ed incaricato di storia antica. Non abbandonò più la cattedra, di cui egli fu onore sino alla morte; invitato a recarsi in altre università, egli preferì la sua sede antica, dove era circondato dall'affetto e dalla reverenza dei colleghi, dei concittadini e degli studenti. Laddove aveva cominciata la sua carriera, quivi la terminò. L'ultimo suo pensiero, quello che lo preoccupava pei giorni nei quali le forze gli venivano mancando, era quello di prepararsi alle lezioni per il corrente anno scolastico. Poichè egli, indubitatamente uno dei più dotti storici de' nostri tempi, egli fornito di memoria meravigliosamente pronta e tenace, dopo oltre a quarant' anni d' insegnamento universitario, sentiva il bisogno di prepararsi lezione per lezione, quasi fosse un professore novello.

Più volte tenne il delicato officio di rettore magnifico, e lo tenne in momenti difficili. Ne patì. La sua salute, scossa già dagli studi, si risentì vivamente dal contrasto tra la forza dello spirito e la debolezza dell'organismo.

Dalla fiducia ben meritata dei colleghi fu per lunghissimi anni invitato a presiedere la Facoltà cui apparteneva.

In ogni officio recò il tesoro della sua coscienza sicura, del suo animo buono e mite, e del suo ingegno penetrante.

V.

Dalla preparazione remota alla storia di Carlo V, passò ben presto il De Leva alla preparazione prossima.

Fra le pubblicazioni di questo periodo tiene senza dubbio uno dei primi posti, la monografia intitolata *Delle trattative tra Carlo V e Clemente VII per la convocazione di un concilio ecumenico* (1) nella quale diede bella prova delle fatiche da lui impiegate a scovare nuovi documenti dagli archivi di Simancas, di Parigi e di Vienna. Un lavoro di simil genere, basato su ricerche di

(1) Padova, 1859 *(Nozze Papafava-Cittadella)*. Riguarda questo lavoro il periodo 1529-39.

tanta vastità, faceva comprendere che l'Italia acquistava in lui uno storico.

Può a questo scritto accompagnarsi un discorso da lui tenuto all'Accademia di Padova, che tratta *Della vita e delle opere del card. Gaspare Contarini* (1). Il Contarini divenne l'ideale del De Leva; egli non fu soltanto l'oggetto della sua costante venerazione, ma quasi a dire il simbolo del suo pensiero in ordine alle controversie religiose nel sec. XVI. Ammirava in lui l'uomo integro, di ingegno acuto e solido, temperato nei modi, mite nelle azioni, ricco di dottrina classica, patristica e scolastica, disdegnoso di tutto quanto fosse depravazione o slealtà. Il De Leva pensa che niuno meglio di lui avrebbe potuto impedire, se ciò fosse stato possibile, che il " grande movimento religioso ", il quale si determinava allora nella Cristianità, fosse " falsato e condotto a mal termine da Lutero ", poichè il Contarini voleva bensì la riforma della Chiesa, ma una riforma che la consolidasse, non che la disfacesse.

Non voglio asserire che in ogni giudizio politico-religioso il De Leva siasi sempre realmente incontrato coi concetti del Contarini. Questo voglio significare che del cardinale veneziano, il nostro storico faceva altissima stima, che lo tolse a sua guida, e che lungamente e amorosamente ne studiò i libri.

Nel 1863, quando credette di esservisi abbastanza preparato, pubblicò in Padova il primo volume della sua *Storia documentata di Carlo V in correlazione all'Italia.* Il V volume fu stampato a Bologna dai Zanichelli, nel 1894, e con esso rimane tronca l'opera. Precede al I volume una introduzione, nella quale tratteggia i caratteri dell'età media e della nuova, le quali si incontrano, e tra loro cozzano al tempo di Carlo V. Il volume narra una gran parte della storia d'Italia all'esordire dell'età nuova, poichè abbracciando esso il lungo periodo che va dalla calata di Carlo VIII fino alla elezione di Carlo V ad imperatore, comprende in sè la prima spedizione francese, la guerra di Cambray, le invasioni di Luigi XII. Il De Leva per prepararsi a narrare le origini della riforma luterana, discorre delle condizioni morali della Chiesa, parla dei pontificati di Sisto IV e di Ales-

(1) Padova, 1860.

sandro VI, delle prediche del Savonarola, dei filosofi del Rinascimento. Molta era l'erudizione di cui il De Leva dava prova in questo primo volume, che rimase per altro alquanto inferiore ai successivi, in ciascuno dei quali agevolmente si scorge la sempre crescente maturità di pensiero; lo stile stesso migliora di volume in volume.

Il secondo volume, uscito non molto dopo, conduce il lettore alla coronazione di Bologna, e comprende, tra l'altro, la narrazione del sacco di Roma e della impresa napoletana del Lannoy. Già in questo volume gli avvenimenti politici, sebbene trattati con sufficiente ampiezza, abbandonano in qualche modo il campo ai fatti dello spirito. In maggiori proporzioni, questo si verifica nel terzo volume, il quale si arresta al trattato di Crespy. Qui ormai la questione religiosa la vince, nell'animo dello storico, sulle preoccupazioni della politica. Il De Leva non parteggiò mai per la riforma protestante; poichè egli giudicò sempre che se una riforma ecclesiastica, nell'epoca del Rinascimento, era necessaria, questa dovea essere interna, non esterna alla Chiesa. Meno che mai fece suo, il pensiero dei nostri filosofi, e dei nostri politici d'allora. Anzi nel terzo volume della sua opera vediamo com'egli giudica dello scetticismo teorico del Pomponazzi e dello scetticismo pratico del Machiavalli e del Guicciardini. Il vizio che il De Leva sopra tutto combatte in costoro è la mancanza di Fede religiosa, il " vuoto della coscienza „. Minore relazione hanno colla storia d'Italia il volume IV e il V, dedicati alla narrazione delle trattative corse tra Carlo V e il Papato, per l'apertura del Concilio e per la riforma della Chiesa. Il volume IV si ferma alla promulgazione dell'*interim* religioso in Germania, ed il V prende le mosse dalle incertezze sulla sua interpretazione e più ancora dalle difficoltà cui si andava incontro nel dare esecuzione al medesimo. Quest' ultimo volume adunque, dalla contestazione di Passau, conduce la narrazione fin quasi alla fine dell'impero di Carlo V. Ancora un volume ci voleva perchè l'opera fosse completa, e a scriverlo egli intendeva di consacrare gli anni della sua vecchiaia. E così pure desiderava di riscrivere i primi volumi, apportando alla materia in discorso la dovizia dei documenti ultimamente pubblicati, o da lui stesso scoperti, e la luce del suo giudizio storico meglio maturato. Ma gli anni della vecchiaia non gli furono conceduti.

Anche la forma si era raffinata; e se forse nei primi volumi si poteva sentire alcun che di artificiale e di men che limpido, negli ultimi volumi invece, colla larghezza degli studi, prese maggior evidenza anche lo stile, fattosi eziandio, più freddo forse, ma più pacato e più persuasivo. Bene spesso avviene dello stile storico, che quanto esso perde di calore, spesso acquista in lucidità.

Egli avrebbe forse condotto innanzi con maggior celerità la sua opera, se di anno in anno non fosse cresciuta in lui la coscienza dell'altissima responsabilità dello storico. A provare quanto questa coscienza fosse viva e ben radicata nel suo animo, giovi notare che egli aveva già composto, e pronto quasi alla pubblicazione il V volume della sua opera, quando l'attuale pontefice volle rendersi altamente benemerito degli studiosi, loro dischiudendo gli Archivi Vaticani. Il De Leva ritornò sopra i suoi passi, annullò quanto aveva scritto, rifece completamente il suo lavoro, giovandosi delle nuove e preziose fonti, alle quali largamente attinse.

La *Storia di Carlo V* sotto la sua penna cambia adunque di volume in volume carattere, e assume a poco a poco quasi l'aspetto di una storia ecclesiastica, per chiarire l'origine della riforma luterana e dilucidare le vicissitudini del concilio tridentino. Colui che ha coscienza della importanza somma delle quistioni religiose, delle difficoltà intricatissime che esse includono, chiunque vede i molteplici aspetti che esse assumono, e i riferimenti che tengono con tutte le manifestazioni della vita di un popolo, quegli può apprezzare convenientemente l'opera del De Leva, la quale dovrebbe essere stimolo potente a nuove indagini da parte degli eruditi, a nuove meditazioni da parte dei pensatori.

Il De Leva non iscrisse una storia teologica, e quindi non era còmpito suo lo addentrarsi nel profondo delle questioni, considerate in se stesse. Preferì invece di esaminarle sopratutto nelle loro relazioni colla vita civile e letteraria. A questo deve pensare chi legge i suoi libri, se vuol intenderne il significato.

Se scrutiamo nella loro sostanza le sue opinioni su questo campo, può dirsi che egli, nel ritrarre le controversie d'allora, e nel farsi narratore delle trattazioni diplomatiche, si studiasse di seguire la via per la quale, a suo giudizio, procedettero il

card. Contarini, il card. Polo e quanti altri si erano studiati di impedire una rottura finale, favorendo, nel modo che per ciascuno riusciva più proprio, la riforma dei costumi nel seno stesso della Chiesa, colla speranza, che, preparato per tal modo il terreno, fosse possibile anche nelle controversie dommatiche escogitare mezzi adatti ad indurre i Protestanti al ritorno verso l'unità religiosa. Il tentativo di conciliazione fatto a Ratisbona dal Contarini, che si recò in quella città quale legato pontificio, negli anni precedenti al Concilio, attirò la particolare attenzione e la viva simpatia del De Leva, il quale poi guarda con dolore tutto quello che nell'uno e nell'altro campo accenna a precisare di più in più la delimitazione vicendevole, e quindi a segnare con maggiore rigidezza la divisione. L'animo del De Leva si trova sempre più angustiato, di mano in mano che col processo degli avvenimenti egli vede sfumare ogni possibilità di accordo tra Cattolici e Protestanti, e scorge che la scissura diventa irreconciliabile. Quando dalle sessioni del Concilio di Trento uscì meglio precisato il dogma, ma nel tempo stesso la spezzata unità apparve ormai senza rimedio, il De Leva non si duole certamente che nuova luce siasi portata alle questioni teologiche, allora dibattute, ma si rattrista guardando alla effettiva divisione della Cristianità.

Ben egli può avere esposto il pensiero, narrando le origini della rivoluzione luterana, che da parte dei Cattolici, per impedire quella divisione, non siasi allora fatto tutto quello che sarebbe stato del caso; ben egli può aver addebitato in larga misura anche ai Cattolici, se la conciliazione religiosa non si effettuò. Questo egli disse bensì, ma ben si astenne dal parteggiare menomamente per gli autori dello scisma. Questo è il pensiero intimo, che, se ben veggo, domina sempre nel pensiero del De Leva, e che si rivela dovunque chiaro a chi scruta ben addentro qualsiasi tra i suoi libri.

Per la morte del De Leva rimase troncata l'opera, così che ci vien tolto il compiacimento di poter assistere all'ultima età dell'impero di Carlo V. Egli morì mentre con vivo ardore raccoglieva e vagliava il materiale, che doveva trovar posto nell'ultimo volume della sua opera.

La salute malferma, che lo costringeva a proceder nel lavoro con relativa lentezza, e la vita troncata quando egli poteva

ancora attendersi parecchi anni di fecondo lavoro, gli contesero questa suprema aspirazione della sua età canuta. Egli non potè dar l'ultima mano all'opera cui aveva dedicata la vita.

La r. Accademia dei Lincei decretò a quest'opera il massimo onore di cui può disporre, il premio reale.

Auguro all'opera del De Leva un premio ancora più grande, e da lui ancora più vivamente desiderato. Possa sorgere fra noi una scuola storica, che, assumendo la sua eredità, e allargando sempre più il campo amplissimo delle ricerche erudite, dia perfezione e compimento all'opera del grande Maestro, e innalzi alla storia complessa della vita religiosa in Italia durante il secolo XVI, un monumento degno di essa, e del nome di colui, che presentò ai suoi connazionali un argomento troppo trascurato, eppure di tanta gravità e di tanta eccellenza.

Niuno certo fu più del De Leva meritevole di tanto onore.

IV.

Il De Leva ebbe ingegno sintetico piuttosto che analitico; mirò alle ardue questioni che travagliavano l'umanità, e ne chiese la soluzione alla storia; studiò negli antichi tempi le cause delle nostre presenti convulsioni morali e intellettuali. Dei fatti particolari, che formano oggetto alle monografie, egli di solito non si preoccupò, se non in quanto immediatamente legansi ai grandi avvenimenti, che stavano di continuo davanti alla sua mente, e che formavano lo scopo supremo della sua vita scientifica.

Quindi egli non disperse quasi mai le sue forze, locchè di ben pochi storici può ripetersi. Non chiese alle circostanze l'occasione ai propri lavori, ma dominò le circostanze coordinandole a un fine prestabilito. Tuttavia non si astenne totalmente dallo scrivere anche brevi saggi ed articoli. Ed amò di quando in quando trattare a parte alcuni punti riflettenti il suo argomento principale; spesso poi avveniva che queste speciali dissertazioni fossero poi da lui rifuse ed inserte nell'opera principale. Lo vedemmo in parte parlando delle sue pubblicazioni giovanili.

Come aveva fatto avanti di pubblicare il primo volume del *Carlo V*, così pure usò far precedere a ciascuno dei volumi suc-

cessivi qualche monografia riflettente il campo che poi doveva percorrere.

Nell'articolo sopra *La concordia religiosa di Ratisbona* (1), ebbe opportunità di encomiare il Contarini, lodandone i tentativi fatti l'anno 1541 nel convegno di Ratisbona, per giungere ad una conciliazione tra Cattolici e Protestanti, prima che il dissidio divenisse formale e, a così dire, irreconciliabile. Preziosi documenti per la storia della introduzione della riforma luterana in Italia egli pubblicò nel suo libro *Degli eretici di Cittadella* (2), mettendo in chiaro che la piccola terra di Cittadella, situata tra Padova e Treviso, era un centro infetto di eresia luterana. Egli discoprì le teorie degli eretici di Cittadella, e mostrò quanto avessero di comune, e quanto di diverso, in confronto sia alle dottrine luterane, sia a quelle professate in Italia da quelle pie e dotte persone, che mentre parlavano della giustificazione della Fede, non intendevano tuttavia di disgiungere questa dalla obbligatorietà delle Opere. Processato per eresia fu anche Giulio da Milano, della cui vita e della cui dottrina parlò il De Leva in separato lavoro (3). In altre monografie (4) diede alla luce alcuni documenti inediti concernenti il patriarca Giovanni Grimani, nelle sue relazioni coi Protestanti e col concilio Tridentino.

In due Memorie presentate all'Istituto Veneto (5), nel 1877 l'una, e l'altra nel 1878, affrontò l'arduo problema della storia del concilio Tridentino, di cui poscia più largamente si occupò negli ultimi volumi della sua *Storia*. Rientrano pure nel ciclo dei lavori preparatori ai volumi della *Storia* due monografie sulla guerra Smalcaldica, pubblicate in occasioni nuziali (6). A questa

---

(1) *Archivio Veneto*, IV, parte 1ª; a. 1872.

(2) *Atti dell'Istit. Veneto*, serie IV, vol. 2°, p. 679, a. 1873.

(3) *Giulio da Romano, appendice alla storia del movimento religioso in Italia nel sec. XVI*, nell' " Arch. Veneto „, VII, parte I.

(4) *Giovanni Grimani, patriarca d'Aquileja*, in " Atti Ist. Ven. „, serie V, vol. 7°, p. 407, a. 1881; *Su due lettere del Card. di Trani al patriarca di Aquileja Giovanni Grimani*, ivi, serie V, vol. 7°, p. 647, a. 1881. — Qui ricordo ancora un articolo dal De Leva inserto nella " Rivista storica italiana „ sulla *politica pontificia nella controversia sull' " interim „ di Augusta* (vol. V, fasc. 2, a. 1882).

(5) *Le prime sessioni del Concilio Tridentino*, nelle " Memorie dell'Istituto Veneto „, XX, 227 sgg., e 367 sgg.

(6) *I primi fatti della guerra Smalcaldica*, Padova, 1879 (nozze Trieste-

serie di lavori può forse associarsi anche un discorso tenuto da lui nel 1880 dinanzi all'Accademia di Padova, quando egli la intrattenne sulle opere moderne che rivendicano a Michele Serveto la scoperta della circolazione del sangue nei polmoni (1); spiegando pure il legame che tale argomento aveva colle controversie teologiche del XVI secolo.

V.

Il De Leva scrisse pochi lavori di critica storica, che rimanessero estranei al suo tema (2). Tra questi due mi sembrano di maggior rilievo. Nell'eloquente discorso sopra *il movimento intellettuale d'Italia nei primi secoli del medio evo* (3), tenuto in Padova, in una solenne adunanza della r. Deputazione Veneta di storia patria, egli studia la persistenza della tradizione classica durante il medioevo; di questa tradizione egli mette in evidenza i meriti, e lo fa con tinte senza dubbio molto vivaci; ma pur restando lontanissimo dal misconoscere le cattive conseguenze, che si manifestarono nella decadenza dei costumi paganeggianti. Anzi, il precipuo pregio della presente dissertazione consiste appunto in questo, che egli volle collegare lo svolgimento intellettuale col miglioramento o col deterioramento dei costumi. Guardando addentro nel pensiero del De Leva, si vede che egli coordinava il primo al progresso del principio cristiano, e il secondo al trionfo, sia pure momentaneo, del principio pagano.

Treves): *La prigionia del langravio Filippo d'Assia*, Padova, 1881 (nozze Treves-Del Valle).

(1) *Sopra Michele Serveto*, nella " Rivista periodica dei lavori della R. Accad. di Padova ", XXX, 78 sgg.; anno 1880.

(2) Nel breve articolo *La chiesa abaziale di Scardona* (nella " Miscellanea di prose e poesie dedicata a Giovanni Zaffron vescovo di Sebenico ", pp. 107-110, Zara, 1868) diede alcuni cenni commemorativi sopra Nicolò De Leva, arciprete-parroco di Scardona; visse ai tempi Napoleonici, e fu amante dello studio, e tutto infocato di carità. Pubblicò *per le nobiliss. nozze del conte Carlo D'Ayla con la contess. P. Giusti* (Padova, 1887) alcuni documenti, 1462-83, sulla regolazione del Mincio e sulle fortificazioni di Mantova, lavori eseguiti da Giovanni da Padova, insigne architetto del sec. XV.

(3) *Atti della R. Deputaz. Veneta di Storia patria*, anno II, Venezia, 1877.

Se teniamo fisso la nostra mente sopra questo punto, che costituisce davvero uno dei pernii intorno a cui specialmente si aggira il discorso del prof. De Leva, possiamo comprenderne il valore, poichè a questo non mirò di certo il Giesebrecht, che, precedendo il De Leva, aperse questa strada agli studi. Il Dresdner più tardi collegò insieme la storia del costume colla storia delle lettere, ma egli non riassunse le notizie in un quadro così vivo e così colorito come il De Leva. Il Grupp, in questi ultimi anni, riuscì poco efficace e dilavato, quantunque egli conosca ampiamente la materia, e la tratti da un punto di vista elevatissimo. Nelle questioni particolari, in alcuni fatti e in alcune loro interpretazioni, si potrà trovare nel Dresdner e nel Grupp maggiore precisione di profili e maggiore sicurezza di coloritura; nel Giesebrecht — fatta ragione del tempo in cui comparve il suo opuscolo *De litterarum studiis apud Italos* — vedrà taluno una copia larga di fatti nuovi, che pescati a dovizia nei documenti inediti, vengono pôrti agli studiosi. Ma l'opuscolo del De Leva, considerato nel suo insieme, e specialmente sotto il riguardo predetto, va considerato come ben altro che un semplice discorso d'occasione.

È la sola monografia di qualche estensione che il De Leva abbia dedicato alla storia medioevale, e doveva quindi venire da me riguardata con speciale attenzione. Il De Leva pensò anche a scrivere una vita di S. Francesco, attratto dal grande valore morale sociale del Poveretto di Assisi; ma non so se abbia, neppure in piccola parte, realizzato questo suo disegno.

Molte cose nuove e veramente di peso egli espose nella dissertazione, cui diede occasione la raccolta dei dispacci della legazione romana (1592-5, 1598) di Paolo Paruta, e che ad essa va anzi preposta (1). Con questi dispacci il nostro pensiero viene portato alla fine del secolo XVI. Il De Leva, giovandosi non solo dei dispacci e degli altri documenti stampati nella

(1) I tre volumi comprendenti l'edizione di questi dispacci comparvero a Venezia nel 1887, col titolo: *Paolo Paruta e la sua legazione a Roma*, e a spese della R. Deputaz. Veneta di storia patria. I dispacci furono per la massima parte trascritti e annotati dall'ab. prof. Rinaldo Fulin. Siccome il Fulin fu colpito da morte precoce, poco prima che desse termine al suo lavoro, questo venne terminato dal comm. Federico Stefani.

raccolta, ma ancora di altre carte da lui trovate a Firenze ed a Roma, illustra le principali questioni di politica internazionale trattate dal Paruta durante la sua legazione, e sopratutto mette in sodo quanto abbia fatto quel famoso diplomatico e letterato veneziano per isventare i disegni di Filippo II sopra l'Italia. Anzi è in quest'ultimo punto, che consiste sopratutto il pregio del presente lavoro.

Se facciamo astrazione dalla *Storia*, parmi che questo sia il lavoro più pensato, più solido, più ricco di novità storiche, che sia uscito dalla penna del De Leva.

Favorì la pubblicazione dei *Diari* di Marin Sanudo (1), e ammirò la incredibile attività di quest'uomo, il quale raccolse nei cinquanta volumi che costituiscono la sua opera principale, tanta ricchezza di materiali da restarne illustrata non solo la storia di Venezia, ma quella ancora d'Italia, anzi, a dir meglio, la storia di Europa per il mezzo secolo, che segue alla calata di Carlo VIII.

Non voglio passare sotto silenzio due dotti compendi storici, indirizzati alla scuola (2). Li scrisse al principio della sua carriera, e se badiamo al materiale scientifico in essi contenuto, potranno sembrare invecchiati. Ma se consideriamo in essi il pensiero dominante, e il *lucidus ordo* che li caratterizza, dobbiamo riconoscere che essi hanno pregi che non si perdono.

VI.

Alla memoria degli amici, tributò spesso il De Leva l'omaggio di una commemorazione, dotta non meno che affettuosa. In queste sue commemorazioni riconosciamo, per l'acuta indagine psicologica, l'antico filosofo, e per la cura posta a mettere in bella vista il valore morale degli elogiati, l'uomo informato ad elette virtù.

---

(1) *Marin Sanudo il Giovine e le opere sue*, Venezia, 1888.

(2) *Sommario della Storia antica*, Padova, 1852; *Sommario della Storia di popoli antichi*, Padova, 1856.

Con profondo rispetto parlò di Samuel David Luzzato (1), dottissimo rabbino di Padova, che validamente promosse tra i suoi correligionari, e non fra essi soltanto, gli studi sul Vecchio Testamento. Addì 3 giugno 1874 nella grande aula dell'università di Padova parlò di Niccolò Tommaseo (2). Il Tommaseo era nato a Sebenico, e il De Leva, che sempre amò la Dalmazia, gode di dirsi suo " compatriota ", e " per antica affettuosa riverenza quasi figlio ". Riassume ciò che il Tommaseo fece nel 1848 per l'indipendenza della nazione, ne pone in luce i meriti come letterato, e come educatore, e ne encomia le virtù religiose, morali e civili. Altro suo intimo amico fu l'abate Giuseppe Valentinelli, prefetto della biblioteca Marciana: le parole (3) che egli dedicò alla memoria di quell'esimio bibliografo, sono la manifestazione del suo cuore, sanguinante per una perdita irreparabile. Discorrendo di Francesco Miniscalchi (4) non si ricorda soltanto dei suoi meriti come orientalista, ma anche dei suoi pregi morali, tra i quali non vuole dimenticata la cura affettuosa che il Miniscalchi aveva avuto verso il suo " vecchio padre ". Quando Padova dedicò una lapide ad Andrea Cittadella, egli encomiò in lui quegli, che sotto il dominio straniero aveva sperato giorni migliori (5). Nel 1878 (6) dinanzi all'Istituto Veneto commemorò in Vittorio Emanuele II il restauratore della nazione. Ricordò Lodovico Menin (7) all'Accademia di Padova, con parole ispirate a reverenza. Il Menin era stato suo professore di storia, ed egli ritrae al vivo il suo " illustre e benemerito maestro ", e ne delinea il metodo didattico. Le lezioni del Menin erano eloquenti, piuttosto che profonde. Il De Leva dichiara di

(1) *Della vita e delle opere del prof. S. D. Luzzato*, Padova, 1856.

(2) *In morte di Niccolò Tommaseo*, in " Arch. Veneto ", VII, parte 2ª, 1874.

(3) *Arch. Veneto*, X, parte 2ª, 1875.

(4) *Della vita e delle opere del conte Francesco Miniscalchi Erizzo*, negli " Atti dell'Istituto Veneto ", serie V, vol. 2°, p. 645 sgg., a. 1876.

(5) *Ricordo del VI anniversario dalla morte dell'illustre conte Andrea Cittadella Vigodarzere*, Padova, 1876. A questo benemerito patrizio padovano, il De Leva aveva intitolato nel 1863 la sua *Storia di Carlo V.*

(6) Negli *Atti dell'Istit. Veneto*, serie V, vol. 4°, p. 335 sgg.

(7) *Commemorazione del socio L. Menin, segretario dell'Accademia*, Padova, 1875. Il Menin morì nel 1874.

preferire il metodo " a freddo „, ma riconosce che, secondo le esigenze didattiche di quei tempi, in cui dovevasi nel volger di un anno esporre tutta la storia universale, il Menin non poteva fare diversamente.

In Rinaldo Fulin (1) ritrae l'uomo, cui " il lungo studio e le intense meditazioni „ hanno logorata anzi tempo la vita. Loda in lui il critico acuto, che aperse nuove vie nella storia inesauribile di Venezia, ma più ancora lo segna a modello per le rarissime qualità del suo animo. Il Fulin, osserva il De Leva, fu " largo sempre „ coi suoi discepoli " di consigli e di aiuti „, e quindi strinse con molti tra essi " amicizie piene, forti, durevoli per tutta la vita „. Amico affezionato e rispettoso a Giovanni Cittadella, lo storico della dinastia Carrarese, il De Leva (2) apprezzò in lui il valore nella erudizione, e l'amore alla patria. Ma anche questa volta non dimenticò le virtù private: " e quanta la bontà dell'animo suo! Figlio devoto, marito amoroso, tenero padre, fece della sua casa un tempio per sè, un modello, per gli altri, d'ogni virtù „.

Nel commemorare Giacomo Zanella (3), istituì un esame psicologico delle sue poesie, e le pose a riscontro colla sua vita, per dimostrare che in lui il pensiero si conformava all'azione. Pose in bella vista quanto il poeta vicentino sentisse gli affetti più delicati e sapesse squisitamente esprimerli. Esaminandone le versioni poetiche, mostrò quanto abile fosse lo Zanella nello assimilarsi il pensiero altrui. La vita dello Zanella, piena di Fede e di Carità, dà occasione al De Leva di accennare ad argomenti religiosi. Egli trova che nell'animo dello Zanella conciliavansi la Chiesa e la Patria, la Fede e la Scienza. Bellissime poi sono le parole che chiudono la commemorazione: " Auguriamo alla patria nostra ch'egli rimanga l'ideale della gioventù che sorge, a persuaderla che solo il perfetto accordo

(1) *Della vita e delle opere del prof. ab. Rinaldo Fulin*, in " Atti dell'Ist. Veneto „, serie VI, vol. 5°, p. 71 sgg., a. 1886.

(2) *Della vita e delle opere del co. Giov. Cittadella*, Padova, 1887 (Estr. dagli " Atti dell'Accademia di Padova „).

(3) *Commemorazione di Giacomo Zanella*, negli " Atti dell'Istit. Veneto „, serie VI, vol. 7°, p. 1235 sgg., a. 1889.

fra l'uomo e lo scrittore crea le opere veramente insigni e la vera e durevole grandezza „ (1).

Insistetti forse più a lungo che non si potesse credere necessario sopra gli elogi funebri del De Leva, ma lo feci per questo, ch'essi ritraggono al vivo le sue elette qualità morali.

E così, dopo aver percorso, sia pure molto rapidamente, tutte le vicende della sua carriera scientifica, ritorniamo a considerare in lui l'uomo, ricco di virtù religiose, civili e domestiche, fedele nelle amicizie fino al sacrificio di sè medesimo, modesto, affabile, generosissimo. Le traversie della vita, che per lui furono gravi e dolorose, egli le sopportò con animo cristianamente rassegnato.

Come abbiamo veduto, nelle sue commemorazioni funebri più volte ricorda gli affetti domestici delle persone, che egli

---

(1) Cito qui alcune delle più importanti sue relazioni bibliografiche, le quali giovano a conoscere sia la vastità delle sue cognizioni, sia l'interesse, che egli, delicato negli affetti, portava alle opere degli amici. Del libro di Bentath su *Bernardino Ochino*, fece cenno nell' " Arch. Veneto „, vol. X, parte 2ª. Lodò *Il primo Rinascimento* di Giuseppe Guerzoni (Padova, 1878), perchè egli non pose alcun vero distacco tra il Medioevo e il Rinascimento; l'unico distacco sta fra l'Antichità e il Medioevo, ed è segnato dalla " trasmigrazione dei popoli „, e del Cristianesimo. Dell'opera di C. Gioda sul Guicciardini, parlò nell'*Arch. Veneto*, vol. XX, parte 2ª (1880); dei lavori storici di B. Morsolin, negli *Atti dell'Istit. Veneto*, V, vol. 5°, p. 161, a. 1879; dei meriti della *Storia del diritto italiano* di A. Pertile, nell'*Arch. Veneto*, XXI, parte 1ª, 1881; della cronologia greca antichissima di E. Bertanza, negli *Atti Istit. Veneto*, V, vol. 6°, p. 607, a. 1880; della dissertazione del Döllinger sopra Dante considerato qual profeta, ivi, VI, vol. 6, 1888; della *Geschichte Karls V* di H. Baumgarten, nella *Riv. st. ital.*, vol. VI, fasc. 4, 1889; del *Diario* dell'Infessura, pubblicato da O. Tommasini, negli *Atti dell'Istit. Veneto*, VII, vol. 2; del libro di M. Büdrager, sui casi di Don Carlos, negli *Atti dell'Accademia dei Lincei*, ottobre e nov. 1892. Negli *Atti dell'Istit. Veneto* (VII, vol. 4, 1893) giudicò che il volume di F. Nitti sulla politica di Leone X è " un'opera di singolare valore „, ma avanzò alcuni dubbi sulle opinioni dell'autore rispetto all'atteggiamento assunto da quel pontefice di fronte a Carlo V. Questo discorso riapparve, in forma di recensione, nella *Riv. stor. ital.*, 1893, p. 443 sgg. — Ricordo di avere udito dalla bocca del prof. De Leva che nella sua giovinezza egli aveva scritto, in lingua inglese, e per un periodico inglese, alcune relazioni sopra i libri di materia storica, che di mano in mano si pubblicavano fra noi. Sopra di ciò, null'altro mi fu dato conoscere. — Aveva piena conoscenza della lingua tedesca.

loda. Non parrà indiscrezione se chiudo i cenni presenti, riconducendomi col pensiero alla Vedova e alla Figlia, che egli tanto amò e dalle quali tanto fu riamato; e se, risalendo di molti anni addietro, evoco nella mia mente il ricordo dell' affetto grande che egli ebbe verso la vecchia sua Madre.

L'ho sempre dinanzi agli occhi la vecchia madre del De Leva. Stava seduta, lavorando, accanto al tavolo su cui il figlio scriveva i dotti volumi, intorno ai quali ci siamo intrattenuti. La madre non poteva staccarsi dal figlio, il figlio non abbandonava la madre, se non per recarsi dove i suoi doveri lo chiamassero. Ma non la lasciava mai, senza darle un bacio e riceverne un bacio.

Noi suoi discepoli, frequentando la sua casa ospitale, trovavamo in quella famiglia una scuola di alte e delicate virtù.

Nuovi appunti di storia Novaliciense;

del Socio CARLO CIPOLLA.

I.

Un Codice Novaliciense posseduto dalla biblioteca Ambrosiana.

Nuove spigolature Novaliciensi aggiungo alle comunicazioni fatte oramai più volte a questa Accademia. Venga in primo posto un codice, che secondo ogni verisimiglianza fece parte della biblioteca di quella Abbazia fino al principio del sec. XVII. Ne debbo la conoscenza alla cortesia del Collegio dei dottori della biblioteca Ambrosiana, e specialmente al sac. dott. Giovanni Mercati, e volentieri colgo questa occasione per dimostrare la mia gratitudine per le molte gentilezze che sempre ho trovato, quando mi recai a studiare in quella celebre biblioteca.

Nella biblioteca Ambrosiana, colla segnatura A. 49. Inf.

trovasi un ben manoscritto pergamenaceo, legato in epoca relativamente moderna. Sul *verso* della copertura, di mano del secolo XVII, si legge il contenuto del libro:

" Hec in isto codice continentur:
" Alcuinus, de virtutibus. Nota Alcuinum, quem —
" D. Prosperi Aquitanici de uita actiua et contemplatiua libri tres, qui sunt impressi. Nota hunc Prosperum fuisse —
" Felicibus auspiciis ill.mi card. Federici Borrhomaei Mediol. Archiep., Olgiatus scripsit anno 1605 „.

Segue d'altra mano, presso a poco contemporanea, questa dichiarazione:

" Hunc codicem praepositus Platea Mediolanum Taurino transmisit, eumque extraxit ex quodam coenobio, quod est Oscelae, vulgo dicitur Susa di Savoia „.

Questa notizia forse avrebbe trovato la sua spiegazione in un'altra, che, dalla prima mano, venne apposta al margine inferiore della pagina. Pur troppo ne andò stracciata la fine. Ecco quel poco che se ne può rilevare:

" Questo codice è stato mandato d..... „.

Che cosa siasi voluto significare con *Oscela* non è del tutto chiaro, quantunque con fondata congettura vi possiamo vedere una allusione alla Novalesa. Nel sec. XVII l'ab. Luigi Rochex (1), istoriografo della Novalesa, identifica *Ocelum* dell'antichità classica colla Novalesa. Non importa qui vedere se tale identificazione sia giusta, ma basta avvertire che essa si faceva, e precisamente nel secolo stesso al quale appartiene la notizia, che stiamo considerando.

Della vera posizione di *Ocelum* discorre colla consueta sua dottrina il prof. E. Ferrero (2), il quale lo colloca a mezza via incirca tra Susa e Torino.

---

(1) *La gloire de l'abbaye et vallée de la Novalèse.* Chambéry, 1670, libro I, cap. 3, p. 1-2.

(2) *La strada romana da Torino al Monginevro,* in " Mem. Accad. d. Scienze di Torino „, XXXVIII, Scienze morali, p. 427. Veggasi pure la carta geografica annessa a questa Memoria. — Carlo Promis, *Storia dell'antico Torino.* Torino, 1869, pp. 56, 129, 288, tratta della posizione dell'antica *Ocelum*, ma non si occupa della storia di questa quistione. Monsignor Francesco Agostino Della Chiesa, che nella *Descrizione del Piemonte,* vol. IV, p. 473

Interpretando alla lettera le parole surriferite, dovrebbesi credere che *Ocelum* fosse nient'altro che Susa. Ma non essendo probabile che egli sia caduto in tanto errore, resta adito a dubitare che abbia fatta sua quella opinione, che più tardi venne, come certa, difesa dal Rochex.

Potremmo pensare ad Oulx, ma ivi non c'è un *cenobio,* sibbene una prepositura di canonici regolari. Saranno, se vuolsi, due istituzioni simili ; ma pur l'una non è l'altra. Quindi, fino a prova contraria, puossi ritenere che il nostro codice provenga dalla Novalesa.

Accresce la probabilità in favore della Novalesa, la considerazione che la terra di Oulx rimase unita al Delfinato fino al 1713. Sembra quindi supposizione poco probabile, che al principio del sec. XVII si confondesse una prevostura del Delfinato con un *cenobio di Susa.*

Il ms. è apertamente di due mani. Alla prima appartiene l'opera di Alcuino, e ad essa mancano i primi fogli. Alla seconda mano dobbiamo l'opera attribuita a Prospero.

Il fol. 1 *r* comincia: " sicut [nihil proficiunt] opera bona sine [fide recta] unde & — „, parole che spettano al cap. II dell'opera Alcuiniana (cf. Migne, *Patrol. latina*, vol. CI, col. 615, dove in luogo di " sicut „ leggesi " ita „). Termina l'opera al f. 15 *v*: " — perpetua coronabitur gloria. | Gratias Deo agentes per omnia secula. amen. | Explicit liber alcuini „.

Le didascalie sono in rosso, e in rosso sono anche le grandi iniziali dei capitoli, grandi così da abbracciare lo spazio di due righi. Qualcuna fra queste iniziali grandi è illuminata in verde.

Il carattere con cui fu scritto il testo dell'opera di Alcuino è il semionciale, bello, elegante, regolare, ma con alcune particolarità che denotano un'epoca non molto antica. Le lettere *b*, *d*, *h*, *l* sono cuneate. La *g* ha l'occhiello chiuso, ma la coda è aperta. Chiusa è la *a*. La ripiegatura dell'asta ultima a destra,

---

(ms. in copia nella Biblioteca di Sua Maestà in Torino), non parla di *Ocelum* a proposito della Novalesa, nella *Corona reale di Savoia* (Cuneo, 1655, p. 373) dice che " alcuni „ identificano *Ocelum* con Exilles. Ma questa identificazione non è applicabile al caso nostro, in forza del *cenobio* menzionato dalla annotazione, che stiamo considerando.

nella *m* e nella *n*, se non è perfettamente carolina, denota tuttavia ancora un'età abbastanza antica. L'asta orizzontale della *t* non è mai oltrepassata dall'asta verticale. L'illustre abate Antonio Ceriani, prefetto della biblioteca Ambrosiana, il quale, come ognuno sa, è maestro dottissimo in questi studi, mi suggerì di attribuire al X secolo questo manoscritto.

Al fol. 9 *r* leggesi una postilla di mano franco-piemontese del sec. XIV, che dice: " nota contra auaros ".

Di altra e più tarda mano segue l'opera attribuita a San Prospero.

Fol. 16 *v*. Didascalia, in rosso: " Incipiunt capitula de uita actiua et contemplatiua reliosi *(sic)* Prosperi libri tertius *(sic)*. | Quid inter vitam contemplatiuam & actiuam distat — ".

L'opuscolo termina al fol. 75 *v* in questa maniera:

explicit liber tertius feliciter cum gr*ati*a . pax . fides . caritas precium non habent . d*eu*m time & mandata eius custodies (1).

Alla voce " tertius " un richiamo introduce nella dizione le parole, aggiunte in fine, ma non dalla stessa mano: RELIGIOSI PROSPERI. Queste parole sembrano posteriori di parecchi anni al resto.

L'opuscolo, che qui viene attribuito a S. Prospero, più comunemente corre sotto il nome di Giuliano Pomerio, prete, che insegnò ad Arles e contò tra i suoi discepoli S. Cesario (2). I suoi libri *de vita contemplativa* furono dal Migne inseriti nel vol. LIX della sua *Patrologia latina*.

L'opuscolo di Prospero, o di Pomerio, che voglia dirsi, fu scritto da mano alquanto posteriore a quella cui si deve l'operetta di Alcuino. Il testo è in minuscolo postcarolino, a carattere alquanto angoloso, in cui si sente l'influenza straniera. Il Piemonte potrebbe essere benissimo la patria di questo libro, scritto in un tempo in cui il distacco tra la scrittura italiana e l'oltremontana cominciava appena a delinearsi.

Il carattere è abbastanza regolare, ma non è molto elegante. Ogni residuo del corsivo, che spesso si mescola nell'an-

---

(1) In " explicit ", le due I sono rispettivamente incluse nella L e nella C. La I di " liber " è chiusa nella L, e così la prima I di " feliciter ".

(2) BARDENHEWER, *Patrologie*. Freiburg i/B, 1894, p. 570.

tico minuscolo, qui si può dire scomparso. L'ultima asta della *m* e della *n* ricorda ancora il carattere carolino, sebbene preannunci oramai il minuscolo dell'ultima maniera. L'asta verticale della *t* non sorpassa mai l'asta orizzontale. Rarissime sono le traccie di cuneazione nelle solite lettere, che nel sec. X presentano questa forma particolare; tuttavia queste traccie totalmente non mancano.

Le iniziali minori, interposte nel testo, sono in nero, con illuminazione in rosso.

Le didascalie sono in lettere grandi, di color nero, con illuminazione in rosso. Le lettere delle didascalie sono di varie specie: alcune sono vere maiuscole, mentre altre sono soltanto lettere minuscole ingrandite. Qualche lettera è di forma capitale; alcune altre lettere sono onciali. Queste particolarità paleografiche sono comuni nelle didascalie degli antichi manoscritti, ma pur non si dovevano qui passare sotto silenzio.

Le iniziali maggiori, al principio dei capitoli, sono in nero, internamente colorite in rosso. Quanto alla loro forma, alcune sono in capitale ed altre in onciale. Di alcune lettere figurano qui le due forme. Così, p. e., avviene della D. Nel Messale Novaliciense del XII secolo (cf. *Ricerche,* tavola a p. 97) incontriamo la Q maiuscola con due rientri laterali interni, tali, che ciascuno dà origine ad una forma somigliante ad un triangolo. Anche questa forma della Q trovasi nel Codice Ambrosiano, colla differenza per altro, che la Q del ms. Ambrosiano è chiusa, ed è aperta per contro la Q del Messale, che si vede riprodotta nel mio facsimile.

Sono numerosi e di prima mano i segni di interpunzione, dei quali compariscono qui tre specie, vale a dire il punto fermo, il punto e virgola, e il punto interrogativo: *!* ?

La *g* ha chiuso l'occhio, e aperta la coda. La *a* è sempre chiusa.

Non è facile segnare l'epoca di questo ms. Non c'inganniamo tuttavia di molto assegnandolo alla fine del secolo X, ovvero al principio del seguente. Forse lo assegneremmo con maggiore franchezza al principio del sec. XI, se alcune notazioni o prove di penna che si leggono in fine all'opera attribuita a Prospero, non presentassero alcuni caratteri arcaici, nella forma di qualche lettera.

Vengono anzitutto due notazioni, di cui la prima passa sopra la seconda, nascondendone le ultime parole; esse sono di argomento sacro.

" Beatissimus Petrus chathenis in carcere ti/////
Deus ////// centies f/////// ".

La terza notazione sta da sè, e dice così:

" celitus ennormen michael euerberat ostem ".

In queste tre notazioni la forma della *m* e della *n* richiama molto dappresso il carattere carolino. Anzi una delle *m* della terza notazione ha la terza asta a destra, priva affatto di apice, e l'asta stessa è concava internamente e convessa all'esterno, così che ha proprio l'aspetto di una lettera *m* della età carolina.

A titolo di saggio, riporto qui le varianti che trovai raffrontando un capitolo di Alcuino, e un breve brano di Prospero, nel codice Ambrosiano, coi rispettivi testi, secondo la edizione del Migne.

Per Alcuino scelsi il capitolo VI " de pace " (fol. 2 *r*). Ms. Ambrosiano: relinquo nobis (Migne: dimitto vobis) — iam me cepit (M.: iam coepit vocari) — pacem esse noluerit (M.: pacem noluerit) — contempnit (M.: contemnit) — pervenit (M.. pervenit, *ma colla var.:* ducit) — viciis (M.: vitiis) — habendum est (M.: habenda est) — mali sint (M.: mali sunt) — in bonis (M.: in nobis, *colla variante:* in bonis) — caritatem (M.: charitatem) — Pax sanctum (*voce aggiunta nell'interlinea da mano del sec. X*) spiritum specialius (M.: Pax spiritum Dei specialiter) — de qua dominus per (M.: de qua Deus per) — plebis (M.: plebis est) — leticia (M.: letitia) — manet (M.: Dei manet) — ammonere (M. admonere) — faciat, *colla prima* a *di correzione e le lettere* ci *aggiunte interlinearmente da un correttore del sec. X* (M.: fiat).

Quanto a Prospero (o a Pomerio) mi accontentai di un brano del cap. V (fol. 34 *v*) che nel ms., come pure nella edizione del Migne (LIX, 447) si intitola: " Obiectio quam sacerdotes sancti quorum cura est perdite uiuentes arguere. simulatores religionis equanimiter ferant ". Solo è ad avvertire che nel Migne costituisce il capo IV.

Qui le varianti sono assai poche, e di poco conto. *Ms.* recitare (Migne: recitari) — quid, *corr. da* quare (M.: et quid) — abitiunt (M.: abjiciunt) — melioris, *colla* s *finale raschiata* (M.: melioris).

Giunsi col raffronto sino a: " — pro virtute suscipiunt ".

II.

Nuove pagine della trascrizione del codice Phillips.

Nelle mie *Ricerche* (p. 63) sull'antica biblioteca della Novalesa ebbi occasione di parlare di alcuni fogli, scritti da un amanuense del XVIII secolo, i quali si trovano nella biblioteca nazionale-universitaria di Torino, busta LXXI. Essi ci dànno la trascrizione di una buona parte di un codice Novaliciense, miscellaneo, già studiato sul cadere del secolo scorso da Eugenio De Levis, ed ora esistente nella biblioteca Phillips in Inghilterra, alla quale pervenne non si sa per qual via.

Ora nella biblioteca di Sua Maestà in Torino (*Miscellanea patria,* vol. CIX, fasc. 2) riconobbi alcuni altri fogli di quella medesima trascrizione. Ne do qui la tavola:

a) Fol. 1 *r*. *De translatione S. Benedicti abbatis,* ex cod. ms. monasterii Novaliciensis incerti authoris, caractere antiquissimo in pergam. exarato.

Cum diu gens Longobardorum infedelitatis suae — [cfr. *Ricerche*, p. 69, n° 23].

b) Fol. 5 *v*. *De Ceroma.* Brevis incerti authoris dissertatio, ex ms. Mon. Noval. Questiunculam mihi datam — [cfr. *Ricerche*, p. 66, n° 9].

c) Fol. 6 *v*. *Acta S. Catherinae V. et M.*, ex ms. Novaliciensi authore Petro monacho eiusdem, ut creditur, coenobii, qui circa annum 1400 eiusdem asceterii prior claustralis erat ex urbe Cherii et ex nobili familia. Regnante Maxentio Cesare Maximiani Augusti filio cum Diocletiano moltos — [cfr. *Ricerche,* p. 69, n° 21. Si noti che qui, per isvista, si danno come iniziali dell'opuscolo alcune parole, che, a rigore, De Levis riferisce solamente a dimostrare che autore del libro originale greco era " Athanasius ", essendone Pietro il traduttore].

Vuolsi osservare, che se il nostro amanuense avesse ragione, si dovrebbe credere che questa *vita* di S. Caterina sia

stata aggiunta in età molto tarda al volume (1). Ma di ciò è lecito dubitare, chè l'avrebbe avvertito lo Schenkl, *Bibl. patr. latin.*, V, p. 22 (*Wiener S. B.*, CXXVII).

d) Fol. 13 *v*. Aliud ms. incerti authoris *de Hungris Galliam devastantibus ad episcopum Virdunensem.* Domino beatissimo et vere apostolico —. L'opuscolo rimane tronco alle parole: " — quae cum eis venturae dicuntur ", mancando nel nostro ms. le pagine seguenti [cfr. *Ric.*, p. 65, n° 4].

Colle parole *aliud ms.* qui non si vuol accennare ad un altro codice, diverso da quello contenente gli aneddoti sopra ricordati. Ciò sarebbe in contraddizione col vero. Intendansi adunque quelle parole nel senso, che l'opuscolo *de Hungris* è altra cosa da quanto precede.

III.

Fabrizio Malaspina.

Ebbi occasione (2) di parlare dell'abate Fabrizio Malaspina e dei suoi studi eruditi, e ricordai che nel ms. *Prospetto d'alcuni lavori letterari di F. M.* (biblioteca di Sua Maestà a Torino, *Miscell. patria*, vol. CXLVIII) si ricordano le sue *Memorie storiche delli monasteri di S. Pietro della Novalesa e di S. Pietro di Breme*, ecc., donde fu estratta la breve *Dissertazione sulla patria e sulla età del Cronografo Novaliciense* (Tortona, 1816).

Della sorte toccata a questo ms. nulla potei conoscere. Invece il dottor Eugenio Casanova (3), dell'Archivio di Stato di Firenze. mi avvertì gentilmente del destino avuto dai volumi che il Malaspina aveva scritto intorno alla storia di sua famiglia; negli ultimi anni pervennero all'Archivio di Stato di Firenze, per lascito fatto dall'ultimo marchese Malaspina di Fordinovo. Quel ms. si compone oggidì di 4 volumi; il volume quinto, che do-

---

(1) Il f. 8 è bianco al *recto* ed al *verso*.

(2) *Nuovi appunti*, p. 27 (" Mem. dell'Accad. ", XLV, Scienze morali, p. 173).

(3) Cfr. *Arch. st. ital.*, V serie, vol. XVII, 232 (anno 1896).

veva contenere il codice diplomatico, o non fu mai terminato, o almeno non fece parte dell'eredità abbandonata dal predetto marchese. Insieme con questi volumi l'Archivio di Firenze ebbe anche un migliaio di pergamene incirca, riguardanti la storia dei Malaspina e della regione Lunense, fino al 1799. Nulla vi si trova che abbia attinenza colla Novalesa o con Breme.

Non sarà estraneo al nostro scopo far seguire qui qualche notizia biografica sull'abate Fabrizio Malaspina, che deduco da una lettera indirizzata da Edoardo Odetti all'ab. G. B. Adriani, in data 12 aprile 1863. L'originale di questa lettera viene tuttora custodito dall'Adriani, il quale con gentilezza squisita me lo prestò, affinchè potessi servirmene. Rendo al ch. comm. Adriani le dovute grazie.

La lettera dell'Odetti non serve soltanto a chiarire, con qualche dato di fatto, la vita semplicissima del Malaspina, ma ci dà qualche utile schiarimento sulla fine dell'abbazia Bremense. Tanto più volentieri la riassumo quindi in questo luogo.

Nacque il march. Fabrizio Malaspina il 19 genn. 1772 in Varzì, circondario di Bobbio, nella provincia di Pavia. Il 21 gennaio 1787 entrò nella Congregazione Olivetana di S. Benedetto, vestendone l'abito in S. Michele in Bosco di Bologna; professò il 13 luglio 1788 nel monastero di S. Maria delle Grazie in Novara. Fu ordinato sacerdote il 20 dicembre 1794. Dal 1794 al 1798 insegnò logica e metafisica nel monastero di Monte Morcino di Perugia. Ma in quest'anno dovette allontanarsi da quella città, poichè il governo francese emanò un ordine, che ne escludeva i forestieri. Allora si ritirò nel monastero di S. Maria delle Grazie di Novara, del quale fu superiore dal settembre 1802 all'aprile 1803, allorchè fu dalla congregazione eletto abate.

Il monastero delle Grazie presso Novara era succeduto a quello di Breme, ed è per questo motivo che il Malaspina prese amore allo studio delle antichità Novaliciensi.

Riferisce poscia l'Odetti nella citata sua lettera, che nel giugno 1803, in causa dell'incameramento dei beni monastici ordinato da Napoleone per il regno d'Italia, il Malaspina, insieme coi suoi monaci, dovette trasferirsi a Milano. Venne intanto la legge del 1810, che sopprimeva gli Ordini religiosi. Il Malaspina ne restò colpito, tanto più che, in Lombardia essendo conside-

rato quale forestiere, non gli si volle dapprima neppur concedere la tenue pensione, stabilita dalla legge di soppressione. Ebbe più tardi una meschina pensione, e si recò a stabilirsi a Varzì, sua terra nativa. Nel 1816 pubblicò la sua dissertazione sul Cronografo Novaliciense, in fine alla quale aggiunse tre documenti (1), dei quali possedeva gli originali. Poco appresso il prefetto di Tortona lo avvertì per lettera che quei tre documenti erano desiderati dalla direzione degli " Archivi di Corte „ di Torino. Il Malaspina annuì ; anzi si recò egli stesso a Torino, e consegnò le tre pergamene al conte Galeani Napione, presidente capo dei predetti Archivi (2). Il Napione usò al Malaspina ogni maniera di cortesie ; anzi nel 1825 al donatore fu assegnato, sulla cassa del R. Economato, l'annuo reddito di lire 250, fino a che egli avesse ottenuto qualche impiego. Nel 1827 il Malaspina fu nominato membro del Magistrato della Riforma. Nel 1833 fu chiamato a far parte della R. Deputazione di Storia patria, poco prima fondata da re Carlo Alberto. Stante la sua tarda età, nel dicembre 1844 venne esonerato dall'officio di Riformatore. Sopravvisse ancora lunghissimi anni, e morì in Torino il 2 aprile 1863, nell'età di oltre 91 anno.

Il comm. Adriani, nella sua preziosa biblioteca, che egli tiene in Cherasco, possiede ms. il " Catalogo delle opere, opuscoli e documenti da' quali in unione a moltissimi istromenti d'archivi pubblici e privati sono state estratte le memorie storiche diplomatiche per servire alla storia della famiglia Malaspina raccolte d(all') a(bate) d(on) F(abrizio) d(ei) m(archesi) M(alaspina) d(i) V(arzi) 1844 „.

---

(1) Bolla di Giovanni XIII, a. 972 ; diploma di Ottone I, 972 ; diploma di Ottone III, 998. Questi tre documenti riguardano tutti l'abbazia di Breme, e indubitatamente appartennero all'Archivio della medesima.

(2) Si conservano anche oggidì nell'Archivio di Stato di Torino, che, mutato nome, non è altro che l'antico Archivio di Corte.

IV.

Il codice delle Omelie di S. Cesario.

Il dotto benedetto p. Germain Morin (*L'homéliaire du Burchard de Würzburg,* in: " Revue bénédictine „ (Abbaye de Maredsous, 1896, n° 3 (marzo), p. 102, nota) identificò il frammento di Omelia, che pubblicai nelle *Ricerche*, p. 13-4, nota. L'omelia è veramente di S. Cesario di Arles e appartiene al numero XI della raccolta delle *XII Admonitiones.* Il Morin mi rinvia, per questo riguardo, anche al volume di C. F. Arnold, *Caesarius von Arelate und die gallische Kirche seiner Zeit,* Lipsia, 1894, pp. 485-90. Ringrazio il ch. p. Morin di questo utile complemento, che egli si compiacque di dare alle mie ricerche.

Un ripostiglio di monete della repubblica romana scoperto a Romagnano Sesia;

Nota del Socio ERMANNO FERRERO.

Da qualche tempo io era informato della scoperta, avvenuta nello scorso anno presso Romagnano Sesia (1), di un

(1) A circa mezzo chilometro a sud partendo dalla piazza di Romagnano e ad un centinaio di metri dal cimitero, nella regione *Figàro*; alla profondità di mezzo metro, nel ripiantare una vigna (informazione del dott. Donetti, medico a Romagnano, procuratami dalla cortesia del dott. G. Carbonelli)-

Basta il nome ad indicare l'antica origine di Romagnano (*fundus Romanianus*), che trovavasi, come pare, nel pago *Agaminus*, i cui abitanti (*pagani Agamini*) sono ricordati da lapide di Sizzano (*C. I. L.*, V, n. 6587), ed il cui nome sopravvisse nella moderna Ghemme. Si osservano presso Romagnano ruderi di un ponte sopra l'antico letto della Sesia; da Romagnano furono

tesoretto di monete di argento della repubblica romana, portate poi a Torino per essere vendute. Ultimamente ho veduto anch'io queste monete: trecento denarii, non uno di più, non uno di meno. Ignoro se ve ne fosse maggior numero; so che ben di rado i ripostigli monetarii giungono intatti all'illustratore. Ho veduto pure i frantumi del vaso, che conteneva il tesoretto; rozza urnetta di terra grossolana con una rete di graffiti tracciati sul ventre: potevano starvi dentro ancora altre monete oltre alle trecento, non però molte.

Do l'elenco di queste monete, riferendomi all'opera del Babelon (1) e al primo catalogo della serie repubblicana del medagliere torinese compiuto dal Fabretti (2), che tenne conto di ogni più leggera differenza, non solo di simboli e di cifre, ma anche di forme grafiche: noto le varietà, che mancano a questo catalogo, e indico quelle monete, che sono nuove di zecca o quasi, osservando che anche le altre in generale sono in buono stato di conservazione.

---

portate a Novara le iscrizioni *C. I. L.*, V, n. 6592 e *Suppl. It.*, I, n. 886. Le memorie storiche di Romagnano sono state raccolte dal ch. Carlo Dionisotti, *La Vallesesia ed il comune di Romagnano* (Torino, 1871).

(1) *Descr. hist. et chron. des monn. de la rép. romaine*, Paris, 1885-86, 2 vol.

(2) *Raccolta numismatica del R. Museo di antichità di Torino — Monete consolari*, Torino, 1876. L'ho preferito, come più in mano degli studiosi, al catalogo della stessa raccolta, accresciuto dai nuovi acquisti, inserito nel vol. IV (*Monete consolari e imperiali*, 1881) della descrizione del museo torinese, che fa parte del *Catalogo generale dei musei di antichità e degli oggetti d'arte raccolti nelle gallerie e biblioteche del Regno.*

	Babelon	Fabretti	differenze dagli esemplari del Fabretti	DATA probabile della coniazione	Numero degli esemplari	osservazioni
				av. C.		peso in grammi
Denarii coi Dioscuri	t. I, p. 39, n. 2	265		dopo il	2	3,87; 3,69
		267		268	1	3,92
Denarii con la Vittoria in biga	„ p. 40, n. 6	257		dopo il	3	3,87; 3,86; 3,29
		258		254	1	3,50
Denarii con Diana in biga e con luna crescente per simbolo	„ p. 47, n. 20	480		154	2	3,67; 3,61
Aburia.	„ p. 94, n. 1	646		129	3	
	„ p. 96, n. 6	643		id.	4	
Aelia	„ p. 110, n. 3	667		209	1	
Aemilia	„ p. 118, n. 7	716		112	1	
Afrania	„ p. 135, n. 1	738	in una ROMA	200	3	
Antestia	„ p. 144, n. 1	771		174	2	
	„ p. 146, n. 9	778	in sei nella legg. del rov. L	124	7	
Appuleia		945			1	
		995	nel rovescio ·D·		1	
	„ p. 208, n. 1	id.	„ M	94	1	tre nuove
		1023			1	
Atilia	„ p. 229, n. 9	1090		229	1	
Aurelia	„ p. 243, n. 21	1121		90	1	quasi nuova
Baebia	„ p. 254, n. 12	1147		144	4	
		1148			1	
Caecilia	„ p. 263, n. 14	1180		134	1	
	„ p. 266, n. 21	1157		129	4	
	„ p. 269, n. 26	1174		122	2	

		1227	nel diritto dietro e dinanzi la testa un simbolo, che pare un'ancora rovesciata; nel rov. sotto CXXXXIII		1	
		id.	nel dir. dietro un occhio; nel rov. sotto XXXIIII		1	
		id.	nel dir. dietro C̈, dinanzi C̈; nel rov. sotto P	89	1	nuove
	„ p. 291, n. 8	id.	nel dir. dinanzi alla testa simbolo incerto; nel rov. sotto N:		1	
		1235			1	
		1391	nel dir. dinanzi alla testa ψXXXI; nel rov. non si può vedere se vi sia stata in alto una cifra.		1	
Cassia	„ p. 325, n. 1	1589		109	4	
Cipia	„ p. 341, n. 1	1641		94	3	
Claudia	„ p. 345, n. 1	1644		106	3	quasi nuove
	„ p. 347, n. 2	1648		99	2	
Cloulia	„ p. 360, n. 1	1724		119	2	
Coelia	„ p. 368, n. 1	1779		179	1	
	„ p. 369, n. 2	1783	nel rov. in alto ·B·	94	1	nuova
	„ p. 369, n. 3	1863	nel rov. nell'esergo :R	94	1	nuove
		id.	senza lettera visibile		1	
Cornelia	„ p. 387, n. 1	2060		200	1	
	„ p. 396, n. 19	1988		99	1	
	„ p. 399, n. 24	1922	nel dir. la lett. è sotto il mento	90	1	
		1952			1	

	Babelon	Fabretti	Differenze dagli esemplari del Fabretti	Data probabile della coniazione	Numero degli esemplari	Osservazioni
				av. Cr.		
Cornelia	t. I, p. 400, n. 24	2008	nel dir. dietro la testa Ḃ; nel rov. nel campo Ḃ	89	1	nuova
		2031	nel dir. dietro la testa Ṗ; nel rov. nel campo Ṗ		1	
	„ p. 413, n. 50	2042		84	8	nuove
Cupiennia	„ p. 444, n. 1	2222		164	3	
Curtia	„ p. 450, n. 2	2442		114	2	
Decimia	„ p. 453, n. 1	2246		214	2	
Domitia	„ p. 460, n. 7	2256	nel dir. R∘MA	114	1	
	„ p. 462, n. 14	2253		92	2	
Fabia	„ p. 480, n. 1	2319		144	1	
		2320			1	
		2321			2	
	„ p. 482, n. 5	2324		123	2	
	„ p. 484, n. 11	2346	nel rov. in alto X	110	1	
		2350			1	
	„ p. 486, n. 14	2378	nel dir. dietro la testa EX·A·PV	89	1	
Fannia.	„ p. 491, n. 1	2405		149	11	
Flaminia	„ p. 495, n. 1	2433		94	2	quasi nuove
Furia	„ p. 525, n. 18	2557		104	1	
		2558			9	
		id.	nel rov. R∘MA		4	
Gellia	„ p. 535, n. 1	2579		149	4	
Iulia	t. II, p. 4, n. 3	2669	nella legg. del diritto [illegible]	106	1	
	[illegible]	[illegible]	nel diritto e nel rovescio [illegible]	[illegible]	[illegible]	

		3008	senza cifra visibile nel rov.	1	
		3018	id. id.	1	
	„ p. 108, n. 15	3020	nel rovescio ROMA	89 1	nuove
		3049	nel rovescio in alto XV	1	
Iuventia	„ p. 125, n. 7	3105	nel rovescio ROMA	194 1	
Licinia.	„ p. 128, n. 1	4657 (*Silia*)		110 1	
Lucilia	„ p. 150	3152		89 1	a fior di conio
Lucretia	„ p. 151, n. 1	3157	nel diritto TRIO	164 3	
Maenia	„ p. 164, n. 7	3199		110 2	
Maiania	„ p. 166, n. 1	3204		194 2	
Mallia	„ p. 169, n. 2	3228		99 4	
Manlia	„ p. 176, n. 2	3232		104 1	
Marcia	„ p. 185, n. 8	3249		119 1	
	„ p. 186, n. 11	3254		109 1	
		3289	nel dir. dietro la testa | nel rov. in basso XII	1	
		3293	nel rov. in basso ·|	1	
	„ p. 191, n. 18	3307	non si scorge il · dietro la testa	84 1	nuove o quasi
		id.	nel rov. in basso due cuspidi incrociate	1	
Memmia	„ p. 213, n. 1	3439		94 1	nuova
	„ p. 216, n. 8	3487	nel dir. dinanzi alla testa E	82 1	id.
Minucia	„ p. 227, n. 1	3533		149 5	
		3534		1	
	„ p. 233, n. 15	3535		106 1	
	„ p. 235, n. 19	3547		90 1	nuova
Opimia	„ p. 273, n. 12	3743		134 1	
Papiria	„ p. 288, n. 6	4006	in una nella legg. del rov. M·	139 6	
	„ p. 289, n. 7	4008		139 4	

	Babelon	Fabretti	differenze dagli esemplari del Fabretti	DATA probabile della coniazione	Numero degli esemplari	osservazioni
				av. Cr.		
Pinaria	t. II, p. 303, n. 1	4023		209	4	
	„ p. 303, n. 2	4026		200	2	
Poblicia	„ p. 330, n. 1	4142		92	1	
	„ p. 331, n. 6	4143		89	1	
Pompeia	„ p. 336, n. 1	4179	leggenda del rov. intera	129	2	
Pomponia	„ p. 360, n. 6	4204		94	1	nuova
	„ p. 360, n. 7	4203		92	2	
Porcia	„ p. 368, n. 1	4228		149	4	
	„ p. 369, n. 3	4223		129	2	
		4224			1	
	„ p. 371, n. 5	4265		101	2	nuove
	„ p. 371, n. 6	4266		101	1	nuova
	„ p. 373, n. 8	4222		92	1	
Postumia	„ p. 377, n. 1	4270		134	1	
Quinctia	„ p. 394, n. 6	4304	nel rovescio C	104	1	
Renia	„ p. 399, n. 1	4339		154	3	
Rubria	„ p. 406, n. 1	4462		83	4	nuove
	„ p. 407, n. 2	4464		83	1	id.
	„ p. 407, n. 3	4465		83	2	id.
Saufeia	„ p. 421, n. 1	4542		200	2	
		4543			2	
Scribonia	„ p. 424, n. 1	4551		204	1	
		4552	[e ROMA		2	
Sempronia . . .	„ p. 430, n. 2	4564	in una nella legg. del rov. L·	174	2	
Sentia	„ p. 437, n. 1	4581		89	1	quasi nuova
Servilia	„ p. [illegible]	[illegible]				

Sentia	„ p. 485, n. 1	4664		214	1	
Thoria		4713	nel dir. I·S·M·R nel rov. BALBVS		1	
	„ p. 488	4722		94	1	nuove
		4731	nel dir. I·S·M·R e nel rov.		1	
		4732	[L·THORIVS		1	
Titia	„ p. 490, n. 1	4737		90	2	una nuova
	„ p. 490, n. 2	4740		90	7	nuove
Tituria	„ p. 498, n. 2	4810	in due non si discerne ciò che vi era dinanzi alla testa	88	4	nuove o quasi
	„ p. 498, n. 4	4812		88	3	nuove
		4813			1	
	„ p. 499, n. 5	4814		88	1	id.
Trebania	„ p. 500, n. 1	4822	in una ROMA	139	3	
Tullia	„ p. 503	4826		135	2	
Valeria	„ p. 510, n. 7	4834		209	3	
	„ p. 510, n. 8	(*)		209	1	
	„ p. 512, n. 11	4837		104	2	nuove
Vargunteia . . .	„ p. 525, n. 1	4870			2	quasi nuove
Veturia	„ p. 535, n. 1	4917		129	2	
Vibia	„ p. 538, n. 1	4924	nel diritto F:·		1	
		id.	„ N	90	1	
		4929			1	
		4952			1	
		4958			1	
		4964			1	
		id.	nel dir. una capra (?)		1	
		4970			1	nuove
	„ p. 539, n. 2	4977		90	1	
		4984			2	
		4991			3	
		id.	nel dir. simbolo indistinto		3	
		id.	col solo diritto: incusa		1	
	„ p. 539, n. 3	5000	nel dir. sotto il mento fulmine	90	1	
		id.	„ „ ramoscello		1	

(*) Acquistata dal Museo dopo la pubblicazione del primo catalogo: è descritta nel Catalogo generale al n. 4995.

Riunendo le date probabili di emissione di queste monete si ha:

dopo il 268	esemplari	3
„ 254	„	4
229	„	1
214	„	3
209	„	9
204	„	3
200	„	10
194	„	3
179	„	1
174	„	8
164	„	6
154	„	5
149	„	25
144	„	9
139	„	13
135	„	2
134	„	3
129	„	18
124	„	9
123	„	3
122	„	2
119	„	3
114	„	3
112	„	1
110	„	5
109	„	5
106	„	6
104	„	18
101	„	3
99	„	10
94	„	18
92	„	6
90	„	34
89	„	17
88	„	9
84	„	12
83	„	7
82	„	1
senza data (1)	„	2

(1) Sono i denarii di *M. Varguntеius*, da ascrivere pure a qualcuno degli ultimi anni precedenti.

La moneta più recente è adunque dell'82 av. Cr.: nuovi o quasi sono i nummi degli ultimi anni; il ripostiglio ha dovuto essere sotterrato nell'82 o ben poco dopo (1).

Lo stato di alcuni archivi comunali della provincia di Susa ai tempi di Re Vittorio Amedeo III;

Nota del socio GAUDENZIO CLARETTA.

Il progresso singolare raggiunto oggi giorno dagli studii storici, e la cura lodevole nei loro cultori di rivolgersi alle fonti originali, affine di poter meglio appurare il vero dal falso, ed essere così a poco a poco in grado di costituire su basi incrollabili l'edifizio della nostra storia nazionale, hanno fatto sì che si sentisse ognor più il bisogno di vedere agevolati i mezzi di poter procurarsi i necessari materiali. Quindi non è a far le meraviglie, se alcuni, animati da spiriti generosi e d'imparzialità, abbiano in questi ultimi anni cooperato a tale scopo e

(1) Al dott. S. Ricci, che diede un cenno di questo ripostiglio nella *Rivista di numismatica italiana*, 1895, p. 494, annunciando più ampia relazione per le *Notizie degli scavi*, fu mostrato un gran bronzo logoro, che gli fu detto essere stato trovato con le monete di argento, e che " quantunque " indecifrabile, non presenta alcuno dei caratteri degli assi repubblicani ": onde egli pensò che il nascondimento potrebbe discendere anche al principio dell'impero. Io non ho più potuto vedere questa moneta, che mi si disse andò perduta. Ammesso che non fosse un asse repubblicano, come si può spiegare nel ripostiglio la mancanza assoluta di monete dopo il principio del secolo I av. C. sino al principio dell'impero cioè per almeno sessanta anni, e l'ottima conservazione dei denarii più recenti, che hanno dovuto circolare ben poco prima di essere sepolti? Più volte mi furono fatti vedere nummi od altri oggetti antichi, che mi si assicurava essere stati trovati insieme; solo dopo paziente interrogatorio giungeva a sapere che *insieme* voleva dire palmi di distanza.

rotta, allorchè lo ravvisarono necessario, una lancia in favore della causa degli studiosi.

Altri poi tuttochè limitatisi agli archivi dei comuni concorsero pure nella stessa opera, procurando di additare alcune delle fonti, a cui potessero i ricercatori ricorrere con successo. E fra costoro vuol essere annoverato il professore Demetrio Marzi, che man mano venne pubblicando nell'archivio storico italiano succose e particolareggiate monografie specialmente sugli archivi comunali della Toscana e della Romagna Toscana.

Nel VI congresso storico italiano poi, tenutosi nello scorso autunno a Roma, veniva ampiamente discusso il tema della necessità di agevolare ognor più l'accesso agli studiosi in parecchi archivi di speciali associazioni e di provvedere ad un riordinamento generale degli archivi dei comuni dello Stato. E per sola informazione di coloro che non coltivando questa ragione di studii fossero per ignorarlo, basterà qui avvertire che questo tema proposto dalla torinese società di archeologia e belle arti trovava un'eco profonda nella società storica della Val d'Elsa, e mercè il valido concorso dell'erudito suo rappresentante, il professore Guido Bacci riceveva ampio svolgimento in seno a quel dotto Consesso. E frutto di quelle discussioni fu la manifestazione di un voto, che per l'avvenire, e gli archivi dei comuni, e quelli di confrerie e di altri enti morali dovessero essere resi più accessibili agli studiosi; e con ordini severi e d'ordine dovesse venir meglio tutelato il patrimonio scientifico ch'essi contengono.

Auguriamoci che per pubblico beneficio l'espressione di così giusti desiderii non abbia, come pel passato avvenne di altre consimili manifestazioni, non abbia, dico, a rimanere un solo voto sterile ed infecondo.

Intanto non torna disacconcio il dichiarare, come in riguardo appunto di un tema che ricevette testè ampio svolgimento e che viene così ad avere un carattere di opportunità del giorno, io mi fo lecito d'intrattenermene in queste pagine, facendo conoscere alcune prescrizioni nostre in fatto appunto di archivi comunali. Il che mi fu fornito dall' aver dovuto fortuitamente consultare un documento che mi pone altresì in grado di ricordare con elogio i principi di Savoia. Infatti essi, nelle tenui proporzioni loro consentite (e se non al certo nello scopo di fa-

vorire gli studii storici e studiosi, de'quali i primi erano fra noi nell' infanzia; e i secondi scarsi, isolati e negletti vivevano in perfetto obblio, nè mai avrebbero osato innalzare tant' alto le loro aspirazioni), pur concorsero indirettamente a conservare intatti sino a certo punto i monumenti, di cui dovevano valersi poi coloro che la sorte benigna loro consentiva di vivere in età più propizia.

Come a preludio del documento che somministrò materia a questa monografia, mi sia consentito di ricordare almeno sommariamente (per non far troppo lunga ripetizione di cose note ai cultori delle storiche discipline fra noi) le cure ch'ebbero i nostri principi per la tutela dei documenti dei comuni. Per non ricordare età troppo remote basterà avvertire che sin dal 1584 sotto Carlo Emanuele I, fra gli ordini impartiti ai delegati per l'amministrazione del comune di Bene, o Bene-Vagienna, eravi quello che si dovesse compilare un inventario dei documenti esistenti in quell'archivio, il quale doveva essere chiuso a tre chiavi, da ritenersi dai sindaci e dal cancelliere (1). Nel 1621 il consigliere di Stato Prospero Galeani, delegato alla generale revisione dei conti pubblici, deliberava, che in quanto al comune di Lagnasco quei sindaci infra il termine di tre mesi dovessero far compilare dal segretario un libro legato in cartapecora contenente l'inventario di tutti i documenti che esistessero dentro e fuori del cosidetto cofano pubblico (2).

Anche le note regie costituzioni provvedevano alla regolare amministrazione comunale. E Carlo Emanuele III nel 1767 dava pur norme certe per la tutela delle carte dei comuni.

E vuolsi anco notare che all'esempio del Governo parecchie amministrazioni municipali provvidero allo stesso oggetto. Ma sarebbe un divagar di troppo ed eccedere i limiti di questa memoria il voler annoverare qui le varie disposizioni statutarie a tale proposito; e ne basti, a cagion d'onore, additare la città di Cuneo, che ne' suoi statuti del 1555 aveva un capitolo intitolato *De archivio communis.*

Chi fra noi in tempi recenti ebbe cura d'informarci dello stato degli archivi comunali e del loro contenuto sia nei tempi

(1) Duboin, *Raccolta leggi, editt. e manifesti ecc.*
(2) Ib.

antichi che nei moderni, conformemente ben inteso alle notizie trasmessegli, fu il commendatore Nicomede Bianchi, il quale sin dal 1881 pubblicava nell'utile suo libro *Le carte degli archivii piemontesi* una notevole parte concernente i detti archivi, la quale dalla pagina 106 a quella 480 contiene un sommario delle categorie dei documenti conservatisi in essi sino ai tempi odierni. Ma nella prefazione egli comincia a dolersi che i registri contenenti le inchieste su quegli archivi ai tempi di Vittorio Amedeo II e di Carlo Emanuele III sieno andati smarriti in gran parte, e persino quelli delle più recenti avvenute ed ordinate dal Re Carlo Alberto (1). Sembra poi anco che il Bianchi oltre ciò non abbia avuto conoscenza del documento che qui pubblicheremo, e che somministrandoci lo stato degli archivi di parecchi comuni della Val di Susa, serve altresì a fornirci una idea dell'ampio ed utile lavoro che il governo aveva ordinato per tutto lo Stato. Imperocchè con tutta verosimiglianza puossi ritenere che, oltre alla relazione capitatami casualmente alle mani, altre consimili dovevano essersi compilate per le altre province, e che sembra fossero state affidate agli intendenti di queste.

La relazione è dell'anno 1777; e per comprendere qual motivo abbia dato occasione alla missione di uno speciale ufficiale che visitò i comuni in essa ricordati, bisogna che ci riferiamo a tre anni antecedenti ad essa.

È saputo, come salito nel 1773 al trono Vittorio Amedeo III, aveva egli sul principio lasciato presagire assai bene della sua amministrazione; ed infatti avevano contribuito a creargli una aureola di gloria fra le altre, le cure poste poco dopo a mettere in assetto le comunali amministrazioni.

Frutto delle veglie e delle profonde cognizioni amministrative che vi dedicarono per ordine suo ragguardevoli magistrati e personaggi esperti nelle cose di finanza, si fu il celebrato editto e regolamento detto de' *pubblici*, vocabolo invalso per designare le comunità, uscito il sei di giugno dell'anno 1775. Non devesi peraltro dissimulare ch'esso abbiasi a ritenere piuttosto il risultamento finale degli studii che il D' Ormea e il conte

(1) Opera citata, pag. 36 della prefazione.

Bogino avevano fatto sotto il regno precedente sul rimaneggiamento generale delle amministrazioni comunali dello Stato. Comunque ne sia, e prendendo le cose pel loro verso, in omaggio al noto verso del poeta *Sic vos non vobis,* ecc., avvertiremo che con quell'editto erano tracciati i principii del riorganamento dell'amministrazione dei comuni, e veniva studiato il modo di provvedere al più esatto ed imparziale ripartimento dei pesi, ed avviare il pubblico al miglior sostenimento dei tributi, conciliato col minor aggravio possibile. Avendo quella legge per iscopo di promuovere coi migliori mezzi la pubblica e privata felicità dello Stato, essa insinuavasi minuziosamente nelle competenze, nelle prerogative e negli ufficii delle amministrazioni comunali. Quindi venivano stabilite le regole concernenti le elezioni, i requisiti per conseguire l'uffizio di consigliere, l'esercizio della carica di segretario. E noterò che i segretari, oltre alla probità conosciuta, non dovevano essere avvinti ai privati ed ai corpi morali per causa di liti, rendimento di conti, ecc., e faceva d'uopo ch'avessero il grado di notaio.

I consiglieri " dovevano tutti possedere un competente *registro:* essere di conosciuta probità e buon giudizio, zelanti del pubblico bene, non minori di anni 23, non aventi contabilità o lite col comune, o verso gli spedali e le congregazioni di carità locali, ecc. ». Ne veniva quindi che il capo, il quale doveva presiedere a quelle congreghe, essendo scelto fra persone fornite di quei requisiti, non poteva di meno, di regola generale, che presentare quella garanzia morale e materiale, delle quali con tutto l'apparato delle assicurazioni delle leggi odierne, fanno difetto oggi molti di essi, a danno del pubblico ed a disdoro del governo stesso, che per ragioni partigiane talora li favorisce.

Ottimo provvedimento era pur quello di chiedere il concorso de' cosidetti maggiori *registranti* per illuminare il Consiglio col loro voto interessato, allorchè trattavasi di affari della massima rilevanza e spettanti ad imposizione di maggiori gravezze, che invano ebbero a desiderare nei tempi odierni quanti sui loro omeri sostengono la soma principale dei pesi comunali.

Ma ne bastino queste osservazioni, non dovendo qui fare l'apologia di questa legge, nè scendere ad inutili geremiadi. Chiunque peraltro sia fornito di una certa dose di buon senso pratico, nè vincolato a passioni di parte, non potrà tacciare di

eccessivi *laudatores temporis acti* quanti spregiudicatamente volessero ammettere, essere alquanto da rimpiangersi che i principii, sui quali poggia la società odierna, più non possano consentire che si abbiano a far risuscitare non tutti al certo, ma anche qualcuno dei provvedimenti, coi quali era regolata l'antica amministrazione nostra comunale, praticamente più utile all'avviamento della cosa pubblica tuttochè parto di un governo assoluto. E limitandoci a quanto si riferisce al nostro tema, convien sapere, che il capo quarto delle lettere patenti in discorso provvedeva appunto agli archivi dei comuni ed alla custodia delle scritture loro. Esso adunque prescriveva che " ogni città e comunità terrà riposte, ordinate e custodite le proprie scritture, non meno che quelle dei tenimenti aggregati nell'archivio, già dalle costituzioni generali prescritto tenersi nella casa del comune quando vi sia, altrimenti in luogo sicuro, e potendosi in una camera a volta e rimota da pericolo di fuoco, con avvertenza di riporre le seconde separatamente per potervi all'uopo avere più facile e pronto ricorso ".

Parimente si prescriveva il modo, col quale le carte dovevano essere disposte; come se ne dovesse fare il catalogo, non generico, nella guisa che viene talora compilato dagli inesperti o dai fuggi-fatica, ma particolareggiato e razionale; e che una copia dovesse esserne trasmessa al segretario civile del Senato.

Gli archivi comunali dovevano essere custoditi con doppia chiave, e l'una differente dall'altra, le quali si sarebbero tenute dal segretario o dall'archivista e dal sindaco. Si provvedeva anche alle cautele da osservarsi nei casi ne' quali si dovessero comunicare altrui i documenti, il che poteva avvenire per ragioni di contestazioni, non al certo poi per istudio, ma comunque, si provvedeva a non lasciare disperdere quei documenti. Insomma l'ingegno dei compilatori di quelle leggi erasi aguzzato quanto era possibile per riparare i temuti inconvenienti della perdita delle carte, patrimonio dei comuni. Senonchè ancor fra noi devesi deplorare che *le leggi son, ma chi pon mano ad esse;* quindi, anche ad onta del buon volere del governo e dei provvedimenti suoi, non tutti i comuni si dimostrarono solleciti a compiere le prescrizioni determinate. E il sunto stesso che del contenuto di molte di esse, anche di città notevoli, ci ha dato il Bianchi nell'indicato lavoro, denota quanto asseriamo.

Sequela della legge dei *pubblici* fu la creazione d'ispezioni di visita, non affidate a giunte (che avrebbero, come d'ordinario avviene, e si vede giornalmente fra noi, complicato il lavoro, protrattone il compimento ad epoca indefinita, e creato un dispendio che in quei tempi si aveva scrupolo di evitare), ma ad ufficiali capaci, di buon volere e coscienziosi, neanco allettati dagli elogi di una stampa, manifestazione dell'opinione pubblica che non esisteva, paghi di compiere nel silenzio al loro dovere. E prova di questo ce la fornisce appunto l'inedita relazione dell'intendente di Susa Alessandro Rossi, che verrà così resa di pubblica ragione, se non integralmente affatto, salve alcune eccezioni, nella parte più specialmente concernente gli archivi comunali.

La relazione non limitata alle notizie sui soli archivi comunali è ricca di ragguagli relativi alla statistica, e poteva avere allora considerevole utilità. E sarebbe ad augurarsi che, senza ciaramellare cotanto qua e là, vi fossero oggi uffiziali simili all'intendente di Susa del 1777, volenterosi e capaci, ed usando la parsimonia in tutto, com'egli fece, ma certo maggior correttezza nello scrivere (sola parte in cui non deve essere imitato), proseguissero pure l'opera sua, che non sarebbe men necessaria di quel che essa era stata cento e vent'anni or sono.

Il lieve còmpito che mi sono proposto, sarebbe già raggiunto, ma prima di tôr congedo dai benigni lettori non potrà essere tenuto inopportuno l'osservare fatti che devono ritenersi una vera anomalia, considerando i tempi in cui avvennero, e sotto l'impero dei principii in essi professati, nè molto remoti da quelli di cui ci siamo or intrattenuti.

Se adunque ai tempi del dominio assoluto dei reali di Savoia, per quanto, come dicemmo, non guari propensi a favorire gli studii storici e le lettere, da Vittorio Amedeo II in qua, gli archivi, sia di Stato che dei comuni, furono serbati incolumi, e sia pure in parte, in considerazione della gelosa avversione che si aveva di aprirli agli studiosi, ma anco, grazie alla coscienziosa sorveglianza di coloro, alla cui custodia erano preposti, non così avvenne in tempi retti con altre idee. E par proprio strano, che, come gli archivi di stato ebbero a soffrire il maggior detrimento all'aurora dei tempi che si vantavano propensi ai principii liberali, cioè all'apparire della rivoluzione

francese (1); così anche quei dei comuni abbiano dovuto su per giù ricevere non poche jatture ed essere tenuti nella massima

---

(1) Quantunque, e nell'opera del Bianchi, *Storia della Monarchia piemontese*, III, pag. 134, e qua e là in altri libri si trovi qualche cenno dell'invasione popolare negli archivi di Corte avvenuta la sera del 15 dicembre 1798, nondimeno non sarà inutile qualche maggiore schiarimento ed aggiunta che servirà anco a ricordare nomi di ufficiali di quell'archivio che meritano un elogio per la prontezza con cui seppero eludere la turba famelica che pretendeva l'immediata distruzione degli *infami titoli aristocratici*.

In una relazione manoscritta di quei fatti, avuta anni sono alle mani, si legge che la Segreteria di Stato per gli interni il 17 dicembre dell'anno citato aveva trasmesso ordine al presidente capo degli archivi che era il letterato conte Gian Francesco Galleani Napione, di separare prontamente le carte risguardanti la nobiltà, cioè diplomi, stemmi, infeudazioni, investiture, patenti di nobiltà e rimetterle infra il termine perentorio di 24 ore al Comitato di sicurezza pubblica per abbruciarle senza riguardo ai piedi dell'albero di libertà. Ma per fortuna che il collegio degli archivisti sentendo pietà per un parto, direi così, delle proprie viscere, seppe eludere l'insana richiesta col mezzo di questo spediente...: lasciare a parte e ritenere li suddetti già separati documenti e surrogarvi in cambio molte altre scritture state sempre considerate di poca o nessuna conseguenza, anzi inutili, per essere le medesime minute di lettere oppure consegne di bocche umane e di granaglie, fattesi dal 1500 al 1600 nel ducato di Monferrato, cosicchè di questa qualità di scritture insieme ad alcune carte di affigliazioni agli ordini religiosi e di stemmi gentilizi spiegati e varie altre scritture in pergamena risguardanti solamente interessi fra particolari e per conseguenza non risguardanti il regio servizio se ne sono riempiute casse numero 25 le quali essendosi fra il prescritto termine di 24 ore trasmesse al Comitato di sicurezza pubblica sono state quindi nel 21 gennaio 1799 abbruciate ai piedi dell'albero della libertà... „.

I nomi degli archivisti di quei giorni, degni di essere rammentati con elogio agli studiosi odierni, sono, oltre al presidente capo come chiamavasi, conte Napione, Francesco Masino, archivista regio, Carlo Francesco Franchi, sotto archivista, ed avvocato Vincenzo Grella primo segretario.

Anche nella notte del 22 dicembre (1798) alcuni, creduti sul principio democratici, col mezzo di pali di ferro avevano potuto scassinare la porta prospiciente lo scalone a levante degli archivi, e rompere alcuni armadii, ma lasciati intatti i documenti, per loro innocui, eransi contentati di appropriarsi arredi di poco valore. Si suppose che gli autori del furto fossero stati granatieri francesi stanzionati presso la paggeria e l'accademia militare. Ma l'avvocato Grella suddetto avendone recata la notizia al governo provvisorio, questo, colta la palla al balzo, diè ordine che per maggiore sicurezza si dovessero presentare tutti i documenti muniti o di sigillo d'oro o di custodia d'argento o di argento dorato. Il presidente degli ar-

noncuranza sotto i governi che si vantano di professare idee più larghe. Ben è noto, come e nelle città e nei nostri comuni

---

chivi credette di non potervisi rifiutare; e non senza rammarico, nella susseguente sera i suddetti archivisti Franchi e Grella consegnarono al Governo provvisorio cento e tre documenti muniti di suggelli d'oro e di argento, e che contenevano diplomi imperiali, bolle pontificie, ratificanze di trattati con potenze estere, contratti di matrimoni, ecc. Il governo provvisorio dopo avere alleggerito quei documenti del loro peso *inutile*, cioè dei suggelli, restituilli, in numero però solamente di ottantadue, il 16 gennaio; e i ventun documenti ritenuti consegnò al rogo presso l'albero della libertà in piazza castello a breve distanza della sede di quei poveri documenti rapiti, annuenti coloro che paventavano le ire *civium prava iubentium*.

Il governo provvisorio era composto, per chi nol sapesse, dei seguenti: barone Francesco Favrat, Felice Clemente Fasella di Giaveno intendente generale delle gabelle, Gian Battista Bertolotti senatore, Giuseppe Fava intendente dell'ufficio del Controllo, Pier Gaetano Galli della Loggia (l'autore monarchico delle *Cariche del Piemonte*) reggente la Camera dei conti, Francesco Braida avvocato dei poveri, Stefano Giovanni Rocci segretario degli interni, Vincenzo Bottone di Castellamonte giureconsulto, Giuseppe Cavalli già magistrato, Innocenzo Baudisson, Agostino Bono professori all'Università, il primo di istituzioni canoniche, il secondo di diritto canonico, Giuseppe Sartoris chimico, Luigi Colla avvocato, Carlo Bossi conte di S. Agata, ambasciatore. A costoro che non avevano contentato molto i patrioti nelle loro aspirazioni erano stati poc'anzi dal generale Joubert aggiunti, Gian Battista Balbis medico, Pietro Avogadro di Valdengo, Carlo Botta, Guglielmo Cerise, Alessio Antonio Simian, Filippo Benedetto Bunico giureconsulti, Antoni Bellini grecista, Pietro Geymet valdese, moderatore delle Valli, Secondo Enrico Chiabrera, sostituito avvocato fiscale generale e Domenico Capriata, intendente generale di guerra. Sono nomi che conviene rinfrescare quando ne viene l'opportunità, poichè ogni età può presentare casi consimili; erano dunque nove nobili, tre medici, tre sacerdoti, un valdese, quattro rivestiti di uffizi sotto il governo regio, *diciassette* avvocati, numero esorbitante.

Ma non basta: per depredare l'archivio, ai Piemontesi si univano i Francesi: il controllore delle entrate e delle spese della così detta commissione civile in Piemonte Pampaloni, il 30 dicembre antecedente, chiamato a sè l'archivista Franchi rimettevagli ordine del direttorio esecutivo di consegnargli subito il manoscritto originale del noto napoletano Pirro Ligorio, consistente in trenta volumi che trattano materia d'archeologia ed adorni di molti disegni; e che avevano costato a Carlo Emanuele I una somma che corrisponderebbe oggi ad un 393.660 lire. — Vedi Vayra, *Il Museo storico della Casa di Savoia nelle curiosità e ricerche di storia subalpina*, passim. — Questa collezione, che fa onore alla Casa di Savoia, la quale in mezzo ad angustie di ogni specie fu abbastanza larga protettrice delle scienze e

in quei primi giorni del mutato governo molti, per fini d'interesse tutto particolare e talora per soddisfare soltanto a mera

---

delle arti, fatta rispettare dalla reggente Cristina di Francia, che aveva saputo eludere le avide mire di averla, nientemeno che del Richelieu, e fu negata con belle scuse alla famosa regina Cristina di Svezia, questa collezione, per la cui conservazione i nostri principi avevano persino chiesto le bolle papali di scomunica contro coloro che avessero voluto toglierla dall'archivio (*a*), dovette essere invece consegnata ai Francesi che comandavano in quel momento a casa nostra. Peraltro, sebbene l'archivio fosse stato precettato di consegnare quell'Opera pel giorno seguente dopo il mezzogiorno al Commissario civile Eymar, nondimeno il presidente Bertolotti volle prima comunicare ogni cosa al governo provvisorio. Senonchè questo con lettera firmata dal presidente Bottone e dal segretario generale Gambini ordinò agli ufficiali dell'Archivio di rimettere senz'altro il Pirro Ligorio al controllore Pampaloni. E così il quattro gennaio l'archivista Franchi lo consegnava al commissario Eymar. E quasi ciò non fosse sufficiente ancora, l'inesorabile Eymar il ventisette gennaio chiedeva pure il manoscritto del Gioffredo contenente la storia delle Alpi marittime, la corografia di quelle alpi, compilata dallo stesso, e un codice del Lattanzio già spettante all'abbazia di Bobbio.

Devesi peraltro avvertire che il governo provvisorio il 15 febbraio faceva rimettere all'Archivio quarantanove volumi di cerimoniali della Corte, parte originali e parte copie, compresa la chiave del feretro contenente le ceneri del maresciallo Di Villars, dal 1734 giacente nei sotterranei della cattedrale! Che se trascorsa quell'infausta bufera, i manoscritti del Pirro Ligorio e del Gioffredo ripigliavano la primitiva sede, non era ancora quasi insediato grazie all'armi russe l'antico governo, che già il noto conte Cerruti, reggente la segreteria di Stato per gli interni gongolava di gioia, nell'autorizzare da parte del marchese Thaon di St Andrea luogotenente generale regio, il presidente capo degli archivi a far rimettere la collezione dei cerimoniali al conte Salmatoris, mastro in secondo delle cerimonie, che abbiam detto testè rimessa all'Archivio di Corte dal governo provvisorio.

La stessa premura si ebbe di riconsegnare al padre Vincenzo Maria Carras vicario del Sant'Ufficio a Torino tutto l'incartamento relativo all'inquisizione, che era stato depositato la notte del quattro febbraio 1799 all'Archivio e messo alla rinfusa in varie sacca; e che fra le altre carte conteneva i processi dell'Inquisizione di Torino dal 1300 al 1799 e tutto il carteggio con Roma e cogli altri inquisitori del Piemonte. Ma lascio altre

---

(*a*) Ad onta di questo, Teodoro Mommsen potè esaminarne 18 volumi a Berlino ove li tenne non poco tempo presso di sè. Vayra, p. 110, v. IV, *Curiosità* ecc.

curiosità, ebbero mezzo di appropriarsi molti dei documenti ivi conservati; e si fu da quell'epoca che da molti archivi comunali furono sottratti non pochi volumi degli ordinati delle amministrazioni municipali, che non più furono restituiti, e levati cimelii d'arte in qualche codice miniato posseduto, trovandosene ancor vestigia nelle iniziali che contenevano ornamenti, e peggio poi se la figura rappresentava stemmi gentilizi.

Ma senza ricorrere ai tempi della libertà regalata ai nostri avoli dai Francesi, e senza voler rivelare molti e molti aneddoti abbastanza curiosi di anni non troppo remoti, ben inteso anche senza voler uscire dalla cerchia degli archivi comunali, non sappiamo noi forse che archivi di comuni, e persino di città, si trovano a questi giorni in uno stato disordinatissimo, servendo in alcuni la camera, ove stanno accatastati i documenti dei secoli passati, di deposito di legna, ove accedono i famigli di qualcuno degli ufficiali del comune per il servizio giornaliero, con pericolo continuo d'incendio; che in altri (se pur di archivi possono aver nome i ripostigli ove si trovano accumulati i documenti) i telai delle finestre sono senza vetri per dar libero passaggio a lodole, pipistrelli, ecc., a nidificare pacificamente fra le cartelle logore dei documenti, ed affinchè l'intemperie possa meglio compiere l'opera distruggitrice, che nessuno si cura d'impedire? In un archivio comunale, che possiede una collezione di pergamene dei secoli XIV e XV, già spettanza dei suoi antichi feudatari estinti, queste furono riposte in casse e confinate nella stanza del messo comunale a disposizione di sua famiglia.

E che cosa dire di archivi, ne' quali un giorno si allevavano allegramente i filugelli; e da quanto è palese di alcuni di essi, qual giudizio si potrà fare di quel che è ignorato? E se non bastasse ancora: qual fatto più eloquente a conferma di questo *lusinghiero* quadro, di quello che fu strombazzato su pei giornali di ogni colore, ed in quella stessa Roma, dove due

---

particolarità, perchè il darle ci farebbe uscir dal confine entro cui deve trattenersi questo scrittarello.

Questi fatti avvennero all'Archivio di Corte che aveva sede ove oggi l'ha l'Archivio di Stato. Ma anche all'Archivio detto della Camera dei Conti, e che conteneva, come oggi, la serie delle investiture feudali, i conti della Casa reale e dello Stato, ecc. i demagogi fecero la loro apparizione.

mesi prima solamente erasi rotta più di una lancia per tutelare i documenti degli archivi dei comuni!

Coloro adunque che hanno interesse per queste cose, non si dimenticheranno di aver letto che nel novembre scorso ad una parte dell'archivio comunale di Roma era capitata una triste sorte... " Un cumulo di carte che rappresentano la storia di Roma e del suo stato per un periodo di otto o nove secoli, è stato messo entro grandi cassoni: cacciato nelle cantine sottostanti all'archivio notarile di via del Campidoglio... Un forte acquazzone fu la causa felice di por riparo a quello sconcio, poichè chi sovrintende a quell'archivio, recatosi a visitare quel deposito di carte e ritrovate le casse che le contenevano attorniate da 25 centimetri d'acqua, diè le disposizioni opportune, perchè fossero di là rimosse „.

Non evochiamo per carità lo spirito del Gregorovius, che attorno a quegli archivi aveva cotanto faticato, e quelle carte cosperso de' nobili suoi sudori!

E con questi aneddoti pongo termine a questa breve monografia, la quale se non avrà altro resultamento all'infuori di quello di aver segnalate e deplorate cose poco lodevoli, anche senza la menoma speranza di vederle a cessare, servirà almeno ad aggiungere su questa parte una pagina di elogio al governo del Re di Sardegna Vittorio Amedeo III, facendo dimenticare un momento errori che possono venirgli ascritti relativamente a parecchi altri fatti del travaglioso e non lungo suo regno, povero di vita pubblica e privo di quelle felici ispirazioni che sarebbero state necessarie in quei tempi procellosi.

Relazione di quanto si è osservato nelle terre della Provincia di Susa, dove si è dato il causato sovra il luogo in ordine al prodotto dei terreni, censuario, diritti di vassalli e parrochi, o pedagio, con alcune provvidenze particolari, date in tale occasione (1).

Archivio di Stato — Provincia di Susa — Mazzo II.

Almese. — Essendosi osservato che l'archivio, tuttochè formato non è gran tempo ed assai proprio per la conservazione delle scritture, manca però del necessario inventario, essendo tutte le scritture in confuso, se ne è ordinata la formazione sotto le cautele da prescriversi sulla presentazione che seguirà dell'atto consolare, con essersi anche ordinate delle indispensabili riparazioni attorno la camera delle congreghe, il di cui solaro è interamente marcio.....

Avigliana. — Questa comunità trovandosi sprovvista di casa per le congreghe, dimodochè era in obbligo di congregarsi a casa del signor segretaro! e così pure di tenere l'archivio colla guardarobba in una stanza o sia bottega al pian terreno, dove l'umido guasta non solo la detta guardarobba, ma anche le scritture! si è ora provveduta di una casa di comunità, che ha acquistata mediante la somma di L. 1500, in attiguità all'altra che inserve per la scuola e che già era propria della medesima comunità, con quale acquisto non solo resta in caso di avere una stanza comoda per le congreghe ed altra attigua con volto per l'archivio al primo piano, ma viene anche in caso di tirar partito dall'affittamento di tre botteghe al pian terreno esistenti sulla piazza, cosichè verrà a percevere l'interesse del suo denaro oltre ai membri che abbisognano per l'uso della comunità....

Buttigliera. — Questa comunità essendo sprovvista d'archivio colle guardarobe e scritture mal in ordine e senza inventario, vi si è opportunamente provveduto, onde abilitarla con ben poca

(1) Pel limite dello spazio, in alcuni Comuni si intralasciano alcune delle descrizioni fatte dall'autore del documento.

spesa a riaddatare la casa comunitativa e procedere alla formazione dell'inventario.

Bruino. — Questa comunità ha il suo archivio in disordine mancante d'inventaro, ed in cattivo stato si è pure la camera che inserve alle congreghe, all'archivio ed alle scuole, epperò si è ordinato la formazione dell'inventaro ed il raccomodo della guardaroba, sintantochè la comunità possa abilitarsi di una camera a vuolto per l'archivio.....

Coazze. — Questa comunità aveva un corpo di fabbrica stato formato per suo uso e per la scuola. Ma essendosi lasciato imperfetto, in una parte diveniva il ricovero delle immondizie, essendo intanto priva d'archivio, onde si è indilatamente provveduto per l'espurgazione e compimento nell'interno di essa fabbrica per ridurla come ora si trova in buono stato con poca spesa. Si è mandato rettificarsi l'inventario vecchio ed imperfetto, che si trovava, col raggiustamento e divisione delle guardarobbe colle sue caselle (1), e col raggiustamento di detta casa si è anche venuto a risparmiare l'annuo fitto di L. 12, che si pagava per l'abitazione del serviente. Essendosi anni sono fatta dalla comunità costrurre una nuova casa per comodo del signor prevosto, si è osservato che la casa vecchia, che si trova tramediante la strada, resta ora affatto inutile e rovinosa con aggravio della comunità per la spesa, quando si volesse la medesima riparare, onde si è mandato procurarsene la vendita o tirarsene quell'altro profitto che sarà possibile in altra guisa.

Questo territorio nulla fornisce di vino, bensì quantità di fieno, quasi nulla di grano, e molta segala, avena, castagne e barbariato, e non si coltivano moroni.

Il commercio consiste in carbone e frutta, che si conduce settimanalmente alla città di Torino singolarmente nell'inverno.

Vi è un battitore da canapa proprio del signor conte Trotti, e si contano fino a ducento cinquanta li telari per la fabbrica delle tele ordinarie tessute di filo di rista (2), che si vendono

---

(1) Nell'opera del Bianchi, *Le carte degli Archivi Piemontesi*, p. 208 si legge non essersi mai fatto il catalogo, ed essere i documenti in massima parte rosi dai topi.

(2) Ciocchetta di canapa.

settimanalmente sul mercato di Giaveno, calcolandosene il numero a cinquanta pezze per ogni mercato in tempo d'inverno, e quando li terrieri non sono distratti dai lavori della campagna.

La giurisdizione di questo luogo spetta per sei punti al signor conte e comm. D. Vittorio Amedeo Trotti e degli altri due punti ne spetta uno all'abbazia di S. Michele della Chiusa e l'altro al signor vassallo Feyditi, corrispondendosi dalla comunità a favore del primo lire settecento sessanta per le decime così convenute, avuto però riguardo al maggiore o minore valore delle vettovaglie in ogni anno. All'abbazia di S. Michele lire centosei annue per la quarta parte del reddito dei molini, ed al signor vassallo Feyditi di lire due annue per la decima di un capretto.....

Giaveno. — Questa comunità ha la sua casa ed archivio in buon ordine, non mancandovi altro che la formazione dell'inventario, a cui si sta attualmente travagliando dal figlio del signor segretaro sulle direzioni e cautelle che si sono stabilite all'occasione del causato (1). E siccome si sta avanzando la misura generale del territorio che si spera riuscirà assai bene, si è mandato che all'occasione seguirà la misura dei siti comuni, si abbia l'occhio ad osservare se convenga variare i loti (2) per il nuovo affittamento da farseli in luglio dell'anno venturo e si sono date le altre provvidenze interinali per accertamento del registro sino compita la misura.

Si è mandato unirsi l'imposizione disgiunta dai servienti e campari, e devenirsi con essi a capitolazione con le due qualità unita e con obbligo di presentare ogni trimestre al consiglio la nota delle accuse, acciò si possa poi presentare a quest'uffizio all'occasione dei causati e si sono date moltissime altre provvidenze relative al disposto del regolamento che sarebbe troppo lungo l'enumerarle, in sostanza però si è una delle comunità della provincia, la di cui amministrazione si possa più lodare (3).

---

(1) Nell'opera del Bianchi *Le carte degli Archivi Piemontesi,* pag. 119, è invece detto che manca l'inventario generale.

(2) Porzione di terreno, dal francese *lot.*

(3) Cfr. la mia *Cronistoria del Municipio di Giaveno*, ecc., passim.

La raccolta principale consiste in fieno, castagne e frutta, essendo assai mediocre quella del fromento, barbariato e segala, e molto più della meliga, contandosi a nulla i marzaschi (1). E sebbene si facciano circa mille rubi di cocchetti (2), la foglia però si leva per la maggior parte dai vicini luoghi di Avigliana, S. Ambrogio, Buttigliera, Sangano, Bruino, Orbassano e Piossasco, essendo troppo ristretto il piano del territorio e freddo per le montagne che lo circondano.

Il principale commercio si fa colla città di Torino, e consiste in ferro, corami, carbone e tele; vi sono nove affaitarie (3) per l'acconcia dei corami, dieci martinetti o sia fucine, nelle quali si fonde il ferro che si porta da Torino in ghisa e rottame e si riduce in lastre di ferro purgato per uso delle ruote dei carri, barre e bacchette per ringhiere di ferro, ferrate, chiavi da fabbrica ed in utili di campagna ed utensili di cucina. Vi sono poi anche altre manifatture di scarpe, tele e bindelli (4), opere da falegname e da serragliere, fornaci per mattoni, coppi e vasi di creta, fabriche di capelli! e simili, non però di particolare riguardo.

Corami se ne acconciano da 25 in 28 mila, che a L. 6,5 il rubo fanno rilevare la negoziazione di questo genere a L. 155/m., e per tale acconciamento si richiedono per l'ordinario rubi due milla di rusca (5) per ogni mille rubi di corami, del valore detta rusca di lire quaranta ogni cento rubi, cosichè supposti rubi 25/m di pelli di corami da acconciarsi, si richieggono rubi 50 mila di rusca, e così alle L. 155/m devono aggiungersi altre L. 20/m per essa e la spesa di L. 5, per cadun cento rubi di battitura, ossia riduzione in polvere di detta rusca, che si fila in quattordici edificii a ciò destinati, e detta rusca ossia scorza di rovere proviene la maggior parte da Piossasco, Sangano,

---

(1) Marzatico, marzaiuolo chiamansi presso di noi le civaie o i legumi che si sogliono seminare generalmente in marzo, e non come dice il S. Albino nel suo *Dizionario Piemontese-Italiano*, qualunque grano che si semina o che nasce in marzo.

(2) Bozzoli.

(3) Conce delle pelli.

(4) Nastri.

(5) Corteccia di quercia o cerro, macinata ad uso della concia.

Bruino, Trana, Avigliana, Valgioie e dai boschi del territorio di Giaveno.

Nelle dieci fucine da ferro si lavorano, fatta una comune, rubi 160/m ferro in ghisa, che si compra in L. 1,10 per rubo dai mercanti di Torino e porta nel corso dell'anno la negoziazione di L. 240/m oltre L. 60/m per compra carbone di castagno che si consuma in dette fucine e che si provvede parte sul luogo medesimo, e parte da Cumiana, Avigliana, Trana, Valgioie e S. Ambrogio, Chiusa, Vayes e S. Antonino.

Vi sono altresì otto edificii o sieno piste da canapa, sia per quella che si consuma e lavora nel luogo, che negli altri di Coazze, Valgioie, Trana e parte di Cumiana. Per la pista della canapa si paga soldi quattro il rubo, cosichè appena sia li proprietari di questi edifizi, come anche quelli della macina della rusca per le affaiterie ricavano li loro giornali.

Tuttochè non si raccolga canapa su questo territorio, sul mercato però si fa uno smercio di sei in sette mila rubi di detto genere infra l'anno tra li negozianti del luogo e quattro o cinque di Carignano, che settimanalmente da colà, da Carmagnola e da altre terre del Piemonte la conducono su questo mercato, e la negoziazione in questo genere rileva alla somma di L. 25 in 30/m. Ben vero però che non si smaltisce più del terzo ai locali, ed il sovrapiù ai particolari delle vicine terre, la maggior parte però a quelli di Coazze.

La canapa ridotta in tela si vende nuovamente sul mercato di questo luogo ai negozianti di tal genere, dedotta quella quantità che può essere necessaria per i particolari del luogo ed altri delle vicine terre. Il numero delle spese che se ne vendono rileva a otto mila circa infra l'anno e si fabrica la maggior parte e fila in Coazze, dove specialmente d'inverno anche dagli uomini si fila e fabbrica detta tela, non essendovi nel territorio di Giaveno che cento circa telari, li quali non travagliano continuamente, ed alcuni solo per proprio uso, e questo commercio di tele può rilevare a L. 30/m circa.

Vi sono anche otto filature tra tutte di cento sessantacinque forneletti giranti, tenute in affitto da alcuni negozianti di Torino, e si calcola la negoziazione ragguagliata a cinquanta doppie per ogni fornelletto a L. 130/m, provvedendosi però li cochetti da Cumiana, Piossasco, Piscina, Airasca, Scalenghe, Vigone ed altre terre della provincia di Torino e Pinerolo.

Vi sono anche tre negozianti in granaglie nel luogo che comprano e vendono settimanalmente, e si calcola il loro commercio a sacchi 400 circa caduno tra grano, segala, meliga, e ciò oltre le granaglie che si conducono sul mercato dalle terre della provincia di Pinerolo e Torino dai cavallanti.

Venticinque sono i negozianti in carbone, la cui negoziazione può rilevare tra tutti a L. 30/m. Questi lo cumulano ed accomprano d'estate dai particolari del luogo e da quelli di Perosa, Cumiana, Trana, Coazze ed Avigliana, e settimanalmente poi ne conducono a Torino, giacchè poco o nulla di questa qualità se ne consuma nel luogo.

Li negozianti in calce sono sei e ne smaltiscono in comune rubi 50/m, che tirano per lo più da Valgioie e dai confini di Avigliana, calcolandosi questa negoziazione unita a quella dei mattoni e coppi a L. 15/m, che si vende detta calce e materiali nella vicina terra della provincia di Pinerolo.

La negoziazione in bestie bovine, che si comprano sulle fiere di Susa, Bussoleno ed Avigliana, rileva a L. 15/m e si rivendono per lo più a credito ai particolari di Coazze, Volvera, Scalenghe, Piscina ed altre.....

Vi sono in questo luogo due mercati in ogni settimana, uno il martedì e l'altro il sabato, essendo però questo di maggior concorso; vi sono inoltre due fiere, una li vent'otto aprile e l'altra li 30 settembre. Questo luogo è feudo dell'abbazia di S. Michele della Chiusa, che oltre al diritto di nomina degli uffiziali di giustizia ha quattro ruote da molino giranti, spettando la quinta al Capitolo, ma non ha la ragione di annualità.

Vi è uno spedale, in cui si mantengono venticinque poveri orfani, figli e figlie, col reddito di lire mille ducento, dedotti i pesi. Le figlie si applicano a filare, ed i figlioli ad imparare le arti. Vi sono inoltre due lascite, una del reddito di L. 92, soldi 2, danari 8, l'altra di L. 100, che si convertono nel pagamento di doti a povere figlie a misura del fondo.....

Reano. — L'archivio di questa comunità e sala è in pessimo stato e pare propriamente una crotta, tenendosi le scritture in un armario nella cucina ed a canto del fornello (1) della cucina

(1) Qui voleva alludere al camino, così chiamato in vernacolo, anzichè al fornello.

del maestro senz'alcun inventario! Epperò si è ordinata la riparazione ed alzamento del sternito (1) della camera delle congreghe, riforma delle finestre e provvista di una guardaroba da collocarsi con successiva formazione dell'inventaro onde riparare meglio senza grave spesa al pericolo in cui sono le scritture ed al disordine delle cose.

La chiesa parrocchiale pare poco meno che una stalla! e minaccia rovina da tutte le parti e se il signor prevosto fosse stato meno restio a secondare le intenzioni di S. E. il signor Principe della Cisterna (2) feudatario di detto luogo, si sarebbe potuto avere dalla comunità un considerevole sollievo nelle spese che si va rendendo indispensabile, dacchè era detto signor Principe disposto di accordare un sito in vicinanza dell'abitato, invece che ora si trova la chiesa molto discosta e di concorrere nella somministranza de'materiali, ma il signor Parroco ama di starsene in libertà più lontano, e così rimane il progetto arenato.

Rivera. — L'archivio di comunità è in un colombaro! dove si ascende per una scala di bosco (3) da una brutta camera sita al pian terreno, dove si lascia per cucina ad un misuratore che si è colà stabilito! E siccome ha per altra parte la stessa comunità una casa piuttosto civile che tutta si occupa per la scuola e per l'abitazione del maestro, si è pensato che quivi più sicuramente e convenientemente si potesse stabilire detto archivio e destinare la camera delle congreghe con ridurre il pian terreno di detta casa che ora serve a niun uso che per magazzeno da boscami, adattata a tenervi la scuola; come si è ordinato di far eseguire per poscia a suo tempo far trasportare nel luogo destinato l'archivio attiguo alla nuova camera delle congreghe con poca spesa.

Rosta. — Il catasto de'libri di mutazioni et altri di questa

(1) Pavimento.

(2) Giuseppe Alfonso Dalpozzo, principe della Cisterna, ecc., marito 1° di Beatrice Barbiano di Belgioioso, 2° di Teodora Carlotta Bertone-Balbis di Sambuy; ma quel che non potè fare quel principe, lo compiè largamente il principe Carlo Emanuele suo figlio, padre della rimpianta duchessa d'Aosta Maria Vittoria, il quale innalzò senz'altro una nuova chiesa di stile normanno.

(3) Legno.

comunità si ritenevano presso il segretario di questa comunità in Rivoli, onde si è opportunamente provvisto e fatto riporre ogni cosa nell'archivio o sia in un piccol camerino a vôlta, attiguo alla camera delle congreghe, con essersi provvisto per riparare la finestra e porta; si è ordinata la formazione di una guardaroba e successivamente quella dell'inventario.

Rubiana. — La casa di comunità che inserve alle congreghe è molto umida per causa d'un terrapieno che si trova al di dietro, si è ciò nonostante formato un camerino a volto assai competente per la custodia delle scritture, ma resta necessaria la riforma e prosecuzione del vecchio inventario come si è ordinato (1).

S. Ambrogio. — L'archivio trovandosi per l'addietro in una camera al disotto del campanile assai oscura (dunque in una cantina o sotterraneo!), il signor segretario era costretto di tenere le scritture disperse e parte anche in sua casa, non avendo il comodo di poterle mettere in ordine ed applicare in un luogo fisso ai lavori di comunità; e dice aver fatto riadattare due camere e assegnatane una a volta ben sicura per l'archivio.

Sangano. — Nella casa di comunità lateralmente alla camera che inserve alle scuole ed alle congreghe vi sono le muraglie rustiche di una camera che potrebbe servire per formarsi l'archivio, il quale siccome si trova senza inventario in una cattivissima guardaroba, si è disposto per farlo seguire onde cautelare la custodia delle scritture, sulla notizia avuta che dopo seguita la misura del territorio anni sono, non fosse stata pubblicata la mappa, e che molti particolari si lamentassero di errori corsi, si è mandato verificarsi e supplire ad un così necessario incombente.

Trana (2). — L'archivio di comunità consiste in una camera al disotto delle stanze del maestro di scuola collo sternito molto umido ed inserve anco alle congreghe; epperò si sono date le necessarie provvidenze per rendere la camera più ariosa e salubre ed atta alla conservazione delle scritture, delle quali si è ordinata la formazione dell'inventario.

---

(1) Mi venne assicurato possedere questo Comune una quantità di documenti del basso Medioevo, de' quali parecchi in pergamena.

(2) Il Bianchi, op. cit., pag. 216, dice non averne avuto notizia alcuna.

Valgioie (1). — L'archivio di questa comunità consiste in un'angusta vecchia guardaroba posta nella camera del maestro di scuola, senza che vi sia alcun inventaro, ed il signor segretario di comunità riteneva presso di sè in Giaveno il catasto, libri di mutazioni e le altre carte, delle quali gli occorre di far uso, epperò si è provvisto, affinchè tutte le suddette scritture e libri si restituissero all'archivio, come prescrive il regolamento, con essersi ad un tal fine provveduto per la costruzione d'una più ampia guardaroba e coll'acquisto d'una camera attigua, affinchè debba servire per le congreghe e per la custodia delle scritture nel miglior modo possibile.....

Questo territorio molto alpestre abbonda specialmente di fieno e di castagne, facendosi anche un competente raccolto di segala ed avena, e pochissimo del resto; anzi quasi nulla di vino e cochetti, non essendo il territorio proprio per il piantamento dei moroni. L'unico commercio che si fa da questi abitanti, si è di calce, che da essi si conduce a vendere nei luoghi di Rivoli, Beinasco, Grugliasco, Orbassano, Piossasco, Volvera, Avigliana, Almese e S. Ambrogio, e l'altro ramo consiste nel carbone di fago (2) e rovere, che si conduce a Torino, e quello di castagno alle fucine di Giaveno.

La giurisdizione si è del signor abbate di S. Michele della Chiusa, da cui si esige la decima del pane e vino divisibile col signor parroco d'esso luogo, che fatta una comune rileva per il grano ad emine ottanta e per il vino a carre una, essendo anche tutto il territorio soggetto verso l'abbazia ai laudemi e terze vendite, pei quali si paga lire otto, soldi sei, denari 5 per 100.

Il parrocho esigge dalla comunità L. 120 per supplemento di compera in seguito ad istromento di transazione delli 22 febbraio 1733 e L. 130 per la manutenzione dell'oglio come portato da instromento 26 ottobre 1775. Esigge inoltre li soliti diritti di sepoltura ragguagliati per li capi di casa a L. 12 e per gli altri a L. 10 e per li cadaveri di stola bianca L. 3.

Fa inoltre la colletta del butiro e tome (3) ed uova all'oc-

(1) Lo stesso fa qui uguale ripetizione, ib., ib.

(2) Faggio.

(3) Cacio fresco, disposto in forma circolare.

casione che porta l'acqua benedetta e raccoglie i biglietti della Pasqua, e così pure la colletta delle castagne per la benedizione del tempo e finalmente esigge come sovra la metà della decima del pane e vino col peso della manutenzione delle supelletili per la chiesa.

Villar Almese (1). — L'archivio è in stato passabile mediante l'apertura della finestra con chiasile (2) che si è ordinata, come pure la formazione di una guardaroba, per essere l'attuale fuori di uso, e senza inventaro, a che si è pure provvisto convenientemente.

Villar di Basse. — Questa comunità dopo di aver impiegato anni sono riguardevole somma nella costruzione di una casa per servire alle congreghe e per l'archivio con volto lasciava tuttora le sue scritture e catastro in un armario sopra di un solaro morto (3), che esiste sopra la scuola, e lasciava abitare il maestro di essa nella casa costrutta per la comunità ed archivio, e quindi immediatamente provvisto per la translazione delle scritture e formazione del necessario inventaro nel sito per esso destinato, e così pure per la formazione di una guardaroba, con essersi destinata altrove l'abitazione del maestro..... Susa li 26 febbraio 1777.

Rossi.

---

(1) Ora Villar Dora, ribattezzato così parecchi anni sono per mero capriccio, mentre più logica era la sua denominazione originaria, essendo quel villaggio intersecato dal torrente Messa, donde tolse il suo nome, laddove la Dora Riparia scorre a notevole distanza. Il Bianchi, op. cit., p. 217, scrisse anche qui non averne notizia alcuna.

(2) Invetriata.

(3) Il noto *solaio morto* così in uso presso i nostri vecchi notari per indicare l'ultimo palco immediatamente sotto il tetto.

Relazione sul lavoro del prof. Carlo Merkel:

" *Niccolò Scillacio e le relazioni sul secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America* ".

Fra le fonti che possono servire alla storia del quarto viaggio colombiano, non era stata finora sufficientemente apprezzata la breve scrittura di Nicolò Scillacio, professore a Pavia, la quale porta per titolo " de insulis nuper inventis ". Essa non era stata accolta negli splendidi volumi della *Raccolta Colombiana*.

A questo opuscolo, di cui si conoscono soltanto pochi esemplari, volse la sua attenzione l'autore della presente Memoria, il quale giunse a dimostrare, che esso è d'assai più importante di quello che sembri a prima vista. Lo Scillacio, dedicando a Lodovico il Moro, duca di Milano, il suo lavoro, cade nel grosso errore di supporre che Colombo, dirigendosi verso l'ignoto Occidente, abbia fatta la circumnavigazione dell'Africa. Questo ed altri errori, che deturpano sia la predetta lettera dedicatoria, sia la scrittura medesima, non devono tuttavia farci credere che lo Scillacio non abbia fatto altro che accatastare errori sopra errori.

Il Merkel sottopose a minutissimo e diligentissimo esame lo scritto dello Scillacio, paragonandolo colle numerose relazioni che si hanno intorno al medesimo viaggio Colombiano, e che vennero comprese nella *Raccolta*. Così che il suo scritto, quantunque rivolto particolarmente allo studio di una fonte sola, abbraccia tuttavia tutte le fonti, che ci sono pervenute intorno a quel viaggio.

Egli giunse a queste conseguenze: il fondo del raccolto dello Scillacio consiste in una Relazione, di carattere officiale od officioso, scritta in America, e di là inviata in Spagna. Era scritta in lingua spagnuola, e rappresentava gli avvenimenti sotto il punto di vista dal quale essi erano guardati dalla Corte di Madrid. In quella Relazione si parlava assai più degli spagnuoli, che non di Colombo; tuttavia neppure può dirsi che Colombo vi fosse giudicato sfavorevolmente.

Alcuni punti della Relazione originaria sono di grande importanza, e tra essi annoverasi la storia delle spedizioni di esplorazione fatta dallo Hojeda e dal Gorvolan.

L'autore della Relazione spagnuola non era uomo colto, ma, trascurando la parte scientifica, si dilettava sopratutto di aneddoti. E qui il Merkel osserva come questo carattere anedottico sia quello pure di tutte le relazioni sulle scoperte americane, fatta eccezione solamente per i *Giornali di bordo* del grande Ligure, e per le scritture che da esso più o meno direttamente dipendono. Dalla quale considerazione si può trarre un nuovo motivo di elogio in favore di Colombo, egli solo essendo stato capace, fra i suoi contemporanei, di raccontare ciò che aveva veduto, in modo adeguato alla sua importanza.

Oltre al fondo della sua narrazione, che Scillacio desunse da questa Relazione spagnuola, egli forse usufruì ancora di qualche comunicazione proveniente da altra fonte.

Ma lo Scillacio era un umanista, e non poteva accontentarsi di una relazione, sia pure immaginosa, ma ispirata a concetti affatto alieni dall'antichità classica. Egli quindi volle adornare il racconto dell'ignoto viaggiatore spagnuolo, intersecando in esso, qui molte fioriture retoriche, colà alcuni passi di Plinio, che potevano accordarsi più o meno colla Relazione, che gli stava dinanzi.

Così l'opera originaria, ricca di molti pregi, ma coi difetti provenienti dalla scarsa coltura del suo autore, perdette alquanto della sua importanza, per le alterazioni introdottevi dall'umanista calabro, professore nello studio pavese. Tuttavia, anche nello stato attuale, questa Relazione che risorge inaspettata sotto a frasi manierate, ha molta importanza, e per alcune particolarità del quarto viaggio Colombiano va collocata adirittura tra le fonti di maggiore entità.

La critica delle fonti della storia Colombiana, a parere dei sottoscritti, si avvantaggiò per la approfondita ricerca del Merkel. Essi credono quindi che la sua monografia possa venir letta alla Classe.

Torino, 29 aprile 1896.

G. Claretta.
E. Ferrero.
Carlo Cipolla, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 12 al 26 Aprile 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Anales** del Museo Publico de Buenos Aires,... Tomo IV (Ser. 2ª, t. I). Buenos Aires, 1895; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III, t. XLI. Buenos Aires. 1896; 8°.

* **Annalen** des Physikalischen Central-Observatoriums, herausg. von der k. Akad. der Wissenschaften. Jahrgang 1894, Theil I, II. St-Petersburg, 1895; 4°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. VIII, livr. 12me, t. IX, liv. 1re-2me. Paris, 1895-96; 8°.

* **Annuario** per l'anno scolastico 1895-96 del Regio Museo Industriale italiano di Torino. Torino, 1896; 8°.

Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureau. VII Bd. Längenbestimmungen. Wien, 1895; 4°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLIX, sess. I-II. Roma, 1896; 4°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark, Copenhague, 1896, n. 2; 8°.

* **Bulletin** mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXVII, anno 1895. Upsal, 1895-96; 4°.

Bullettino della Associazione scientifica ligure di Porto Maurizio: Anno I (1895); 8°.

* **Giornale** del Genio Civile. Anno XXXIII, fasc. 12; XXXIV, fasc. 1. Roma, 1895; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 3. Torino, 1896; 8°.

Memorie della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna; t. II, III; 5ª Serie, 1890-92; 4°.

* **Memorie** del R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Vol. XXV, n. 7. Venezia, 1895-96; 4°.

Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1895-96. Roma, 1896; 4° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. VI-VII. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. X, fasc. III. 1896; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia di Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª, vol. II, fasc. 3°. Napoli, 1896; 8°.

Report (Annual) of the Director of the Michigan Mining School, August 16th., 1895. Houghton, Mich.; 8°.

* **Revue** de l'Université de Bruxelles. 1re Année, 1895-1896, n. 1-4; 8°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, n. 7-9, 1895; 8°.

* **Sperimentale** (Lo), giornale medico, organo dell'Accademia medico-fisica fiorentina. An. XLIX. Firenze, 1895; 8°.

Società Anonima Canavese per la strada ferrata Torino-Ciriè-Lanzo. Assemblea generale ordinaria 1896. Torino, 1896; 8°.

Stazioni sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. III. Modena, 1896; 8°.

U. S. Department of Agriculture, Division of Ornithology and Mammology. Bulletin No 8. Washington, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 1-3, 1896. Wien, 1896; 8°.

Caruel (T.). Indice generale dei dieci volumi della Flora Italiana. Firenze, 1896; 8° (*Dall'A.*).

Righi (A.). Sull'influenza della pressione e natura del gas ambiente nella dispersione elettrica prodotta dai raggi di Röntgen. Bologna, 1896; 4° (*Id.*).

Villari (E.). Di una bussola a torsione a sensibilità variabile e nuove misure fatte con la medesima. Bologna, 1895; 4° (*Id.*).

— Sui raggi Röntgen, ricerche. Napoli, 1896; 8° (*Id.*).

— Intorno ad alcune modificazioni dell'elettrometro a quadrante del Thomson. Napoli, 1892; 4° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 19 Aprile al 3 Maggio 1896.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVII, n. 2, 3. Leipzig, 1896; 8°.

* **Ateneo Veneto.** — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti. Serie XX, vol. II, fasc. 11-12. Venezia, 1895; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVIII, cuad. IV. Madrid, 1896; 8°.

* **Giornale** della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno XVIII, fasc. I. Genova, 1896; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIV. Part I, History Literature, n. 3. Calcutta, 1895; 8°.

** **Monumenta Germaniae historica**: Epistolarum T. II Pars II, Gregorii I Registri L. X-XIV. Berolini, 1895; 4°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. IV, pp. 3617-4416; 8°.

Agostini (A.). Storia di Castiglione delle Stiviere. Castiglione delle Stiviere, Brescia, 1892, 1895; 8° (*Dall'A.*).

Barnabei (F.) e **Cozza** (A.). Di un antico tempio scoperto presso le Ferriere nella tenuta di Conca dove si pone la sede della città di Satricum. Roma, 1896; 4° (*Id.*).

Isola (I. G.). Commemorazione di Cesare Cantù nel primo anniversario della sua morte, con un'Appendice d'alcune sue lettere. Firenze, 1896; 8° (*Id.*).

Minoglio (G.). Brevi cenni storici sulla chiesa di S. Domenico in Casale Monferrato. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 196. Venezia, 1896; 4°.

Sylvester (J. J.). Nullus honor sine cruce. London, 1894; 4° (*Dall'A.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N.Y. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

NOV 23 1896

Adunanza del 10 Maggio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Cossa Vice presidente dell'Accademia, D'Ovidio Direttore della Classe, Mosso, Spezia, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente.

Il Socio D'Ovidio presenta una nota del Dott. Gerolamo Cordone intitolata: " *Intorno ad un gruppo di sostituzioni razionali e lineari* ".

Il Socio Volterra presenta una nota del Prof. Tullio Levi-Civita: " *Sugli integrali algebrici delle equazioni dinamiche* ".

Le due note verranno inserite negli *Atti*.

LETTURE

Intorno al gruppo di sostituzioni razionali e lineari;

Nota di GIROLAMO CORDONE.

§ 1.

1. È noto che la serie di composizione del gruppo G di grado $p+1$ e d'ordine $(p+1)\,p\,(p-1)$ formato dalle sostituzioni .

$$\left| z\ \theta z \right| = \left| z\ \frac{az+b}{a'z+b'} \right| \ (\text{mod. } p) \ [p \text{ primo} > 3],$$

è costituita dal gruppo G′ dell'*equazione modulare per* p, e dall'unità; quindi i suoi fattori di composizione sono 2 e $\frac{(p+1)\,p(p-1)}{2}$.

Non sappiamo se sia stato osservato che non esiste alcun gruppo H di $p+1$ elementi più generale di G e permutabile alle sue sostituzioni. Ad ogni modo nelle linee che seguono se ne darà una dimostrazione fondata su considerazioni affatto semplici ed elementari; vi si troveranno dimostrate inoltre alcune nuove proprietà del gruppo in parola.

2. Una sostituzione qualunque θz di G equivale (*) al prodotto di tre determinate potenze di 3 sostituzioni lineari, di cui due, $\theta_p z$ e $\theta_{p-1} z$, non ispostino uno stesso indice e siano d'ordine p e $p-1$ rispettivamente, e la terza, θ_{p+1} sia d'ordine $p+1$.

Si potrebbero assumere come sostituzioni generatrici del gruppo G le sostituzioni $\theta_p z$, $\theta_{p-1} z$, $\theta_{p+1} z$ più semplici possibili, cioè le sostituzioni

$$\theta_p z = z + 1, \qquad \theta_{p-1} z = iz$$

(*) Serret, *Algèbre Supérieure*, vol. II, Cap. IV, n. 481 e seg.

[le quali non ispostano l'indice ∞, i essendo una radice primitiva della congruenza

$$i^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}]\,;$$

e

$$\theta_{p+1} z = \frac{\frac{i+1}{i-1} tz + t^2}{z + \frac{i+1}{i-1} t}$$

[dove i indica una radice primitiva della congruenza

$$i^{p+1} \equiv 1 \pmod{p}$$

e t^2 un non residuo quadratico mod. p].

Ma poichè la nostra ricerca non ne diventa punto più difficile, e d'altronde ciò ci permetterà di svolgere alcune altre considerazioni, prenderemo le sostituzioni generatrici del gruppo sotto la loro forma più generale.

3. Trovare tutte le sostituzioni permutabili col gruppo G, equivale a trovare tutte le sostituzioni la cui espressione analitica $\varphi(z)$ soddisfa alla congruenza

$$\varphi\,\theta\,\varphi^{-1} z \equiv \theta' z \pmod{p},$$

$\theta' z$ essendo una sostituzione di G simile alla sostituzione $\theta\, z$. Quest'ultimo problema può ridursi a sua volta a trovare le funzioni $\varphi(z)$ che soddisfano contemporaneamente alle 3 relazioni:

$$(1) \quad \begin{cases} \varphi\,\theta_p \varphi^{-1} z \equiv \theta'_p z \\ \varphi\,\theta_{p-1} \varphi^{-1} z \equiv \theta'_{p-1} z \\ \varphi\,\theta_{p+1} \varphi^{-1} z \equiv \theta'_{p+1} \end{cases}$$

dove $\theta'_p z$, $\theta'_{p-1} z$, $\theta'_{p+1} z$ rappresentano sostituzioni simili a $\theta_p z$, $\theta_{p-1} z$, $\theta_{p+1} z$ rispettivamente.

Sia $\theta_1 z$ una sostituzione il cui ordine r sia uno dei numeri p, $p-1$, $p+1$; $\theta_2 z$ una sostituzione dello stesso ordine r. Si faccia successivamente

$$z = \theta_1^0 a = a,\ \theta_1^1 a,\ \theta_1^2 a, \ldots\ \theta_1^n a$$

(a essendo una costante arbitraria reale, distinta dalle radici della congruenza $\theta_1 z \equiv z$); nella relazione:

$$\varphi\theta_1 z = \theta_2\varphi z.$$

Si avrà:

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \varphi\theta_1 a = \theta_2\varphi a \\ \varphi\theta_1^2 a = \theta_2\varphi\theta_1 a = \theta_2^2\varphi a \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varphi\theta_1^n a = \theta_2^n\varphi a \end{array}\right.$$

L'ordine r di $\theta_1 z$ essendo uno dei numeri p, $p-1$, $p+1$, facendo variare n tra 0 e $r-1$, $\theta_1^n a$ assume tutti i valori possibili.

Si può dunque porre

$$(3)\qquad \theta_1^n a \equiv z$$

e determinare n in modo che la (3) sia identicamente soddisfatta.

Se si ha

$$n \equiv n(z) \pmod{p},$$

l'ultima delle (2) può scriversi

$$\varphi(z) \equiv \theta_2^{n(z)}\varphi a;$$

la costante $\varphi(a) = \alpha$ non essendo assoggettata ad altra condizione che quella di dare per $\varphi(z)$ una forma analitica atta a rappresentare effettivamente una sostituzione.

Vediamo qual sia questa condizione.

Se la $\theta_2^{n(z)}\alpha$ rappresenta effettivamente una sostituzione, la congruenza in z

$$\theta_2^{n(z)}\alpha \equiv z$$

deve ammettere una ed una sola radice.

Ora conviene distinguere due casi, secondochè α sia o no radice reale della congruenza

$$\theta_2 z \equiv z.$$

Nel 1° caso si ha qualunque sia ρ:

$$\theta_2^\rho \alpha \equiv \alpha$$

e quindi la funzione $\theta_2^{n(z)}\alpha$ non può rappresentare una sostituzione.

Nel 2° caso invece, se r è l'ordine di $\theta_2 z$, i termini della serie

$$\alpha,\ \theta_2\alpha,\ \theta_2^2\alpha, \ldots.\ \theta_2^{r-1}\alpha$$

sono tutti distinti e rappresentano i valori di cui è suscettibile l'indice z. Se dunque è ρ_i quello dei numeri $0, 1, \ldots.. r-1$, che fa assumere a $\theta^{\rho_i}\alpha$ il valore $z = z_i$, la congruenzà

$$n(z) \equiv \rho_i$$

dovrà ammettere una ed una sola radice.

Se ne conclude:

" Affinchè $\varphi(z) = \theta_2^{n(z)}\alpha$ rappresenti effettivamente una sostituzione, è necessario e sufficiente che α sia una costante reale distinta dalle radici della congruenza

$$\theta_2 z \equiv z$$

e $n(z)$ rappresenti essa stessa una sostituzione " (*).

4. Indichiamo generalmente con z_0, z_1; z_0', z_1'; le radici delle congruenze $\theta_1 z \equiv z$, $\theta_2 z \equiv z$ rispettivamente, o, se si vuole, gli indici che queste sostituzioni lasciano immobili.

a) Ciò posto consideriamo dapprima le sostituzioni intere d'ord. p.

Allora

$$z_0 = z_1 = \infty;\ z'_0 = z'_1 = \infty;\quad r = p.$$

(*) Si osserverà che le considerazioni precedenti, con leggiere modificazioni, sono applicabili a molti altri gruppi, le cui sostituzioni siano definite analiticamente.

Se si ha

$$\theta_1 z = z + \beta \quad \theta_2 z = z + \gamma$$

si trova

$$\varphi(z) = \theta_2^{\eta(z)}\alpha = \theta_2^{\frac{z-a}{\beta}}\alpha = \frac{\gamma}{\beta}z - \frac{\alpha}{\beta}\gamma + \alpha;$$

$$(a \neq \infty; \quad \alpha \neq \infty)$$

sostituzione riducibile alla forma

$$\varphi(z) = f + gz.$$

È questo un risultato ben noto.

b) $\theta_1 z$ sostituzione intera d'ordine p; $\theta_2 z$ sostituzione frazionaria d'ordine p.

— Qui si trova che le sostituzioni che soddisfano alla congruenza

$$\varphi\theta\varphi^{-1}z \equiv \theta_2 z$$

sono riducibili alla forma

$$\varphi(z) = f + \frac{g}{z+h}.$$

Nel caso precedente si è ricaduti nelle sostituzioni razionali intere; in questo nelle sostituzioni razionali frazionarie; dunque si può concludere che:

" Il gruppo costituito dalle sostituzioni permutabili col gruppo G delle sostituzioni razionali e lineari, è il gruppo G stesso ".

5. Non sarà tuttavia senza interesse applicare le considerazioni di cui all'art. 3 per determinare i gruppi costituiti dalle sostituzioni $\varphi(z)$ soddisfacenti alla condizione

$$\varphi\theta\varphi^{-1}z \equiv \theta^e z,$$

θz essendo una sostituzione d'ordine $r = p \pm 1$; ed e un numero primo con r.

Sia dapprima

$$r = p - 1 \quad \theta z = iz + \beta;$$

i essendo una radice primitiva della congruenza

$$i^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Ne segue

$$\theta^e z \equiv i^e z + \beta \frac{i^e - 1}{i - 1};$$

donde

$$\varphi(z) \equiv \theta^{e\,\mathrm{ind}(z)} \alpha \equiv \theta^{e\,\mathrm{ind}_i \frac{z + \frac{\beta}{i-1}}{a + \frac{\beta}{i-1}}} \alpha \equiv$$

$$\equiv \left(\frac{\alpha + \frac{\beta}{i-1}}{\left(a + \frac{\beta}{i-1}\right)^e} \right) \left(z + \frac{\beta}{i-1} \right)^e - \frac{\beta}{i-1}$$

a e α essendo costanti arbitrarie, rimanendo però esclusi i valori ∞ e $-\frac{\beta}{i-1}$.

Dunque: " Le sostituzioni soddisfacenti alla relazione

$$\varphi \theta_{p-1} \varphi^{-1} z = \theta_{p-1}^e z$$

$$(\theta_{p-1} = iz + \beta)$$

sono della forma

$$\varphi z = \gamma \left(z + \frac{\beta}{i-1} \right)^e - \frac{\beta}{i-1} \tag{4}$$

$$(\gamma = 1, 2, \ldots p - 1)$$

e costituiscono quindi un gruppo semplicemente transitivo di grado $p - 1$ e d'ordine $(p-1)\,\varphi(p-1)$ " (*).

Diciamo di grado $p - 1$; infatti è evidente che tutte le sostituzioni del gruppo lasciano inalterato l'indice

$$z = -\frac{\beta}{i-1}.$$

(*) Qui il simbolo $\varphi(t)$ indica generalmente, come in Aritmetica, il numero degli interi minori di t e primi con t.

6. Esaminiamo un po' più minutamente le sostituzioni (4).

Affinchè la sostituzione (4') $\varphi z = \gamma\left(z + \frac{\beta}{i-1}\right)^e - \frac{\beta}{i-1}$ lasci un elemento inalterato si deve avere:

$$\gamma\left(z + \frac{\beta}{i-1}\right)^e \equiv \frac{\beta}{i-1} + z \pmod{p};$$

congruenza che può scriversi:

$$\left(z + \frac{\beta}{i-1}\right)\left[\gamma\left(z + \frac{\beta}{i-1}\right)^{e-1} - 1\right] \equiv 0 \pmod{p}.$$

Dunque essa non ammette che la radice

$$z \equiv -\frac{\beta}{i-1},$$

se

$$\gamma^{\frac{p-1}{d}} \not\equiv 1 \pmod{p},$$

d essendo il massimo comun divisore tra $p-1$ ed $e-1$; ammette invece altre d radici se

$$\gamma^{\frac{p-1}{d}} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Adunque la sostituzione (4') sposta $\lambda = p - 1$ elementi nel 1° caso; $\lambda = p - 1 - d$ nel 2°.

D'altra parte si trova facilmente

$$\varphi^n z \equiv \gamma^{\frac{e^n-1}{e-1}}\left(z + \frac{\beta}{i-1}\right)^{e^n} - \frac{\beta}{i-1},$$

da cui si deduce che l'ordine di φz è il più piccolo numero n tale che sia

$$e^n \equiv 1 \pmod{p}.$$

n è dunque un divisore di $\varphi(p-1)$ e la sostituzione φz è composta di $\frac{\lambda}{n}$ cicli di n elementi ciascuno.

Da questi risultati emerge pure che i gruppi corrispondenti ai p valori di β sono tutti simili fra loro.

Invero la sostituzione

$$\psi z = z + \frac{1}{i-1}(\beta_1 - \beta_2)$$

trasforma la sostituzione

$$\varphi_1 z = \gamma \left(z + \frac{\beta_1}{i-1}\right)^e - \frac{\beta_1}{i-1}$$

nell'altra

$$\varphi_2 z = \gamma \left(z + \frac{\beta_2}{i-1}\right)^e - \frac{\beta_2}{i-1}$$

qualunque siano e e γ.

7. Se la sostituzione θz d'ordine $p-1$ è frazionaria, se cioè

$$\theta z = \frac{\left(\frac{i+1}{i-1}t + g\right)z + t^2 - g^2}{z + \frac{i+1}{i-1}t - g}$$

(i essendo radice primitiva della $i^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$, t uno dei numeri $1, 2, \ldots \frac{p-1}{2}$, g uno dei numeri $0, 1, \ldots p-1$); alle sostituzioni φz si può dare la forma

$$(5) \qquad \varphi z \equiv \theta^{e \operatorname{ind}_i \frac{z+t-g}{-z+t+g}}(\alpha) \equiv t + g - \frac{2t}{\gamma\left(\frac{z+t-g}{-z+t+g}\right)^e + 1}$$

$$(\gamma = 1, 2, \ldots p-1).$$

Se, infine, θz è d'ordine $p+1$, le sostituzioni che soddisfano alla congruenza

$$\varphi\,\theta\,\varphi^{-1} z \equiv \theta^e z$$

hanno la stessa forma di (5); dove per i si prenda una radice primitiva della congruenza

$$i^{p+1} \equiv 1 \pmod{p},$$

per t^2 uno dei $\frac{p-1}{2}$ non residui, per e un numero primo con $p+1$; infine γ essendo suscettibile dei valori $0, 1 \ldots p-1, \infty$.

8. Si può domandare qual sia l'ordine del gruppo minimo, derivato dalle sostituzioni

$$\theta z = \frac{az+b}{a'z+b'} \qquad \chi(z) = z^e; \quad (e \text{ primo con } p-1),$$

gruppo che contiene le sostituzioni da noi considerate precedentemente.

Il suo ordine è $(p+1)!$; cioè coincide col gruppo simmetrico di $p+1$ elementi. Invero esso è almeno tre volte transitivo; inoltre contiene una trasposizione

$$s = \left| z \; \frac{1}{z^{p-2}} \right| = (0\,\infty)$$

dunque, ecc. (*).

---

§ 2.

Sulle sostituzioni d'un gruppo che soddisfano alla equazione $X^n = 1$.

9. Siano $s_1, s_2, \ldots . s_r$ le sostituzioni d'un gruppo che soddisfano all'equazione

$$X^n = 1,$$

n essendo un divisore dell'ordine del gruppo.

Affinchè il prodotto $t = s_1 s_2$ di due qualunque di esse

(*) E. Netto, *Teoria delle Sostituzioni*. Trad. di G. Battaglini, pag. 74.

faccia parte della serie, basta evidentemente che s_1 e s_2 siano permutabili. Questa condizione non è tuttavia necessaria che se $n = 2$.

Separiamo dalla serie $s_1, s_2, s_3, \ldots s_r$ quelle sostituzioni $s_2, s_3, \ldots s_{r_1}$ che sono permutabili con una qualunque delle sostituzioni della serie, ad es. s_1; dall'insieme $s_2, s_3, \ldots s_{r_1}$, le sostituzioni $s_3, s_4, \ldots s_{r_2}$ permutabili con una qualunque dell'insieme, s_2; e così di seguito. Ripetiamo la stessa operazione partendo da tutte le altre sostituzioni $s_2, s_3, \ldots s_r$ della 1ª serie successivamente. Otterremo così un certo numero di gruppi composti di sostituzioni permutabili e aventi la proprietà di essere tutte *radici* dell'equazione $X^n = 1$.

È facile d'altronde riconoscere che prendendo per n successivamente tutti i divisori dell'ordine del gruppo dato, si ottengono nel modo suindicato tutti i sottogruppi di sostituzioni permutabili del gruppo stesso.

Infatti in ogni gruppo di sostituzioni permutabili si può determinare un sistema di sostituzioni generatrici $s_1, s_2, s_3 \ldots$ degli ordini $t_1, t_2, t_3, \ldots$ rispettivamente e tali che il prodotto

$$s_1^{\sigma_1} s_2^{\sigma_2} s_3^{\sigma_3} \ldots \qquad (\sigma_i = 1, 2, \ldots t_i)$$

rappresenta tutte le sostituzioni del gruppo.

Inoltre ciascuno dei numeri $t_1, t_2, t_3, \ldots$ è divisibile pel seguente; il numero t_1 è il minimo comune multiplo delle sostituzioni del gruppo; e l'ordine del gruppo è $t = t_1 t_2 t_3 \ldots$ (*).

Adunque tutte le sostituzioni del gruppo soddisfano alla equazione

$$X^{t_1} = 1;$$

dunque, ecc.

10. Consideriamo in particolare il gruppo G.

Due sostituzioni permutabili che non sono potenze di una stessa sostituzione, sono, com'è noto, di 2° ordine.

(*) Netto, Op. citata, n. 133.

Le sostituzioni dei gruppi di sostituzioni permutabili contenuti in G sono dunque tutte radici dell'equazione

$$X^2 = 1.$$

Sia θz una sostituzione qualunque di 2° ordine. Se si pongono in evidenza gli indici reali o imaginarii, z_0, z_1, ch'essa lascia *immobili*, avrà la forma

$$\theta z = \frac{-z(z_0+z_1)+2z_0z_1}{-2z+z_0+z_1}.$$

Tutte le sostituzioni permutabili con θz si avranno dalla formola

$$\theta_1(z,\lambda) = \frac{\lambda z - \lambda(z_0+z_1)+z_0z_1}{z-\lambda}$$

attribuendo a λ i valori $0, 1, \ldots p-1, \infty$; esclusi tuttavia i valori z_0, z_1, se questi sono reali.

Si riconosce poi facilmente che esiste una ed una sola sostituzione permutabile con θz e $\theta_1 z$, cioè la sostituzione

$$\theta_2(z,\lambda) = \frac{\theta(\lambda).z - [\theta(\lambda)](z_0+z_1)+z_0z_1}{z-\theta(\lambda)},$$

per ogni dato valore di λ.

Le sostituzioni $(\theta z, \theta_1(z,\lambda_0), \theta_2(z,\lambda_0), 1)$ costituiscono dunque un gruppo K di 4° ordine, composto di sostituzioni permutabili. Bisogna tuttavia osservare che sono soltanto $\frac{p\pm1}{2}$ i gruppi distinti corrispondenti ai varii valori di λ; perchè sono identici i gruppi corrispondenti ai valori λ_i e $\theta(\lambda_i)$ di λ.

Partendo da un'altra sostituzione $\theta' z$ appartenente ai $\frac{p\pm1}{2}$ gruppi già considerati, si avranno altri $\frac{p\pm1}{2}$ gruppi di 4° ordine, K', di cui uno però coincide con quello dei gruppi precedenti, che contiene $\theta' z$.

Ciascuna delle sostituzioni appartenenti ai gruppi K′ darà luogo a sua volta a $\frac{p+1}{2} - 1$ gruppi K″ distinti dai gruppi K e K′; e così di seguito, finchè non si siano esaurite tutte le p^2 sostituzioni di 2° ordine del gruppo di sostituzioni razionali e lineari.

Riepilogando:

" I sottogruppi di sostituzioni permutabili (*) del gruppo di sostituzioni razionali e lineari, si ottengono dalle sostituzioni, due a due permutabili, che soddisfano all'equazione

$$X^2 = 1.$$

Ogni tal gruppo K è di 4° ordine, e contiene le sostituzioni

$$\theta z = \frac{z(z_0 + z_1) - 2z_0 z_1}{2z - z_0 - z_1}, \quad \theta_1(z, \lambda) = \frac{\lambda z - \lambda(z_0 + z_1) + z_0 z_1}{z - \lambda},$$

$$\theta_2(z, \lambda) = \frac{\theta(\lambda) . z - [\theta(\lambda)](z_0 + z_1) + z_0 z_1}{z - \theta(\lambda)}, \; 1;$$

θz essendo una sostituzione qualunque di 2° ordine. Ogni gruppo K′ si ottiene dal precedente K, cercando tutte le sostituzioni permutabili con una delle sostituzioni $\theta_1(z,\lambda)$, $\theta_2(z,\lambda)$ ".

(*) Occorre appena avvertire che si sottintende sostituzioni permutabili non potenze d'una stessa sostituzione.

Sugli integrali algebrici delle equazioni dinamiche;

Nota di TULLIO LEVI-CIVITA.

1. — Alcuni anni or sono il signor Koenigs ha dimostrato (*) che, se un sistema materiale, soggetto a forze derivanti da un potenziale, ammette un integrale algebrico (rispetto alle velocità), esso ammette altresì almeno un integrale razionale.

La bella nota del signor Koenigs mi ha suggerito alcune osservazioni assai semplici, che volli raccolte nel presente scritto, quantunque non abbiano carattere di novità, per potermene (dell'ultima in particolar modo) valere con maggior sicurezza in un prossimo lavoro sulle trasformazioni delle equazioni dinamiche.

Io mi propongo di mostrare in primo luogo:

a) che la proposizione del signor Koenigs vale anche se le forze non provengono da un potenziale.

b) che, per un sistema materiale a legami indipendenti dal tempo e non soggetto a forze, se esiste un integrale razionale indipendente dal tempo, esiste anche almeno un integrale omogeneo.

c) che, qualora un sistema materiale a legami indipendenti dal tempo, ammetta, per un sistema di forze indipendenti dalle velocità, un integrale $\frac{A}{B} = \text{cost}$, razionale rispetto alle velocità, il sistema materiale stesso, libero da forze, ammette come integrale $\frac{A'}{B'} = \text{cost}$; (designando A' e B' il complesso dei termini di grado massimo nei polinomii A e B rispettivamente).

Fatta avvertenza che le osservazioni *b*) e *c*) discendono

(*) *Sur les intégrales algébriques des problèmes de la dynamique,* " Comptes Rendus ", agosto 1886.

come caso particolare da un notevole teorema del sig. Painlévé (*), rilevo che esse servono, insieme ad *a*), a riportare la classificazione dei problemi dinamici, dal punto di vista degli integrali algebrici, che essi posseggono, al solo caso, in cui non agiscono forze esterne e pel solo tipo degli integrali omogenei. Il campo di ricerca si trova così naturalmente ristretto; io prescinderò tuttavia anche dagli integrali fratti, limitandomi ad esporre, nell'ultimo paragrafo, sotto forma invariantiva, la condizione necessaria e sufficiente, affinchè un sistema materiale a legami indipendenti dal tempo e non soggetto a forze ammetta un integrale intero, omogeneo rispetto alle velocità. La forma di codesta condizione, che mi apparve assai importante per lo studio delle trasformazioni in meccanica, generalizza ovviamente quella assegnata dal Prof. Ricci (**), affinchè esistano integrali primi omogenei delle linee geodetiche in una varietà a due dimensioni: Per il caso particolare degli integrali di primo grado, essa riproduce, salvo la diversità dei simboli, un risultato stabilito, collo stesso nostro procedimento, dal Prof. Cerruti (***) e da lui interpretato geometricamente in modo assai elegante.

2. — Sia T la forza viva di un sistema materiale S e si ponga in coordinate lagrangiane:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{1}^{n}{}_{rs} a_{rs} q'_r q'_s + \sum_{1}^{n}{}_{r} a_r q'_r + \tau ,$$

le a_{rs}, a_r e τ essendo in generale funzioni delle q e del tempo.

Le equazioni del moto, se si dica Q_h (che supporremo dipendere dalle coordinate e dal tempo in modo qualunque, e *razionalmente* dalle velocità) la componente della forza secondo la coordinata q_h, saranno:

$$\frac{d \frac{\partial T}{\partial q'_h}}{dt} = Q_h + \frac{\partial T}{\partial q_h} , \quad (h = 1, 2, \ldots , n)$$

(*) *Sur les intégrales de la dynamique,* " Comptes Rendus „, maggio 1892.

(**) *Sulla teoria delle linee geodetiche,* ecc. " Atti del R. Ist. Veneto „, 1894.

(***) *Sopra una proprietà degli integrali di un problema di meccanica, che sono lineari rispetto alle componenti della velocità,* " Rendiconti dei Lincei „, 1895.

ovvero, con note riduzioni, ponendo al solito:

$$a_{rs,h} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial a_{rh}}{\partial q_s} + \frac{\partial a_{hs}}{\partial q_r} - \frac{\partial a_{rs}}{\partial q_h}\right\}, \quad a^{(hk)} = \frac{\partial \log a}{\partial a_{hk}},$$

e:

$$a^k_{rs} = \sum_1^n {}_h\, a^{(hk)} a_{rs,h}, \quad a^k_r = \sum_1^n {}_h\, a^{(hk)}\left\{\frac{\partial a_{hr}}{\partial t} + \frac{\partial a_h}{\partial q_r} - \frac{\partial a_r}{\partial q_h}\right\},$$

$$Q^k = \sum_1^n {}_h\, a^{(hk)} Q_h, \quad \tau^k = \sum_1^n {}_h\, a^{(hk)}\left\{\frac{\partial \tau}{\partial q_h} - \frac{\partial a_h}{\partial t}\right\},$$

$$(1) \quad q''_k = Q^k + \tau^k - \sum_1^n {}_{rs}\, a^k_{rs} q'_r q'_s - \sum_1^n {}_r\, a^k_r q'_r, \ (k = 1, 2, \ldots, n).$$

Se $F = \text{cost}$ è un integrale primo delle (1), si avrà $\frac{dF}{dt} = 0$ cioè:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \sum_1^n {}_k\left\{\frac{\partial F}{\partial q_k} q'_k + \frac{\partial F}{\partial q'_k} q''_k\right\} = 0,$$

nella quale, sostituendo, al posto delle q''_k, le espressioni (1), siccome i valori iniziali delle q e delle q' sono affatto arbitrarii, il primo membro dovrà annullarsi identicamente. Ponendo pertanto:

$$(2) \quad \Omega u = \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_1^n {}_k\left\{\frac{\partial u}{\partial q_k} q'_k + \frac{\partial u}{\partial q'_k}\left(Q_k + \tau^k - \sum_1^n {}_{rs}\, a^k_{rs} q'_r q'_s - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \sum_1^n {}_r\, a^k_r q'_r\right)\right\},$$

abbiamo che il primo membro F di ogni integrale delle (1), risguardato come funzione dei $2n + 1$ argomenti q_k, q'_k e t, soddisfa all'equazione a derivate parziali lineare ed omogenea $\Omega F = 0$.

Ritenuto ciò, si supponga F funzione algebrica delle q' e quindi definibile mediante un'equazione del tipo:

$$(3) \qquad s_0 F^m + s_1 F^{m-1} + \dots + s_{m-1} F + s_m = 0,$$

a coefficienti razionali interi nelle q' stesse. La (3) si può sempre considerare irriducibile nel campo di razionalità delle q'. Applicando ad essa l'operazione Ω, siccome $\Omega F = 0$, verrà:

$$(4) \qquad \Omega s_0 . F^m + \Omega s_1 . F^{m-1} + \dots + \Omega s_{m-1} . F + \Omega s_m = 0,$$

e, per l'irreducibilità della (3), siccome, avuto riguardo alla forma di Ω, per le ipotesi ammesse circa le Q_h, i coefficienti della (4) sono ancora razionali nelle q', seguirà necessariamente:

$$\frac{\Omega s_0}{s_0} = \frac{\Omega s_1}{s_1} = \dots\dots = \frac{\Omega s_m}{s_m},$$

e quindi per esempio $s_0 . \Omega s_1 - s_1 . \Omega s_0 = 0$, od anche

$$\frac{s_0 . \Omega s_1 - s_1 . \Omega s_0}{s^2_0} = 0,$$

da cui apparisce che ciascun rapporto $\frac{s_1}{s_0}, \frac{s_2}{s_0}, \dots, \frac{s_m}{s_0}$, ove non si riduca ad una pura costante, è integrale primo delle (1).

In generale questi integrali potranno non essere tutti distinti, nè si può escludere che alcuno sia di per sè una costante; uno almeno deve però contenere effettivamente le q' e sarà l'integrale razionale, di cui volevamo stabilire l'esistenza (*). Se mai la (4) si riduce ad una identità, il sistema possiede almeno un integrale razionale *intero*.

3. — Quando i legami imposti al sistema materiale S sono

(*) Come già il sig. Koenigs, pel caso di forze provenienti da un potenziale, notiamo che, anche nel caso generale, l'esistenza di un integrale F, *algebrico* rispetto ad alcune soltanto delle q' trae necessariamente l'esistenza di almeno un integrale *razionale* rispetto alle stesse quantità. La dimostrazione sarebbe identica a quella sopra accennata.

indipendenti dal tempo e non agiscono forze, le equazioni (1) si riducono a:

$$(1') \qquad q''_k = -\sum_1^n {}_{rs} a^k_{rs} q'_r q'_s ; \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

la condizione perchè $F = \text{cost}$ (con F indipendente dal tempo) sia un integrale, è data da:

$$(2') \qquad \Omega' F = \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial F}{\partial q_k} q'_k - \frac{\partial F}{\partial q'_k} \sum_1^n {}_{rs} a^k_{rs} q'_r q'_s \right\} = 0.$$

Suppongasi che F sia razionale nelle q'; si potrà porre $F = \frac{A}{B}$, A e B essendo funzioni intere, di cui chiameremo A′ e B′ l'insieme dei termini di grado più elevato. Applicando ad F l'operazione Ω', avremo:

$$\Omega' F = \frac{B \,.\, \Omega' A - A \,.\, \Omega' B}{B^2} .$$

Si vede immediatamente che la Ω', applicata ad un polinomio omogeneo nelle q', dà per risultato ancora un polinomio omogeneo col grado aumentato di una unità: Perciò nel prodotto $B \,.\, \Omega' A$, i termini di grado più elevato si avranno moltiplicando B′ per $\Omega' A'$ e analogamente $A' . \Omega' B'$ sarà il gruppo di termini, aventi lo stesso massimo grado in $A \,.\, \Omega' B$, talchè l'identico annullarsi della differenza $B \,.\, \Omega' A - A \,.\, \Omega' B$ esigerà che sia:

$$B' \,.\, \Omega' A' - A' \,.\, \Omega' B' = 0,$$

cioè $\frac{A'}{B'} = \text{cost}$ è un integrale omogeneo delle equazioni (1′).

4. — Si supponga che un sistema S a legami indipendenti dal tempo ammetta, per date forze Q_h indipendenti dalle velocità, un integrale razionale (indipendente dal tempo) $\frac{A}{B} = \text{cost}$. La condizione (2) diviene nel caso presente:

$$(2'') \quad \Omega''F = \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial F}{\partial q_k} q'_k + \frac{\partial F}{\partial' q_k} \left(Q^k - \sum_1^n {}_{rs} a^k_{rs} q'_r q'_s \right) \right\} =$$

$$= \Omega' F + \sum_1^n {}_k \frac{\partial F}{\partial q'_k} Q^k = 0 ,$$

ed avremo $\Omega'' \frac{A}{B} = 0$.

Se, come poc'anzi, si designano con A′ e B′ i termini di grado più elevato in A e in B, si riconosce senza difficoltà che, nella differenza $B . \Omega'' A - A . \Omega'' B$, l'insieme dei termini di grado massimo è dato da $B' . \Omega' A' - A' . \Omega' B'$; dunque:

$$B' . \Omega' A' - A' . \Omega' B' = 0,$$

il che dimostra come da ogni integrale *razionale* $\frac{A}{B} = \text{cost}$, relativo a un sistema S e a forze Q_h comunque date, purchè indipendenti dalle velocità, si deduce un integrale *razionale* ed *omogeneo* per lo stesso sistema libero da forze.

Come caso particolare, supponendo nulle le Q_h, si ritrova il contenuto del precedente §.

5. — Proponiamoci da ultimo di assegnare esplicitamente le condizioni, affinchè un polinomio del tipo:

$$A = \sum_1^n {}_{r_1 r_2 \ldots r_m} A_{r_1 r_2 \ldots r_m} q'_{r_1} q'_{r_2} \ldots q'_{r_m}$$

sia integrale primo per un sistema S a legami indipendenti dal tempo e non soggetto a forze. Essendo $T = \frac{1}{2} \sum_1^n {}_{rs} a_{rs} q'_r q'_s$ la forza viva del sistema, pongasi $ds^2 = 2T\, dt^2 = \sum_1^n {}_{rs} a_{rs}\, dq_r\, dq_s$ e si consideri la varietà φ a n dimensioni, di cui ds^2 rappresenta il quadrato dell'elemento lineare:

Ricordo che, dato un sistema di funzioni (delle variabili

indipendenti q_i) d' ordine m, cioè del tipo $A_{r_1 r_2 \dots r_m}$ ($r_1, r_2, \dots, r_m = 1, 2, \dots, n$), simmetrico o no rispetto ai suoi m indici, secondo una denominazione introdotta nella scienza dal Prof. Ricci, il sistema d'ordine $m+1$, definito da:

$$(6) \qquad A_{r_1 r_2 \dots r_m r_{m+1}} = \frac{\partial A_{r_1 r_2 \dots r_m}}{\partial q_{r_{m+1}}} - \sum_1^m {}_l \sum_1^n {}_r a^r_{r_l r_{m+1}} A_{r_1 \dots r_{l-1} r\, r_{l+1} \dots r_m},$$

chiamasi *derivato covariante* del proposto rispetto alla forma fondamentale φ.

La proprietà essenziale delle derivazioni covarianti risiede nel loro carattere invariantivo, per cui, ogniqualvolta, passando dalle variabili q a certe nuove variabili (q), il sistema (A) trasformato delle $A_{r_1 r_2 \dots r_m}$, si esprima secondo la legge:

$$(7) \qquad (A_{r_1 r_2 \dots r_m}) = \sum_1^n {}_{s_1 s_2 \dots s_m} A_{s_1 s_2 \dots s_m} \frac{dq_{s_1}}{d(q_{r_1})} \frac{dq_{s_2}}{d(q_{r_2})} \cdots \frac{dq_{s_m}}{d(q_{r_m})},$$

sia cioè *covariante* al primitivo, lo stesso accade dei rispettivi derivati. In particolare, siccome evidentemente i coefficienti di un integrale primo costituiscono un sistema covariante, sarà pure covariante il sistema derivato.

Ciò posto, se $A = \text{cost}$ è integrale delle (1'), la $\Omega' A = 0$, scrivendo r_{m+1} al posto di k, porge nel caso presente:

$$\sum_1^n {}_{r_1 \dots r_m r_{m+1}} \frac{\partial A_{r_1 r_2 \dots r_m}}{\partial q_{r_{m+1}}} q'_{r_1} q'_{r_2} \cdots q'_{r_{m+1}} -$$

$$- \sum_1^m {}_l \sum_1^n {}_{r_1 \dots r_{l-1} r_{m+1} r_{l+1} \dots r_m r_{m+1}} A_{r_1 \dots r_{l-1} r_{m+1} r_{l+1} \dots r_m} q'_{r_1} \cdots q'_{r_{l-1}} q'_{r_{l+1}} \cdots q'_{r_m} \sum_1^n {}_{rs} a^{r_{m+1}}_{rs} q'_r q'_s = 0,$$

od anche, ove si scambino nel secondo termine gli indici r ed r_{m+1}, si scriva r_l al posto di s e poi si riuniscano le due sommatorie:

$$\sum_{1}^{n} {}_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}} q'_{r_1} q'_{r_2} \ldots q'_{r_m} q'_{r_{m+1}} \left\{ \frac{\partial A_{r_1 r_2 \ldots r_m}}{\partial q_{r_{m+1}}} - \right.$$

$$\left. - \sum_{1}^{m}{}_{l} \sum_{1}^{n}{}_{r} a^{r}_{r_l r_{m+1}} A_{r_1 \ldots r_{l-1} r\, r_{l+1} \ldots r_m} \right\} = 0.$$

In virtù delle (6), si ha:

$$\sum_{1}^{n} {}_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}} A_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}} q'_{r_1} q'_{r_2} \ldots q'_{r_m} q'_{r_{m+1}} = 0\,,$$

la quale, avuto riguardo alla simmetria del sistema $A_{r_1 r_2 \ldots r_m}$, che si conserva pei primi m indici delle $A_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}}$, esige che il sistema $A_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}}$ sia, come si dice, *emisimmetrico*, che cioè sieno nulle le somme degli elementi, che si ottengono da ogni generico coefficiente $A_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}}$, eseguendo sopra i suoi indici $m+1$ potenze consecutive della sostituzione circolare $(r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1})$.

Concludiamo pertanto:

Affinchè $\sum_{1}^{n} {}_{r_1 r_2 \ldots r_m} A_{r_1 r_2 \ldots r_m} q'_{r_1} q'_{r_2} \ldots q'_{r_m} = \text{cost}$ *sia integrale primo per un sistema* S, *su cui non agiscono forze, o, ciò che è lo stesso, per le equazioni delle linee geodetiche in una varietà* φ *di elemento lineare* $ds = \sqrt{2T dt^2}$, *è necessario e basta che il sistema* $A_{r_1 r_2 \ldots r_m r_{m+1}}$ *sia emisimmetrico.*

Esprimendo così le condizioni per l'esistenza di un integrale omogeneo di grado m, si mette in evidenza colla massima semplicità il loro carattere invariantivo di fronte ad ogni possibile trasformazione di coordinate.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Maggio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Nani, Cognetti de Martiis, Brusa, Perrero, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Socio segretario fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe segnala il vol. VIII della 1ª serie delle: " *Campagne del Principe Eugenio di Savoia* „, e gli *Allegati grafici* dei volumi VII e VIII di detta opera inviati per ordine di S. M. il Re. Offre poi a nome dell'Autore, il Socio corrispondente marchese di Nadaillac, un opuscolo: " *Expéditions polaires* „ (Parigi, 1896).

Il Presidente, a nome dell'autore, il prof. Lando Landucci, offre un opuscolo: " *La pubblicazione delle leggi nell'antica Roma* „ (Padova, 1896).

Il Socio Allievo legge due suoi lavori intitolati: " *Studio storico critico di pedagogia femminile* „ e " *Dell'educazione della donna secondo i pensatori francesi del secolo XVIII* „.

Essi sono pubblicati negli *Atti* Accademici.

LETTURE

Studio storico critico di pedagogia femminile;

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO.

Che l'educazione della donna sia necessaria siccome uno degli elementi integrali di quella civiltà perfetta, che è l'aspirazione incessante dell'umana società, è cosa universalmente sentita e concordemente ammessa. Ne fanno fede le scuole femminili di ogni guisa, che nel nostro secolo vanno moltiplicandosi in tutte le parti della côlta Europa. *Educhiamo la donna!* fu il grido, che or fa un mezzo secolo proruppe unanime da ogni punto della terra subalpina, ed a quel grido sorsero a centinaia le scuole elementari femminili per concorde operosità di privati cittadini e di municipî. Nè qui si arrestò quel potente impulso, ma suscitò l'istituzione di scuole superiori di perfezionamento e di istituti normali femminili; ed ora la coltura della donna non solo ha preso un incremento ancora più ampio, ma va radicalmente trasformandosi in un ordine di idee affatto insolito. Noi assistiamo ad una vera rivoluzione pedagogica. Oggidì fanciulle di civil condizione dànno opera agli studi non più per portare in seno della famiglia una più ricca e svariata coltura, o per consacrarsi al magistero educativo, bensì per secondare nuove aspirazioni sociali e correre il pubblico arringo. Noi le vediamo disertare le scuole superiori di perfezionamento e picchiare alle porte dei ginnasii, dei licei, delle università per domandarvi quel tanto di scienza, che occorre all'esercizio di una pubblica professione liberale. Da prima le giovani studiose, che facevano timida mostra di sè in mezzo alla falange di gio-

vani alunni, si contavano sulle dita; ora quelle poche stanno diventando legioni. Chiuderemo noi loro in faccia le porte degli istituti scolastici consacrati all'istruzione maschile? Ricacciare entro le scaturigini della terra un'ampia fiumana, che prorompe impetuosa da ogni lato, è dissennata impresa; arginarne le rive ed inalveare la corrente sì che scorra a fecondare i campi, non a devastarli, è salutare provvedimento. Ormai non evvi più ragione di ripetere il grido: *Educhiamo la donna. Educhiamola bene:* questo è di presente il gran pensiero, che occupa quanti hanno a cuore le prospere sorti della famiglia, della patria, della società; è il nuovo problema, che s'impone alla mente dei pedagogisti e degli educatori di buon volere e di retto intendimento.

La storia della rinascenza letteraria ricorda i gloriosi nomi di donne letterate e côlte, quali ad esempio : Laura Ceretti di Brescia, che nel 1487 sostenne pubbliche tesi e professò filosofia per sette anni; Paola Malatesta, allieva di Vittorino da Feltre, versatissima nel latino, nella filosofia, nella rettorica e nella musica; Modesta di Pozzo Zorzi nobile veneziana, che scriveva egualmente bene nelle tre lingue di Omero, di Virgilio, di Dante, sia in verso, sia in prosa; Olimpia Fulvia Morata (1526-1555), che a quattordici anni scriveva in latino un elogio di Cicerone, in greco un elogio di Muzio Scevola, teneva pubbliche conferenze, a sedici anni componeva poesie in greco, morta nella giovane età di ventinove anni. Ma tutta quella vaghissima fioritura di sapienza femminile faceva uno spiccato contrasto colla ignoranza pressochè universale della donna di que'tempi, e quel, che è più, si coltivavan le lettere e le scienze siccome gentile ornamento dell'animo e per certo qual amor della gloria, mentre a' giorni nostri le giovani studiose frequentano in folla gli istituti scolastici ed aspirano all'esercizio delle professioni liberali. In faccia a questa condizione di cose affatto nuova e rilevante il problema dell'educazion femminile ci si presenta sotto un aspetto nuovo e grave assai. Che l'educazione della donna debba essere diffusa il più ed il meglio, che si può, non è più questione controversa, ma dogma indiscutibile. Però si ricerca, se essa educazione abbia natura tutta sua propria, che la distingua da quella dell'uomo, e quindi un fine speciale, a cui sia rivolta, limiti determinati, che la circoscrivano, uno spirito peculiare,

che la informi. In una parola, il tipo ideale, su cui va esemplata l'educazione femminile, è esso essenzialmente identico con quello dell'educazione maschile, o diverso? Ecco il punto del problema, che richiama a sè la meditazione de' pensatori e costituisce un oggetto di gravissima discussione. Per poco che si rifletta, ben tosto si scorge, che questo problema pedagogico presuppone già risolto un problema psicologico, da cui logicamente dipende; se cioè la donna abbia dalla natura sortito la stessa tempra di corpo e di mente, le stesse attitudini, la stessa vigoria di pensiero e di volontà dell'uomo (1); giacchè solo in tal caso essa sarebbe chiamata alla stessa missione sociale; epperciò l'educazione femminile dovrebbe procedere in tutto e per tutto identica con la maschile.

Noi ci troviamo adunque di fronte a due problemi, uno psicologico, l'altro pedagogico, logicamente subordinati in guisa, che quello contiene in sè la ragione e la spiegazione di questo. Quale rapporto intercede tra la natura propria della donna e quella dell'uomo? Ecco il problema psicologico. In che rapporto stanno fra di loro l'educazione femminile e la maschile? Ecco il problema pedagogico. Questo duplice problema venne intraveduto ed a più riprese discusso vagamente e con criterii non bene definiti nei passati secoli da Platone sino ai tempi nostri; ma oggidì acquista un significato del tutto speciale per cagione del profondo mutamento avvenuto nello stato sociale. Torna quindi assai conveniente uno studio storico critico intorno ai diversi pensamenti di coloro, che meditarono sul presente argomento: e qui ci restringiamo alle principali dottrine francesi dei secoli XVII e XVIII.

Durante il periodo della rinascenza letteraria vediamo disegnarsi due contrarie correnti. Lo spagnuolo Vives (1492-1540)

---

(1) Cosa singolare! Nel concilio tenutosi a Mâcon nel sesto secolo, si agitò per più settimane ed assai vivamente la questione, se la donna possegga un'anima tale, che le valga il titolo di creatura umana. Questo fatto ci ricorda per la ragion de' contrarii l'omaggio decretato nel 1551 a voti unanimi dall'Accademia dei *Dubbiosi* di Venezia a Giovanna d'Aragona e quindi il volume pubblicato in quella città nel 1555 da Pietro Pietrasanta col titolo: " Tempio alla divina Signora Giovanna d'Aragona fabbricato da tutti i più gentili spiriti e in tutte le lingue principali del mondo ".

e l'olandese Erasmo (1467-1536) caldeggiavano entrambi l'istruzione della donna ampliando oltre ogni limite i suoi studi e giudicandola adatta quanto l'uomo alla conoscenza del greco e del latino; mentre il Rabelais (1483-1568) teneva in poco conto la sua coltura, e più tardi il Montaigne ed il suo amico Charron la giudicarono inferiore all'uomo. Il tedesco Enrico Cornelio Agrippa (1486-1535) pubblicava nel 1529 la sua *Declamazione sulla nobiltà e precellenza del sesso femminile*, dove sostiene che le donne sortirono da natura doti migliori di quelle dell'uomo (1), sicchè anche ignoranti vedono sovente assai più in là degli astrologi, dei filosofi e dei matematici.

Poullain de la Barre.

Venendo al secolo decimosettimo, la de Gournay (1556-1645), figlia adottiva di Montaigne, sostenne l'eguaglianza degli uomini e delle donne. La Bruyère (1646-1696) reputa la donna superiore all'uomo nel genere epistolare, ed avvisa che ad essa manca non già l'attitudine all'istruzione, ma piuttosto il buon volere. Ma nessuno finqui aveva portato la questione sul terreno della scienza, siccome fece Poullain de la Barre. La sua opera *De l'égalité des deux sexes* (2) pubblicata nel 1673 non è un lavoro d'indole meramente letteraria, ma porta l'impronta della meditazione filosofica, sebbene la critica abbia da riconoscere, che in mezzo al vero vi giace frammisto l'erroneo e l'esagerato. Egli muove dal fatto, che le donne non appartengono al mondo dei dotti, e che esse stesse credono che per natura non vi debbano appartenere, mentre il vero si è che i due sessi sono assolutamente eguali. Il ragionamento, con cui egli cercò di dimo-

---

(1) Questo concetto fu svolto da Girolamo Ruscelli nella sua opera stampata a Venezia nel 1552, e dalla illustre veneziana Modesta di Pozzo Zorzi (1555—1592), la quale pubblicava nel 1593 la sua opera in difesa della superiorità della donna.

(2) L'autore pubblicò un altro opuscolo inscritto: *Dell'eccellenza degli uomini contro l'eguaglianza de' sessi*, col solo scopo di proporre e confutare le obbiezioni contrarie all'eguaglianza de' sessi.

strare la sua tesi, posa tutto quanto su questo concetto, che il cervello, organo essenziale delle funzioni dello spirito, è affatto simile nell'uomo e nella donna. " La più esatta anatomia non rileva differenza di sorta in questa parte: il cervello delle donne è del tutto simile al nostro, le impressioni dei sensi vi sono ricevute e raccolte ad un modo, e vi si conservano altresì per l'immaginazione e la memoria... Chi adunque le impedirà di applicarsi a considerare se stesse, ad esaminare in che dimori la natura dello spirito, quante guise vi siano di pensieri e come vengano eccitati all'occasione di certi movimenti corporei, ad avvertire dopo ciò le idee naturali, che hanno di Dio, e muovendo dalle cose spirituali disporre con ordine i loro pensieri e costrursi la scienza, che appellasi metafisica? Dacchè hanno anch'esse occhi e mani, perchè non potranno fare esse stesse, o veder fare da altri, la dissezione di un corpo umano, considerarne la simmetria e la struttura, notare la diversità, la differenza, il rapporto delle sue parti, le loro figure, i movimenti, le funzioni, le alterazioni e di là inferire il mezzo di conservarli ben disposti e di ristabilirvi il turbato ordine? Basterebbe a tal uopo conoscere la natura de' corpi esterni, che hanno rapporto col nostro, scoprirne le proprietà e quanto li rende capaci di produrre impressioni buone o cattive. Ciò si conosce col ministero de'sensi e le varie esperienze; e le donne essendo del pari idonee all'una ed all'altra cosa, possono apprendere quanto noi la fisica e la medicina (pag. 116 e seg.) „. Osservate le scienze sia in se stesse, sia nell'organo, con cui si acquistano e vedrete che i due sessi vi sono egualmente disposti, essendochè un solo è il metodo e la via per insinuare la verità nello spirito, epperò le donne hanno attitudine a tutte le scienze, alla logica, alla meccanica, all'astronomia, alla letteratura, all'eloquenza, nella quale fanno miglior prova degli uomini, alla morale, alla giurisprudenza, alla politica, alla storia ed alla geografia. Che più? Ei vorrebbe vedere la donna insegnare dalla cattedra l'eloquenza o la medicina, arringare davanti ai giudici, rendere giustizia dal tribunale, condurre un' armata, aprire battaglia, parlamentare nelle ambasciate, pontificare nelle chiese. Dall'altezza del suo ideale pedagogico egli rivolge lo sguardo sul mondo della realtà e deplora l'educazione, che universalmente si dà alla donna, educazione frivola ed indegna di persone ragionevoli, tutta intesa a

deprimere il loro coraggio, ad oscurare il loro spirito, a spegnervi ogni germe di verità e di virtù, a soffocare ogni aspirazione alle grandi cose; ma se tale è di fatto la loro educazione, tale non deve essere, tale non la vuole natura.

L'autore ha dato alla proposta questione un indirizzo veramente scientifico, poichè ha saputo vedere, che a fine di risolvere il problema dell'educazione della donna e della sua missione sociale occorre risalire allo studio psicologico della natura propria di essa, e quindi ha interrogato la scienza anatomica su questo punto. Però se il suo procedimento è logico e razionale, vuolsi tuttavia riconoscere che è affatto incompiuto, parziale ed esclusivo. Poichè la scienza anatomica ci saprà bensì dire, se vi corra differenza tra l'organismo corporeo dell'uomo e quello della donna, ma non già tra la mente e lo spirito dell'uno e dell'altra: su questo secondo punto vuolsi interrogare la scienza psicologica strettamente presa. Colla sola scorta dell'anatomia e della fisiologia non si giungerà mai, come egli pretende, a capire nè la natura dello spirito, nè le differenti specie di idee, nè la natura di Dio ed il mondo soprasensibile, che è oggetto della metafisica. Per altra parte non basta, come asserisce l'autore, possedere occhi, e mani, e sensi fisici per inferirne che la donna può nella stessa misura dell'uomo raggiungere e professare la fisica e la medicina, e per sostenere che possa con ragione essere educata alla faticosa ed agitata vita della milizia, del foro o della tribuna parlamentare. Il concetto dell'anatomia confusa colla psicologia, da cui egli prese le mosse, lo condusse a quell'assoluta eguaglianza di uffici sociali e di educazione dell'uomo e della donna, che già aveva ideato e propugnato Platone nel suo dialogo *La repubblica*.

Nicola Malebranche (1637-1715).

Nell'anno medesimo 1673, in cui il Poullain faceva di pubblica ragione la sua opera, usciva alla luce in Parigi la *Ricerca della verità* del padre Nicola Malebranche (1637-1715). Sebbene egli non abbia discusso il problema pedagogico dell'educazione femminile, è tuttavia meritevole di considerazione il suo raffronto

psicologico tra l'intelligenza della donna e quella dell'uomo. È dottrina professata da questo illustre filosofo, che il cervello è sempre segnato da alcune traccie, e che queste stanno sempre in rapporto colle idee, ossia colle cose, che noi pensiamo, sicchè ad ogni nuova idea ricevuta dall'anima s'imprime nel cervello una nuova traccia, e ad ogni nuova traccia prodotta dagli oggetti l'anima riceve una nuova idea, e quanto più profonde e durevoli sono le traccie, più strettamente si legano con esse le idee (Lib. 2°, parte 1ª, cap. V). Ciò posto, egli pronuncia che nella donna le fibre cerebrali sono assai più delicate e molli che nell'uomo, epperò assai più mobili e cedevoli alle impressioni sensibili, e di qui argomenta, che generalmente parlando le donne posseggono più che gli uomini scienza, abilità, finezza, discernimento in tutto ciò, che colpisce i sensi e riguarda il buon gusto; ma per lo contrario la tanta mobilità delle loro fibre cerebrali le rende impotenti a cogliere quel, che sa di astratto, a penetrare le verità un po' difficili a scoprirsi, a sciogliere questioni alquanto intricate, sicchè rimangono sempre alla superficie delle cose senza mai penetrarne il fondo. Ma l'autore quasi si fosse accorto di essere trascorso troppo oltre, si affretta a temperare la severità del suo giudizio avvertendo che così non incontra generalmente in tutte le donne. " La forza dello spirito dimora in un certo temperamento della grossezza e dell'agitazione degli spiriti animali con le fibre del cervello, ed alle donne non manca talvolta questo giusto temperamento. Sonvi donne forti e costanti, e uomini deboli ed incostanti; donne dotte, coraggiose, capaci di tutto, e uomini molli, effeminati, inetti a penetrare ed eseguire alcunchè... Uomini, donne, fanciulli differiscono soltanto fra di loro nel più e nel meno riguardo alla delicatezza delle loro fibre cerebrali (Lib. 2°, parte 2ª, cap. 4) ". Quest'ultima proposizione formolata in modo assoluto attenua di molto la gran differenza, che l'autore aveva interposto tra l'intelligenza femminile e la maschile, essendochè ci porta a riconoscere, che anche la donna possiede la virtù della scienza, sebbene in grado minore dell'uomo. Ma quello, che più importa di avvertire, si è, che tutto questo ragionamento dell'autore muove da un principio da lui supposto vero, ma punto dimostrato, che cioè il cervello è improntato di traccie, le quali stanno in rapporto colle idee, che si acquistano, e che le sue fibre sono

agitate e percorse differentemente da spiriti animali. Queste traccie cerebrali vincolate colle idee nessuno le ha vedute, e l'esistenza degli spiriti animali è tuttora una ipotesi, che attende la sua conferma dalla ragione. Malebranche e Poullain partirono entrambi dal concetto fisiologico del cervello, eppure riuscirono a conclusioni opposte.

Claudio Fleury (1640-1723).

In questo medesimo secolo decimosettimo intorno l'educazione femminile raffrontata colla maschile scrisse poche, ma pensate pagine l'abate Carlo Fleury nel capitolo XXXVIII, parte 1ª, del suo *Trattato della scelta e del metodo degli studi* pubblicato nel 1686. Censurando la frivola e scarsa educazione, che comunemente si dà alla donna, egli avverte che anche ad essa convengono gli studi, essendochè ha un'anima specificamente identica con quella dell'uomo, e quindi una ragione da seguire, una volontà da regolare, passioni da combattere, beni da amministrare. Così egli riconosce che l'uomo e la donna sono eguali, in quanto appartengono alla medesima specie umana, ma poi nota che differiscono l'uno dall'altra in ciò, che le donne hanno meno applicatezza e pazienza per un ragionare continuato, meno coraggio e fermezza degli uomini, ma in compenso li sorpassano per vivacità di spirito e di penetrazione, per soavità e modestia, e non essendo chiamate alle grandi cariche sociali dell'uomo, possono consacrare allo studio il tempo di libero svago.

Guidato da questo concetto psicologico, egli si fa a segnare la cerchia degli studi, che si confanno all'indole della donna. Si educhi il cuore delle fanciulle mediante un insegnamento religioso, sodo e preservativo da superstizione, dogmatico, ma non teologico, e mercè la pratica delle virtù femminili, quali la dolcezza, la modestia, la sommessione, l'umiltà, armonizzate con l'energia, la fermezza, la pazienza. Se ne coltivi l'intelligenza, addestrandole ad un pensare continuato, a ragionar sodamente intorno argomenti alla loro portata ed ammaestrandole intorno i precetti più essenziali ed elementari della logica. Se ne rinvigorisca l'organismo mediante esercizi fisici convenienti, accom-

pagnati dalla conoscenza de' più facili rimedii ai mali più ordinarii. Quanto all'istruzione propriamente detta, di grammatica, di aritmetica, di economia domestica ne sappiano quel tanto e non più, che occorre per il buon reggimento della casa e per le esigenze della vita di famiglia. Bando agli studi del latino, delle lingue, della poesia, della storia, della matematica e di altrettali curiosità, che fomentano la vanità femminile. Invece di questi studi assai meglio è che apprendano le massime fondamentali della giurisprudenza, perchè sappiano poi prender consiglio nella trattazione degli affari, che le riguardano. In verità che il nostro autore ristringe a proporzioni ben meschine la coltura della donna fino a passarsene della storia e della poesia, egli che da principio voleva rialzati i suoi studi, perchè ha un'anima ragionevole al pari dell'uomo.

Fénélon (1651-1715).

Il concetto scientifico dell'educazione della donna possiam dire che fece la sua prima mostra di sè nel trattatello *Dell'educazione delle figlie* di Fénélon. Anima soavissima e generosa ad un tempo, intelligenza grande ed elevata, pensatore serio e vivace, Fénélon è una delle figure più splendide e simpatiche, che campeggino nella storia della Francia letteraria del secolo decimosettimo. Fu alla corte di Luigi XIV precettore del duca di Borgogna nipote del re, scrisse egregiamente di filosofia e di teologia, di morale e di politica, di storia e di letteratura, ed è l'autore immortale del classico e popolare poema *Le avventure di Telemaco.* Una mente così eletta e tanto studiosa della natura umana sentivasi per natura portata a meditare intorno la grand'opera dell'educare, e ben giunse l'occasione a darle l'impulso. Egli era stato chiamato a dirigere l'Istituto delle *Nuove cattoliche,* e fu là, in mezzo a quel suo oscuro ministero sacerdotale, che prese a meditare e scrivere intorno l'educazione delle figlie. Con questo titolo egli fece poi di pubblica ragione a Parigi nel 1687 il suo trattato. Fu quello il primo de' tanti suoi lavori, che uscirono dalla sua penna, e mostra come la nobiltà

e la delicatezza del sentire andassero in lui di pari passo colla serietà e saviezza del ragionare.

" Non havvi cosa tanto negletta quanto l'educazione delle fanciulle ": con queste parole l'autore esordisce ed avverte che mentre all'educazione maschile si consacrano cure di ogni sorta e si provvede in tutte guise, si va dicendo che le fanciulle non è bene siano sapienti, e che la curiosità del sapere le trae a vanità e superbia. E qui egli non istituisce un raffronto tra l'uomo e la donna rispetto alla loro diversa potenza mentale, ma si sta pago di osservare, che non bisogna fare delle scienziate ridicole, che le donne hanno d'ordinario lo spirito ancor più debole e più curioso degli uomini, e che non essendo chiamate a reggere lo stato, a fare la guerra, ad amministrare le cose sacre, per ciò stesso non vi è ragione che si applichino alla scienza politica, all'arte militare, alla filosofia ed alla teologia. Pur tuttavia egli propugna con calore e fermezza la coltura scientifica della donna; ed a metterne in chiaro la somma importanza egli non muove dalla fisiologia e dalla psicologia comparata, bensì dal concetto fondamentale della famiglia. Il mondo sociale posa tutto quanto sulla famiglia: in essa si raccoglie tutta la sua realtà, da essa pendono le sue sorti; e siccome le sorti della famiglia stanno in gran parte in mano della donna, quindi consegue la necessità della sua coltura scientifica, morale e religiosa, feconda di ogni bene per tutta la convivenza sociale. Tale è in sostanza il suo ragionamento. Se la fanciulla non è seriamente educata e nutrita di sodo sapere, crescerà leggiera, molle, sregolata, amante dell'ozio, e cercherà di riempiere con frivoli divertimenti e sciupati romanzi quel vuoto, che sente in fondo al cuore.

L'autore mostra una soda e fina conoscenza, sia dell'età infantile, sia dell'anima della donna, e sopra di essa fonda tutta la sua pedagogica dottrina: ma questa conoscenza non è derivata per mezzo di una serie di logici ragionamenti da un principio proprio della scienza fisiologica e psicologica, bensì è frutto di una schietta osservazione della realtà. Egli non parte, come Poullain e Malebranche, da una teoria fisiologica del cervello per inferirne l'eguaglianza o la differenza delle attitudini mentali dell'uomo e della donna, ma ha contemplata la natura infantile e la femminile quali si mostrano in realtà coi loro pregi

e difetti, e nei dieci anni che resse l'istituto delle Nuove Cattoliche ha potuto contemplare con occhio sicuro ed intelligente i penetrali di quelle anime giovanili.

Le pagine, che egli ha scritto intorno l'educazione degli anni primi, sono ammirabili per delicatezza e ragione, ed egualmente convengono ai fanciulli ed alle fanciulle, che nel periodo dell'infanzia non mostrano ancora gran fatto la differenza della loro indole. Le prime impressioni sono le più profonde (1) e determinano in gran parte il carattere del nostro essere per tutta la vita; dunque (egli ne argomenta) gli è fin dalla prima età, che vuolsi cominciare l'educazione delle fanciulle. L'infanzia osserva molto e parla poco; non avvezziamola adunque a parlar molto, a dire tutto ciò, che si presenta alla mente, creando così l'abitudine di giudicare con precipitazione e parlar di cose non bene intese: osservazione assennata è questa dell'autore, essendochè il pensare ed il parlare devono mantenersi fra di loro in armonica corrispondenza. I fanciulli sono naturalmente ed oltre modo curiosi: facciamo tesoro di questa innata curiosità, foriera dell'istruzione, per ammaestrarli, secondochè se ne presenta l'occasione, intorno a cose, che importano a sapersi. Sono assai corrivi ad imitare le azioni altrui; facciamo adunque in guisa che abbiano presenti buoni esempi, e siccome torna impossibile impedire che anche il male cada sotto i loro occhi, adoperiamoci di premunirli contro le tristi conseguenze con opportune e caute osservazioni.

Si va disputando tra i pedagogisti, se lo studio intrapreso dai fanciulli voglia piuttosto essere un diletto o qualche cosa di serio. Il nostro autore consiglia di unire l'utile col dolce, di attemperare l'istruzione col sollazzo, di non istancare lo spirito con una esattezza indiscreta, con una regolarità troppo spinta, la quale fallisce al suo scopo, di rendere gradevole lo studio

(1) Fénélon avvisa che le prime imagini sono le più profonde, perchè il cervello de' fanciulli, in cui vengono stampate, è ancora molle, e riguarda il cervello stesso siccome il serbatoio delle immagini. Questa opinione, che pure era ancora comunissima a' suoi tempi, non regge alla critica, sia perchè le innumerevoli immagini non possono capire nel piccolo spazio cerebrale senza distruggersi successivamente, sia perchè le immagini delle cose visibili si formano e si imprimono nell'occhio e non nel cervello.

sotto l'apparenza della libertà e del piacere, lasciando le lezioni cattedratiche, quando si possono dare ammaestramenti in forma di piacevoli conversazioni e sopportando che qualche volta interrompansi le lezioni con brevi motti piacevoli.

Filosofo e pensatore quale egli è, Fénélon intende che nell'ammaestrare i fanciulli si rispetti in essi la ragione, a mano a mano che la loro intelligenza progredisce. Checchè loro insegnate, mostratene l'utilità e l'uso relativamente alla vita pratica e sociale. Rendete ad essi ragione di tutto ciò, in cui li istruite: ed additate loro uno scopo vero e gradevole, che li sorregga nelle fatiche dello studio: ragionate con essi sui bisogni della loro educazione (1). Insieme colla ragione rispettate anche la libertà dei fanciulli. Non chiudete loro il cuore con un' autorità rigida, austera, inflessibile; ma fatevi amare, e siano liberi con voi sicchè lascino scorgere senza timore i loro difetti. Non aggravateli di correzioni e di minaccie: esse vi toglierebbero la loro sincerità e confidenza, che sono la prima guarentigia di una efficace educazione. Punite leggermente, il men che si può, e di tal guisa, che il fanciullo provi il sentimento della vergogna e del rimorso e soffra paziente il castigo; e quanto ai piaceri proprii di questa età fanciullesca, siano semplici sì, che generino una gioia moderata, eguale e durevole, non già tali da far scattare la molla delle passioni.

Le indoli infantili sono svariatissime e disparate. Sonvi nature vivaci e sensitive, e sonvene delle indolenti, apatiche, fredde e pressochè insensibili: quelle possono lasciarsi trascinare a deplorabili traviamenti, ma corrette a tempo, rinsaviscono, queste rimangono pressochè indifferenti e nulle all'opera educativa. Similmente si dànno indoli, che nella prima età appariscono esteriormente graziose, amabili, promettenti, mentre lo spirito interiore è destituito di forza e di energia ed abbisogna perciò di essere eccitato ed educato con molta cautela ed accorgimento. Il nostro autore crede alla corruzione originaria della natura umana, ed avverte esservi fanciulli, che nascono

---

(1) Cosa singolare! Fénélon teologo e credente sostiene doversi ai fanciulli render ragione di ciò, che loro s'insegna; Rousseau libero pensatore e miscredente sentenzia che con essi non vuolsi ragionare.

infinti, chiusi in se stessi, indifferenti a tutto tranne al loro proprio tornaconto, verso i parenti fingono un amore, che non hanno, e con una simulata arrendevolezza ai loro voleri fanno credere di avere un animo mite e buono. Contro quest'indole dissimulatrice ed infinta l'educazione ha ben ardua prova da sostenere. Il meglio si è lasciarle una grande libertà di manifestarsi, e non imprendere di correggerla se prima non è conosciuta a fondo.

Un altro notevole tratto dell'indole infantile è il suo amore appassionato pei racconti ameni ed attraenti. Facciamo tesoro di questa tendenza narrando favolette istruttive e dilettevoli, avventure immaginarie e reali, in modo vivo ed animato sì da tenere sempre desta la curiosità dei fanciulli, ed avvezziamoli a raccontare essi stessi così che imparino il miglior modo di fare una narrazione. L'autore addita nella storia sacra la fonte più pura, più ampia e più svariata, da cui vanno attinti i racconti per la puerizia segnatamente in servizio dell'istruzione religiosa, essendochè l'origine e lo sviluppo della religione giudaica e cristiana hanno il loro fondamento nei fatti storici.

Venendo all'istruzione della mente, l'autore esordisce dall'istruzione religiosa ed afferma doversi volgere con dolcezza il primo uso della ragione infantile a conoscere Dio. Trattando questo argomento, egli si mostra ad un tempo filosofo e credente, affermando che questo insegnamento deve abbracciare ad un tempo ed in bell'armonia la conoscenza di Dio e la conoscenza dell'anima umana. È questo un concetto nuovo ed originale, come ha originalità e novità il metodo da lui proposto per tale ammaestramento. Come è manifesto, è una specie di studio psicologico quello, che qui si consiglia: però non si tratta punto di una psicologia scientifica ed astratta. " Nulla di peggio, che il lanciare una fanciulla nelle sottigliezze della filosofia: bisogna ristringersi a rendere chiaro e sensibile ciò, che ella prova e dice tutti i giorni „. Una certa qual vaga intuizione della distinzione che corre tra l'anima ed il corpo ella già la possiede per natura e senza sforzo di mente: si tratta di chiarire questa confusa intuizione, di convertirla in una vera persuasione, avvezzando la fanciulla ad attribuire al corpo quello, che gli appartiene, all'anima quello, che le è proprio, e giovandosi a tal uopo di imagini sensibili, di osservazioni e di raffronti fra cose

notissime, di conversazioni semplici e piane, senza ombra di sottigliezze. Così essa a poco a poco giungerà a conoscere, che l'anima è assai più nobile e preziosa del corpo, in cui alberga, già find'ora intravedendo che non può finire come finisce la materia, e dall'anima umana, che è spirito, s'innalzerà ad un giusto concetto di Dio, che è spirito infinito. A me sembra giustissimo questo pensiero di Fénélon, che vuole insieme accoppiata la conoscenza di Dio colla conoscenza dell'anima umana, essendochè la religione essenzialmente dimora in un rapporto di intelligenza e di amore tra l'anima e Dio. Quindi si renderebbe alla scienza ed all'arte dell'educare un segnalato servigio, se, seguendo il concetto dell'autore, si studiasse in tutti i suoi particolari il metodo conveniente a tale scopo.

In che va riposta la coltura scientifica propria della donna? S'intende da sè, che essa va istruita corrispondentemente alla missione, che deve adempiere secondo l'intendimento della natura, giusta l'antico adagio: *Non scholae, sed vitae discendum.* Quindi l'autore scrive, che " la scienza delle donne, come quella degli uomini, deve ristringersi a renderle istrutte di quanto richiedono i loro doveri: la differenza delle loro occupazioni deve essere pur quella del loro studi „ (cap. 11). Ciò posto, egli ripone i doveri e la missione della donna, nell'educazione de' suoi figli, nel governo dei domestici, nel reggimento economico della casa e nella buona amministrazione degli affari domestici: per conseguente la cerchia de' suoi studi deve abbracciare tutte quelle conoscenze, che sono richieste all'adempimento di quel suo triplice compito. La donna è fatta per la famiglia, non per la vita pubblica; sappia adunque quanto occorre per rispondere all'ideale della famiglia.

L'educazione de' proprii figli importa, che la madre studii e conosca per bene l'indole e l'ingegno di ciascuno de' suoi bimbi, le inclinazioni, le attitudini per prevenire e reprimere le passioncelle nascenti ed informarli al retto ed all'onesto. Studiare i proprii fanciulli è, per Fénélon e per ogni assennato pedagogista, sacro dovere di madre. Per me, lo studio della natura infantile mi è sempre parso bello, attraente, fecondo di considerazioni sempre nuove ed interessanti. Il bimbo desta in chi attentamente lo contempla una folla di care impressioni frammiste a gravi pensieri. La sua innocenza, l'amabilità, la

grazia, l'ingenuità, il sorriso ci commuovono soavemente, mentre non possiamo reprimere un certo qual sentimento di pena e di mestizia osservando in esso certi scatti di gelosia e di iracondia, certe passioncelle, che mostrano come in fondo alla sua anima innocente stia appiattato un germe corrompitore. Nel bimbo ci si presentano le prime traccie di una vita umana, che va via via dispiegandosi e che forse col tempo stamperà nella storia una gloriosa impronta; ma quella vita si mostra velata da una certa quale ombra di mistero. Poichè egli è ignaro della sua destinazione, inconsapevole delle miserie della vita; e quando passerà un giorno dalle angustie delle pareti domestiche nel gran mondo sociale, che ne sarà di lui? Noi non lo sappiamo; noi ignoriamo quanto lui il suo avvenire, e chi sa che la sua esistenza venga troncata nel suo sbocciare!

Anche nella conoscenza dell'economia domestica vuol essere ammaestrata la fanciulla, la quale assai per tempo debbe imparare ad essere buona massaia senza trascorrere sino all'avarizia, a mantenere la pulitezza, il buon gusto, l'ordine nell'interno della casa, a preferire la conveniente semplicità alla ricercatezza ed agli ornamenti superflui. Giova pur anco che sappia alcunchè delle principali disposizioni del codice per condurre a buon esito e secondo legalità l'amministrazione de' proprii interessi. Quanto alle altre materie di studio, la fanciulla impari a leggere e scrivere correttamente, conosca l'ortografia e la grammatica, apprenda praticamente e senza regole la lingua patria, sappia le quattro regole dell'aritmetica e le loro pratiche applicazioni.

A questo punto l'autore ferma la coltura mentale essensenzialmente necessaria alla donna. Forza è riconoscere che è ben poco, è oltre modo modesto il sapere scientifico, che egli esige da una fanciulla educata a dovere. Sono all'incirca gli stessi confini segnati dal Fleury agli studi delle donne. Però vi corre tra i due pedagogisti un notevole divario sotto un altro punto di vista. Il Fleury ha tracciato al sapere della fanciulla un cerchio inflessibile, e non vuole che si spinga più in là: egli imperiosamente bandisce siccome vana curiosità, siccome strumento di superbia gli studi della letteratura e della poesia, del latino, della storia e geografia. Fénélon invece, mentre è irremovibile nell'esigere siccome assolutamente necessario alla donna senza eccezione le poche materie di studio testè divisate, ab-

bandona poi alla libera scelta ed al genio delle giovani, che si sentono da ciò, gli studi della letteratura, della poesia, della storia, del latino, della musica e della pittura. Però egli si affretta ad avvertire, che in ciò vuolsi procedere con sommo accorgimento e cautela. Fénélon era grande scrittore, innamorato del bello letterario, fervido cultore dell'antico classicismo, epperò non poteva non fare buon viso al culto della letteratura e dell'arte anche per l'educazione della donna; ma ad un tempo era zelante ministro del Cristianesimo e la sua pura coscienza di sacerdote sentiva aleggiare in quell'ambiente certo qual spirito di profana mondanità, che offende l'anima delicata di una fanciulla, e cerca di scongiurarne i pericoli. Concede la lettura di libri profani, ma di quelli soltanto, che non hanno alcunchè di nocivo per le passioni. La storia della Grecia, di Roma, della Francia eleva l'anima a concetti sublimi, purchè si scansi la vanità e l'affettazione. Si impari il latino, perchè è lingua della Chiesa e schiude il senso delle parole dell'ufficio divino, a cui si assiste; ma bando allo studio dell'italiano e dello spagnuolo: " queste due lingue non servono che a leggere libri pericolosi e capaci di accrescere i difetti delle donne „ (cap. 12). Libri di eloquenza se ne leggano, ma con sobrietà, e tali che non pervertano il sentimento dell'amore. Si coltivi la poesia e la musica, se così piace, ma sia musica e poesia cristiana. Così da per tutto egli scorge un pericolo, e ne addita il provvedimento. Ad ogni modo è lodevole il suo intendimento, il quale mira a tutelare il sentimento morale e religioso, che egli pone in cima ad ogni coltura. Ed è pure giustissima ed assennata la distinzione, che egli ha fatto, tra gli studi necessarii ed assolutamente essenziali alla coltura della donna, e gli studi liberi e geniali, rispondenti alle attitudini particolari delle fanciulle. Sempre rispettando la libertà personale, egli consiglia che la educazione di una giovinetta risponda alla sua condizione sociale, ai luoghi, dove le toccherà passare la vita, alla professione, che abbraccierà probabilmente, ed espone assennate riflessioni secondochè essa sarà col tempo o madre di famiglia, o religiosa, giacchè pur troppo a' suoi tempi non era riservata alla fanciulla altra scelta, che o il matrimonio od il convento.

L'autore consacra due capitoli, il nono ed il decimo, a mettere in rilievo i molti difetti consueti al sesso femminile, quali

sono la timidità e la mollezza, le piccole gelosie e le troppo tenere amicizie, le adulazioni e la loquacità, l'astuzia e la scaltrezza, la vanità della bellezza, degli ornamenti e delle acconciature alla moda. Egli spiega una finissima osservazione nel descriverli e molto accorgimento nel proporne i rimedii, ponendo in chiaro segnatamente le tristi conseguenze; ma si può muover questione, se tali difetti siano per necessità di natura insiti nel sesso femminile; poichè in tal caso ogni provvedimento rivolto a distruggerli tornerebbe vano, e solo si dovrebbe dar opera nel rivolgerli a buon fine. Egli stesso per correggere la vanità degli ornamenti consiglia un rimedio, che rivela il suo grande amore per la classica antichità, ma che potrebbe riuscire ad uno scopo affatto opposto. " Vorrei far conoscere alle giovinette la nobile semplicità, che scorgesi nelle statue e nelle altre imagini, che ci rimangono delle donne greche e romane. Vedrebbero come i capelli annodati semplicemente dietro la fronte e i panneggiamenti ondeggianti a lunghe pieghe riescano belli e maestosi „ (cap. 10). Una semplicità descritta e contemplata con tanta compiacenza diventa molto pericolosa e può fomentare quel sentimento di vanità, che si vorrebbe comprimere.

L'autore chiude il suo libro muovendo a se medesimo la dimanda se il sistema educativo da lui proposto possa essere praticato dalle madri di famiglia e dalle istitutrici private, o non sia forse un ideale impossibile ad essere tradotto in atto; e giudicando egli medesimo il suo libro risponde, che la via da lui tracciata, per lunga che appaia, è la più breve, perchè conduce diritto ove si vuole andare, e che le sue proposte non esigono un discernimento ed un ingegno straordinario per eseguirle. Ed ha perfettamente ragione. Il suo libro non è inviluppato in sottili astrattezze e disquisizioni scientifiche, ma porta l'impronta di una profonda saggezza naturale, di una osservazione verace, di una schietta naturalezza, di un ragionare serio e misurato, e quel che è più, è concepito e dettato con una squisita bontà di animo, la quale ben risponde al cuore della donna. I fatti vennero a confermare col suggello dell'esperienza il suo giudizio. La illustre educatrice Maintenon modellava sulla pedagogia di Fénélon l'istituto femminile di Saint-Cyr da essa fondato, ed il felice successo mostrò di avere scelta la giusta via; ed un'altra celebre pedagogista di quel secolo, la marchesa di

Lambert, scriveva a Fénélon: " Io ho trovato in *Telemaco* i precetti, che ho dati a mio figlio; e nell'*Educazione delle figlie* i consigli, che ho dati alla mia „ (*Opere morali*, Parigi, 1843, pag. 311).

Fénélon scrisse il suo libro segnatamente in servigio delle famiglie più o meno facoltose ed agiate, giacchè in riguardo alla educazione delle figlie egli preferiva la famiglia agli istituti ed ai collegi; ma deplorava la grande difficoltà di trovare buone istitutrici e la trascuratezza dei parenti nell'adempimento di un còmpito sacrosanto. Nella maggior parte delle case egli non vede che confusione, cangiamenti, madri che trascorrono la vita in divertimenti e disdicevoli conversazioni, parenti, che fanno assaporare ai loro fanciulli il piacere delle passioni sinchè tornino insipidi quelli dell'innocenza. " Quale formidabile scuola per la tenera età! „. L'autore parlava della società de' suoi tempi; ma oggidì, io dimando, la donna è essa universalmente e saggiamente educata in guisa, che apparisca la vera educatrice e maestra delle sue figlie?

L'opuscolo dell'autore non contiene certamente dell'educazione femminile una teoria ampliata e compiuta in ogni sua parte, ma egli ne sbozzò con mano maestra il disegno generale; e sebbene in alcune pagine si riscontri un colorito locale dovuto alle condizioni sociali del suo tempo, tuttavia mostra la salda impronta della scienza, siccome quella, che posa su conoscenze psicologiche, le quali hanno un carattere universale. Bernardino di Saint-Pierre lo teneva in tanta estimazione, che dichiarò " di avere commesso uno sbaglio nello imprendere a scrivere sull'educazione della donna, dopochè Fénélon aveva dettato un buonissimo libro intorno l'educazione delle figlie „. Degna appendice dell'opuscolo di Fénélon sono i suoi " Avvertimenti ad una ragguardevole donna (*la duchessa di Beauvilliers*) per l'educazione di sua figlia „. Essi sono informati dai medesimi concetti e ripieni di saggi consigli. " Non la impaurite (la figlia) della pietà mostrandola a torto troppo severa. Lasciatele una libertà onesta ed una gioia innocente: avvezzatela a star lieta eccetto che nella colpa, ed a riporre il piacere lungi dai divertimenti pericolosi. Procurate farle amar Dio. — Fatele vedere quanto sia dolce, quanto accondiscenda ai nostri bisogni, quanta pietà egli abbia delle debolezze nostre, e addimesticatela a lui siccome a Padre tenero e compassionevole „. Di proposito

ho riferito questo passo di Fénélon per dimostrare quanto sia falso su questo punto il concetto dell'autore dell'*Emilio* intorno il Cristianesimo. " A forza di spingere all'eccesso tutti i doveri, il Cristianesimo li rende impraticabili e vani; a forza di vietare alle donne il canto, la danza e tutti i trastulli del mondo, le rende sgarbate, brontolone, insopportabili nelle loro case „ (1).

---

(1) Rousseau, *Émile*, Paris, 1831, tom. IV, pag. 45.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

CLASSI UNITE

Adunanza del 17 Maggio 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Il Presidente annuncia la morte del prof. Luigi Cossa, Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, colle seguenti parole:

Egregi Colleghi,

Debbo annunziarvi la perdita gravissima fatta dalla Classe di scienze morali, storiche e filologiche per la morte del nostro Corrispondente comm. nobile Luigi Cossa, professore di Economia politica nella R. Università di Pavia.

Questa volta il dolore per la perdita dell'uomo di scienza viene da noi ad essere anche più vivamente sentito, in quanto che esso trovasi associato al dolore ed al lutto di famiglia del nostro Vice-Presidente Alfonso Cossa, il quale ha perduto nel Luigi il suo fratello primogenito e lo ha perduto in modo pressochè improvviso, senza aver neppure la possibilità di dargli l'ultimo saluto.

Il collega Cognetti, che fu stretto al Luigi Cossa da vincoli di amicizia e da comunanza di studii, dirà a suo tempo della vita e delle opere di lui.

Io mi limiterò unicamente a ricordare che il Cossa fu senza alcun dubbio uno dei più illustri cultori degli studii economici e sociali in Italia e uno dei più benemeriti per il progresso e la diffusione dei medesimi. Egli visse unicamente per la scienza e per l'insegnamento e non si lasciò distrarre da cure

politiche ed amministrative. Egli accoppiò due qualità, che di rado si incontrano insieme riunite. Da una parte conobbe tutta la letteratura antica e contemporanea negli studi economici e sociali ed ebbe una larghissima erudizione, come lo comprova la sua " *Introduzione allo studio dell'Economia politica* ", in cui si dimostra informato di tutti gli autori, che scrissero di cose economiche dal tempo in cui si iniziò quella scienza fino a questi ultimi anni. Dall'altra egli riuscì a sintetizzare e a coordinare in brevi volumi, mirabili per ordine, chiarezza, concisione ed esattezza, i principii fondamentali dell'Economia politica e sociale e della scienza della finanza.

L'importanza e il merito dei suoi lavori è dimostrato dal numero delle edizioni che se ne fecero, dalla traduzione di alcuni di essi in pressochè tutte le lingue di Europa, e dall'alta fama a cui egli pervenne, in Italia ed all'estero, come lo dimostra il fatto che fu ascritto a un numero grande di Accademie nazionali ed estere.

Egli poi non si limitò a diffondere cogli scritti la scienza da lui professata, ma ne aiutò il progresso colla istituzione di premi, ed attese con grande amore a formare e ad educare degli allievi e dei discepoli, che concorrevano per perfezionarsi negli studi economici e sociali alla Università di Pavia, dove trovavano presso il prof. Luigi Cossa il sussidio di una ricchissima biblioteca, e potevano da lui apprendere quel metodo rigorosamente scientifico, a cui egli sempre si attenne nelle proprie investigazioni. Infatti buon numero di professori di Economia politica delle nostre Università si considerano come allievi di Lui; ed egli ebbe anche il conforto per Lui grandissimo di lasciare avviato allo stesso ordine di studii il suo figlio Emilio, il quale già ebbe occasione di dare buon saggio di sè e di dimostrare attitudine a seguire e a continuare le tradizioni e l'esempio del padre.

Il prof. Luigi Cossa fu nominato Socio corrispondente dell'Accademia per la Classe di scienze morali, storiche e filologiche il 14 Marzo 1886 e decedette in Pavia il 10 Maggio 1896 nell'età di anni 65.

La Presidenza ha pregato il prof. Golgi, nostro Corrispondente, Rettore della R. Università di Pavia, di presentare a nome dell'Accademia le condoglianze alla famiglia di lui, ed ora,

in occasione di questa Adunanza dell'Accademia a Classi unite, propone di inviare il seguente telegramma alla famiglia Cossa:

" L'Accademia delle Scienze di Torino, riunita oggi in seduta plenaria, commemorando il Socio corrispondente nobile Luigi Cossa, mentre deplora la gravissima perdita fatta dalla scienza e dall'insegnamento, associasi al dolore ed al lutto del suo Vice-Presidente e di tutta la famiglia Cossa ".

L'Accademia approva.

Gli Accademici Segretari

Andrea Naccari.

Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 26 Aprile al 10 Maggio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Atti** della R. Accademia medico-chirurgica di Napoli. Anno XLIX, N. s., n. V. Napoli, 1895; 8°.
* **Atti** della R. Accademia dei Lincei, serie V. Memorie della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. I. Roma, 1896; 4°.
* **Beiträge** zur geologischen Karte der Schweiz. N. F. 5 Lief. Bern, 1896; 4° (*dalla Commiss. Geologica Svizzera*).

Bollettino della R. Scuola Superiore d'Agricoltura in Portici; N. 1, 3-8, 10-12, 15, 17, 21, 24-27.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXIX, 1. Cambridge, 1896; 8°.
* **Comptes-rendus** des séances de l'Académie des Sciences de Cracovie. Février, Mars, 1896; 8°.
* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. XXV, Heft 1. Berlin, 1896; 8°.
* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LIV, Part II, Natural Science, n. 5. Calcutta, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LIX, n. 356. London, 1896; 8°.
* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1895. Part IV. London, 1896; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXIX, fasc. VIII. Milano, 1896; 8°.

Resoconto della Cassa di Risparmio di Torino per l'Esercizio 1895. Torino, 1896; 4°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XIV, par. 1. 1896; 4°.
* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, p. v-vii. 1896.
* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 2. 1896.

Caldarera (F.). Primi fondamenti della geometria del piano. Palermo-Torino, 1891; 8° (*dall'A.*).

— Introduzione allo studio della geometria superiore. Palermo, 1892; 8° (*Id.*).

— Trattato di trigonometria rettilinea e sferica. Palermo, 1896; 8° (*Id.*).

Folgheraiter (G.) e **Keller** (F.). Frammenti concernenti la Geofisica dei pressi di Roma, 1895-96, n^i 1-3; 8° (*Id.*).

Staggemeier (A.). Le millionième de la surface terrestre représenté comme unité convenable pour l'estimation des étendues géographiques. Copenhague, 1896; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 3 al 17 Maggio 1896.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIV, disp. 5ª. Venezia, 1895-96; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili. 4ª serie; vol. XVIII, disp. 3-4; XIX, 1. Firenze, 1895-96; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, n. 866, 868-871. Calcutta, 1896; 8°.

** **Biographie** (Allgemeine deutsche). Lfg. 201. Leipzig, 1896; 8°.

* **České Akademie Cisaře Františka Josefa** pro vědy, Slovesnost a Umění.

Almanach. Ročnik VI.

Historický Archiv. Cislo 7.

Rozpravy. Trida I (Pro vědy filosofické, pravní a historické). Ročnik IV.

— Trida III (Filologická). Ročnik IV.

Sbírka Pramenův ku Ponznani literárního Života v Cěchách, na Moravě a v Slezku.

Skupina I. Rada 2, Číslo 2; Skupina Druhà, Číslo 2; Skupina Třetí Číslo 1.

Vestník. Ročnik IV. Číslo 4-9.

Čelakovský (J.). Privilegia královských Měst Venkovskych z let 1225-1419.

Winter (Z.). Život Cirkevní v Cěchách. Kulturně-historický obraz z XV a XVI. Století svajek první. Praze, 1895; 8°.

* **Eranos.** Acta philologica suecana. Vol. I, fasc. 1. Upsaliae, 1896; 8° (*Dall'Università d'Upsala*).

* **Nederlandsch-Indisch** Plakaatboek, Deel XIV, 1804-1808. Batavia, 1895; 8°.

* **Preisschriften** gekrönt und her. von der fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft. XXX. Leipzig, 1895; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. Vol. IV; pp. 4417-4859. Parte suppl. vol. I; 8°.

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen, etc.; Deel XXXVIII, 6; XXXIX, 1. Batavia, 1895; 8°.

---

* **Chroust** (A.). Abraham von Dohna. München, 1896; 8° (*dall'Accad. delle scienze*).

Cipolla (C.). Verona e la guerra contro Federico Barbarossa. Venezia, 1895; 8°.

— Frammento di un codice perduto degli *Annales veronenses* di Parisio da Cerea. Verona, 1896; 8°.

* **Dagh-Register** gehouden int Casteel-Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts-India. Anno 1666-67. Batavia, 1895; 8° (*dalla Società di Arti e Scienze di Batavia*).

* **Lege** statute regulamente și decisiuni ale Academiei romane. Bucuresci, 1896; 16°.

Nota (A.). Giuseppe Mazzini e il risorgimento italiano. Sanremo, 1896; 16°.

* **Petriceìcu-Hasdeu** (B.). Diționarul limbei istorice și poporane a Romanilor. T. III, fasc. IV. Bucuresci, 1896 (*dall'Accademia Rumena*).

* **Pirkheimers** (W.). Schweizerkrieg. München, 1895; 8° (*dall'Accademia di Monaco*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii, t. XLVI, fasc. 197. Venezia, 1896; 4°.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

NOV 28 1896

Adunanza del 31 Maggio 1896.

N.Y. ACADEMY OF SCIENCES. LIBRARY

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice-Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Direttore della Classe, Bizzozero, Ferraris, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Il Presidente partecipata alla Classe la morte del Socio Nazionale non residente Luigi Federico Menabrea marchese di Val Dora, pronuncia le seguenti parole:

Nato a Chambéry il 4 settembre 1809, Luigi Federico Menabrea marchese di Val Dora fu eletto Socio nazionale residente di questa Accademia, per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, il 17 febbraio 1839, prima ancora di aver compiuto i trent'anni. Alla fine del 1867 chiamato fuori da Torino dalla sua carriera politica e diplomatica, passò nella categoria dei Socii non residenti e continuò sempre ad essere tale. Morì nella sua città nativa di Chambéry in età di anni 87, il 25 corrente maggio.

Della vita e delle opere di lui parlerà con competenza il collega Volterra. A me basterà il ricordare che il nome del marchese Luigi Federico Menabrea ebbe una parte importante nella storia delle varie fasi del Risorgimento nazionale: che

egli ebbe la fiducia di tre sovrani, cioè di Carlo Alberto, Vittorio Emanuele II e Umberto I; che egli continuò a servire la patria sua fino a questi ultimi anni, e la servì come scienziato, come uomo di guerra, come uomo di stato e come diplomatico. Egli fu una di quelle tempre eccezionali, a cui può esser dato di essere uomini di scienza e di azione ad un tempo, e che conservano fino all'ultimo il vigore del corpo e la lucidezza della mente.

L'Accademia deve chiamarsi onorata di averlo avuto a suo Socio fin dai suoi giovani anni, e vuolsi anche aggiungere che egli si ricordò sempre con riconoscenza di questa Accademia, che accogliendolo giovane ancora nel suo seno contribuì a rendere celebre il suo nome. In questi ultimi anni, allorchè cominciò a sentire bisogno di riposo, egli si recò più volte alla nostra Accademia, si informò e si interessò dello stato presente di essa, e mandò perfino un manoscritto del compianto suo fratello Leone, acciò se ne iniziasse la pubblicazione dall'altra Classe, incaricandosi egli stesso di premettervi una prefazione.

La Presidenza incaricò il Presidente dell'Accademia delle Scienze di Chambéry di rappresentare l'Accademia ai funerali, ed ora si riserva di esprimere a nome della Classe i sensi della più profonda condoglianza alla vedova S. E. marchesa Menabrea e alla famiglia.

Fra le pubblicazioni inviate in dono il Segretario segnala una Memoria del Socio Corrispondente J. Hopkinson scritta in collaborazione col sig. E. Wilson, " *Sulle macchine dinamo-elettriche a correnti alternate* ".

Il Segretario legge la lettera diretta dal Vice-presidente Cossa, per ringraziare la Classe delle condoglianze fattegli in occasione della morte del fratello suo Luigi Socio Corrispondente dell'altra Classe, e il Presidente delle parole di commemorazione dette nella seduta delle Classi Unite del 17 maggio 1896.

Vengono accolte per gli *Atti* le seguenti Note:

1° " *Alcune osservazioni sulla difenilurea e sulle ditolilurée* ", nota del Socio Icilio Guareschi.

2° " *Intorno alla determinazione teorica della gravità alla superficie terrestre* ", nota del Prof. Paolo Pizzetti, presentata dal Socio D'Ovidio.

3° " *Sulla rigenerazione dell' epitelio muciparo del tubo gastro-enterico degli anfibi* „, nota del Dott. Cesare SACERDOTTI, presentata dal Socio BIZZOZERO.

4° " *Sull'integrazione dell'equazione differenziale* $\Delta^2\Delta^2 = 0$ „, nota dell'Ing. Emilio ALMANSI, presentata dal Socio VOLTERRA.

Viene accolta per l'inserzione nei volumi accademici la memoria del Socio Nicodemo JADANZA intitolata: " *Per la storia del cannocchiale* „.

Vengono affidate all' esame di speciali commissioni le Memorie seguenti:

1° " *Endoderma e periciclo nel genere Trifolium in rapporto colla teoria della Stelia di V. Thieghem e Douliot* „, memoria del Dott. Saverio BELLI, presentata dal Socio GIBELLI.

2° " *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta* „, memoria del Dott. Giovanni De AGOSTINI, presentata dal Socio SPEZIA.

3° " *Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino e a Soperga* „, memoria del Prof. Francesco PORRO, presentata dal Socio NACCARI.

Radunatasi in seduta privata, la Classe elegge a Soci residenti, salvo l'approvazione sovrana, i professori Camillo GUIDI e Michele FILETI.

LETTURE

Alcune osservazioni sulla difenilurea e sulle ditoliluree;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

In una nota pubblicata nei " Comptes rendus „ (1) i signori Cazeneuve e Moreau descrivono la difenilurea, la diparatolilurea e la diortotolilurea, che ottengono dal cosidetto carbonato di guajacolo $CO\begin{matrix}/OC^6H^4.\ OCH^3\\ \backslash OC^6H^4.\ OCH^3\end{matrix}$ per l'azione, rispettivamente, dell'anilina, paratoluidina ed ortotoluidina.

Questo metodo non è nuovo perchè, ad esempio, Eckenroth (2) ottenne la difenilurea, la diorto e diparatolilurea e la dinaftilurea per l'azione rispettiva dell'anilina, delle toluidine e della naftilamina sul carbonato di fenile $CO(OC^6H^5)^2$.

Ma ciò, in fondo, poco importa, è sempre una reazione che se ben studiata può avere qualche interesse. Ciò che invece io credo utile far notare si è che alcuni dati sulle proprietà di questi tre corpi descritti dai signori Cazeneuve e Moreau, non sono esatti.

Ma vi ha di più; reca meraviglia l'asserzione esplicita che leggesi in un' altra nota del Sig. Cazeneuve (3) secondo la quale le uree aromatiche simmetriche che egli, insieme col Sig. Moreau, ottiene colla para ed ortotoluidina, cioè la dipara e la diortotolilurea, siano composti nuovi, non mai descritti da nessun chimico. Egli invero così si esprime: *Le carbonate de gaïacol m'a*

(1) " Comptes rendus „, 1896, t. 122, pag. 1130.

(2) " Berichte d. deut. chem. Gesell. „, t. XVIII, pag. 516 e " Bull. Soc. Chim. de Paris „, (2) 1886, T. 45, pag. 618.

(3) " Comptes rendus „, t. 122, pag. 999; " Journ. de Pharm. et de Chim. „, 1896 (6), t. III, pag. 482; e " Bull. Soc. Chim. „, (3) 1896, t. XV, pag. 714 (fasc. del 5 giugno).

permis de préparer très facilement la diphénylurée, en le chauffant avec l'aniline, puis des urées aromatiques symétriques non décrites, dérivées de l'orthotoluidine et de la paratoluidine. Da quanto riferirò più innanzi si vedrà invece che sono composti, conosciuti da oltre trenta anni e furono ottenuti e studiati da molti chimici.

Questi tre corpi: difenilurea, diortotolilurea e diparatolilurea si formano in un gran numero di reazioni, capitano spesso per le mani dei chimici ed è bene che le loro proprietà siano descritte con esattezza.

Essendochè anch'io, come molti altri chimici, ho avuto occasione di avere sotto mano queste sostanze, credo utile rettificare alcuni dati di fatto che trovansi nel lavoro sovraccennato dei due chimici francesi.

Di tutti i numerosi lavori riguardanti queste tre sostanze, io non accennerò qui che quelli che hanno importanza pel mio scopo.

La diorto e la diparatolilurea, insieme alla difenilurea, sono descritte anche nella " Enciclopedia di Chimica „ di Selmi, 1877, vol. X, pp. 755.

Difenilurea. — I signori Cazeneuve e Moreau trovano che la difenilurea pura fonde a 234°—235° ed a questo riguardo fanno specialmente notare che il punto di fusione da essi trovato è esatto e che l'antico di Hofmann, 205°, e l'altro 225° di Wilm e Wischin: *Sont absolument erronées; elles doivent s'appliquer à un corps impur.* E a questo scopo citano il Wurtz, " Dictionnaire „, t. II, pp. 880, quasi che non si conoscesse sulla difenilurea altri lavori all'infuori di quelli citati in quest'opera. Avrebbero, parmi, dovuto ricordare che già Buff (1) e Weith (2) (nel 1869 e 1874) avevano da lungo tempo trovato il punto di fusione esatto, 235°; punto di fusione confermato da

(1) L. Buff, " Berichte d. deut. hem. Gesell. „, 1869, t. 2, pag. 499 e " Bulletin de la Soc. chim. de Paris „, 1870, t. XIII, pag. 246. In questo lavoro Buff fa notare che il punto di fusione 205° dato da Hofmann può essere dovuto ad errore di stampa.

(2) W. Weith, " Berichte „, 1874, t. VII, pag. 14; e inoltre ivi, t. IX, pag. 821.

tutti i chimici che hanno avuto per le mani questo composto, ed anch'io nelle mie ricerche sulle γ idantoine sostituite trovai sempre 235° (1). Rotermund (2) che ottenne nel 1875 la difenilurea dall'acido di benzidrossamico e trovò che fonde a 232°—233°, fece notare appunto che i prodotti ottenuti da Hofmann (3), e da Wilm e Wischin (4), dovevano essere impuri e cita Buff e Weith come quelli che trovarono un punto di fusione vicino a quello ch'egli aveva trovato: Nietzki nel 1877 (5) trovò 233°. Michler (6) che preparò la difenilurea non simmetrica fusibile 189° e la confrontò colla difenilurea simmetrica, osservò anche egli, per questa, 235°.

Hentschel (7) trovò il punto di fusione 235°; questo lavoro di Hentschel è anch'esso riassunto in un giornale francese (8) ove è dato precisamente il punto di fusione 235°. In alcuni Trattati è assegnato 260° come punto di fusione dato da Hentschel, mentre invece 260° è il punto di ebollizione.

A. Barr (9) confermò anch' egli il punto di fusione 235°; così pure molto prima anche G. Bender (10) che preparò la difenilurea dall'etere ortocarbonico coll'anilina.

Nell' " Enciclopedia Chimica „ di Selmi 1877, vol. X, p. 734, sono riportati i punti di fusione 205°, 225°, 235° e 233° e Pietro Spica viste queste numerose differenze volle anch'egli determinare il punto di fusione della difenilurea e trovò 233°—234°.

Infine, senza volere sovrabbondare in citazioni bibliografiche, dirò che tutti i migliori trattatisti, anche elementari, quali il Richter, l'Erlenmeyer e le tre edizioni del Beilstein, dànno il punto di fusione 235°.

---

(1) R. Accademia di Medicina di Torino, luglio 1891; " Chem. Centralbl. „, 1891, II e " Berichte d. deut. chem. Gesell. „, 1892, Ref., pag. 327.

(2) " Ann. d. Chem. „, 1875, t. 175, pag. 261.

(3) " Ann. d. Chem. „, t. 70, pag. 138.

(4) " Ann. d. Chem. „, t. 147, pag. 161.

(5) " Berichte „, X, pag. 274 e " Bull. Soc. chim. „, 1877, t. 28, pag. 396.

(6) Michler, " Berichte „, 1876, t. IX, pag. 396 e " Bull. Soc. chim. „, 1876, t. 26, pag. 455.

(7) " Journ. f. prakt. Chem. „, 1883, t. 27, pag. 498.

(8) " Bull. Soc. chim. de Paris „, 1884, t. 41, pag. 41.

(9) " Berichte „, 1886, pag. 1766.

(10) " Berichte „, 1880, pag. 699.

Diortotolilurea. — La *diortotolilurea* fu scoperta nel 1873 da G. Girard (1) che l'ottenne dalla ortotoluidina (allora denominata anche pseudotoluidina) per l' azione dell'ossicloruro di carbonio e per fusione con urea.

I signori Cazeneuve e Moreau (2) dànno il punto di fusione 219°—220° e credono di avere essi scoperta la diortotolilurea. Ma tutti i chimici che hanno studiato questa sostanza dopo il 1873, trovarono un punto di fusione più elevato. G. Lachmann (3) trovò 250°; Berger (4) confermò 250° e Neville e Winther (5) trovarono 243°; poi A. Barr (6) 256°; E. Quenda (7), che nel mio laboratorio ottenne la diortotolilurea come prodotto secondario nella reazione fra la glicocolla e la ortotolilurea fusibile a 185°, trovò sempre il punto di fusione 250°.

Si può notare che i lavori di Lachmann, Neville, Winther e Berger, sono riassunti anche nel " Wurtz, Dictionnaire ", 1er Suppl., pag. 1632, ove appunto per la diortotolilurea (od *ortodicresilurea*) si dà il punto di fusione 250° e pel composto *meta* (o *metadicresilurea*) 217°.

Diparatolilurea. — La *diparatolilurea* fu scoperta nel 1863 (8) da E. Sell che l'ottenne in due modi: dissolforando la diparatoliltiourea coll' ossido di mercurio oppure scaldando la monoparatolilurea.

I signori Cazeneuve e Moreau (9) trovarono il punto di fusione 244°—245° e considerano il loro composto come nuovo.

---

(1) " Berichte ", 1873, t. VI, pag. 444.

(2) Loc. cit.

(3) " Berichte ", 1879, XII, pag. 1350.

(4) " Berichte ", 1879, XII, pag. 1859.

(5) " Berichte ", 1879, XII, pag. 2325 e " Bull. Soc. Chim. ", 1880, t. 34, pag. 588.

(6) " Berichte ", 1886, XIX, pag. 1766 e " Bull. Soc. chim. ", 1887, t. 47, pag. 331.

(7) E. Quenda, *Su alcune idantoine* γ *sostituite*, " Giorn. della R. Acc. di Medicina di Torino ", 1891.

(8) Eug. Sell, " Ann. d. Chem. ", t. 126, pag. 153 e " Bull. Soc. chim. ". 1863, pag. 416.

(9) Loc. cit.

Michler (1) già nel 1876 trovò il punto di fusione 256° e Weith (2) 255°.

Il lavoro di Michler oltrechè riassunto nel " Bull. Soc. chim. „ è anche riassunto nel " Dictionnaire „ di Wurtz, t. III, pag. 569 e 571.

Maly (3) avrebbe trovato un punto di fusione più elevato, 263°. Ma i migliori trattatisti ammettono 255°—256° come punto di fusione più esatto. Anche nel mio laboratorio, ove Quenda ottenne questa sostanza come prodotto secondario nella reazione tra la glicocolla e la monoparatolilurea, si trovò sempre il punto di fusione 255°—256° oppure 255°—257°. La monoparatolilurea da cui si partì fondeva a 180°.

Mi sembra quindi più che probabile che il prodotto descritto da Cazeneuve e Moreau, fosse impuro. Come mi pare non meno probabile che il composto fusibile a 219°—220°, e da essi descritto come diortotolilurea, non sia che, o un corpo impuro o la dimetatolilurea fusibile, pare, a 217°. Dico pare, perchè secondo Guttermann e Cantzler (4) la m. ditolilurea fonde a 203°.

Io ho fiducia che i signori Cazeneuve e Moreau vorranno ritenere giuste queste mie osservazioni fatte in omaggio alla verità e con tutti i riguardi che si debbono a colleghi, e che ripetendo essi le esperienze riguardo la diortotolilurea e la diparatolilurea, troveranno proprietà concordanti con quelle ammesse da tutti i chimici sino ad ora. Tra le proprietà fisiche di queste sostanze il punto di fusione è il più importante. Vorranno pure riconoscere che le sostanze da essi descritte come nuove, sono invece conosciute da lungo tempo dai chimici.

Torino, Laboratorio di Chimica farm. e tossicologica della R. Università, 28 maggio 1896.

---

(1) " Berichte „, IX, pag. 710 e " Bull. Soc. chim. „, 1877, t. 27, pag. 18.
(2) " Berichte „, IX, pag. 821 e " Jahresb. f. Chem. „, 1876, pag. 754.
(3) " Jahresb. f. Chem. „, 1869, p. 638.
(4) " Berichte „, t. 25, pag. 1089.

Intorno alla determinazione teorica della gravità alla superficie terrestre;

Nota del Prof. PAOLO PIZZETTI.

Le formole approssimate che si riferiscono al modo di variare della gravità alla superficie del Geoide, supposto poco differente da una sfera, vengono di solito dimostrate, ammettendo che la funzione potenziale dell'attrazione terrestre sopra un punto qualsiasi fuori o sopra la superficie d'equilibrio che si studia, sia esprimibile con uno sviluppo procedente secondo le potenze negative del raggio vettore. Ora, la superficie non essendo esattamente sferica, l'uso di un tale sviluppo non è giustificato, epperò la legittimità delle formule che se ne deducono è soggetta a qualche dubbio.

Vogliamo qui indicare come, senza ricorrere a quello sviluppo, ma valendosi invece di una nota formola che si deduce da quella di Green, si possano dimostrare le formole sopra menzionate.

1. — Sia S una superficie d'equilibrio, ossia una superficie la cui normale in ogni punto segni la direzione della gravità pel punto stesso; supporremo la S esteriore alla massa attraente e chiameremo V la funzione potenziale dell'attrazione di questa massa sopra un punto P, e D la distanza di questo punto dall'asse di rotazione diurna. Avremo, sulla S:

$$fV + \frac{1}{2}\omega^2 D^2 = \textit{costante} = w_0 \tag{1}$$

indicando, al solito con f la costante dell'attrazione, e con ω la velocità angolare.

Sia poi S_1 una sfera di raggio a avente il centro C sull'asse, e ammettiamo, come d'uso, che le distanze dei punti

della S_1 dalla S siano tanto piccole che si possano trascurare i termini contenenti i quadrati di queste distanze, ovvero i prodotti di esse per ω^2. Poniamo:

$$V = \frac{M}{R} + \alpha U, \tag{2}$$

dove M è la massa totale terrestre, R la distanza del punto potenziato dal centro C; U è una funzione potenziale di spazio che fuori della S soddisfa alla

$$\Delta_2 U = 0 \tag{3}$$

ed α è una costante piccolissima.

Sia dn un elemento di normale interna alla S, dS un elemento superficiale. Derivando la (2) rispetto ad n, moltiplicando per dS, ed integrando sopra tutta la S, avremo:

$$\int \frac{\partial V}{\partial n} dS = M \int \frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial n} dS + \alpha \int \frac{\partial U}{\partial n} dS.$$

E poichè, per noti teoremi

$$\int \frac{\partial V}{\partial n} dS = 4\pi M, \qquad \int \frac{\partial \frac{1}{R}}{\partial n} dS = 4\pi$$

sarà

$$\int \frac{\partial U}{\partial n} dS = 0. \tag{4}$$

Il valore della gravità g nel punto Q della S sarà

$$g = -f \frac{M}{R^2} \cos(Rn) + \alpha f \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial \varphi}{\partial n} \tag{5}$$

dove per semplicità è indicata con φ l'espressione $\frac{1}{2}\omega^2 D^2$.

Sia ora

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{a}(1 - \alpha t) \tag{6}$$

l'equazione della superficie S in coordinate polari: t è una funzione della latitudine e della longitudine geocentriche di Q. Le (1) (2) (6) dànno allora, per ogni punto della S:

$$f\frac{M}{a} - w_0 - f\alpha\frac{M}{a}t + \alpha f U + \varphi = 0. \tag{7}$$

Se la superficie S è conosciuta, questa relazione determina i valori superficiali della funzione U a meno di una costante $\frac{w_0}{\alpha f}$. E poichè la U deve soddisfare alla (4) e, fuori della S, alla $\Delta_2 V = 0$, e a distanza infinita deve godere della nota proprietà delle funzioni potenziali, sarebbe facilissimo dimostrare che il valore della U è perfettamente determinato per ogni punto fuori e sopra la S. Così il valore della gravità resta perfettamente determinato fuori e sopra una superficie d'equilibrio, appena questa superficie sia conosciuta e purchè si conosca la massa totale (teorema dovuto a Stokes).

2. — Cerchiamo di dedurre dalle formole (5) e (7) una relazione approssimata fra la forma della superficie d'equilibrio e il modo di variare della gravità. Per una nota formola, che si deduce da quella di Green, il valore della funzione U nel punto Q della S può esprimersi così:

$$U = \frac{1}{2\pi}\int\frac{\partial U'}{\partial n}\frac{dS}{r} - \frac{1}{2\pi}\int U'\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n}dS - \frac{1}{2\pi}\int\Delta_2 U'\frac{d\sigma}{r} \tag{8}$$

dove i primi due integrali sono estesi alla superficie S, l'ultimo allo spazio σ esteriore ad S; r è la distanza del punto Q dal centro dell'elemento dS, $d\sigma$ risp.e; con un accento sono indicati i valori delle funzioni U, $\frac{\partial U}{\partial n}$, $\Delta_2 U$ nei centri dei rispettivi elementi di integrazione. L'ultimo integrale è nullo in virtù della (3).

Ora, poichè le espressioni di U e $\frac{\partial U}{\partial n}$ figurano nelle (5) (7) moltiplicate pel fattore α, è chiaro che, nel nostro ordine di approssimazione, volendo dalla (8) dedurre una relazione fra U e $\frac{\partial U}{\partial n}$, potremo ivi supporre la superficie S confusa colla sfera S_1.

Avremo allora:

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} = \frac{1}{2ar}, \qquad dS = a^2 . d\Omega,$$

dove $d\Omega$ è un elemento angolare di spazio attorno al centro C, e quindi la (8) diverrà

$$(9) \qquad U = \frac{a^2}{2\pi} \int \frac{1}{r} \left(\frac{\partial U'}{\partial n} - \frac{U'}{2a} \right) d\Omega.$$

(Vedremo di dimostrare, con precisione, al termine di questa Nota, come effettivamente, le quantità trascurate nel 2° membro della (8) con questo procedimento, siano piccole dell'ordine di α e ω^2).

Esprimiamo i valori superficiali di U e $\frac{\partial U}{\partial n}$ mediante serie di funzioni sferiche delle latit^e. e long^e. geocentriche, ponendo

$$(10) \qquad U = \sum_0^\infty Y_n; \qquad \frac{\partial U}{\partial n} = \sum_0^\infty Z_n.$$

Osservando che

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a} \sum_0^\infty P_n,$$

dove i P_n sono i soliti coefficienti di Laplace, la (9) dà, eseguendo le integrazioni mediante note formule:

$$\Sigma Y_n = 2a \Sigma \frac{Z_n}{2n+1} - \Sigma \frac{Y_n}{2n+1}.$$

Raccogliendo ed eguagliando le funzioni sferiche di egual grado, si ha:

$$(n+1) Y_n = a Z_n.$$

La (4) dimostra che Z_0 dev'essere nulla; e quindi tale sarà pure Y_0 sicchè le (10) potranno scriversi:

$$U = \sum_1^\infty Y_n; \qquad \frac{\partial U}{\partial n} = \frac{1}{a} \sum_1^\infty (n+1) Y_n.$$

3. — Sostituiamo queste espressioni nelle (5) (7), dove, nel nostro ordine d'approssimazione, possiamo anche porre, indicando con θ la colatitudine geocentrica del punto Q:

$$\varphi = \frac{1}{2}\,\omega^2 . a^2 . \operatorname{sen}^2\theta\,, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial n} = -\,\omega^2 . a . \operatorname{sen}^2\theta\,, \qquad \cos(\mathrm{R}n) = -1$$

$$\frac{1}{\mathrm{R}^2} = \frac{1}{a^2}\,(1 - 2\alpha t).$$

Avremo:

$$(11)\quad \begin{cases} f\dfrac{\mathrm{M}}{a}\,(1 - 2\alpha t) + \alpha f \sum\limits_1^\infty (n+1)\,\mathrm{Y}_n - \omega^2 a^2 \operatorname{sen}^2\theta - ag = \sigma \\[2ex] f\dfrac{\mathrm{M}}{a}\,(1 - \alpha t) + \alpha f \sum\limits_1^\infty \mathrm{Y}_n + \dfrac{1}{2}\,\omega^2 a^2 \operatorname{sen}^2\theta - w_0 = 0. \end{cases}$$

Sviluppiamo anche t e g in serie di funzioni sferiche ponendo

$$(12)\qquad t = \sum_0^\infty \mathrm{T}_n\,; \qquad g = \mathrm{G}_0\left(1 - \alpha \sum_1^\infty \mathrm{H}_n\right),$$

dove G_0 è una costante (gravità *media* alla superficie). Osservando che l'espressione $\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2\theta$ è funzione sferica di 2° grado, sarà facile in ciascuna delle (11) uguagliare a zero la somma delle f^{i}. sf^{e}. di egual grado. Si otterranno così, per ogni valore di n, due equazioni fra G_n, Y_n, T_n fra le quali eliminando Y_n si ottiene, per valori di n diversi da *zero* e da *2:*

$$(13)\qquad \mathrm{G}_0\mathrm{H}_n = (n-1)\,f\frac{\mathrm{M}}{a^2}\,\mathrm{T}_n.$$

Per $n = 2$ si ha invece:

$$(14)\qquad \alpha\,\mathrm{G}_0\mathrm{H}_2 = \alpha f\frac{\mathrm{M}}{a^2}\,\mathrm{T}_2 + \frac{5}{2}\,\omega^2 a\left(\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2\theta\right).$$

Per $n = 0$ la prima della (11) dà poi:

$$(15)\qquad \mathrm{G}_0 = f\frac{\mathrm{M}}{a^2}\,(1 - 2\alpha\,\mathrm{T}_0) - \frac{1}{3}\,\omega^2 a.$$

Posto:

$$\frac{\omega^2 a^3}{f\mathrm{M}} = c\,,$$

la (14) può anche scriversi, nel nostro ordine d'approssimazione

$$\alpha \mathrm{H}_2 = \alpha \mathrm{T}_2 + \frac{5}{2}\, c \left(\frac{1}{3} - \operatorname{sen}^2 \theta \right).$$

(Se, in particolare, la superficie S è un ellissoide di rivoluzione si può, colla nostra approssimazione, porre

$$\mathrm{T}_2 = \frac{\epsilon}{\alpha} \operatorname{sen}^2 \theta$$

dove ϵ è lo schiacciamento, e $\mathrm{T}_n = 0$ per $n > 2$. Allora si ha (*):

$$g = \mathrm{G}_0 (1 + \alpha \mathrm{H}_2) = \mathrm{G}_0 \left\{ 1 + \frac{5}{6}\, c - \left(\frac{5}{2}\, c - \epsilon \right) \operatorname{sen}^2 \theta \right\}$$

e da queste relazioni si deduce tosto il notissimo teorema di Clairaut).

Sostituendo nella seconda delle (12) le espressioni trovate per le H abbiamo

$$g = \mathrm{G}_0 \left[1 + \frac{5}{6}\, c\, (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \theta) \right] + \alpha f \frac{\mathrm{M}}{a^2} \sum_2^\infty (n - 1)\, \mathrm{T}_n;$$

e dalle (15), colla stessa approssimazione:

$$\mathrm{G}_0 = f \frac{\mathrm{M}}{a^2} \left(1 - 2 \alpha \mathrm{T}_0 - \frac{c}{3} \right). \tag{16}$$

Ora dalla prima delle (12) pei noti teoremi sulle f^i. sf^c.,

$$\mathrm{T}_n = \frac{2n+1}{4\pi} \int \mathrm{P}_n \,.\, t \,.\, d\Omega;$$

(*) Nel caso in cui la superficie d'equilibrio sia un ellissoide si conosce, del resto, anche l'espressione esatta di g. Vedi " Rendiconti R. Accademia dei Lincei ", fasc. 4° e 5° del 1° semestre 1894.

Quindi

$$g = f\frac{M}{a^2}\left(1 + \frac{c}{3} - \frac{5}{2}\,c\,\mathrm{sen}^2\theta\right) +$$

$$+ \frac{\alpha f M}{4\pi a^2}\int t\left(\sum_2^\infty (2n+1)(n-1)\,.\,P_n\right)d\Omega$$

formola la quale esprime il valore della gravità, in funzione dei valori di t.

4. — Più interessante è la operazione inversa; determinare cioè t data che sia g in ogni punto della superficie. Osserviamo prima di tutto che nella espressione di $t = \sum_1^\infty T_n$ possiamo sempre supporre $T_1 = 0$. Questo esige che sia $Y_1 = 0$, e sarebbe facile dimostrare che il porre $Y_1 = 0$ equivale a far coincidere il centro della sfera S_1 col centro di gravità della massa.

Avremo allora, tenendo conto delle (13) (14)

$$(17)\quad \alpha f\frac{M}{a^2}\,t = \alpha f\frac{M}{a^2}\,T_0 - \frac{5}{2}\,\omega^2 a\left(\frac{1}{3} - \mathrm{sen}^2\theta\right) + \alpha\,G_0\sum_2^\infty \frac{H_n}{n-1}$$

e dalla seconda delle (12):

$$\alpha G_0 H_n = \frac{2n+1}{4\pi}\int g\,P_n\,d\Omega.$$

Il valore T_0 si deduce dalla (15). Si ha colla solita approssimazione

$$\alpha T_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{a^2}{4\pi f M}\int g\,d\Omega\right) - \frac{c}{6}\,.$$

Quindi finalmente:

$$(18)\qquad \alpha t = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{a^2}{4\pi f M}\int g\,d\Omega\right) - \frac{c}{6} +$$

$$+ \frac{a^2}{4\pi f M}\int g\left(\sum_2^\infty \frac{2n+1}{n-1}\,P_n\right)d\Omega.$$

Questa formola risolve il problema di determinare la superficie di livello, dati i valori della gravità sulla superficie stessa.

5. — Si consideri ora una superficie S′ prossima alla S e sia

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{a}(1 - \alpha t - \alpha \,.\, \Delta t)$$

l'equazione di essa; Δt è una nuova funzione delle coordinate geocentriche. La distanza normale delle due superficie S, S′ in un punto qualsiasi sarà, nel nostro ordine d'approssimazione:

$$N = \alpha \,.\, a \,.\, \Delta t \tag{19}$$

(positiva laddove la S′ è esterna alla S). Se la superficie S′ si considera come novella superficie d'equilibrio, e, in questa ipotesi, si chiama $g + \Delta g$ il valore della gravità in un punto qualunque della S′, la relazione (18) sarà ancora verificata, ove si mutino g e t in $g + \Delta g$ e $t + \Delta t$. Sottraendo si avrà pertanto, tenuto conto della (19),

$$\frac{N}{a} = \frac{a^2}{4\pi f M}\left\{ -\frac{1}{2}\int \Delta g \,.\, d\Omega + \int \Delta g \left(\sum_2^\infty \frac{2n+1}{n-1} P_n \right) d\Omega \right\},$$

od anche colla stessa approssimazione:

$$N = -\frac{a}{8\pi G_0}\int \Delta g \,.\, d\Omega + \frac{a}{4\pi G_0}\int \Delta G \left(\sum_2^\infty \frac{2n+1}{n-1} P_n \right) d\Omega. \tag{20}$$

Ora si ha:

$$\frac{2n+1}{n-1} P_n = 2 P_n + 3 \Sigma \frac{P_n}{n-1}. \tag{21}$$

Chiamiamo d la distanza di un punto A situato sopra una sfera di raggio 1 da un punto B intorno alla sfera alla distanza x dal centro, e diciamo γ l'angolo fra i raggi che vanno ai punti A e B. Avremo:

$$d = \sqrt{1 + x^2 - 2x\cos\gamma}\,, \qquad \frac{1}{d} = 1 + x\cos\gamma + \sum^{\infty} x^n P_n$$

$$\int_0^x \left(\frac{1}{d} - 1 - x\cos\gamma\right)\frac{dx}{x^2} = \sum_2^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n-1} P_n\,;$$

e ponendo $x = 1$:

$$\sum_2^{\infty} P_n = \frac{1}{2\,\mathrm{sen}\frac{\gamma}{2}} - 1 - \cos\gamma$$

$$\sum_2^{\infty} \frac{P_n}{n-1} = \int_0^1 \left(\frac{1}{d} - 1 - x\cos\gamma\right)\frac{dx}{x^2}\,.$$

Eseguita l'integrazione a destra e tenuto conto della (21) si ha

$$\sum_2^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n = \mathrm{cosec}\,\frac{\gamma}{2} + 1 - 5\cos\gamma - 6\cos\frac{\gamma}{2} -$$

$$- \log\left(\mathrm{sen}\,\frac{\gamma}{2} + \mathrm{sen}^2\,\frac{\gamma}{2}\right).$$

Sostituendo nella (20), si ha la formola di Stokes per calcolare le *deviazioni* lineari N del Geoide rispetto ad una superficie nota di riferimento (S), quando siano conosciute le *anomalie* (Δg) che la gravità osservata alla superficie del Geoide presenta rispetto ai valori teorici (g) che competono alla S. Stokes dedusse la detta formola nell'ipotesi che il valore medio delle anomalie Δg fosse nullo; per modo che manca, nel risultato dato da lui, il primo termine del 2° membro della (20). Egli suppone che la superficie S di riferimento sia un ellissoide e fa uso dello sviluppo della funzione potenziale per potenze negative del raggio vettore.

6. Al n° 3 abbiamo, in via d'approssimazione, trasformata la relazione (8) che lega la funzione U alla sua derivata normale, sostituendo alla vera espressione della distanza r di due punti della superficie S, quella della distanza di due punti della sfera di raggio a. È bene dimostrare che effettivamente, come abbiamo affermato, le quantità così trascurate sono piccole dell'ordine di α e ω^2.

Osserviamo innanzi tutto che, il raggio a essendo arbitrario, possiamo supporlo tale che i valori della t siano tutti negativi, vale a dire che la sfera S_1 sia tutta esterna alla S. Indichiamo con Q' il punto qualunque della S, intorno al quale è preso l'elemento dS nella formola (8) e siano q, q' i punti in cui la S_1 è incontrata dai raggi CQ, CQ′ prolungati e chiamiamo U_1, $\frac{\partial U_1}{\partial R}$; U'_1, $\frac{\partial U'_1}{\partial R}$ i valori della U e della sua derivata secondo il raggio vettore, nei punti q, q' rispettivamente. Indicando con r_1, la distanza qq' ed applicando la formola (8) alla superficie S_1 avremo esattamente:

$$U_1 = -\frac{1}{2\pi}\int \frac{1}{r_1}\left(\frac{\partial U'_1}{\partial R} + \frac{U'_1}{2a}\right) d\Omega \tag{22}$$

poichè per la sfera si ha $\frac{\partial}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial R}$, ed esternamente $\Delta_2 U = 0$.

Di più, U essendo il valore della funzione nel punto Q e la distanza Qq essendo $= -a\alpha t$, abbiamo

$$U = U_1 + a\alpha t\left(\frac{\partial U}{\partial R}\right)_m \tag{23}$$

dove $\left(\frac{\partial U}{\partial R}\right)_m$ è il valore che assume la derivata $\frac{\partial U}{\partial R}$ in un punto compreso fra Q e q. D'altra parte, colle notazioni ora adottate, il 2° membro della (9) va scritto così:

$$\frac{a^2}{2\pi}\int \frac{1}{r_1}\left(\frac{\partial U'}{\partial n} - \frac{U'}{2a}\right) d\Omega = U^*.$$

Quindi, tenuto conto delle (22) (23), l'errore commesso col sostituire il 2° membro della (9) a quello della (18) è

$$U - U^* = a\alpha t\left(\frac{\partial U}{\partial R}\right)_m - \tag{24}$$

$$- \frac{a^2}{2\pi}\int \frac{1}{r_1}\left(\frac{\partial U'_1}{\partial R} + \frac{\partial U'}{\partial n} + \frac{U'_1 - U'}{2a}\right) d\Omega.$$

Si ha poi, indicando con t' il valore della t punto nel Q':

$$(25)\qquad \begin{cases} U' = U'_1 + a\alpha t' \left(\dfrac{\partial U'}{\partial R}\right)_m, \\ \dfrac{\partial U'}{\partial R} = \dfrac{\partial U'_1}{\partial R} + a\alpha t' \left(\dfrac{\partial^2 U'}{\partial R^2}\right)_m; \end{cases}$$

e se $d\rho$, $d\sigma$ sono due elementi lineari ortogonali tracciati sulla S pel punto qualunque Q, si ha

$$(26)\qquad \frac{\partial U}{\partial R} = \frac{\partial U}{\partial n}\cos(Rn) + \frac{\partial U}{\partial \rho}\cos(R\rho) + \frac{\partial U}{\partial \sigma}\cos(R\sigma).$$

In particolare supponendo, il che è sempre lecito, che l'elemento $d\sigma$ sia ortogonale al raggio R

$$\cos(R\sigma) = 0 \qquad \cos(R\rho) = \pm \operatorname{sen}(Rn).$$

Ora derivando rispetto a ρ le (6) e (7) abbiamo:

$$\cos(R\rho) = \alpha \frac{R^2}{a} \frac{\partial t}{\partial \rho},$$

$$-f\alpha \frac{M}{a} \frac{\partial t}{\partial \rho} + \alpha f \frac{\partial U}{\partial \rho} + \omega^2 D \cos(D\rho) = 0$$

quindi posto

$$(Rn) = 180 - \epsilon$$

$$(27)\qquad \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial U}{\partial n} = \alpha M \left(\frac{R}{a} \cdot \frac{\partial t}{\partial \rho}\right)^2 -$$

$$- \omega^2 D \frac{R^2}{af} \frac{\partial t}{\partial \rho} \cos(D\rho) + 2 \frac{\partial U}{\partial n} \operatorname{sen}^2 \frac{\epsilon}{2}$$

dove ϵ è una quantità piccola dell'ordine di α, data da

$$\operatorname{sen} \epsilon = \pm \alpha \frac{R^2}{a} \frac{\partial t}{\partial \rho}.$$

Tenuto conto che le derivate $\frac{\partial U}{\partial R}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}$, $\frac{\partial U}{\partial \rho}$, e quindi

anche la $\frac{\partial t}{\partial \rho}$ hanno dovunque valori finiti, le formole (25) e (27) dimostrano che la quantità dentro parentesi sotto il segno integrale del 2° membro della (24) è in ogni caso minore, in valore assoluto, di una quantità esprimibile con

$$\alpha H + \omega^2 K,$$

dove H e K sono quantità finite indipendenti da α e da ω^2. Quindi la (24) ci dà

$$\left| U - U^* \right| < 2\alpha a^2 H + 2\omega^2 a^2 K + a\alpha \left| t \left(\frac{\partial U}{\partial R} \right)_m \right|$$

il che dimostra quanto volevamo provare.

Sulla rigenerazione dell'epitelio muciparo del tubo gastro-enterico degli anfibi;

Nota del Dott. CESARE SACERDOTTI.

In un mio lavoro pubblicato nel 1894 (1) ho studiato lo sviluppo delle cellule mucipare del tubo gastro-enterico dei mammiferi durante la vita endouterina. Ho eseguito tali ricerche nei feti di bue ed ho potuto dimostrare che la differenziazione delle cellule mucipare nella vita embrionaria ha luogo molto presto (già nel feto di bue lungo cm. 3,5 si ha un primo accenno alla produzione di muco) ed inoltre ho verificato che, come Bizzozero (2) aveva dimostrato per gli animali adulti, anche nel

(1) C. Sacerdotti, *Ueber die Entwickelung der Schleimzellen des Magendarmkanales;* " Int. Monatschrift f. Anat. u. Phys. „, 1894, Bd. XI, Heft 12 e " Archives italiennes de Biologie „, tome XXIII, f. I-II.

(2) G. Bizzozero, *Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico.....* Note 1 a 7. " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino „, 1888, 1892 e 1893, vol. XXIV, XXVII e XXVIII e " Arch. f. Mikr. Anat. „, Bd. XXXIII, XL, XLII.

feto, gli elementi mucipari si presentano in via di scissione cariocinetica quando già contengono muco. Era questo un altro contributo da aggiungersi ai numerosi di Bizzozero tendenti a dimostrare la specificità delle cellule mucipare del tubo gastro-enterico.

Ma appunto nelle ricerche di Bizzozero è fatto cenno ad una questione ancora non risolta, se, cioè, negli anfibî le cellule mucipare derivino da elementi già specificati o da cellule indifferenti. Infatti, nella descrizione che Bizzozero dà dell' intestino del tritone si esprime così: " non mi venne fatto di de- " terminare se esistessero due specie di mitosi, l'una per l'epi- " telio protoplasmatico, l'altra per le cellule mucose. Su questo " punto, però, non mi sono gran fatto soffermato „ (1). — Scopo delle ricerche di cui qui espongo i risultati era appunto di colmare questa lacuna.

Anche in questo lavoro, come nell'altro suaccennato, quale metodo di ricerca, mi servì della fissazione dei pezzi freschissimi in liquido di Hermann e della colorazione con ematossilina e safranina, seguita da lavatura in alcool acidulato con acido cloridrico. Con questo metodo si mettono in piena evidenza le mitosi, colorate in rosso dalla safranina e si ha costantemente ed esclusivamente colorata in violetto-azzurro, dalla ematossilina, la sostanza mucosa. I preparati che in tal modo si ottengono sono così chiari e dimostrativi da rendere perfettamente inutile il ricorrere ad altri espedienti, i quali, specialmente in questi ultimi tempi, numerosi furono suggeriti per la colorazione specifica del muco.

Eseguì questo mio studio sull'esofago e sullo stomaco della rana e sull'intestino posteriore del tritone.

Esofago e stomaco della rana.

Nella rana la faringe conduce, senza linea di demarcazione apprezzabile, nell'esofago, che è molto breve; nè demarcazione

---

(1) G. Bizzozero, *Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico...* Nota 3ª, pag. 25. " Atti della R. Acc. delle scienze di Torino „, 1892, vol. XXVII.

netta esiste tra questo e il sacco stomacale. Accenna al principio dello stomaco un leggero strozzamento e una inflessione del tubo sul lato sinistro. All'esame microscopico si vede che limiti recisi tra esofago e stomaco non esistono nemmeno per quanto riguarda la disposizione ed i rapporti dei singoli elementi.

È noto che nella mucosa dell'esofago esistono numerose e grosse ghiandole acinose che per struttura sono simili alle salivali dei vertebrati superiori. Queste ghiandole sono costituite da elementi di varia natura, cioè, in parte da cellule a protoplasma granuloso, nel quale tra delicati granuli ne esistono di grossi che si colorano in nero con l'acido osmico, in parte da cellule che hanno un contenuto chiaro che si colora leggermente in azzurro-violetto nei pezzi fissati in liquido di Hermann e colorati con ematossilina, che hanno, cioè, un contenuto mucoso. Non è mio compito addentrarmi nelle particolarità di struttura e di funzione di tali ghiandole, ho dovuto solo farne cenno perchè le cellule mucipare che contengono, come si vedrà, non sono da confondersi con gli elementi mucipari dell' epitelio di rivestimento, dei quali ora specialmente devo interessarmi.

L'epitelio di rivestimento dell'esofago appartiene alla classe degli epitelî cilindrici ed è noto che consta di due specie di cellule, le une a ciglia vibratili, le altre mucipare caliciformi: queste ultime hanno, di regola, il prodotto di secrezione che occupa quasi tutto il corpo cellulare, di guisa che il nucleo resta schiacciato alla base dell'elemento sotto forma di ciotola o di cono.

Man mano che procediamo verso lo stomaco vediamo intervenire graduali modificazioni tanto nelle ghiandole quanto nell'epitelio di rivestimento. Le ghiandole si fanno più numerose e contemporaneamente più piccole, pur conservando sempre le due specie di epitelio, quello muciparo occupa sempre la porzione più vicina allo sbocco della ghiandola. Queste ghiandole, ridotte a pochi tubuli confluenti in una specie di dotto escretore, sono così numerose da costituire, nel limite tra stomaco ed esofago, uno strato continuo. In questa regione l'epitelio di rivestimento consta tuttavia di elementi vibratili e mucipari, ma questi ultimi, in generale, hanno aspetto differente da quello delle cellule della porzione anteriore dell'esofago, il loro secreto non distende la teca in modo da schiacciare il nucleo alla base

della cellula, per cui il nucleo in questi elementi appare ovale e queste cellule sono di tal modo simili a quelle dell' epitelio muciparo dell'intestino delle rane e dei tritoni, ne differiscono solo perchè, di norma, tra la teca e il nucleo manca quel tratto di corpo cellulare che non contiene muco e che Bizzozero (1) chiama tratto intercalare (fig. 1 *a*). L'epitelio di rivestimento non costituisce più uno strato così continuo come nella regione anteriore, perchè rimane interrotto molto di frequente dagli sbocchi delle ghiandole, col cui epitelio insensibilmente si continua.

Procedendo ancora verso lo stomaco, vediamo che le ghiandole si sono fatte ancora più piccole e semplici in modo da costituire dei tubuli la cui porzione profonda consta di cellule granulose e quella vicina allo sbocco di cellule mucipare. Contemporaneamente nell' epitelio di rivestimento è andato man mano diminuendo il numero degli elementi a ciglia vibratili, che restano rappresentati da qualche rara cellula sparsa qua e là; l'epitelio muciparo ha pure mutato aspetto e la configurazione d'insieme di una sezione di mucosa è pure modificata in relazione alla modificazione che hanno subìto le ghiandole.

Se si studiano porzioni successive, si vede, in fine, che le ghiandole diventano schiettamente tubulari semplici, di queste solo qualcuna ha, verso lo sbocco, epitelio muciparo, e nell'epitelio di rivestimento non si trovano più assolutamente cellule vibratili, ma esclusivamente cellule mucipare, che costituiscono un unico strato molto regolare che riveste la superficie libera della cavità gastrica e le fossette entro le quali sboccano, o isolate o a gruppi di due o tre, le ghiandole.

Questa disposizione, poi, si continua per tutta la cavità gastrica fino al piloro.

Veniamo ora alla descrizione della rigenerazione degli elementi, incominciando da quello dell'esofago.

Per l'epitelio di rivestimento dell'esofago ho potuto stabilire che nell'animale a perfetto sviluppo, per quanto non adulto, la rigenerazione deve essere molto lenta, perchè in questa re-

---

(1) G. Bizzozero, *Sulle ghiandole tubulari del tubo gastro-enterico...* Nota 3ª e 4ª. " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", 1892, vol. XXVII.

gione vidi poche cellule in scissione cariocinetica anche in esemplari che presentavano numerosissime mitosi in altre regioni del tubo gastro-enterico. Tuttavia ho potuto vedere che la rinnovazione degli elementi avviene per scissione di cellule che stanno tra elementi adulti e che non raggiungono, in generale, colla loro estremità la superficie libera; in oltre, e questo è quanto maggiormente interessa per l'argomento che mi ero prefisso di studiare, ho veduto che *esistono due classi di mitosi, una di cellule chiare, dalle quali si svolgeranno le cellule a ciglia vibratili ed una di cellule contenenti muco che si svilupperanno in elementi caliciformi.* A questo riguardo riuscirono specialmente interessanti dei preparati allestiti dal punto intermedio tra esofago e stomaco propriamente detto, nei quali rimase perfettamente conservata la struttura granulare del muco e i granuli di muco di qualche elemento in mitosi apparvero intimamente frammisti ai fili cromatici, come si vede nella fig. 1 *b*.

Quanto allo stomaco, l'epitelio delle fossette e quello che con questo si continua e riveste la superficie libera assomiglia molto all'epitelio cilindrico muciparo che riveste la superficie libera dello stomaco dei mammiferi; la sostanza mucosa che contiene si colora intensamente con l'ematossilina nei pezzi fissati dal liquido di Hermann e non ha quell'aspetto spiccatamente granuloso del muco delle cellule della porzione più vicina all'esofago. Le cellule in discorso hanno forma diversa a seconda che si considerano al fondo della fossetta o sulla superficie libera, ma è facile persuadersi che queste modificazioni sono essenzialmente da riferirsi ad un adattamento topografico. Infatti, nel fondo delle fossette hanno forma di piramidi tronche con la base rivolta verso il connettivo, un po' più in alto assumono aspetto prismatico, sulla superficie libera, infine, hanno forma di piramide con l'apice rivolto al connettivo e procedendo dal fondo della fossetta questi elementi vanno man mano facendosi più lunghi; per tutti gli altri caratteri devono considerarsi cellule affatto simili tra loro. Queste cellule contengono un nucleo ovale che occupa circa il centro della cellula, il corpo cellulare, poi, presenta la porzione che sta tra il nucleo e il connettivo della mucosa costituita da un protoplasma omogeneo, la porzione che sta tra il nucleo e la superficie libera occupato dal blocco di muco di cui ho già tenuto parola; la teca che con-

tiene il muco ha forma molto regolare, presso a poco semisferica ed il muco sembra faccia alquanto procidenza verso l'esterno tanto che in sezione, come appare dalla fig. 2, il profilo della serie di cellule assume aspetto regolarmente a dentello.

Relativamente alla rigenerazione di questi elementi sono due i quesiti che si presentano: le cellule di ricambio sono cellule indifferenti o sono già funzionanti? dove si trovano le forme di sviluppo? — In risposta al primo quesito ho verificato che *le cellule nuove derivano sempre da scissione cariocinetica di cellule che già contengono muco.* Queste cellule in mitosi, in qualche esemplare si trovano numerosissime, come, per esempio, in quello del quale allestii il preparato che è fedelmente copiato nella fig. 2 *a*. In questi casi, nei quali è possibile in un campo microscopico a medio ingrandimento vedere 6—7 e più cellule epiteliali cilindriche in mitosi, non mi avvenne mai di vedere una di tali cellule in cui non esistesse muco. — In risposta al secondo quesito, che riguarda la posizione di queste forme di sviluppo, ho potuto persuadermi, come appare già dall' esame della fig. 2, che *anche nella rana,* come nel cane ha descritto Bizzozero (1), *il numero maggiore di mitosi dell'epitelio cilindrico si trova veramente nel fondo delle fossette.* Per altro, specialmente in quegli animali, nei quali la rigenerazione appare molto attiva, non è del tutto raro trovare elementi mucipari in via di scissione anche tra l'epitelio superficiale. Questi elementi si presentano globosi ed innicchiati tra due cellule adulte. Si deve quindi ammettere che *tra l'epitelio adulto esistano anche degli elementi giovani, delle vere cellule di ricambio, che tuttavia contengono sempre muco.*

Nell'esemplare di rana che mi fornì i preparati più ricchi di mitosi mucipare, esistevano pure, per quanto molto più scarse, mitosi nell'epitelio granuloso delle ghiandole gastriche (fig. 2 *c*). Queste mitosi apparivano, di norma, verso il fondo della ghiandola, ma alcune anche più in alto, non posso quindi dire se nella ghiandola stessa esista una posizione fissa quale centro formativo, tanto più considerando che certe ghiandole non con-

---

(1) G. Bizzozero, *Sulle ghiandole tubulari...* Nota 3ª. " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, 1895, vol. XXVII.

stano che di pochi elementi. Nè io mi sono poi molto soffermato a studiare se nell'animale adulto gli elementi ghiandolari continuino a riprodursi, giacchè questo mi avrebbe trascinato in un altro campo di ricerche. Comunque ho creduto opportuno di riferire questo reperto, non essendo privo d'interesse dimostrare come, a lato di elementi mucipari in via di scissione, esistano pure elementi non mucipari che stanno moltiplicandosi.

Nella rapida descrizione che ho fatto dell' epitelio delle ghiandole esofagee e gastriche ho accennato alla presenza di cellule contenenti una secrezione che, per la caratteristica colorazione che assume dalla ematossilina, previa fissazione in liquido di Hermann, si appalesa di natura mucosa; mi preme ora far notare che credo di poter escludere che esista alcun rapporto genetico tra questi elementi e quelli, pure mucipari, che rivestono le fossette gastriche e la superficie libera, rapporto che si potrebbe sospettare per la posizione reciproca che questi elementi hanno tra di loro. Le ragioni che mi inducono a questa esclusione sono parecchie: innanzi tutto il volume delle cellule mucipare ghiandolari è maggiore di quello delle cellule cilindriche più superficiali e mal si comprenderebbe che forme giovani di sviluppo fossero più voluminose di forme adulte; inoltre, nell'epitelio ghiandolare il prodotto di secrezione occupa tutta la cellula, e nell'epitelio di rivestimento, invece, la sostanza mucosa è ridotta al solo terzo esterno del corpo cellulare; differiscono ancora notevolmente tra loro per la natura di questo prodotto di secrezione, giacchè, il muco dell'epitelio di rivestimento assume intensamente il colore dell'ematossilina, colorandosi in una tinta violaceo-grigia, quello delle ghiandole, invece, assume, trattato con l'ematossilina una tinta violetta molto chiara (1). In fine mi sembra argomento decisivo il fatto che nelle cellule mucipare delle ghiandole non vidi mai mitosi e che invece trovai numerosissime le mitosi nelle cellule del fondo delle fossette, che, per la forma e per la natura del prodotto di secrezione, mi apparvero affatto simili alle cellule rivestenti la superficie libera.

Intestino del tritone.

Per estendere le mie ricerche anche al tritone, ho dato la preferenza all'intestino, e più specialmente alla porzione posteriore vicina alla cloaca, perchè nell'intestino di questo anfibio i rapporti tra le diverse specie di epitelio furono con speciale cura descritti da Bizzozero (1). Per questo motivo, appunto, io sarò molto breve nella descrizione de' miei reperti.

Ho potuto pienamente confermare le particolarità di forma e di disposizione dell' epitelio protoplasmatico e del muciparo descritte da Bizzozero ed ho visto che precisamente nei germogli di cellule epiteliali che si spingono nel connettivo della mucosa intestinale si trovano frequentissime le scissioni cariocinetiche, così come quelle forme cellulari che, contenendo un piccolo blocco di sostanza mucosa, erano state giustamente interpretate da Bizzozero come forme mucipare giovani. Scopo precipuo delle mie ricerche era appunto di stabilire se questi elementi giovani si fornivano di muco dopo aver perduta la attività produttiva o pure se continuavano a riprodursi anche quando erano diventati elementi funzionanti. Quindi fissai la mia attenzione specialmente in questi germogli e vidi che effettivamente *è frequente trovare delle bellissime forme cariocinetiche di cellule già contenenti dei granuli di muco*, specialmente se si studia l'intestino di un animale giovane e che sia appena stato raccolto, di primavera. In queste condizioni le scissioni nucleari sono molto abbondanti tanto nelle cellule protoplasmatiche come nelle mucipare. Il muco delle cellule intestinali del tritone ha struttura spiccatamente granulosa, come già descrisse Bizzozero, e in modo molto evidente nelle forme di sviluppo che si trovano nei germogli di cui è qui parola, or bene, questa struttura granulare, che si conserva molto chiara anche nei pezzi fissati in liquido di Hermann, è molto utile per assicurarsi che la cellula in scissione è realmente mucipara, potendosi in via

---

(1) È noto che col nome di *muco* si descrivono delle sostanze non ben definite chimicamente e che hanno solo certi caratteri tra loro comuni.

assoluta escludere che il blocco di muco appartenga ad altra cellula, per ciò che, come ho già descritto anche nell' epitelio gastro-esofageo della rana, anche qui si veggono i granuli di muco frammisti alle anse cromatiniche del nucleo (fig. 3 *a*).

Ma dallo studio di Bizzozero sull'intestino del tritone risulta che non tutte le forme di sviluppo delle cellule epiteliali si trovano raggruppate negli speciali nidi cellulari su accennati. In molte regioni dell'intestino, nei fornici che stanno tra le pliche che fa la mucosa, l'epitelio è stratificato, in modo che tra le estremità profonde delle cellule cilindriche che coll'altra estremità raggiungono la superficie libera, stanno innicchiate altre cellule che sono veri elementi di ricambio, elementi talora così numerosi da costituire un vero strato continuo. Tra questi elementi Bizzozero descrive delle cellule che contengono un piccolo blocchetto di muco, che quindi sono mucipare in via di sviluppo, e descrive pure numerose le mitosi in cellule protoplasmatiche. Or bene, io ho riscontrato anche tra questi elementi parecchie figure cariocinetiche contenenti muco. La cellula che ho disegnato nella fig. 4 *a* appartiene ad un preparato nel quale, avendo io fatto delle sezioni seriate dello spessore di circa 5—7 μ, ho potuto seguire in tre sezioni l'elemento in scissione ed ho visto che in tutte tre le sezioni, vicino al nucleo, stava il blocchetto di muco; quindi, anche in questo caso, si aveva la certezza che il muco apparteneva alla cellula in esame.

Adunque, *il modo normale di sviluppo degli elementi mucipari dell'intestino del tritone è da moltiplicazione di elementi giovani che già secernono muco e che si trovano o tra le cellule di ricambio dello strato profondo dell'epitelio o in speciali germogli epiteliali che si spingono nel connettivo della mucosa.* Ma, in via eccezionale gli elementi mucipari possono avere origine anche da cellule che hanno già raggiunto l'aspetto di elementi adulti e che si sono già spostate verso il lume intestinale. Nella fig. 5 ho disegnato appunto un elemento, nel quale il nucleo si trova in mitosi e immerso in un grosso blocco di muco. Ho detto che questa è però una cosa affatto eccezionale, infatti, nei miei numerosissimi preparati, nei quali erano assai frequenti le cariocinesi mucipare nei germogli e negli strati profondi dell'epitelio, *una sola volta trovai mitosi mucipara dell'epitelio superficiale,* appunto in quella cellula che ho fedelmente riprodotta. Questa, che

potremo dire, anomalia, si spiega, a mio credere, col fatto che, trattandosi di un animale in cui l'attività proliferativa dell'epitelio intestinale era grandissima, avessero già raggiunto la superficie, perchè spinte dalle altre cellule formatesi nei germogli, delle cellule che, pure avendo uno sviluppo individuale ragguardevole, non avevano perduta ancora l'attività rigenerativa. Questa eccezione, del resto, trova riscontro nelle rare mitosi di cellule superficiali protoplasmatiche descritte, pure nel tritone, da Bizzozero.

Mi sembra che le ricerche di cui ho qui esposto brevemente il risultato dimostrino che anche negli anfibî, almeno nelle parti studiate (esofago e stomaco della rana, intestino del tritone), le cellule mucipare del tubo gastro-enterico si riproducono da elementi che già hanno acquistata la funzione secretoria del muco, e che il loro centro di formazione, come per l'epitelio non muciparo, è negli strati profondi, dai quali poi gli elementi neoformati subiscono uno spostamento verso la superficie libera, spostamento dovuto, da un lato, alla desquamazione dell'epitelio superficiale vecchio, dall'altro, alla spinta che agli elementi giovani dànno quelli ancor più giovani che man mano si producono al di sotto di essi.

Queste mie ricerche, adunque, sono una nuova conferma dei due principî fondamentali di Bizzozero, da me già riconosciuti esatti nel succitato mio lavoro sull'intestino dell'embrione, che *le cellule mucipare del tubo gastro-enterico sono elementi veramente specifici e che gli epitelî intestinali non si riproducono, di norma, nel luogo dove noi li troviamo quando sono a sviluppo perfetto.*

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

(I disegni furono eseguiti con la camera lucida di Abbe. Microscopio di Zeiss).

Fig. 1. Epitelio di rivestimento di porzione intermedia tra esofago e stomaco di rana — *a*, cellule mucipare adulte — *b*, cellula mucipara in mitosi — *c*, cellula chiara il cui nucleo si presenta molto ricco in cromatina (primo stadio di mitosi) — ob. E, oc. II, ingr. 390 diam.

Fig. 2. Mucosa dello stomaco di rana molto lontano dall'esofago — *a*, mitosi in cellule dell'epitelio cilindrico muciparo — *b*, mitosi in cellula granulosa di ghiandola — ob. D, oc. II, ingr. 240 diam.

Fig. 3. Mucosa di intestino posteriore di tritone — *a*, mitosi in cellula mucipara di un germoglio epiteliale — *b*, cellula mucipara adulta — ob. D, oc. II, ingr. 240 diam.

Fig. 4. Mucosa di intestino posteriore di tritone — *a*, mitosi in cellula mucipara degli strati profondi dell'epitelio — *b*, cellule mucipare adulte — ob. D, oc. II, ingr. 240 diam.

Fig. 5. Mucosa di intestino posteriore di tritone — *a*, mitosi in cellula mucipara dell'epitelio superficiale — *b*, germoglio epiteliale — *c*, mitosi in cellula chiara del germoglio — ob. D, oc. II, ingr. 240 diam.

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

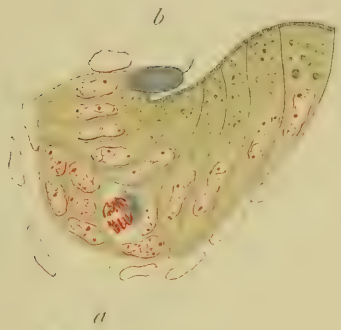


Fig. 4

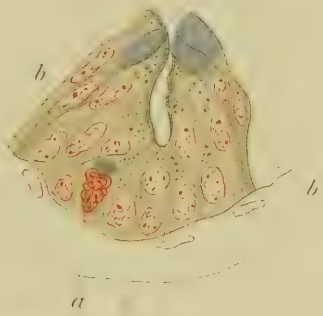
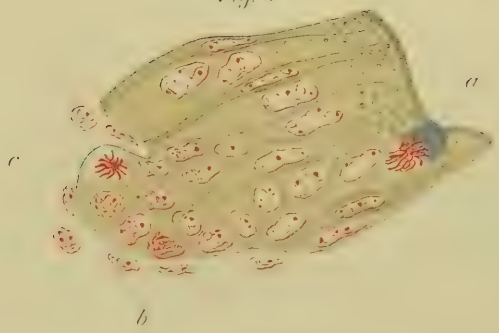


Fig. 5



C. Sacerdotti dis.

Lit. Salussolia - Torino

Sull'integrazione dell'equazione differenziale $\Delta^2 \Delta^2 = 0$.

Nota dell'Ing. EMILIO ALMANSI.

1. — Una funzione uniforme delle variabili x, y, che debba soddisfare all'equazione:

$$\Delta^2 = 0, \tag{1}$$

ossia:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = 0,$$

è determinata in tutti i punti di un'area piana quando ne sia dato il valore nei punti del contorno.

Una funzione uniforme che debba soddisfare all'equazione:

$$\Delta^2 \Delta^2 = 0, \tag{2}$$

è invece determinata in un'area piana quando, in tutti i punti del contorno, sieno dati i valori della funzione stessa, e della sua derivata rispetto alla normale (*).

Ora si può, in diversi modi, come vedremo, esprimere una

(*) Il prof. G. Lauricella, nel suo lavoro " Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate „, pubblicato quest'anno nelle Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino (s. II, vol. XLVI), risolve la questione nel caso di un contorno rettilineo, valendosi di una formula analoga a quella di Green per l'equazione di Laplace.

Il Picard, nell' " Intermédiaire des Mathématiciens „ (Febbraio 1894), propone di studiare la questione per il rettangolo. Il Mathieu (" Journal de Mathématiques „, s. II, t. XIV, 1869) la risolve per il cerchio, rappresentando però la funzione mediante una serie.

funzione Π_2, che soddisfi alla equazione (2), mediante due funzioni φ_1 ψ_1, che soddisfino all'equazione (1). E, per alcuni contorni particolari, sui quali sieno dati i valori della funzione uniforme Π_2, e della sua derivata rispetto alla normale, la determinazione della funzione Π_2, così espressa, si riduce a calcolare successivamente le due funzioni φ_1, ψ_1 conoscendosene i valori al contorno.

2. — Supponiamo da prima che l'area piana σ in cui deve determinarsi Π_2 sia racchiusa da una circonferenza, rappresentata dall'equazione:

$$x^2 + y^2 - R^2 = 0,$$

sulla quale si abbia:

$$\Pi_2 = G,$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial n} = H,$$

essendo G, H, funzioni note in tutti i punti della circonferenza stessa. Con n si è denotata la normale a questa linea diretta verso l'interno di σ.

Poniamo:

$$\Pi_2 = (x^2 + y^2 - R^2)\psi_1 + \varphi_1 \tag{3}$$

essendo φ_1, ψ_1 due funzioni uniformi che nell'area σ soddisfano all'equazione (1).

L'equazione (2) è soddisfatta. Si ha infatti:

$$\Delta^2 \Pi_2 = 4\psi_1 + 4\left(x\frac{\partial \psi_1}{\partial x} + y\frac{\partial \psi_1}{\partial y}\right),$$

e quindi:

$$\Delta^2 \Delta^2 \Pi_2 = 0.$$

Nei punti del contorno sarà:

$$\Pi_2 = \varphi_1.$$

Per conseguenza dovrà essere

$$\varphi_1 = G;$$

e questa condizione, insieme all'equazione (1), a cui la φ_1 abbiamo supposto che soddisfi, determina la funzione φ_1 in tutti i punti del cerchio σ.

Si ha poi al contorno, quando esiste $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial n} = \frac{\partial (x^2 + y^2 - R^2)}{\partial n} \psi_1 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = H.$$

Essendo la direzione positiva della normale, quella che va dall'esterno all'interno, sarà: $\frac{\partial (x^2 + y^2 - R^2)}{\partial n} = -2R$: quindi ricaveremo:

$$\psi_1 = \frac{-1}{2R} \left(H - \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \right). \tag{4}$$

Così abbiamo, al contorno, anche il valore della funzione ψ_1. Potremo dunque determinarlo in tutti i punti dell'area σ. E sostituendo nella formula (3) le funzioni φ_1, ψ_1, così ottenute, avremo determinata la funzione Π_2, che soddisfa a tutte le condizioni richieste.

Vediamo ora come viene effettivamente espressa.

Quanto alla funzione φ_1, si ha in un punto qualunque A interno all'area σ:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - r^2) G}{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \omega} \, d\omega, \tag{5}$$

nella quale r rappresenta la distanza del punto A, dal centro O del cerchio, ω l'angolo AOM, se con M s'indica il punto del contorno in cui φ_1 assume il valore G.

Da questa formula non può ricavarsi il valore di $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$, derivando direttamente sotto il segno. Per ovviare a questo inconveniente, consideriamo una funzione λ_1, che soddisfi all'equazione $\Delta^2 = 0$. Assunta la retta OA, e la retta OB, ad essa normale, come assi delle coordinate X, Y, sia:

$$\lambda_1 = G_0 + \frac{G'_0}{R} Y,$$

indicando con G_0, G'_0, due costanti finite, di cui daremo dopo il valore.

Al contorno si ha:

$$\lambda_1 = G_0 + G'_0 \operatorname{sen} \omega.$$

In un punto qualunque del piano, sarà:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - r^2)(G_0 + G'_0 \operatorname{sen} \omega)}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} d\omega,$$

e, in particolare, sulla retta OA:

$$G_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - r^2)(G_0 + G'_0 \operatorname{sen} \omega)}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} d\omega.$$

Sottraendo questa identità dall'equazione (5) e portando G_0 nel secondo membro, si ottiene la formula:

$$\varphi_1 = G_0 + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - r^2)(G - G_0 - G'_0 \operatorname{sen} \omega)}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} d\omega.$$

Se ora deriviamo rispetto ad r, poi poniamo $r = R$ e mutiamo il segno, avremo il valore della derivata di φ_1 rispetto alla normale, nel punto P, in cui la retta OA incontra il cerchio,

ogni qual volta potremo assicurarci che la quantità sotto il segno si mantiene finita. Si ottiene così

$$(6) \qquad \frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{G - G_0 - G'_0 \operatorname{sen}\omega}{1-\cos\omega}\,d\omega.$$

La quantità sotto il segno d'integrazione potrà diventare infinita soltanto per $\omega = 0$, ossia nel punto P: a meno che ivi il numeratore, e il denominatore, non diventino infinitesimi dello stesso ordine. Ora in P si annulla $1 - \cos\omega$, e la sua derivata prima. Lo stesso avverrà per $G - G_0 - G'_0 \operatorname{sen}\omega$, se supponiamo che sia:

$$G_{\omega=0} = G_0\,,\quad \left(\frac{\partial G}{\partial \omega}\right)_{\omega=0} = G'_0.$$

E per potere stabilire queste equazioni basterà supporre che la funzione G ammetta una derivata finita e atta all'integrazione. Attribuiti questi valori alle costanti G_0, G'_0, la formula trovata (6) sarà atta a darci il valore di $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$ nel punto P.

In un punto qualunque P′ del contorno, il valore di $\frac{\partial \varphi_1}{\partial n}$, se indichiamo con α l'angolo POP′, sarà:

$$\frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{G - G_\alpha - G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega-\alpha)}{1-\cos(\omega-\alpha)}\,d\omega,$$

ove s'intende che G_α e G'_α sono i valori di G e di $\frac{\partial G}{\partial \omega}$ nel punto P′.

Sostituendo nella formula (4), otterremo, al contorno:

$$\psi_1 = \frac{1}{2R}\left(-H + \frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{G - G_\alpha - G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega-\alpha)}{1-\cos(\omega-\alpha)}\,d\omega\right):$$

e in un punto qualunque dell'area σ:

$$\psi_1 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\frac{R^2-r^2}{2R}\left(-H + \frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{G-G_\alpha-G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega-\alpha)}{1-\cos(\omega-\alpha)}\,d\omega\right)}{R^2+r^2-2Rr\cos\alpha}\,d\alpha.$$

Si aveva poi, indicando ora con α l'angolo che nella formula (5) è indicato con ω:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - r^2)G}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha}\, d\alpha.$$

Dunque, sostituendo nell'equazione (3), che scriveremo:

$$\Pi_2 = (r^2 - R^2)\psi_1 + \varphi_1,$$

si avrà, per un punto qualunque del piano:

$$\Pi_2 = \frac{R^2 - r^2}{2\pi} \int_0^{2} \frac{-\frac{R^2 - r^2}{2R}\left(-H + \frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi} \frac{G - G_\alpha - G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega - \alpha)}{1 - \cos(\omega - \alpha)}\, d\omega\right) + G}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha}\, d\alpha.$$

Il problema, nel caso del cerchio, è dunque risoluto.

3. — Il problema si risolve, con metodo analogo, anche se l'area piana in cui deve determinarsi Π_2 è limitata da una retta. Se

$$ax + by + c = 0,$$

è la sua equazione, porremo:

$$\Pi_2 = (ax + by + c)\psi_1 + \varphi_1$$

in cui φ_1 e ψ_1 verificano l'equazione $\Delta^2 = 0$.

Si ricava:

$$\Delta^2 \Pi_2 = 2\left(a\frac{\partial\psi_1}{\partial x} + b\frac{\partial\psi_1}{\partial y}\right),$$

e quindi:

$$\Delta^2\Delta^2\Pi_2 = 0.$$

Inoltre, nei punti della retta dovrà essere:

$$\varphi_1 = G$$

$$\frac{\partial(ax + by + c)}{\partial n}\psi_1 + \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} = H.$$

Se consideriamo come direzione positiva della normale alla retta, quella che ha per coseni di direzione i rapporti $\frac{a}{r}$, $\frac{b}{r}$, essendo r il valore positivo del radicale $\sqrt{a^2+b^2}$, sarà:

$$\frac{\partial(ax+by+c)}{\partial n} = r,$$

e quindi al contorno:

$$\psi_1 = \frac{1}{r}\left(\mathrm{H} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial n}\right).$$

Così potremo calcolare prima la funzione φ_1, poi la ψ_1, come nel caso precedente.

4. — Si può risolvere il problema analogo nello spazio, quando cioè sia dato:

$$\Pi_2 = \mathrm{G}, \qquad \frac{\partial\Pi_2}{\partial n} = \mathrm{H},$$

in tutti i punti delle superficie di una sfera, entro la quale Π_2 soddisfi l'equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$, essendo $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, n la normale diretta verso l'interno. Sia

$$x^2 + y^2 + z^2 - \mathrm{R}^2 = 0,$$

l'equazione della superficie sferica. Basterà porre:

$$\Pi_2 = (x^2 + y^2 + z^2 - \mathrm{R}^2)\,\psi_1 + \varphi_1$$

in cui ψ_1 e φ_1 verificano l'equazione $\Delta^2 = 0$ perchè Π_2, così espressa, soddisfi alla equazione $\Delta^2\Delta^2 = 0$. Al contorno dovrà essere come nel caso precedente:

$$\varphi_1 = \mathrm{G}$$

$$\psi_1 = \frac{1}{2\mathrm{R}}\left(\mathrm{H} - \frac{\partial\varphi_1}{\partial n}\right)$$

quindi le due funzioni φ_1 e ψ_1 potranno ottenersi facilmente sotto certe condizioni per i valori dati al contorno.

Finalmente, se il contorno del campo in cui deve determinarsi Π_2 è il piano:

$$ax + by + cz + d = 0,$$

il problema si risolve ponendo analogamente

$$\Pi_2 = (ax + by + cz + d)\psi_1 + \varphi_1,$$

in cui ψ_1 e φ_1 soddisfano l'equazione $\Delta^2 = 0$.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 14 Giugno 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Claretta, Direttore della Classe, Peyron, Manno, Pezzi, Nani, Perrero e Ferrero Segretario.

Il Socio Segretario, fra le pubblicazioni pervenute in dono alla Classe, segnala " *Il trattato de vulgari eloquio* „ di Dante pubblicato per cura del Socio corrispondente professore Pio Rajna (Firenze, 1896) in edizione critica, che fa parte della raccolta delle opere minori dell'Allighieri, edita dalla Società Dantesca italiana. Offre pure, a nome del Socio corrispondente prof. Wendelin Foerster, l'edizione da questo curata: " *Kristian von Troyes Erec und Enide* „ (Halle a S., 1896).

Il Socio Manno, a nome dell'autore, prof. Antonio Favaro dell'Università di Padova, offre le due pubblicazioni: " *Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini fisico Agordino del secolo XVII* „ (Venezia, 1896) e " *Amici e corrispondenti di Galileo Galilei.* II. *Ottavio Pisani* „ (Venezia, 1896), ed a nome pure dello stesso i fac-simili di lettere di G. L. Lagrange con-

servate nel carteggio di Paolo Frisi presso la biblioteca Ambrosiana di Milano.

Il Socio Segretario legge una nota del Socio Rossi, assente dall'adunanza: " *Di un coccio copto del museo egizio di Torino con caratteri crittografici* „, ed una nota del prof. Luigi Valmaggi: " *Del luogo della così detta prima battaglia di Bedriaco* „.

Entrambe queste note sono pubblicate negli *Atti* accademici.

Dell'educazione della donna secondo i pensatori francesi del secolo XVIII.

Nota del Socio GIUSEPPE ALLIEVO (*).

La Marchesa di Lambert (1647—1733).

Nella storia della pedagogia femminile il nome di Fénélon si riscontra accanto a quello della Marchesa di Lambert, la quale lo venerò come suo maestro e dal libro di lui attinse in gran parte i suoi pensieri sull'educazione della donna. Essa infatti in una delle sue lettere a lui dirette gli scrive: " Se mai havvi in me alcunchè di buono, qualche destrezza di spirito, qualche sentimento in cuore, a voi lo dovrei, a voi, che mi avete mostrata amabile la virtù e mi avete insegnato ad amarla, penetrata delle vostre bontà e di imitazione per le vostre virtù „. E Fénélon in una sua lettera al Sacy parla della Lambert in questi termini: " Oggi stesso ho letto con gran piacere il manoscritto di M. Lambert. Tutto in esso mi parve espresso nobilmente e con molta delicatezza. Vi si trovano ad un tempo sentimento e principii. Io vi scorgo cuor di madre senza debolezza. L'onore, la probità più pura, la conoscenza del cuor degli uomini dominano in questo discorso „. Intelligenza elevata, spirito colto e riflessivo, nobile cuore, la M. di Lambert tiene un posto luminoso nella storia delle donne letterate francesi del sec. XVII. Già Fénélon lamentava la decadenza morale delle famiglie dei tempi suoi e propugnava la necessità dell'educazione della donna. A questo pensiero si inspirò la Lambert, e vi consacrò l'opera e la penna. Della sua casa aveva fatto un convegno di sapienza, dove accoglieva due volte alla settimana accademici, letterati, personaggi cospicui, e si teneva onorato chi vi pigliava parte. Colpita dallo spettacolo della vita molle, vana, voluttuosa, che presentavano in generale le famiglie signorili, ne ricercò le ca-

(*) Letta nell'adunanza del 17 maggio 1896.

gioni e ne propose i rimedii. Le sue *Riflessioni sulla donna* sono uno splendido saggio di critica psicologica e sociale, una viva e vera pittura della corruttela dominante, una robusta ed eloquente difesa dei diritti e della dignità della donna, un nobile appello ad una educazione femminile soda ed elevata. Gli uomini, essa osserva, hanno sparso il ridicolo sulle donne colte, dileggiandole col titolo di pedanti, ed il ridicolo è diventato cotanto formidabile, che se ne ha paura più che dell'onta e del disonore. Dacchè le donne si videro assalite rispetto agli innocenti diletti, che provavano nel culto degli studi, qual meraviglia, se dovendo scegliere fra onta ed onta si sono abbandonate alla voluttà ed alla licenza? Le donne hanno cangiato gusto, ma la società che cosa vi ha guadagnato? Sono opera degli uomini i costumi del tempo, ed io assalirò gli uomini.

Come sono tiranni gli uomini (essa prosegue nella sua critica)! Vogliono che noi non facciamo uso del nostro spirito e della nostra intelligenza. Quasi che loro non bastasse di dominare sul nostro cuore, si impadroniscono anche della nostra intelligenza. Qual diritto essi hanno di vietarci lo studio delle scienze e delle belle arti? Le donne, che vi si sono applicate, forsechè non hanno fatto buona prova? Da assai tempo si vitupera la condotta delle donne, le quali mai non furono tanto sregolate, come al presente; ma gli uomini hanno essi tanta purezza di costumi da acquistare il diritto di censurare quelli delle donne? E qui prende a difenderle ed a dimostrare che per virtù di mente non la cedono punto agli uomini, e ricorda la sentenza di Malebranche, che la natura ha largito ad esse le grazie dell'immaginazione, la quale le rende arbitre assolute del buon gusto; ed è l'immaginazione che crea i poeti e gli oratori. Ma essa va più in là di Malebranche, e sostiene che l'attenzione mentale nelle donne non è punto distratta ed affievolita dal sentimento in esse dominante, come si pretende comunemente; che anzi sotto questo riguardo la donna sovrasta all'uomo. " L'attenzione fa spuntare per così dire la luce, avvicina le idee allo spirito e le pone alla sua portata; ma nelle donne le idee si presentano da sè e si dispongono in ordine piuttosto per opera del sentimento, che della riflessione: è la natura, che ragiona per esse e ne porta il peso. Perciò io non sono di avviso, che il sentimento nuoccia all'intelletto, ma invece fornisce nuovi spiriti, che illu-

minano le idee per guisa che si presentino più vive, più limpide, più sceverate. Alla verità si giunge tanto sicuramente mediante la forza ed il calore de' sentimenti, quanto mediante l'ampiezza e la giustezza de' ragionamenti: essi più presto che non le conoscenze ci conducono sempre allo scopo „ (op. cit.). Sono acute e belle queste riflessioni psicologiche della autrice, e non mancano di valore, siccome quelle, che chiariscono le attinenze tra le due facoltà del sentimento e del pensiero; e proseguendo nell' argomento essa sostiene che la persuasione, la quale vien dal cuore, sopravanza quella che vien dallo spirito, e che la natura ha affidata al cuore e non alla riflessione la condotta delle nostre azioni. Anche questo punto, se la più sicura norma direttiva della nostra vita pratica sia il cuore od il pensiero, è un grave problema, che spetta alla psicologia di risolvere (1). Ad ogni modo l'autrice mostra potenza di mente ed acutezza di spirito nel propugnare i diritti della donna di fronte all' uomo, e nobiltà di intendimento nel richiamarla al sentimento della sua dignità personale.

La M. di Lambert non si tenne paga di difendere l'eguaglianza della donna e dell'uomo rispetto alla potenza mentale, ma si adoperò a dar corpo e vita alla sua idea e scrisse il suo opuscolo: *Avvisi di una madre a sua figlia*, che fa degno riscontro all'altro: *Riflessioni sulla donna*. Questo lavoro è inspirato da nobilissimi sentimenti, condotto con vigoroso e stringato ragionamento, dettato con energia e limpidezza di linguaggio. Essa esordisce, come Fénélon nel suo opuscolo, col deplorare la trascuranza della educazione femminile. Si abbandonano le fanciulle alla mollezza, al mondo, ai pregiudizi ed alle false opinioni, e non si pensa che le donne fanno la felicità o la sventura degli uomini, che per esse le famiglie si elevano o si distruggono. Le destiniamo al piacere senza mai una lezione di virtù e di forza, ed è una follia il credere che una educazione siffatta non si rivolga contro di esse.

Sono veramente improntati da una elevata sapienza morale e fondati sopra una profonda conoscenza del cuore umano gli avvertimenti ed i consigli che essa porge per educare il cuore

(1) Vedi il mio opuscolo: *Le armonie del soggetto umano,* pag. 16 e seg.

di una giovane fanciulla. Ai sentimenti essa attribuisce la virtù di formare il carattere, di guidare lo spirito, di governare la volontà, ma addita la sorgente di siffatti sentimenti nella religione. Il dovere non basta imporlo coll' autorità del comando, ma bisogna farlo amare, mostrarne la ragionevolezza ed i motivi. Le virtù brillanti non sono il retaggio della donna, bensì le semplici ed amabili: le virtù proprie di lei sono difficili, poichè la gloria non aiuta a praticarle, sono penose, perchè oscure. La fanciulla entrerà nel gran mondo: vi porti tutta la sua religione, sappia sostenerla nel suo spirito per via di riflessione e di letture convenienti; tenga per fermo, che la vera felicità sta nella pace dell'anima, nella retta ragione, nell'adempimento del dovere; non dimentichi, che vi sono due tribunali inevitabili, davanti ai quali deve passare, la coscienza ed il mondo; al mondo potrà sfuggire, alla coscienza non mai.

È un dovere impiegare il tempo; e siccome i primi anni sono preziosi ed i caratteri si imprimono facilmente (1), così vuolsi ornare la memoria di cose preziose, non ispegnere il sentimento della curiosità, ma dargli buon nutrimento, perchè la curiosità è principio di conoscenza, e più lungi e più presto ci fa avanzare nel cammino della verità. E qui l'autrice si fa a proporre gli studî più convenienti alle fanciulle, ed il suo disegno non si discosta gran fatto da quello di Fénélon. Poichè riguardo alla storia ed alle lingue ripete il pensiero di lui quasi colle stesse parole. Quanto alla poesia, essa va un po' più in là sino a concedere la lettura delle tragedie di Corneille, sebbene sia di avviso, che i lavori poetici anche migliori dànno lezioni di virtù, ma lasciano le impressioni del vizio. Assai più dannosa reputa la lettura dei romanzi. Un po' di filosofia per chi ne è capace, e sovratutto la nuova, non è biasimevole, meglio ancora la scienza morale; chè a forza di leggere Cicerone, Plinio ed altri moralisti si piglia gusto per la virtù. Bando alle scienze sublimi e straordinarie. In conclusione la Lambert allarga assai più del Fleury e di Fénélon la cerchia degli studî femminili.

Proseguendo il corso delle sue riflessioni l'autrice passa ad altri avvertimenti e consigli, che a mio avviso riguardano non

---

(1) Questo medesimo pensiero già si riscontra nell'*Educazione delle figlie di Fénélon*, cap. V.

più l'educazione propriamente detta della puerizia e dell' adolescenza, bensì quell'altra specie di educazione, che si continua per tutto il corso della vita ed appellasi educazione di se stesso. Sebbene nell'opuscolo non sia segnata nessuna divisione, pare a me, che di essi gli uni possano essere più propriamente riferiti alla coltura del pensiero, gli altri alla coltura del sentimento e del cuore.

Quanto al primo di questi due punti, vi si scorge qua e là lo spirito della nuova filosofia di Cartesio, che allora dominava. Là dove parla la religione e la fede, siate docile e cedete all'autorità, ma in ogni altro punto serbate indipendente la vostra ragione e non ristringete le vostre idee dentro a quelle degli altri; non cedete alla forza dell'opinione, ma giudicate le cose per quel che valgono in se stesse. La verità anzi tutto: essa sta al di sopra dei tempi e delle persone. Però non attribuite alla ragione una potenza illimitata: cercate la verità, ma misurate prima le vostre forze fin dove vi possano condurre e formatevi un criterio, che determini la vostra persuasione. Là, dove non vedete chiaro, abbiate il coraggio di dubitare, e se alcunchè sorpassa la vostra apprensiva, dite francamente: questo io non lo so. Quando il vostro pensiero presume troppo di sè e si leva a smodata arditezza, riflettete, che la ragione ed i sensi, le due supreme sorgenti di tutto il nostro sapere, talvolta s'ingannano a vicenda.

Più che la memoria, esercitiamo il pensiero. Bisogna avvezzarsi a pensare e non riempiere la testa di idee straniere senza trar nulla dal proprio fondo. Rimpinzare la memoria di storie e di fatti non è un perfezionare la mente, un avanzare nella via del sapere. È la vostra ragione, che vi sorreggerà nelle gravi strettezze, non la ragione stoica di Seneca e di Epitteto.

Ognun vede la saggezza di questi avvertimenti della Lambert: sono un giusto omaggio al culto del pensiero senza essere una idolatria della ragione. Ma fra tutti i suoi consigli uno ve ne ha, che vale esso solo un tesoro, perchè a mio avviso sorregge e rassicura tutta la coltura del nostro spirito. “ La più grande scienza, essa avverte, sta nel saper essere in sè „. È una sentenza veramente aurea; perchè a me è sempre parso, che chi non sa raccogliersi di quando in quando nella solitu-

dine del suo spirito e rendersi ragione di quello, che pensa. e di quanto sa od ignora, perde il sentimento della sua individualità personale e finisce col naufragare nell' immenso mare dell'essere. Quindi giustamente essa consiglia di assicurarsi un ritiro, un asilo in noi stessi. Nella nostra solitudine il mondo, da cui ci teniamo appartati, peserà meno sopra di noi e ci sentiremo più liberi dalle impressioni, che fanno sopra di noi gli oggetti sensibili e dalla tirannia dell'opinione. Però essa avrebbe potuto con egual sentimento di verità consigliare di non trascorrere nell' estremo opposto, di non rinchiuderci nella solitudine dell'anima tanto da disconoscere e rinnegare la realtà esterna. Saper vivere in noi e fuori di noi, questa è, io penso, vera e somma sapienza.

Il sapere non è tutto. " L'anima ha ben più di che godere, che di conoscere „. Ed anche questo mi pare profondamente vero, che non è la scienza, che possa darci la felicità. Per vivere felice bisogna pensar sanamente; ma abbiamo lumi proprii e necessarii al nostro buon essere, senza correre dietro a verità, che non sono fatte per noi. Gli è dal cuore, che dovete attendere una virtù durevole e sicura; è desso che vi caratterizza. Perfezionare il cuore ed i suoi sentimenti, ecco quel, che primamente importa. Quando vi sentirete agitata da qualche viva e forte passione, domandate una tregua al vostro sentimento. L'immaginazione può molto nelle donne, ed illude coi fantasmi del piacere, ma coloro, che non la sottomettono alla verità ed alla ragione, ben sanno ciò, che essa fa soffrire.

Della Lambert abbiamo un altro lavoro, che fa giusta corrispondenza a quello or ora ricordato, e che è inscritto: *Avvertimenti di una madre a suo figlio.* La madre è lei stessa, che dà consigli al proprio figlio. " Voi non potete, gli dice, aspirare a nulla di più degno, nè di più conveniente della gloria. Ogni uomo, che non aspiri a farsi un gran nome, non opererà mai grandi cose. Ma di gloria ve ne sono varie specie: ciascuna professione ha la propria; nella vostra s'intende la gloria, che vien dal valore, la gloria degli eroi „. E qui essa ritrae l'ideale del prode guerriero ed ammaestra suo figlio intorno le virtù e gli studi che gli occorrono per giungere alla gloria militare. L'indole della materia, che ci siamo proposti di discorrere, non ci consente di esaminare le sue idee intorno a questo argomento.

che riguarda l'educazione maschile; questo solo mi si consenta di osservare, che non è buon consiglio pedagogico proporre all'alunno come ideale l'aspirazione alla gloria, la quale invece deve venire da sè come spontanea conseguenza di un onesto e nobile operare, e che la gloria militare non è vera gloria, perchè macchiata di sangue umano.

Antonio Conti (1677—1748).

La Marchesa di Lambert fiorì tra il secolo decimosettimo ed il decimottavo; e nel 1721 usciva alla luce in Parigi un breve lavoro di Antonio Conti intorno il presente argomento del nostro studio, che merita di essere ricordato. Il Conti (1677—1748) nobile veneto, fu letterato e pensatore insigne, che illustrò il *Parmenide* di Platone e la dottrina filosofica di Cartesio. Nel lavoro, che qui ricordiamo, diretto in forma di lettera al Signor Perel (1), egli prende a discutere la questione se le donne sieno atte così come gli uomini al governo, alle scienze ed alla guerra, ed avverte che non si trova autore, il quale la abbia ridotta al suo genuino aspetto e l'abbia trattata partendo da principii, che il solo Malebranche l' ha riguardata fisicamente, ma l' ha toccata soltanto alla sfuggita. Il Conti pone per principio, che il governo, le scienze e la guerra sono occupazioni, che dipendono dal vigore dello spirito e del corpo, e che perciò il punto della questione sta nel paragonare il vigore del corpo e dello spirito nell'uomo e nella donna. Ciò posto, egli si fa a dimostrare, che le donne non hanno lo stesso vigore di corpo degli uomini, perchè le fibre corporee sono in esse assai meno solide ed elastiche, e ne inferisce per conseguente, che i legislatori fecero ottimamente escludendole dalla guerra e dagli altri mestieri aspri e penosi: ecco risolta la prima parte della questione; e finqui la critica non ha di che opporre al suo ragionamento. Passando alla seconda parte della questione, in cui si cerca se le donne abbiano lo stesso vigore di spirito degli uomini, parte dal principio che l'anima ha la sua sede nel centro ovale del

(1) Questa *Lettera* trovasi nel tomo secondo e postumo delle sue *Prose e Poesie* alla pag. LXV.

cervello, dove è l'origine de' nervi, e ne inferisce che siccome le fibre degli uomini sono assai solide ed elastiche e quindi suscettibili di vibrazioni lunghe e veementi, porgono allo spirito ed all'immaginazione occasione di que' grandi fenomeni, che si chiamano scienze ed arti. Per contro siccome nelle donne le fibre del cervello non sono capaci di pulsazioni forti, il loro spirito viene a mancare degli strumenti necessarii per formare, meditando, idee astratte, analizzarle, precisarle, e quindi per iscoprire verità speculative, per costruire un sistema di cronologia, di critica, di metafisica, di matematica. Per conseguente le donne non sono atte al governo ed alle scienze. Però se le vibrazioni delle fibre cerebrali sono nelle donne meno gagliarde, sono tuttavia più frequenti; quindi ne viene che esse superano gli uomini nelle grazie dell'immaginazione, nella naturalezza del discorso, nella facilità e squisitezza, con cui giudicano delle questioni riguardanti la lingua, lo stile, il buon gusto di ogni maniera, i gradi più impercettibili di una passione.

L'autore nel giudicare se le donne abbiano la stessa vigoria del corpo che gli uomini, è partito dall'osservazione delle fibre dell'organismo corporeo. e bene sta; ma trattandosi di paragonare il vigore dello spirito, poteva egli mantenersi egualmente nel campo della fisiologia e rimanersi alla sola osservazione delle vibrazioni delle fibre cerebrali? Io non credo che colla sola scorta della fisiologia si giunga mai a spiegare i fenomeni proprii dello spirito e rilevarne le differenze nell'uomo e nella donna. Egli non ha punto dimostrato, che la maggior veemenza di vibrazione delle fibre cerebrali sia proprio essa la condizione necessaria allo spirito, perchè possa lavorare le idee astratte ed elevarsi alla formazione di un sistema scientifico; come pure gli riuscirebbe impossibile il determinare qual grado di energia delle vibrazioni delle fibre cerebrali si richiegga per esercitare la facoltà dell'astrazione e della speculazione scientifica. Eppure tutto il suo ragionamento presuppone la dimostrazione di questi due punti (1).

---

(1) Insieme col Conti va pure ricordato in quello stesso secolo Antonio Leonardo Thomas dell'Accademia francese (1732—1785), che pubblicò nel 1772 un *Saggio sopra il carattere, i costumi e lo spirito delle donne.* In sostanza anch'egli conviene col Conti nel sostenere, che le donne non sono

Gian Giacomo Rousseau (1712—1778).

Il Dio del Genesi disse: " Non è bene, che l'uomo sia solo: facciamogli un aiuto simile a lui „; e diede Eva per compagna ad Adamo. Rousseau nel quinto libro dell'*Emilio* così esordisce: " Non è bene che l'uomo sia solo (1). Emilio è uomo; noi gli abbiamo promessa una compagna, conviene dargliela. Questa compagna è Sofia „. Per conseguente " dopo di avere procacciato a formare l'uomo della natura, per non lasciare imperfetta l'opera nostra, vediamo come vuolsi formare altresì la donna, che conviene a tal uomo „.

Giustamente egli piglia le mosse da una disamina comparativa delle conformità e delle differenze de' due sessi, la quale riesce a questi pronunciati. In ciò, che hanno di comune, essi sono eguali, in ciò, che hanno di diverso, non possono paragonarsi, perchè la perfezione propria dell'uomo è di altra specie da quella della donna. Tutte le facoltà comuni non sono egualmente ripartite; ma nel loro insieme si compensano. In sostanza questo concetto dell' autore mi sembra conforme a verità, ma forse poteva essere enunciato in forma più semplice e chiara dicendo che l'uomo e la donna sono eguali in quanto appartengono amendue alla specie umana ossia posseggono le facoltà essenziali costitutive dell' umanità, sono differenti, in quanto ciascuno è fornito di un'individualità sua propria, riposta nella diversa tempra delle facoltà comuni. Intanto teniamo ben fermo, che secondo l'autore, tra i due sessi non corre un rapporto nè di inferiorità nè di superiorità, ma di eguaglianza e differenza.

Posto questo principio psicologico, Rousseau ne inferisce, che l'uomo e la donna non debbono avere la medesima educazione. Questa conseguenza è giusta solo in parte. Egli ha di-

---

atte così come gli uomini ad una lunga e rigorosa deduzione e ad una data sublimità di idee; ma il suo lavoro è piuttosto dettato in forma letteraria, che condotta con rigore scientifico di ragionamento, è piuttosto una rapida scorsa attraverso la storia de' diversi secoli, che una serie continuata di osservazioni e di riflessioni psicologiche.

(1) Rousseau, il banditore della silvestre natura, l'implacabile avversario della società, proclama, che non è bene che l'uomo sia solo!

menticato, che l'uomo e la donna in quanto hanno facoltà comuni, per cui appartengono alla medesima specie, sono eguali, e quindi sotto questo riguardo l'educazione di entrambi vuol essere la medesima: la diversità dell'educazione debbe solo riguardare il sesso, ossia l'individualità propria della donna.

Non è intendimento della natura, che la donna sia allevata nell'ignoranza assoluta di ogni cosa e rinchiusa nelle cure domestiche, bensì che coltivi il suo spirito pensando, giudicando, conoscendo. Ciò posto, Rousseau deriva la forma della sua educazione dalla distinzione particolare propria del suo sesso, e qui ripete il concetto di Fénélon e della Lambert, che le sorti degli uomini e della società dipendono dalla famiglia, e quindi stanno in mano della donna, la quale perciò va educata all' adempimento de' suoi doveri domestici; ma il suo grave abbaglio sta in ciò, che ei vuole educata la donna niente per sè, tutta in servizio dell'uomo e della famiglia e segnatamente per piacere al marito. Tralascio di notare, che non tutte le fanciulle sono destinate ad essere spose e madri: questo solo giova avvertire, che qui l'autore non si mantiene coerente al principio da lui stabilito intorno al rapporto tra i due sessi. Infatti egli aveva negato ogni rapporto di inferiorità della donna rispetto all'uomo, sostenendo che le facoltà comuni ad amendue sono in ciascuno differentemente distribuite, ma che nel loro insieme si compensano. Ora invece sentenzia che la donna va educata in servigio dell'uomo. Inoltre egli ha dimenticato l'eguaglianza di natura ossia la comunanza della specie, per cui la donna essendo anche essa rivestita della dignità propria della persona umana va educata anche per sè, e non semplicemente in servigio altrui. Essa ha doveri da adempiere non solo verso la famiglia, ma anche verso di se stessa e verso Dio; ha dei diritti alla verità, alla virtù, che non sono meno sacrosanti di quelli dell'uomo.

" Sottoposta al giudizio degli uomini, la donna deve meritare la loro stima, e sopratutto ottenere quella del suo sposo... deve giustificare davanti al pubblico la scelta che egli ha fatto di lei, e far onorare il marito dell' onore, che si tributa alla donna. Or come potrà fare tutto ciò, se essa ignora le nostre istituzioni, i nostri usi, la sorgente de' giudizi umani, le passioni che li determinano? Dacchè essa dipende ad un tempo dalla sua coscienza e dalle opinioni altrui, occorre che essa im-

pari a paragonare queste due norme, a conciliarle e preferire la prima soltanto allora che sono in opposizione fra di loro... Niente di tutto ciò può essere fatto a dovere senza coltivare il suo spirito, la sua ragione (1) „. Anche qui l'autore disconosce il principio psicologico, da cui aveva pigliato le mosse, ed invece di collocare l'educazione della donna alla pari con quella dell'uomo, la subordina alle esigenze di lui, sostenendo che essa deve coltivare la ragione a fine di conoscere le istituzioni, i costumi, le passioni dell'uomo e meritarne la stima e l'onore in faccia alla pubblica opinione ed alla propria coscienza. A me non pare che i dettati della coscienza, per essere autorevoli e veraci, abbisognino di essere ratificati dal tribunale della ragione, come se la ragione fosse essa sola l'infallibil maestra della verità; io inclinerei anzi verso la proposizione contraria. Oltre di che questa sentenza di Rousseau, che qui tanto innalza la ragione, si mostra inconciliabile col sentimentalismo, che informa la sua dottrina sull'educazione morale, e di tutto punto contraddice all'altro suo concetto, che sacrifica la ragione della figlia e della moglie all' autorità della madre e del marito.

Rousseau nega alla donna la virtù speculativa del pensiero, che ricerca le verità astratte, i principii e gli assiomi delle scienze, le ricusa la facoltà di generalizzare le idee, di comprendere i capolavori del genio, l'attitudine alle scienze fisiche ed alle scienze esatte, perchè mancano della giustezza e dell'attenzione sufficiente all'uopo. Egli le concede una ragione non già speculativa, ma meramente pratica, alla quale assegna per oggetto lo studio non già dell'uomo preso nella sua astratta generalità, bensì degli uomini individui e viventi, delle persone singolari, che la circondano e con cui convive (V. *Emilio*, t. 4, pag. 74, 75, ediz. Parigi).

Anzi tutto l'autore ha asserito, ma non ha punto dimostrato, che la ragione della donna sia impotente a quelle generalizzazioni astratte, che costituiscono il sapere scientifico, e non ha avvertito, che neanco tutti gli uomini sono forniti di tale attitudine. Il niegarle ogni virtù speculativa del pensiero, è sentenza troppo esclusiva, epperò insussistente. Ma egli è trascorso

(1) Op. cit., t. 4, pag. 65, 66.

più in là: non si tenne pago di concedere alla donna una ragione meramente pratica, ma la volle circoscritta tutta quanta allo studio degli uomini e della famiglia. Ecco un altro punto del suo esclusivismo. Non aveva forse stabilito il principio, che la donna deve pensare, coltivare il suo spirito, e che è da natura chiamata ad una perfezione propria del suo sesso e diversa da quella dell'uomo? Come adunque potrà essa raggiungere questa sua propria perfezione, se prima ancora e più ancora degli uomini non istudierà attentamente e profondamente se stessa? Rousseau vuole che la coltura della ragione femminile abbia per unico oggetto lo studio degli uomini: il vero si è, che l'educazione della donna deve avere il suo primo e principal fondamento nello studio e nella conoscenza di se medesima. Fanciulla, sposa, madre, la donna attingerà sempre dalla osservazione interiore di se medesima un raggio di luce, che la illumini in mezzo alle tortuose vicende della vita, e senza la psicologia femminile una psicologia umana veramente compiuta non si avrà mai.

Forza è confessare, che Rousseau non vede di buon occhio la donna istrutta. Non gli basta avere sentenziato che la matematica, la fisica, il sapere speculativo qualunque esso sia non sono fatti per lei; ma egli non fa tampoco parola nè di letteratura, nè di lingua, nè di storia, nè di igiene, nè di morale teorica, come se questi studi fossero disdicevoli a fanciulla ben educata. Che anzi, non gli saprebbe male, che " la donna fosse limitata ai soli lavori del suo sesso e venisse lasciata in una profonda ignoranza su tutto il resto, quando i pubblici costumi fossero semplicissimi, integri, o si menasse una vita ritirata „ (ediz. cit., t. 4, pag. 65). Ma alla fin fine a che più applicarsi allo studio, meditare sui libri, sentire la parola del maestro? " Lo spirito di Sofia non si è punto formato mediante la lettura, bensì soltanto mediante le conversazioni col suo padre, colla madre, mediante le sue proprie riflessioni e le osservazioni da essa fatte in quel po' di mondo, che ha veduto „ (ib., pag. 95). In conclusione, nessun insegnamento scientifico, un sapere rannicchiato dentro la meschina cerchia della vita quotidiana, ecco la coltura mentale della donna, quale ei la intende.

Mentre Rousseau vuole differita sino all'età dell'adolescenza l'istruzione religiosa ai fanciulli, per le fanciulle intende che

esordisca sin dagli anni primi. " Se i fanciulli maschi non sono in condizione di formarsi veruna idea vera di religione, tanto più essa idea trascende il concepimento delle figlie: gli è perciò, che io vorrei parlarne a queste assai per tempo; perchè se fosse giuocoforza attendere, che esse fossero in grado di discutere metodicamente queste profonde questioni, si correrebbe rischio di non parlarne loro giammai „ (ibid., pag. 52). Ma se, in sentenza dell'autore, la ragione della donna non giunge a quelle conoscenze ideali ed astratte, a cui s'innalza la ragione dell'uomo, vorrebbe la buona logica che l'istruzione religiosa assai più presto cominciasse per i fanciulli che per le fanciulle; per contro il nostro autore ragiona tutt'al rovescio. Inoltre insegna l'esperienza medesima che il pensiero dell'educando progredisce col progredire dell'età, sicchè va via via comprendendo sempre meglio quel, che da prima aveva imperfettamente inteso; invece l'autore stranamente sentenzia, che se la fanciulla non viene fin dai primi anni ammaestrata nella religione, la cui idea è tuttavia superiore alla sua apprensiva, non ne capirà nulla per tutta la vita. Egli avverte, che invano ci attenderemmo che essa sia da tanto *da discutere metodicamente queste profonde questioni.* Ma la sua avvertenza è fuori di proposito, essendochè l'insegnamento della religione non esige punto che si trascini l'alunno in mezzo alle ardue ed astratte disquisizioni di scienza teologica, bensì basta che si espongano piuttosto per via di autorità che di ragione le verità religiose; il che è riconosciuto da Rousseau medesimo, il quale scrive più sotto: " Poichè l'autorità deve regolare la religione delle donne, non si tratta di spiegare loro le ragioni, che si hanno di credere, quanto di esporre ad esse chiaramente ciò, che si crede „; e prima di lui la Marchesa di Lambert aveva consigliato che l'insegnamento religioso sia bensì dogmatico, ma non teologico. Egli ricisamente afferma, che " siccome la condotta della donna è sottomessa alla pubblica opinione, così la sua credenza è assoggettata all'autorità. Ogni figlia debbe avere la religione di sua madre, ogni donna quella di suo marito... La madre e la figlia non essendo in grado di giudicare da sè, debbono ricevere la decisione dei padri e de' mariti come quella della chiesa „ (ibid., pag. 53). Rispettare l'autorità della madre e del marito è bella e santa cosa; ma l'autorità non deve distruggere il diritto, che ha ogni

anima umana alla verità. Se una figlia od una moglie fossero venute nell'intimo e sincero convincimento, che esiste una religione, la quale mostra l'impronta della divinità più viva e più sicura che non quella da esse professata, dovranno esse rinunciarvi per non venir meno al rispetto verso l'autorità della madre o del marito? E se mai o la madre od il marito non professassero religione di sorta, o calpestassero quella, in cui sono nati, la figlia o la moglie dovranno seguirne il non autorevole esempio? È cosa davvero singolare, che un libero pensatore e riciso razionalista, qual è il Rousseau, sacrifichi la ragione all'autorità in una questione cotanto delicata, quale è quella, che riguarda la coscienza religiosa!

Ognuno ben sa qual potente strumento di coltura mentale sia l'arte del leggere e dello scrivere; ma anche su questo punto l'autore la pensa in modo tutt'altro che largo e comprensivo. " Se io non voglio che si affretti un figlio ad apprendere la lettura, per più forte ragione non voglio che vi si costringano le giovanette prima che loro si faccia ben sentire a che giova la lettura... Anzi tutto dov'è la necessità che una figlia sappia leggere e scrivere così presto? Avrà forse da reggere così presto le faccende domestiche? Ben poche ve ne sono, che di questa scienza fatale non facciano più abuso, che uso, e tutte sono un po' troppo curiose per non apprenderla senza costringimento, quando ne avranno agio ed occasione „ (id., pag. 32). Che l'insegnamento del leggere e dello scrivere debba essere alquanto ritardato, è questa un'opinione, che si può sostenere come la sua opposta, sebbene non si possa convenire coll'autore, che la giovinetta non ne abbisogni punto per il disbrigo di faccende domestiche. Ma egli appellando *fatale* addirittura questa scienza, pronuncia contro di essa una inesorabil condanna; tanto varrebbe chiudere senza riguardo le scuole femminili senza sbracciarsi più che tanto a scemare la folla degli analfabeti. Egli addita Sofia, che " mai non ha letto verun libro se non Barrem e Telemaco, che per caso le capitò fra le mani „ (pag. 128); e sentenzia che in generale le fanciulle abusano di questa scienza, adoperandola forse in corrispondenze amorose o nella lettura di libri immorali; ma e di che non si può abusare? Anche delle più nobili e sante cose del mondo. L'abuso non è una ragione, per cui anche l'uso debba essere condannato.

Certamente la coltura del pensiero non si fonda tutta quanta sui libri, ma non può farne senza: si legga bene e si leggano buone cose, ed il pensiero ne attingerà un sostanzial nutrimento.

Dalle cose sinquì discorse consegue, che Rousseau non sa fare buon viso alla coltura scientifica della donna, misurando a dosi omeopatiche il sapere a Sofia. Quali ne sono le ragioni? Anzi tutto egli seguiva l'opinione dominante dei filosofi ed enciclopedisti del suo secolo, i quali avversavano in generale l'istruzione della donna, che ne aveva abusato per fare del bello spirito e calpestare i doveri della famiglia. Poi le figlie e le madri, segnatamente nelle grandi città, porgevano a' suoi tempi il tristo spettacolo di un vivere licenzioso e dissoluto, ed a riparo di tanto male voleva che l'educazione formasse una donna onesta e buona massaia e niente più. Infine era uno dei suoi concetti dominanti questo, che le lettere e le scienze corrompono i costumi e pervertono la natura, sicchè per lui *l'uomo, che pensa, è un animal depravato.* Non è quindi da meravigliare, se non gli andava a genio la coltura scientifica della donna.

Egli era partito dal giusto principio, che la donna avendo un carattere, un temperamento, una perfezione tutta sua propria, non debbe avere la medesima educazione dell'uomo. Poi sragionando trasse da quel principio una conseguenza, la quale rivela nell'educazione della donna l'egoismo dell'uomo. Infatti è sua teoria questa, che la donna va educata per piacere all'uomo ed adempiere i suoi doveri verso gli uomini, che il suo spirito va coltivato affinchè conosca le istituzioni, i costumi, i giudizii degli uomini, che la cerchia de' suoi studi va ristretta alla conoscenza degli uomini, con cui convive.

Giunto pressochè a metà del libro, l'autore non ragiona più intorno l'educazione femminile, ma lavora coll'immaginazione e scrive un grazioso romanzo. Egli ci ritrae in Sofia l'ideale della fanciulla perfettamente educata, la quale si stringe in vincolo coniugale con Emilio, ed accompagna co' suoi auguri e coi suoi consigli quell'imeneo, ma fu un matrimonio infelice. Eppure egli li aveva educati l'uno per l'altra! Decisamente Rousseau è un grande scrittore e letterato, ma un ragionatore infelicissimo ed un pensatore niente serio, e tale si mostra nel quinto libro della sua opera. Ad ogni piè sospinto smarrisce il filo del ragionamento: da una pagina all'altra le idee non che

chiarirsi si intorbidano e si alterano tanto che non si sa più che cosa egli pensi in modo fermo e sicuro: scambia asserzioni gratuite per solide dimostrazioni; pone un principio e ne tira conseguenze contraddittorie. Stabilisce che i due sessi sono eguali e che le loro facoltà, sebbene diversamente compartite, si compensano, e poi vuole la donna fatta segnatamente per piacere al marito, ed alla autorità di lui sacrifica la ragione della moglie in fatto di credenze religiose. Scaglia contro le donne i più spietati vituperi, tacciandole di frivole, incostanti, civette, grandi fanciulli, caparbie, corrive agli estremi, facili a soccombere; poi tutte queste magagne scompaiono nella sua immaginaria Sofia, come se l'educazione potesse distruggere la natura. Inveisce contro le donne del suo tempo corrotte e corrompitrici delle loro figlie slanciate anzi tempo in mezzo al gran mondo, poi consiglia di licenziarle nella danza, ai festini, ai giuochi, al teatro. Meglio esse vedranno questi fragorosi piaceri, più presto ne saranno disgustate „ (op. cit., pag. 76). Egli ragiona sempre coll'immaginazione: ecco tutto.

Di Rousseau uno scrittore suo contemporaneo ed amico, Bernardino di Saint-Pierre, pronunciava questo giudizio: " A' dì nostri un celebre scrittore pare, che abbia, al pari di Platone, sperato dall'educazione delle donne una rivoluzione ne' costumi; ma avendo trattato nel suo *Emilio* dell'educazione de' due sessi ad un tempo, ben lontano dall'avere rivolto quella della donna all'utile pubblico, egli ha separato dalla società quella dell'uomo medesimo, la quale sembra per tanti riguardi dover essere nazionale „ (1). Nulla di più giusto di questo giudizio, il quale pone in chiaro il punto erroneo, che tocca l'intima sostanza della dottrina pedagogica di Rousseau. Egli vuole che Emilio sia educato qual uomo, che vive nella selvaggia indipendenza della solitaria natura, non qual cittadino stretto in convivenza co' proprii simili; che Sofia sia educata quale una compagna, che piaccia e convenga a lui. Così dalla sua opera educativa sorge una famiglia umana chiusa nel proprio egoismo, isolata dal consorzio sociale.

---

(1) *Discorso sull'educazione delle donne:* 1ª parte.

Bernardino di Saint-Pierre (1737-1814).

Ben altro è il concetto pedagogico di Bernardino Saint-Pierre. Nel suo *Discorso sull'educazione delle donne* da lui dettato nel 1777 per rispondere ad una questione proposta dall'Accademia di Besanzone (1), egli pone a principio, che la donna è chiamata ad esercitare una profonda influenza sui pubblici costumi, ad adempiere una missione educatrice, la quale dal santuario della famiglia s'irraggia su tutto il gran mondo sociale, e svolge e lumeggia questo concetto col mezzo di considerazioni razionali confortate dalle testimonianze della storia. " Non vi ha persona, cui stia più a cuore la riforma degli uomini, quanto le donne. Dovunque i popoli furono costumati, là hanno signoreggiato le donne; dovunque esse sono piombate nell'imo della corruzione, esse furono schiave „. Tratteggiando l'infanzia umana con quella mano maestra, che aveva scritto *Paolo e Virginia*, egli rileva come fin dalla puerizia il fanciullo e la fanciulla si rivelano ciascuno sotto una forma sua propria: l'uno fa mostra di arditezza, di forza, l'altra di timidità, di delicatezza; ma le anime sono eguali. Il carattere attivo proprio dell'uomo ed il carattere passivo proprio della donna sono entrambi perfetti e compongono la più bella delle armonie, sicchè l'uno non va anteposto all'altro nella grand'opera della vita; epperciò il confondere l'educazione de' due sessi è un disconoscere il loro carattere distintivo.

L'autore contempla l'educazione femminile, secondochè è data in casa, nei conventi, in mezzo al mondo. Conviene con Fénélon, che la fanciulla va educata entro il santuario domestico, dove il suo cuore può liberamente aprirsi all'amore della famiglia, della patria, dell'umanità, di Dio, e deplora siccome una grande sventura domestica e sociale lo strapparla dal seno della famiglia per tradurla in educatorii, dove " nessun bacio paterno, nessuna mano cara asciugherà le sue lacrime, dove costretta a cercare conforti in un'amicizia straniera, finirà per

(1) La questione era così formolata: " Come l'educazione delle donne possa contribuire a migliorare gli uomini „.

rompere quelle catene naturali, di cui i loro parenti hanno spezzato le prime anella „. Passando poi agli usi del mondo, egli riguarda la lettura dei libri e la frequenza dei teatri, siccome fonti di pervertimenti e di corruzione per le fanciulle. Libri, che loro veramente approdino, in sua sentenza sono ben pochi. I romanzi, che tratteggiano il vizio, le trascinano giù per la china delle sbrigliate passioni; quelli, che parlano di virtù, le slanciano in un mondo immaginario e loro inspirano l'odio per il mondo reale, in cui sono poste a vivere. Quanto poi ai libri scientifici e speculativi, offrono un campo di lotta fra seguaci di sistemi i più disparati ed opposti, dove tante verità sono messe in problema, tanti paradossi sono scambiati per massime, sicchè la loro lettura porta come a risultato finale alla distruzione dei principii e del carattere. La storia medesima non inspira gran benevolenza verso gli uomini, siccome quella, che tratteggia i furori dei popoli. Con questo concetto direttivo davanti al pensiero egli passa a tratteggiare l'educazione femminile discorrendo delle virtù speciali, a cui vuol essere informato l'animo della fanciulla e delle arti domestiche, in cui va ammaestrata, sempre intento all'epigrafe da lui posta in fronte al suo discorso: " Per rendere buoni gli uomini, occorre renderli felici „.

La madre apprenda alla sua figlia la virtù anzi ogni cosa, e la virtù, egli scrive, è uno sforzo fatto sopra noi stesse per il bene degli uomini coll'intendimento di piacere a Dio solo, nè è punto una scienza fondata sopra un principio astratto, essendochè l'esistenza di un Essere supremo è di una splendida ed universale evidenza. Ma a tal uopo non basta parlare di virtù; occorre avvezzare la fanciulla alla pratica della medesima, chè di tal modo essa imparerà a commisurare il volere al potere. Compagne della virtù debbono venire le arti domestiche dai Greci appellate piccole virtù, giacchè le occupazioni di casa convengono alla varietà del carattere della donna, la rendono più felice, più bella, le conciliano amore, confidenza, rispetto per il buon ordine ed il prospero assetto, che essa mantiene nella famiglia. Fra le arti gentili poi " la danza sviluppa le abitudini del corpo e dà a' suoi movimenti un'armonia divina; la musica poi ha un potere sublime, che eleva l'anima „.

Dotato di squisito sentimento morale, l'autore teme che l'anima delicata di una fanciulla patisca offesa non solo dalle

rappresentazioni teatrali, ma ben anco dalla lettura dei libri. Io rispetto il nobile intendimento, che gli ha consigliata la sua opinione, ma non ispingerei i miei riguardi sino a vietare siccome pericolosi i romanzi anche migliori, in cui la virtù fa bella mostra di sè ed inspira vaghezza ed amore di se medesima, parendo a me, che anche a questa forma della letteratura, quando risponda al suo fine, non si possa negare un carattere educativo. L'asserire poi, che la lettura di libri, in cui si agitano i problemi della scienza, porta alla distruzione de' principii e del carattere nell'anima di chi legge, sembrami una sentenza eccessiva, che mena difilato allo scetticismo.

La Contessa di Genlis (1746-1830).

La Contessa di Genlis lasciò scritto di se medesima nelle sue *Memorie* di avere sortito da natura un istinto al magistero educativo, e si tenne bene avventurata, quando il duca e la duchessa di Chartres le affidarono l'educazione dei loro figli e figlie, il maggiore de' quali salì poi sul trono di Francia col nome di Luigi Filippo. I principii pedagogici, che la diressero nell'adempimento di quella missione, stanno esposti nel suo libro *Adele e Teodoro, o Lettere sull'educazione* (1782), dove è tratteggiata l'educazione qual si conviene ad un principe, all'uomo ed alla donna.

Adele, intorno a cui si raccolgono tutti i suoi concetti riguardanti l'educazione femminile, non è un'alunna immaginaria, quale la Sofia di Rousseau, bensì una persona viva, la principessa Adelaide d'Orléans. Di questa particolarità occorre tener conto affine di giudicare secondo verità il valore delle sue idee. Poichè la Genlis consacrò il senno e l'opera sua in servigio esclusivo di un'alunna affatto singolare, che apparteneva ad una determinata famiglia principesca, e quindi ebbe ogni agio e modo di formare intorno ad essa quell'ambiente, che era ne' suoi desiderii; epperò gran parte de' suoi consigli non hanno quel carattere universale, che si richiede, perchè possano valere per la coltura delle fanciulle in generale. Saggiamente essa avvisa, non doversi tralasciare occasione di sorta per insegnare in via indiretta ai fanciulli ciò, che non sorpassa la loro facoltà apprensiva; ma in

Adele le occasioni sono preparate e suscitate a bella posta e studiatamente coordinate ad un fine prestabilito, sicchè corrono pericolo di perdere quel carattere di naturalezza, che tien desta l'attenzione dell'alunno. Similmente essa consiglia, e con ragione, di non essere troppo corrivi nell'ammaestrare, ma di acconciare il tenore ed il grado dell'istruzione all'età del discente; e guidata da questo concetto, detta per la sua alunna una serie di letture scientifiche e letterarie, che vanno via via progredendo dall'età di sette anni sino oltre il ventennio, ma non tutti gli autori assegnati a ciascun periodo di età rispondono al suo concetto. A sussidio dell'intelletto, a rinforzo della memoria essa fece grande assegnamento sulle intuizioni sensibili. A tal uopo non solo si giovò di libri illustrati, di globi e carte geografiche, di bassorilievi, di gabinetti di fisica, di collezioni naturali, ma perfino le pareti delle sale volle istoriate di fatti e personaggi celebri, di figure mitologiche, e da un pittore polacco fece disegnare una lanterna magica, i cui vetri portavano dipinti i fatti della storia sacra, della romana, della chinese e della giapponese.

Per quel, che riguarda l'educazione morale e la religiosa, i suoi concetti oscillano mal fermi tra la dottrina pedagogica di Fénélon e quella di Rousseau: l'autorità e la libertà, il sentimento e la ragione ad ogni piè sospinto vi si urtano e si confondono.

La Genlis fece di pubblica ragione una sterminata serie di lavori i più svariati, e fu da'suoi critici giudicata con una severità, che potrebbe parere eccessiva, se non fosse che anch'essa nel giudicare uomini e libri non sempre si contenne entro i confini della temperanza e della convenienza, forse per cagione delle aspre vicende, per cui è trascorsa la lunga sua vita di ottantaquattro anni.

L'educazione della donna e la rivoluzione francese.

Undici anni dacchè Rousseau era morto, scoppiò la rivoluzione francese. In mezzo a quella profonda crisi sociale anche l'educazione della donna fu agitata da due opposte correnti. La donna rimanga dov'è, nell'ambito della famiglia, dove non oc-

corre gran fatto l'istruzione, ripetono da un lato Mirabeau, Danton, Robespierre, Saint-Juste, Talleyrand. La donna corra insieme coll'uomo il pubblico arringo della vita sociale, e sia come lui, e quanto lui educata, ripetono dall'altro lato Condorcet e Lepellettier di Saint-Fargeau.

Talleyrand presentava all'Assemblea Costituente un disegno di legge sulla pubblica istruzione, preceduto da una relazione, in cui esponeva le sue idee sull'educazione femminile. Egli vuole la donna istruita in ordine alla sua destinazione, la quale risiede nella prosperità domestica e nei doveri della vita interiore. A lui pare incontestabile, che la prosperità di entrambi i sessi e segnatamente delle donne esige, che esse non aspirino punto all'esercizio dei diritti e delle funzioni politiche. La loro costituzione delicata, le pacifiche inclinazioni, i numerosi doveri della maternità le allontanano costantemente dalle abitudini forti, dai doveri penosi, e le chiamano ad occupazioni dolci, a cure interiori. " Non convertite le compagne della vostra vita in vostre rivali „.

Condorcet fu il ristauratore delle idee pedagogiche di Poullain de la Barre ed il precursore dei moderni promotori dell'emancipazione assoluta della donna. Egli proclamò arditamente davanti all'Assemblea francese l'eguaglianza de'due sessi, riconoscendo eguali in essi le attitudini intellettuali, eguali i diritti ed i doveri, e quindi comune l'istruzione dell'uomo e della donna. Essendochè l'istruzione sta tutta nell'esporre delle verità e svilupparne le prove, per ciò stesso egli non sapeva scorgere come la differenza de'due sessi porti con sè altresì una differenza nella scelta di queste verità e nella maniera di provarle. Dalla comunanza poi dell'istruzione egli ne arguiva che essa debb'essere data in comune ai fanciulli ed alle fanciulle nelle medesime scuole, e che le donne non vanno escluse dall'insegnamento. Torna necessaria alle donne quest' eguaglianza d' istruzione: 1° perchè esse hanno i medesimi diritti dell'uomo; 2° perchè possano sorvegliare l'istruzione dei loro fanciulli in casa; 3° perchè in seno della famiglia non incorrano in una disuguaglianza contraria alla prosperità domestica; 4° perchè così istrutte sono in grado di conservare agli uomini le cognizioni da essi acquistate nella loro giovinezza.

Forse accortosi di essere trascorso tropp'oltre, Condorcet

esce in una riserva. " Se il compiuto sistema di istruzione comune sembrasse troppo esteso per quelle donne, che non sono chiamate a veruna funzione pubblica, si può restringere a' suoi primi gradi senza però vietare gli altri a quelle, che avranno disposizioni più felici, ed in cui la loro famiglia vorrà coltivarle. Se vi ha qualche professione riservata esclusivamente agli uomini, le donne non saranno ammesse all'istruzione particolare corrispondente, ma sarebbe assurdo escluderle da quella istruzione, che ha per oggetto le professioni, che esse devono esercitare in concorrenza cogli uomini „ (1). Questa non è punto un'eccezione, che, come suol dirsi, confermi la regola, bensì è una riserva, che contraddice al principio stabilito. Giacchè il riconoscere professioni sociali esclusivamente proprie dell'uomo, val quanto niegare la presupposta eguaglianza de'sessi e la comunanza d'istruzione, che ne consegue.

Questa teoria di Condorcet pecca di esclusivismo, siccome quella, che guarda soltanto alle facoltà comuni, per cui l'uomo e la donna appartengono amendue alla specie umana, eguali in ciò per natura, e non tiene conto delle doti caratteristiche di esse facoltà in ciascuno de'due sessi. Egli pronuncia, che hanno amendue eguali diritti ed eguali doveri, ma non ha avvertita la differenza grande, che intercede fra i diritti ed i doveri assoluti, i quali sono comuni all'uomo ed alla donna, perchè fondati sulla natura umana, ed i diritti e doveri relativi, i quali variano secondo il sesso, l'età, le condizioni sociali. Similmente dacchè l'istruzione sta tutta nello esporre verità e svilupparne le prove, erroneamente egli ne arguisce che debba essere la medesima pe' due sessi malgrado la loro differenza, poichè l'istruzione non va solo riguardata, come egli fece, oggettivamente, ossia in se stessa, bensì anche soggettivamente, ossia rispetto agli alunni, a cui viene amministrata, epperò se sotto il primo aspetto è la medesima, sotto il secondo si differenzia.

---

(1) *Œuvres de Condorcet,* Paris, 1847, tom. 7, pag. 215 e seg.

Classificazione delle dottrine relative all'educazione femminile.

A conforto di questo breve studio storico critico torna opportuno un accenno ad una classificazione razionale delle diverse dottrine dei pedagogisti intorno l'educazione della donna, raffrontata con quella dell'uomo. L'uomo e la donna sono due individualità differenti, che appartengono alla medesima specie: su questo principio psicologico abbiamo ragione di fondare una classificazione logica di tutte le dottrine pedagogiche in due grandi categorie; alla prima appartengono tutte quelle teorie, che disconoscono il giusto rapporto psicologico tra l'uomo e la donna; la seconda comprende tutte quelle altre, che più o meno lo riconoscono. Ma il proposto principio può essere disconosciuto in due guise opposte, secondochè 1° si ammette l'eguaglianza assoluta della specie umana sino a negare le differenze individuali proprie di ciascun sesso, oppure si tiene la sentenza affatto opposta. Di qui le dottrine della prima categoria vengono a suddividersi in due altre corrispondenti, entrambe estreme ed opposte, la prima delle quali niega alla donna ogni coltura e la rinchiude nel recinto domestico quale una schiava, non una compagna dell'uomo; la seconda la vuole educata come e quanto l'uomo senza divario di sorta. L'altra categoria abbraccia tutte le dottrine intermedie fra queste due estreme, e sebbene tutte concordi nell'ammettere una differenza tra l'educazione maschile e la femminile, non disgiunta da una ragionevole comunanza, tuttavia diversano di grado nel segnare i limiti proprii della coltura della donna. Tenendo l'occhio rivolto a questo prospetto sinottico, riesce agevole il riscontrarvi le molteplici dottrine pedagogiche registrate nella storia, segnando a ciascuna il posto suo proprio. Sistemare in ordine logico tutte le teorie riguardanti l'educazione della donna non basta; occorre pur anco un criterio direttivo per giudicarle e trarne una conclusione definitiva, il quale distinguesi in assoluto od universale, ed in relativo o particolare. Il criterio assoluto è dato dalla scienza, la quale stabilisce che ogni teoria pedagogica è vera, se riconosce

tra l'uomo e la donna l'eguaglianza della specie umana, la differenza dell'individualità personale; falsa nel caso contrario (1). Il criterio relativo è ammannito dalla conoscenza storica delle condizioni sociali de' tempi e luoghi, in cui versa l'educazione della donna, tantochè ragion vuole che si riconosca e si apprezzi convenientemente nelle teorie de' pedagogisti di ciascun secolo il colorito rispondente alle condizioni ed alle esigenze sociali del loro tempo.

Di un coccio copto del Museo Egizio di Torino con caratteri crittografici;

Nota del Socio FRANCESCO ROSSI.

Errare humanum est.

Fra i cocci copti del Museo egizio di Torino da me pubblicati negli Atti della nostra Accademia delle Scienze dello scorso anno (2), io segnalava specialmente quello, che portava nel rovescio una breve lettera contenente varii gruppi, che mi parevano nella forma ricordare le invocazioni dei testi gnostici, e furono allora per me indecifrabili.

Ma ritornando oggi su questo coccio, mi venne in mente, che i Copti, come gli antichi Egiziani, possedessero una scrittura enigmatica o crittografica, che adoperassero talvolta nei loro scritti, e di cui si avrebbe così un esempio nel nostro coccio. E a confermarmi in questa opinione sta anche il fatto, che questi gruppi sono nella lettera seguìti dalle parole: ⲁⲣⲓ ⲧⲁϩⲁⲡⲏ ⲣ̅ⲡⲉⲩⲙⲉⲉⲩⲉ ϩⲓ ⲡⲉⲕϣⲟⲃⲟ (3), *fa, di grazia, ricordo di essi nelle tue preghiere* (4). Ora dicendo di far *ricordo*

---

(1) Vedi i miei *Studi pedagogici*, pag. 306-311.

(2) Vol. XXX, pag. 799, con tavola.

(3) ϣⲟⲃⲟ, come mostrerò più sotto, non è altro che la forma crittografica della radice ϣⲗⲏⲗ, *preces, oratio.*

(4) Nella mia prima pubblicazione di questo coccio credetti di dover correggere la forma (non troppo chiara nell'originale) ⲡⲉⲩⲙⲉⲉⲩⲉ, *eorum recordatio* in ⲡⲁⲙⲉⲉⲩⲉ, *mea recordatio,* perchè io non leggeva in questo testo altro nome che quello di Azaria, l'autore della lettera.

di essi, doveva l'autore naturalmente alludere alle persone, che egli menzionava nella lettera, ed i cui nomi dovevano naturalmente in essa trovarsi. Mi parve quindi giusto conchiudere, che questi gruppi contenessero i nomi di queste persone, che egli nella sua lettera ricordava al padre in caratteri crittografici.

Un attento esame di tutti questi gruppi mi convinse, che essi non potevano rappresentare più di quattro nomi espressi coi seguenti segni:

1° ϫⲥⲭⲱϧϣ (1). 2° ⲱⲑⲏϥⲛⲗⲱ. 3° ⲑⲡⲣⲑϩⲑϫ.
4° ⲕⲑⲕⲛⲗⲭ...ϥⲗⲭ.

Ora primo lavoro a fare era di confrontare fra loro tutti questi gruppi, e segnalare i segni che in essi si ripetevano. Prendendo perciò ad esame il primo gruppo (ϫⲥⲭⲱϧϣ) composto di sei lettere, ho trovato, che esso ha per prima lettera un segno (ϫ) che forma la finale del terzo gruppo; la terza lettera è rappresentata da un segno (ⲭ) che si trova come sesta e decima lettera del quarto gruppo; il segno (ⲱ), che forma la quarta e la sesta od ultima lettera del gruppo, rappresenta anche la lettera iniziale e la finale del secondo gruppo.

Il secondo e quinto segno infine sono proprii solo a questo gruppo, e non trovansi negli altri, ma dell'ultimo abbiamo già fin d'ora il valore in modo irrefragabile nella parola ϣⲟϧⲟ, con cui termina il testo del coccio, e vedemmo nella sovra citata nota essere la forma crittografica della radice ϣⲗⲏⲗ. Infatti l'autore della lettera aveva cominciato a scrivere i primi segni di questo vocabolo con le usuali lettere dell'alfabeto copto ϣⲗ; ma tosto si corresse, e soprappose alla lettera ⲗ una ⲟ, che ripetuta, com'è, dopo il segno ϧ, dimostra che la voce ϣⲟϧⲟ è la trascrizione in caratteri crittografici della ra-

(1) Il segno ⲥ del gruppo ϫⲥⲭⲱϧϣ è nell'originale smozzato della parte superiore, onde io nella mia prima pubblicazione lo trascrissi per una *iota* (ⲓ).

dice ϣⲗⲏⲗ, e perciò il segno ϩ, identico a quello che occupa il quinto posto del nostro gruppo, deve necessariamente essere un'*eta* (ⲏ).

Il secondo gruppo (ⲱⲑⲏϥⲓⲗⲱ) si compone di sette segni, che si riscontrano tutti negli altri gruppi. Omettendo il segno ⲱ che già notammo nel primo gruppo come rappresentante la quarta e sesta lettera di quel nome; abbiamo per la seconda e terza lettera due segni (ⲑ e ⲏ), che trovansi anche nel terzo gruppo, ove la prima (ⲑ), che vi è ripetuta tre volte, occupa il primo, quarto e sesto posto; la seconda invece (ⲏ) trovasi solo nel secondo posto. Gli altri tre segni (ϥⲓⲗ) cioè il quarto, il quinto ed il sesto, sono tutti riprodotti nel quarto gruppo, ove il primo rappresenterebbe l'ottava lettera, il secondo la quarta, ed il terzo, che vi è due volte riprodotto, la quinta e nona lettera.

Dei sette segni, che compongono il terzo gruppo (ⲑⲏⲣⲑϩⲑϫ), cinque sono già stati notati negli altri gruppi, ed i due, che ci rimangono ad esaminare, sono proprii solo di questo gruppo, in cui occupano il terzo e quinto posto, e rappresentano, nella forma, le due lettere dell'alfabeto copto *ro* (ⲣ) ed *hori* (ϩ).

Riguardo infine al quarto gruppo debbo innanzi tutto far osservare, come questo nel nostro coccio sia diviso in due parti; la prima, con cui termina la sesta linea del testo, porta ben distinti i seguenti segni: ⲕⲑⲕⲓⲗⲭ. La seconda parte invece, che formava il principio della settima linea, è ora coperta da una larga macchia, onde a stento si distinguono le lettere ϥⲗⲭ. Ma prima di queste doveva esservi ancora una lettera, che nello stato attuale del coccio non è più possibile scoprirne le traccie. Riunendo quindi queste due parti noi ricomponiamo il quarto gruppo con dieci segni (ⲕⲑⲕⲓⲗⲭ : ϥⲗⲭ :), i quali, ad eccezione del primo e terzo fra loro identici, e del settimo, che più non si scorge nel coccio, si riscontrano tutti negli altri gruppi.

Ciò fatto e posto fuori di dubbio, che questi gruppi contengono nomi di persone, mi feci a ricercare fra i nomi copti quelli, che per numero e disposizione delle lettere meglio si potessero coi nostri conciliare. In questa ricerca il gruppo, che

più di tutti doveva facilitarmi la via è il terzo, perchè, come notammo, ha il carattere speciale di ripetere tre volte lo stesso segno, rappresentando esso la prima, la quarta e la sesta lettera del gruppo; e perciò da questo cominciai i confronti. Ora fra i nomi di persona, che incontransi frequentemente nelle antiche iscrizioni copte, vi è quello di ⲁϧⲣⲁϩⲁⲙ, che come il nostro gruppo, si compone di sette segni, ed ha per prima, quarta e sesta lettera la vocale ⲁ. Se di più si aggiunga che i due segni rappresentanti le lettere *ro* (ⲣ) ed *hori* (ϩ), che vedemmo essere proprii solo a questo gruppo, vi occupano lo stesso posto, che queste due lettere hanno nel nome di ⲁϧⲣⲁϩⲁⲙ, possiamo senza alcuna esitanza affermare, che il nostro gruppo è la forma crittografica del nome di *Abramo*.

La presenza poi delle lettere ⲣ e ϩ col loro valore reale in questo gruppo dimostra, che era lecito agli scribi copti di intercalare nei testi crittografici alcune lettere del loro alfabeto senza cangiarne il valore.

Dallo studio quindi del terzo gruppo noi veniamo già a stabilire con certezza il valore dei tre segni crittografici ⲑ = ⲁ, ⲏ = ϧ, ⲝ = ⲙ, ai quali dobbiamo aggiungere il segno ϧ = ⲏ, datoci dalla radice ⲙⲗⲏⲗ, che dimostrammo essere la trascrizione del gruppo crittografico ⲙⲟϧⲟ. Ora di questi segni così decifrati, due si trovano nel primo gruppo (ⲝⲥⲭⲱϧⲱ), ove occupano il primo ed il quinto posto, e rappresentano quello la lettera ⲙ, questo la lettera ⲏ; e siccome quest'ultima è posta fra due segni perfettamente identici, ne viene, che il nome a cui ha da corrispondere il nostro gruppo, deve avere per quarto e sesto segno la stessa lettera.

Ora il nome, che trovasi appunto in queste condizioni è quello di *Mosè*, che nel copto componesi, come questo gruppo di sei lettere (ⲙⲱⲩⲥⲏⲥ), nome che comincia colla lettera ⲙ, e termina colla ⲏ rinchiusa fra due ⲥ. Epperò, se ci siamo bene apposti, avremo pel secondo segno del gruppo la vocale ⲱ, pel terzo la vocale ⲩ, e pel quarto e sesto la consonante ⲥ. Ma mentre il segno ⲥ = ⲱ trovasi solamente in questo gruppo, i segni ⲭ = ⲩ e ⲱ = ⲥ si riscontrano pure negli altri, e se

anche in questi conservano lo stesso valore, noi avremo una nuova prova per asserire che il primo gruppo è la forma crittografica del nome di Mosè.

Venendo perciò a studiare il secondo gruppo, troviamo, che questo (ⲱⲑⲏϥⲙⲗⲱ), composto di sette lettere, comincia e termina con lo stesso segno che identificammo testè colla lettera ⲥ. Conoscendo già dal nome ⲁⲃⲣⲁϩⲁⲙ che il secondo e terzo segno rappresentano le lettere ⲁ e ⲃ, noi dobbiamo cercare il nome che gli corrisponda fra quelli, che composti di sette lettere, comincino colla sillaba ⲥⲁⲃ ed abbiano per lettera finale una ⲥ. Ora mi corse tosto alla mente il nome di Sabino (ⲥⲁⲃⲓⲛⲟⲥ), menzionato nei miei papiri copti (1) come autore di una *Esegesi sulla nascita del nostro Divin Salvatore,* e vescovo di *Schmin,* la *Panopoli* dei Greci. Dall'identificazione quindi del secondo gruppo con questo nome noi veniamo a riconoscere, che il quinto segno (ⲓ) non ha un valore crittografico, ma rappresenta la semplice lettera dell'alfabeto ⲓ, mescolata qui con segni crittografici, fra i quali sono invece a porsi il quarto ed il sesto, ove il primo sta per la lettera (ⲓ) cioè *iota,* ed il secondo per la lettera *omicron* (ⲟ), e tutti e tre questi segni si trovano con lo stesso valore nel quarto gruppo.

In quest' ultimo gruppo poi (ⲕⲑⲕⲓⲗⲭ...ϥⲗⲭ) abbiamo veduto che sette dei suoi segni si trovavano nei precedenti gruppi, onde ne conosciamo adesso il valore; ma per gli altri, che sono proprii solamente a questo gruppo, esso ci sfugge, e solo sappiamo che il primo e terzo segno devono rappresentare la medesima lettera. Ora l'ignoranza del valore del segno, con cui cominciava il gruppo, avrebbemi resa ben difficile la ricerca del nome copto che gli corrispondesse, se non mi fosse venuta in aiuto la bella raccolta dei nomi di persone egiziani fatta dal Parthey. In questo lavoro avendo io trovato alla pag. 74 il nome copto ⲡⲁⲡⲛⲟⲩⲧⲉ (ὁ τοῦ θεοῦ) a lato alla forma greca παφνουτιος, ne conchiusi tosto, che il segno, che ora manca nel coccio, doveva rappresentare la lettera ⲧⲁⲩ (τ) e non poter essere altro che la forma crittografica della lettera *pi* (π) i due segni identici, che occupano il primo e terzo posto del

(1) *I papiri copti del Museo Egizio di Torino,* vol. II, fasc. IV ed ultimo, pag. 4.

gruppo, cosicchè avremo colla sua trascrizione il nome copto ⲡⲁⲡⲛⲟⲩⲧⲓⲟⲩ.

Raccogliendo quindi insieme tutti i segni crittografici del testo, noi avremo la seguente tavola di paragone:

1° ⲑ = ⲁ. 2° ⲏ = ⲃ. 3° ⲃ = ⲏ. 4° ϥ = ⲓ. 5° ⲟ = ⲗ. 6° ⲝ = ⲙ. 7° ⲗ = ⲟ. 8° ⲱ = ⲥ. 9° ⲭ = ⲩ. 10° ⲥ = ⲱ.

Onde il nostro testo dovrà essere così trascritto:

ⲧⲁⲁⲥ ⲙ̅ⲡⲁⲓⲱⲧ ϥⲣⲁⲛⲅⲉ ϩⲓⲧⲛ̅ ⲁⲍⲁⲣⲓⲁⲥ ⲡⲉϥⲱⲏⲣⲉ. ⲙⲱⲩⲥⲏ̅, ⲥⲁⲃⲏⲟⲥ, ⲁⲃⲣⲁϩⲁⲙ, ⲡⲁⲡⲛⲟⲩⲧⲓⲟⲩ. ⲁⲣⲓ ⲧⲁⲩⲁⲡⲏ ⲣ̅ⲡⲉⲩⲙⲉⲉⲩⲉ ϩⲛ̅ ⲛⲉⲕⲱⲗⲏⲗ;

e la sua traduzione letterale sarà: *date questo* (la lettera) *al padre mio, Frange da parte di Azaria suo figlio. Mosè, Sabino, Abramo, Papnouzio. Fa, di grazia, ricordo di essi nelle tue preghiere.*

La prima parte di questo nostro testo contiene l'indirizzo della lettera scritta nel diritto del coccio, e viene in conferma dell'opinione espressa dal Prof. L. Stern (1) che la parola ⲧⲁⲁⲥ fosse usata nelle lettere a segnarne l'indirizzo.

L'autore poi della lettera aggiunse ancora nel suo indirizzo i nomi, in caratteri crittografici, di quattro persone, amiche probabilmente del padre, raccomandandole alle sue preghiere.

Il testo infine è chiuso da un segno (☧), che ho più volte trovato nei miei papiri copti, ora in testa, ora al piede delle pagine, come segno di benedizione, e che io opino essere la sigla della voce greca σταυρός, formata dalla riunione di tutte le sue consonanti nel seguente ordine ⲥⲧⲣⲥ.

Ora questa sigla, posta dall'autore in principio del primo testo, nel diritto del coccio, e ripetuta, nel rovescio, alla fine del secondo testo, dimostra che essi devono riferirsi ad una sola e stessa lettera.

---

(1) V. " Zeitschrift für Aegyptische Sprache und Alterthumskunde ", XVI Jahrgang, 1878, Seite 9. Sahidische Inschriften von Ludw. Stern.

Del luogo della così detta prima battaglia di Bedriaco;

Nota del prof. LUIGI VALMAGGI.

È ammesso generalmente che la grande battaglia combattuta nell'aprile del 69 tra gli Otoniani e i Vitelliani, ossia quella che si suol chiamare, benchè non in tutto propriamente, la prima battaglia di Bedriaco, sia seguìta a sei miglia romane a occidente di Cremona, sul confluente dell' Adda col Po, quindi non lungi dall'attuale Castelnuovo Bocca d'Adda. Ma poi che nè in Plutarco, nè in Svetonio, nè in alcun'altra parte è accennato il punto preciso in cui avvenne la battaglia, siffatta opinione si fonda esclusivamente sull' attestazione di Tacito, nel passo del capitolo 40 del II libro delle *Historiae*, che nel codice Mediceo e in tutte le edizioni (prescindendo dalla correzione *Adduae* per *Aduae* proposta dal Puteolano e accolta da parecchi editori fra i men recenti) suona così: " Non ut ad pugnam sed ad bellandum profecti „ (lo scrittore parla dell'esercito Otoniano) " *confluentes Padi et Aduae fluminum* sedecim inde milium spatio distantes petebant „. E come con queste parole appunto è designato da Tacito il teatro del combattimento, così parve doversene desumere che la battaglia accadde, secondo dicemmo, sul confluente dei due fiumi. Qualche dubbio tuttavia il passo citato delle *Historiae* l'ha sollevato già in addietro (1); e invero

(1) Il Mannert ad esempio aveva sostituito *Ollii* ad *Aduae*, leggendo *Padi et Ollii*, e il Nipperdey espunse addirittura l'inciso, notando che " flumina praeter Padum sunt amnis Caneta et rivi complures prope Cremonam Orientem versus in Padum influentes „. Ma non a torto osservò il Meiser nella nuova edizione Orelliana non essere probabile " Tacitum *confluentes fluminum* scripsisse neque nominasse flumina „. Del resto le incertezze e difficoltà varie del passo, anche rispetto alla quistione delle distanze di cui noi ci occuperemo più innanzi, hanno dato luogo già a più discussioni e indagini erudite, come quelle del Krauss (*De vitarum imper. Oth. fide quaestiones*,

che non abbia potuto essere quello il teatro del combattimento è dimostrato irrefragabilmente da due ordini di ragioni, da ragioni strategiche cioè e ad un tempo da ragioni storiche e filologiche.

Vediamo anzitutto le prime, e cominciamo a ricordare, per maggior chiarezza e per intenderci, le posizioni rispettivamente occupate dai due eserciti. Fallito il disegno di chiudere ai Vitelliani gli sbocchi delle Alpi (1), Otone ha portato la base della difesa sulla linea del Po (2), lungo la quale nel momento che immediatamente precede la battaglia (di altre mosse e dislocazioni anteriori qui non accade ci occupiamo) il suo esercito si trova scaglionato in una specie di semicerchio, che da Piacenza, tenuta fortemente da Vestricio Spurinna con un buon nerbo di truppe (3), si svolge sulla destra del fiume sino a Brescello (4), per risalire poi sulla sinistra a Bedriaco, ov'è con Annio Gallo, con Svetonio Paolino e con Mario Celso il grosso delle forze Otoniane (5), comandate in titolo dal fratello stesso

---

Zweibrücken, 1880, p. 46 sgg.), del Puhl (*De Oth. et Vit. imper. quaestiones*, Halle, 1883, p. 16 sgg.), del Lezius (*De Plut. in Galba et Othone fontt.*, Dorpat, 1884, p. 138 sgg.), del Kuntze (*Beitr. zur Gesch. des Otho-Vitellius-Krieges*, Karlsruhe, 1885, p. 13 sgg.), e principalmente del Mommsen (*Die zwei Schlachten von Betriacum in I. 69* in *Herm.*, V, 161 sgg.) e del Gerstenecker (*Der Krieg des Otho u. Vitellius in Italien im I. 69*, München, 1882, p. 30 sgg.), senza tuttavia venire a una conchiusione definitiva.

(1) Tac., *Hist.*, II, 11. Non cito, sempre quando non ci sia luogo a discrepanze che importi avvertire, i passi corrispondenti di Plutarco, poi che entrambi gli scrittori rappresentano la medesima fonte comune; e d'altra parte chi voglia i riscontri può trovarli allegati minutamente nel recente libro del Fabia su *Les sources de Tac. dans les Hist. et les Ann.*, Parigi, 1893, pp. 49 sgg.

(2) Tac., *Hist.*, II, 11: cfr. in II, 32 il passo del discorso di Svetonio Paolino relativo appunto all'importanza strategica della linea del Po: " obiacere flumen Padum, tutas viris murisque urbes, e quibus nullam hosti cessuram Placentiae defensione exploratum „.

(3) Tac., *Hist.*, II, 18; 36.

(4) Conforme alla decisione presa nel consiglio di guerra che precedette di poco la battaglia (Tac., *Hist.*, II, 32-33; Plut., *Oth.*, 5 e 8), a Brescello si ritirò Otone stesso con una " praetoriarum cohortium et speculatorum equitumque valida manus „ affinchè " dubiis proeliorum exemptus summae rerum et imperii se ipsum reservaret „ (*Hist.*, II, 33).

(5) Tac., *Hist.*, II, 23; 39.

di Otone L. Tiziano (1), di fatto dal prefetto del pretorio Licinio Procolo (2). Ancora sulla destra del Po (importa avvertirlo, perchè, come vedremo, è particolare di grande valore per ricostruire il teatro della battaglia), ancora, dico, sulla destra del Po, ad oriente di Cremona e a poca distanza da essa (3), si trovano i 2000 gladiatori Otoniani (4) agli ordini di M. Marcio Macro (5) e in seguito di T. Flavio Sabino (6). Dei Vitelliani, il corpo di Cecina, assalita senza frutto Piacenza (7), ha ripassato il Po occupando Cremona (8), dove è stato raggiunto dal corpo di Valente (9); e l'azione dei due corpi riuniti a Cremona s'è cominciata a spiegare con la costruzione di un ponte di barche sul Po " adversus oppositam gladiatorum manum (10) ", accennando a puntare sulla riva destra (11), la quale è, come dicemmo, la direttrice strategica della difesa Otoniana.

Queste sono le posizioni rispettive degli eserciti nemici, allorchè si inizia per parte degli Otoniani l'azione risolutiva che mette capo alla battaglia di Bedriaco, o piuttosto, con maggiore esattezza, di Cremona. Il corpo Otoniano concentrato a Bedriaco e costituito (a giudicarne almeno dalle forze che si

---

(1) Tac., *Hist.*, II, 23 in fine; 39.

(2) Ib., 39.

(3) Tac., *Hist.*, II, 23; 34; 35.

(4) Tac., *Hist.*, II, 11.

(5) Tac., *Hist.*, II, 23; 35; 36.

(6) Tac., *Hist.*, II, 36.

(7) Tac., *Hist.*, II, 20-22.

(8) Ib., 22. Come fu avvertito dal Tillemont (*Hist. des emper.*, I, 621, n. 4), dal Mommsen (*Herm.*, V, 162) e più recentemente dal Fabia (op. cit., p. 55, n. 2) non si tratta di una marcia offensiva su Cremona, secondo parrebbe dal racconto di Plutarco (*Oth.*, 7), ma bensì di una ritirata, perchè Cremona era già in potere dei Vitelliani.

(9) Tac., *Hist.*, II, 31.

(10) Tac., *Hist.*, II, 34.

(11) " Quieti intentique Caecina ac Valens, quando hostis imprudentia rueret, quod loco sapientiae est, alienam stultitiam opperiebantur, inchoato ponte transitum Padi simulantes " (Tac., *Hist.*, II, 34). Questa operazione anzi provocò un combattimento sul Po tra i Vitelliani e i gladiatori, nel quale i gladiatori ebbero la peggio (*Hist.*, II, 35); ma nè di esso nè dello scontro di Castoro (*Hist.*, II, 24 sgg.) anteriore alla congiunzione dei due corpi di Valente e di Cecina a noi non occorre occuparci.

trovarono al combattimento) dalla legione I *Adiutrix*, dalla XIII *Gemina*, da un distaccamento della XIV *Gemina Martia Victrix* e da una parte dei pretoriani (1), muove il campo contro il nemico (2) e per la via Postumia in due tappe (3) viene a dar battaglia, secondo il racconto tradizionale, a occidente di Cremona sul confluente dell'Adda col Po. Per raggiungere il qual punto all'esercito Otoniano sarebbe stato mestieri sfilare di fianco sulla sottile striscia di terra che separa Cremona dal Po; il che è strategicamente un assurdo. È un assurdo anzitutto, perchè cacciarsi tra il Po e Cremona, base d'operazione dei Vitelliani, equivaleva ad esporsi scientemente a un macello disastroso e irreparabile; è un assurdo ancora perchè in ogni caso con una mossa siffatta gli Otoniani si sarebbero chiusi da sè le retrovie, e tagliata la ritirata, che per contro si fece appunto a Bedriaco (4); è un assurdo infine perchè la stretta tra Cremona e il Po era occupata già dai Vitelliani (n'è prova a tacer d'altro la costruzione del ponte sul Po di sopra ricordata) e non si poteva tentare di oltrepassarla senza dar di cozzo nelle schiere di Cecina e di Valente, ch'è quanto dire che l'urto doveva accadere davanti a Cremona e non mai alle sue spalle sul confluente dell'Adda col Po.

Alla stessa conchiusione si giunge considerando la quistione dal lato puramente storico e filologico. E valga il vero. La distanza tra Bedriaco e Cremona era di 20 miglia romane secondo Pompeo Planta (5), di 22 miglia secondo la Tavola Peutingeriana (6). Tra Cremona e il confluente dell' Adda col Po

---

(1) Tac., *Hist.*, II, 43.

(2) È l'espressione di Plutarco, *Oth.*, 11: Γενομένων δὲ τούτων καὶ τῶν ἐν Βητριακῷ στρατιωτῶν τοῦ Ὄθωνος ἐκφερομένων μετ' ὀργῆς ἐπὶ τὴν μάχην προήγαγεν αὐτοὺς ὁ Πρόκλος ἐκ τοῦ Βητριακοῦ.

(3) Entrambe sono accennate esplicitamente da Tacito (*Hist.*, II, 39-40) e da Plutarco (*Oth.*, 11), benchè, come vedremo or ora, con qualche variante rispetto alla lunghezza relativa dell'una e dell'altra.

(4) Tac., *Hist.*, II, 44.

(5) Scol. di Giov., 2, 99: " Horum bellum scripsit Cornelius, scripsit et Pompeius Planta, qui ait Bebriacum vicum esse a Cremona vicesimo lapide „.

(6) " Cremona — M. P. XXII — Bedriaco — M. P. XL — Hostilia „ secondo la felice emendazione del Mommsen (*Herm.*, V, 163, n. 3). Plutarco pone

intercedeva a sua volta, come s'è già notato in principio, uno spazio di altre sei miglia; sicchè da Bedriaco alla foce dell'Adda gli Otoniani avrebbero dovuto percorrere in tutto 28 o 26 miglia almeno. Orbene Tacito non ne fa percorrer loro che quattro nella prima tappa (1), e sedici nella seconda (2), che dànno un totale di venti miglia: il qual percorso si accorcia ancora di qualche po' in Plutarco (3), assegnando egli cinquanta stadî alla prima tappa e alla seconda cento, e la somma che ne risulta di cencinquanta stadî non corrisponde che a diciotto miglia romane. Anche il computo delle distanze conferma adunque che il teatro della battaglia non potè essere a occidente di Cremona presso l'Adda, ma sì fu tra Bedriaco e Cremona a qualche distanza da questa città.

A quale distanza più precisamente? Non è difficile determinarlo se si pon mente a un particolare, già avvertito da altri in proposito (4), pur senza trarne il partito che si poteva. Nel consiglio dei generali Otoniani che precedette immediatamente il combattimento Celso e Paolino fanno osservare non essere opportuno " militem itinere fessum, sarcinis gravem obicere hosti non omissuro quo minus expeditus et vix quattuor milia passuum progressus aut incompositos in agmine aut dispersos et vallum molientes adgrederetur (5) ". Gli Otoniani si arrestarono dunque a quattro miglia da Cremona, e come il combattimento s'impegnò precisamente in questo punto (ciò risulta da tutto il contesto della narrazione tanto di Tacito quanto di Plutarco),

---

semplicemente Bedriaco πλησίον Κρεμόνης (*Oth.*, 8): del resto intorno alla precisa ubicazione del luogo, a non parlare delle fantasie dell'Aporti (*Mem. di st. eccles. Cremon.*, Cremona, 1835, p. 19), di G. B. Ferrari (*Bebriaco antico villaggio traspadano restituito alla geografia*, Brescia, 1876), di L. Lucchini (*Bedriaco illustrato dai suoi scavi archeologici*, Casalmaggiore, 1878), e di più altri men recenti, v. le osservazioni del Mommsen stesso in CIL. V, p. 411.

(1) *Hist.*, II, 39: " Promoveri ad quartum a Bedriaco castra placuit ".

(2) *Hist.*, II, 40: " confluentes Padi et *Aduae fluminum sedecim inde milium spatio distantes petebant ".

(3) *Oth.*, 11: ἐπὶ τὴν μάχην προήγαγεν αὐτοὺς ὁ Πρόκλος ἐκ τοῦ Βητριακοῦ, καὶ κατεστρατοπέδευσεν ἀπὸ πεντήκοντα σταδίων... Τῇ δὲ ὑστεραίᾳ βουλόμενον προάγειν ἐπὶ τοὺς πολεμίους ὁδὸν οὐκ ἐλάττονα σταδίων ἑκατὸν οἱ περὶ τὸν Παυλῖνον οὐκ εἴων κ. τ. λ.

(4) Fabia, op. cit., p. 69, n. 1.

(5) Tac., *Hist.*, II, 40.

così ne segue che il terreno della battaglia fu a quattro miglia romane a levante di Cremona, le quali sommate con le diciotto che Plutarco ha fatto percorrere agli Otoniani nella loro marcia ἐπὶ τοὺς πολεμίους, dànno il totale di ventidue miglia: quante n'erano appunto tra Bedriaco e Cremona secondo le indicazioni della Tavola Peutingeriana.

Ciò posto vediamo se non ci riesce di venire a qualche conchiusione definitiva rispetto al passo di Tacito allegato in principio, e più particolarmente rispetto alle parole *confluentes Padi et Aduae fluminum... petebant*, che sole furono la fonte, come notammo, di tutti i dubbi e di tutti gli errori relativi alla così detta prima battaglia di Bedriaco. Indizî e dati sufficienti da riconoscere e ricostruire il teatro della battaglia non mancano in Plutarco e soprattutto in Tacito. Da entrambi sappiamo intanto che essa si svolse su un terreno poco propizio all'azione tattica, perchè disuguale e tutto intralciato qua d'alberi e vigneti (1), là di fossi e canali (2), sicchè venne anche a mancare il necessario contatto tra i varî reparti combattenti (3). Siffatte condizioni quadrerebbero già per loro stesse assai bene alla natura del terreno giacente tra il Po e il percorso dell'antica via Postumia; ma che la linea di battaglia siasi precisamente sviluppata tra questi due estremi è detto esplicitamente da Tacito con l'accennare alle legioni " inter Padum viamque patenti campo congressae „ (4), e d'altra parte appare manifesto da tutti i particolari del combattimento. Importante è in proposito specialmente la descrizione di Tacito, e più piena e compiuta che quella di Plutarco (5), seguendo per ordine lo svolgersi dell'azione dall'estrema destra Otoniana sulla via Postumia sino all'estrema sinistra sul Po (6). Tacito infatti, ap-

---

(1) Tac., *Hist.*, II, 41; 42: cfr. anche 24 e 25.

(2) Plut., *Oth.*, 12: cfr. Tac., *Hist.*, II, 41 e Fabia, op. cit., p. 71.

(3) Tac., *Hist.*, II, 42: " Othoniani, quamquam dispersi... proelium acriter sumpsere „; e Plut., *Oth.*, 12: ἠναγκάζοντο φύρδην καὶ κατὰ μέρη πολλὰ συμπλέκεσθαι τοῖς ἐναντίοις.

(4) *Hist.*, II, 43.

(5) V. il raffronto particolareggiato delle due narrazioni in Fabia, op. cit., p. 70 sgg.

(6) Questo contraddice alla comune opinione, che pone il centro della linea di combattimento sulla via Postumia. Ma d'altra parte se tra il Po

pena finiti di discorrere gli antecedenti immediati della battaglia (1), comincia con esporre in breve le condizioni e vicende della mischia sulla via Postumia e intorno ad essa (2), poi passa alle legioni combattenti in campo aperto tra la via e il Po (*inter Padum viamque patenti campo*: son le parole testuali di Tacito, già citate dianzi), cioè di Otone la I *Adiutrix* che ha di fronte la XXI *Rapax* Vitelliana e " a parte alia „ la XIII *Gemina* e un distaccamento della XIV *Gemina Martia Victrix* Otoniane alle prese con la V *Alaudae* dei Vitelliani (3); e infine scende presso al Po, dove i gladiatori Otoniani, che hanno passato il fiume, sono tagliati a pezzi dai Batavi di Alfeno Varo e da altre coorti ausiliari (4). Ciascun di questi particolari è confermato, benchè in breve, dal racconto di Plutarco (5); e tutti mostrano chiaramente che la battaglia non è avvenuta punto sulla via Postumia, secondo si crede comunemente, ma bensì s'è sviluppata sur una linea assai estesa e per la natura del terreno frastagliata e spezzata da varî intervalli tra la via e il Po.

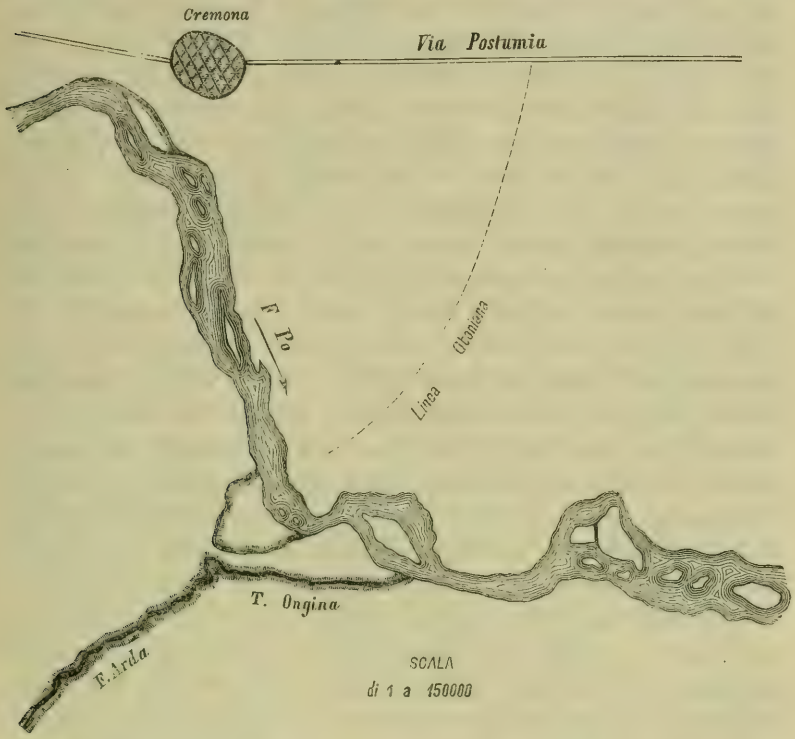
Ora la distanza che separa questa linea da Cremona ci è nota per uno dei suoi estremi: essa è, come vedemmo, di quattro miglia romane ossia di sei chilometri circa a levante di Cremona sulla via Postumia. Resta perciò a determinare l'estremo opposto sul Po; e movendo verso il fiume dal punto testè detto della via Postumia ci veniamo a trovare, secondo si scorge dallo

---

e la via erano due legioni e il distaccamento d'una terza, cioè il maggior nerbo delle forze Otoniane. non s'intende quali altre truppe avrebbero dovuto formare oltre al supposto centro ancora l'ala destra. Dei pretoriani la forza effettiva normale era a un dipresso quella di una legione soltanto (Mommsen-Girard, *Dr. publ. rom.*, p. 139), di poco accresciuta nel tempo cui si riferiscono gli avvenimenti dei quali discorriamo dall'aggiunta di tre nuove coorti instituite da Claudio o da Caligola (Mommsen, *Herm.*, XIV, 34; Marquardt-Brissaud, *Organ. milit.*, p. 201, n. 4); e non si dimentichi che di essi una buona parte si trovava come vedemmo in riserva a Brescello con Otone.

(1) II, 41-42.
(2) II, 42.
(3) II, 43.
(4) II, 43.
(5) *Oth.*, 12.

schizzo qui unito, rimpetto alla foce dell'Arda, che è in quel tratto uno dei principali affluenti di destra del Po (1), sicchè



è lecito conchiudere che uno scrittore il quale avesse voluto designare il luogo della battaglia rispetto al Po, avrebbe do-

(1) Veramente l'Arda non mette foce da solo nel Po, ma sì nell'ultimo brevissimo tratto confonde le sue acque con quelle del torrentello Ongina, come appar dallo schizzo. Sennonchè questo è particolare insignificante; ed è ovvio anzi che volendo indicare quel punto preciso del Po lo scrittore adducesse il nome dell'affluente maggiore, non d'un torrentello a tutti sconosciuto. Più grave difficoltà contro le nostre deduzioni potrebb'essere il dubbio, manifestato da parecchi (vedine l'enumerazione in A. Parazzi, *Origini e vicende di Viadana e suo distretto*, Viadana, 1893, p. 10), che il corso antico del Po fosse diverso dal presente, e propriamente più a monte di questo. Ma è dubbio infondato, come con ragioni idrauliche e storiche ha provato il Parazzi nell'opera testè citata, dimostrando che se qualche mutamento d'alveo ci fosse potuto essere, esso sarebbe stato in ogni caso nella direzione opposta a quella che altri hanno creduto, cioè non verso mezzogiorno ma verso settentrione.

vuto dire ch'essa accadde sulla riva del fiume dinanzi o presso al confluente dell' Arda col Po. Ed è appunto ciò che Tacito dice nel passo controverso del capitolo quarantesimo del secondo libro, quando all' *Aduae* del codice Mediceo e delle edizioni, che non ha senso, si sostituisca nel testo il nome *Arda* (1), leggendo: *confluentes Padi et Ardae fluminum sedecim inde milium spatio distantes petebant.* Appena occorre avvertire che l'affinità grafica delle parole *Arda* e *Adua* è tale da legittimar pienamente pur dal lato diplomatico la correzione, o, meglio, restituzione. Giacchè escluso (come pare da escludere alla prima per il troppo grossolano errore che ne deriva) che la confusione dei due nomi possa risalire a Tacito stesso o, tanto meno, alla sua fonte, massime se questa è, come sembra, Plinio il vecchio (2), resta che nel codice Mediceo la falsa lezione è forse nata non da uno sbaglio materiale del copista, ma dal suo desiderio di emendare un nome, che nella copia che aveva dinanzi gli riusciva probabilmente incomprensibile, e di cui potrebb'essere una traccia la variante *Agdę* (con essa siamo proprio vicinissimi al nostro *Ardae*) dell'edizione principe e l'*Agele* (corretto d' altra mano con *Adduae*) del codice Vaticano allegato da Giusto Lipsio (3).

Checchè sia di ciò, ancora è d'uopo notare che con la nostra correzione si spiega assai plausibilmente quella divergenza nel computo delle distanze che sopra abbiamo avvertito fra Tacito e Plutarco, e che pur per parte sua è stata cagione d'incertezze e controversie non poche (4). Infatti lo spazio di venti

---

(1) È il nome attuale dell'affluente; e non essendocene altro documento che il presente di Tacito (l'*Arda* dell'*Hist. Aug.*, *Heliog.* 7 è un fiume della Tracia), potrebbe sorgere il sospetto, poco ragionevole del resto, che la forma latina del nome fosse diversa. Certo, ripeto, documenti antichi non v'hanno; ma in mancanza di questi debbono pure aver qualche valore i documenti basso-latini e medievali, quali ci sono offerti ad esempio in cronache Piacentine del sec. XIII, contenenti in più luoghi il nome *Arda* (*Chron. tria Placent. a I. Codagnello, ab anonymo et a Guerino conscripta*, Parma, 1859, pp. 45; 104; 383; 392).

(2) È la tesi appunto sostenuta dal Fabia col corredo di molte e buone prove nell'opera da noi citata più volte.

(3) Anche il Lipsio s'acconciava alla lezione già divenuta tradizionale al suo tempo appunto per riuscirgli " Agela ignotum flumen „, onde gli pareva da conchiudere " vulgatam esse veram „.

(4) V. principalmente il Mommsen, *Herm.*, V, 166 sgg.; il Gerstenecker,

miglia romane (quattro nella prima tappa e sedici nella seconda) che Tacito fa percorrere agli Otoniani da Bedriaco al campo di battaglia supera di due miglia quello di diciotto ch'è indicato da Plutarco (sei nella prima tappa e dodici nella seconda), e che sommato con le quattro miglia intercedenti sulla via Postumia tra Cremona e il luogo dove si fermarono gli Otoniani concorda esattamente, come s'è veduto, con la distanza posta tra Bedriaco e Cremona dalla Tavola Peutingeriana. Sulla qual distanza ancora crescerebbero le due miglia offerte in più da Tacito. Sennonchè mentre Plutarco accenna semplicemente alla marcia che si doveva compiere lungo la via Postumia verso Cremona (1), Tacito per contro dà la misura rispetto al punto ov'è il confluente dell'Arda col Po (confluentes... fluminum sedecim inde milium spatio distantes), che dista da Cremona di circa nove chilometri, ossia di sei miglia romane, ch'è quanto dire di due miglia più che il punto corrispondente della via Postumia, al quale si riferisce invece l'indicazione di Plutarco. Sicchè, prescindendo dalla lieve discrepanza relativa al luogo della prima tappa, le misure complessive offerte dai due autori tornano in sostanza ad un medesimo.

E per ridurre ai loro capisaldi le osservazioni sin qui fatte, parmi le conchiusioni ne debbano essere queste:

1) In Tacito *Hist.* II, 40 in luogo della lezione *Aduae* del cod. Mediceo e delle edd. è d'uopo restituire il nome *Ardae*.

2) La battaglia di Cremona, o prima battaglia di Bedriaco, come comunemente si suol chiamare, seguì non a occidente ma a oriente di Cremona lungo una linea compresa tra la via Postumia e il Po rimpetto alla foce dell'Arda; la qual linea distava da Cremona di quattro miglia romane sulla via Postumia e di sei all'estremo opposto sul Po.

3) Nella fonte comune di Tacito e di Plutarco l'indicazione delle varie distanze era verosimilmente più particolareg-

---

op. cit., p. 30 sgg., e altri allegati dal Fabia, l. cit., p. 68, n. 1. Dei commentatori di Tacito nessuno se n'è occupato; neanche il Meiser nella nuova edizione Orelliana [1886], ch'è pure il più ricco d'osservazioni sulle difficoltà di tutto il passo di Tacito, tuttavia non tocca di questo particolare.

(1) Τῇ δὲ ὑστεραίᾳ βουλόμενον προάγειν ἐπὶ τοὺς πολεμίους ὁδὸν οὐκ ἐλάττονα σταδίων ἑκατὸν οἱ περὶ τὸν Παυλῖνον οὐκ εἴων κ. τ. λ.

giata e compiuta che in entrambi questi autori, i quali non la riprodussero che parzialmente desumendone l'uno una misura e l'altro una misura diversa, se pure non vuol credersi che la fonte desse esclusivamente la distanza tra Bedriaco e il Po, e che Plutarco abbia ricavato la sua più breve sottraendo semplicemente lo spazio di quattro miglia accennato nel consiglio dei generali prima della battaglia da quello totale intercedente tra Bedriaco e Cremona.

4) Gli Otoniani puntarono sul Po per congiungersi eventualmente con le forze della riva destra (1); il che in parte avvenne col passaggio dei gladiatori che formarono l'estrema sinistra della linea Otoniana di combattimento.

---

(1) Cfr. Tac., *Hist.*, II, 39: " plerique copias trans Padum agentes acciri postulabant „.

L'Accademico Segretario
Ermanno Ferrero.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 10 al 31 Maggio 1896.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Annales** de l'Université de Lyon. La botanique à Lyon avant la révolution..... par M. Gérard. Paris, 1896; 8°.

* **Annales** des Mines. 9e série, t. IX, livr. 3me. Paris, 1896.

* **Annali** della R. Accad. d'Agricoltura di Torino, vol. 38°. Torino, 1896; 8°.

Annual Report of the Trustees of the Association. New York, 1896; 8°.

* **Atti** della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. XXXVI, fasc. 1°. Milano, 1896; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLVIII, sess. VII del 23 giugno 1895. Roma, 1895; 4°.

* **Atti** della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. A. XXIX, 1895. Torino, 1895; 4°.

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Acc. Medico-chir. di Perugia; vol. VIII, f. 1° e 2°. 1896; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1896, I. Leipzig; 8°.

* **Bulletin** de la Société belge de microscopie. XXIIe année, 1895-96, n. V-VII. Bruxelles, 1896; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXIX, n. 2. Cambridge, 1896; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VII, fasc. 4. Bologna, 1896; 8°.

* **Česká Akademie Císaře Františka Josefa** pro vědy, slovesnost a Umění.
Bulletin international. Résumé des travaux présentés. Classe des sciences mathématiques et naturelles.
Rozpravy. Třída II (Mathematiko-Přírodnická). Ročnik IV. Praze, 1895; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1894, Bd. L, 2 Abth. Braunschweig, 1896; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1896, part 2. London, 1896; 8°.

Magnetische und Meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1895. Prag, 1896; 4°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate „. T. IX (1895-96). N. 1-6. Mexico, 1896; 8°.

* **Nachrichten** von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1896, Heft 1. Geschäftliche Mittheilungen, Heft 1. Göttingen, 1896; 8°.

Observations méridiennes de la planète Mars pendant l'opposition de 1892. Lisbonne, 1895 (*dal R. Osservatorio astronomico di Lisbona*).

* **Ofversigt** of Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar. Vol. 52, 1895. Stockholm, 1896; 8°.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. XII der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section. Leipzig, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. IX, p. 2, 1896.

* **Quarterly** Journal of Geolog. Society. LII, Part 2, n. 206. London, 1896; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXIX, fasc. IX. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia di Scienze fisiche e matematiche. Serie 3ª, vol. II, fasc. 4°. Napoli, 1896; 8°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. IV. Modena, 1896; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. N. 4, 5, 1896. Wien, 1896; 8°.

** **Carraro** (A.). Indice generale dei lavori pubblicati dall'anno accademico 1840-41 di fondazione, al 1893-94 nei volumi del R. Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti. Venezia, 1896, 2 vol.; 8°.

** **Caverni** (R.). Storia del metodo sperimentale in Italia. Tomo IV. Firenze, 1895; 8°.

Cinelli (M.). Sopra la diffrazione della luce per aperture praticate sopra superfici curve. Pisa, 1895; 8° (*dall'A.*).

— Sul massimo di densità di alcune soluzioni acquose e sull'azione del corpo disciolto sulle proprietà del solvente. Pisa, 1896; 8° (*Id.*).

Hopkinson (J.) and **Wilson** (E.). Alternate current dynamo-electric machines. London, 1896; 4° (*dall'A. sig. Hopkinson*).

Lussana (S.). Sul calore specifico dei gas. Pisa, 1896; 8° (*dall'A.*).

Lussana (S.) e **Cinelli** (M.). Comunicazione sulla propagazione dei raggi Röntgen. Siena, 1896; 8° (*Id.*).

Smith (C. M.). Madras Observatory daily Meteorological Means. Madras, 1896; 4° (*Id.*).

** **Weierstrass** (K.). Mathematische Werke. II Bd. Abth. II. Berlin, 1895; 4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 17 Maggio al 14 Giugno 1896.

* **Abhandlungen** der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Historisch.-Philologische Klasse, N. F. Bd. I, n. 3. Göttingen, 1895; 4°.

* **Abhandlungen** der philologisch.-historischen Classe d. k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XVII, n. 4. Leipzig, 1896; 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon. XXII. Paris, 1896; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. IX, liv. IV; X, liv. I. Bruxelles, 1895; 8°.

Atti del Consiglio Provinciale di Torino. Anno 1895. Torino, 1896; 8°.

* **Atti** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIV, disp. 6. Venezia, 1895-96; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Notizie degli scavi: febbraio e marzo 1896. Roma, 1896; 4°.

* **Bibliotheca** Nacional do Rio de Janeiro:

A Constituição do Brazil. Noticia historica, texto, e commentario por A. A. Milton; 8°.

Annaes da Bibliotheca Nacional. 1891-1892, vol. XVII. 1895; 8°.

Balanço Provisorio da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil no Exercicio de 1893.

Catalogo da Exposição de Trabalhos Juridicos realizada pelo Instituto da ordem dos advogados brazileiros. 1894; 8°.

Direitos de Exportação e sua Cobrança; 8°.

Orçamento da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil para o Exercicio de 1896; 4°.

Recenseamento do Districto Federal (Cidade do Rio de Janeiro) em 31 de Dezembre de 1890; 4°.

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro de Estado dos Negocios da Fazenda de Paula Rodriguez Alves no anno de 1895. Rio de Janeiro, 1891. 2 vol.; 8°.

Relatorio e Synopse dos Trabalhos da Camara dos SRS. Deputados relativos ao anno de 1894. 2 vol.; 4°.

Relatorio da Alfandega do Rio de Janeiro apresentado ao Exm. SR. Ministro da Fazenda pelo Inspector H. A. B. Franco; 8°.

Relatorio do Presidente da Caixa economica e Monte de Soccorso em 1895; 8°.

Synopse da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil no Exercicio de 1894; 4°.

* **Bollettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno VIII, fasc. IV-V. Roma, 1896; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVIII, cuad. V. Madrid, 1896; 8°.

Commission centrale de bibliographie brésilienne sous la direction de l'Institut Historique et Géographique Brésilien. 1re année, fasc. 1er. Rio de Janeiro, 1895 (*dal Governo della Repubblica del Brasile*).

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 5me série. Tom. 3me, livr. 3me. Nouvelle-Orléans, 1896; 8°.

Field Columbian Museum.

The authentics lettres of Columbus by W. E. Curtis. Vol. I, No 2.

Archeological Studies among the ancient Cities of Mexico by W. H. Holmes. Anthropological Series. Vol. I, No 1. Chicago, 1895; 8°.

Homenagen do Istituto Historico Geographico Brazileiro á Memoria de sua Magestade o Senhor D. Pedro II. Rio de Janeiro, 1894; 8°.

* **John Hopkins** University, Baltimore Meryland:

Annual Report: 1879, 1883-1885, 1887-1894.

Historical and Political Science; 4a serie, n. II-III; 5a ser. I-II; 1886-87.

Essays in the Constitutional history of the United States in the formative period 1775-1789..... edited by J. F. Jameson. 1889.

The Constitution of the Empire of Japan with the speches addressed to Students of political Science in the Johns Hopkins University, 1889.

Register for 1894-95.

* **Memorie** del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Vol. XXV, n. 8. Venezia, 1896; 4°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Philologisch-historische Klasse. 1896, Heft 1. Göttingen; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIV, 148. 1895; 8°.

* **Proceedings** and **Transactions** of the Meriden Scientific Association. Vol. VI. Meriden, Conn., 1895; 8°.

* **Publications** de l'École des Lettres d'Alger. Légendes et Contes merveilleux de la Grande Kabylie recueillis par A. Mouliéras. Texte Kabyle, 4e fasc. Paris, 1896; 8°.

* **Revista** trimensal do Instituto Historico e Geographico brazileiro. T. LVI, parte II, LVII, p. I-II. Rio de Janeiro, 1894-95; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., Anno IX. Napoli, 1895; 8°.

* **Report** of the R. Society of Literature and List of Fellows 1896; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akademie der Wissens. zu München. 1896, Heft II.

** **Angelucci** (A.). Documenti inediti per la storia delle armi da fuoco italiane. Vol. I, p. II. Torino, 1870; 8°.

Campagne del Principe Eugenio di Savoia. Serie I, vol. VIII; Allegati grafici del vol. VII e VIII. Torino, 1895; 8° (*dono di* S. M. IL RE D'ITALIA).

Cora (G.). Il territorio contestato tra la Venezuela e la Guiana inglese. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Landucci (L.). La pubblicazione delle leggi nell'antica Roma. Padova, 1896; 8° (*Id.*).

Maltese (F.). Il problema morale. Vittoria (Sicilia). 1896; 8° (*Id.*).

Miscellanea per le nozze Biadego-Bernardinelli. Verona, 1896; 8° (*dal Prof. Biadego*).

Nadaillac (Mr de). Expéditions polaires. Paris, 1896; 8° (*dall'A.*).

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

N.Y. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES.

NOV 22 1898

Adunanza del 21 Giugno 1896

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: D'Ovidio, Direttore della Classe, Berruti, Bizzozero, Ferraris, Mosso, Spezia, Gibelli, Giacomini, Camerano, Segre, Peano, Volterra, Jadanza, Foà, Guareschi e Naccari Segretario.

Viene letto ed approvato il verbale dell'adunanza precedente.

Il Segretario dà notizia della nomina fatta da S. M. il Re dei prof. Camillo Guidi e Michele Fileti ad Accademici residenti. Il Presidente dà il benvenuto ai due nuovi Soci che vengono introdotti nella sala delle adunanze.

Il Presidente partecipa la morte del Socio Corrispondente G. A. Daubrée; s'invieranno condoglianze alla famiglia.

In seguito a voto favorevole delle commissioni esaminatrici, vengono accolte per l'inserzione nei volumi accademici le seguenti memorie:

1° " *Endoderma e periciclo nel genere Trifolium in rapporto colla teoria della Stelia di V. Thieghem e Douliot* ", memoria del Dott. Saverio Belli;

2° " *Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino e a Soperga* ", memoria del Prof. Francesco Porro;

3° " *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta* ", memoria del Dott. Giovanni De Agostini.

Il Socio Cossa presenta dei cristalli dimetrici di cloruro mercuroso ottenuti mediante l'idrolisi di una soluzione di cloruro mercurico protratta per due mesi lasciando nella soluzione un pezzo di calcite. Egli annuncia che ha in corso un'esperienza diretta ad ottenere con metodo simile l'atacamite.

Vengono accolte le seguenti note per l'inserzione negli *Atti*:

1° " *Sul metamorfismo delle roccie* ", nota del Socio Spezia;

2° " *Saggio di calcolo geometrico* ", nota del Socio Peano;

3° " *Sull' α-aminoetilidensuccinimide e sull' acetilsuccinimide* ", nota del Socio Guareschi;

4° " *Sulla trasformazione dei chetoni in α-dichetoni* ", nota del Socio Fileti e del Dott. Giacomo Ponzio;

5° " *Di una nuova interpretazione dell'architettonica florale delle crocifere e generi affini* "; nota del prof. Edoardo Martel, presentata dal Socio Gibelli;

6° " *Osservazioni mineralogiche su alcune sabbie della collina di Torino* "; nota del Dott. Luigi Colomba, presentata dal Socio Spezia;

7° " *Integrazione dell'equazione* $\Delta^3(\Delta^2 u) = 0$ *in un campo di forma circolare* ", nota del Prof. Giuseppe Lauricella, presentata dal Socio Volterra;

8° " *Osservazioni sulla nota precedente del Prof. Lauricella e sopra una nota di analogo argomento dell'Ing. Almansi* "; nota del Socio Volterra;

9° " *Per la storia della teoria delle superficie geoidiche* ", nota dell'Ing. Ottavio Zanotti Bianco, presentata dal Socio Jadanza;

10° " *Ricerche sperimentali sul lavoro muscolare nell'aria compressa* ", nota del Dott. Costanzo Zenoni, presentata dal Socio Mosso (*);

11° " *La durata dello splendere del Sole sull'orizzonte di Torino* ", nota del Dott. Gio. Batt. Rizzo, presentata dal Socio Naccari;

12° " *Effemeridi astronomiche calcolate per l'anno 1897 e per l'orizzonte di Torino* " del Dott. Vittorio Balbi e presentate dallo stesso Socio Naccari.

(*) Questa Nota verrà pubblicata nel volume XXXII degli *Atti*.

LETTURE

Sul metamorfismo delle roccie;

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

In un mio lavoro (1) io espressi un' opinione a proposito del metamorfismo delle roccie, considerando specialmente l'ipotesi di coloro, alludendo fra i recenti scrittori a Milch (2), che vorrebbero rendere fattore, di qualunque reazione chimica avvenuta in uno strato di roccie, la pressione esercitata soltanto dal peso delle altre roccie le quali, in quiete, soprastanno allo strato.

Siccome tale pressione non potrebbe, a mio avviso, che costituire un'energia potenziale, io dovevo per la diversità di effetto distinguerla dalla pressione, la quale, essendo prodotta dal peso della roccia associato ad un brusco movimento della stessa massa rocciosa, darebbe luogo ad un'energia cinetica.

Perciò adoperai per brevità di dizione le due espressioni: di *pressione statica* per quella che darebbe luogo ad un'energia potenziale e di *pressione dinamica* per quella che produrrebbe l'energia cinetica la quale si trasformerebbe in calore.

Tale distinzione trovò un avversario nel Viola che in un suo lavoro (3) pubblicò al mio indirizzo la seguente sentenza: " ogni pressione esercitata su corpi, che noi conosciamo, siano " essi roccie, metalli, ecc., ha per effetto una deformazione, " quindi è causa di lavoro e calore. E poichè non si conoscono " corpi rigidi facenti parte della crosta terrestre, così viene da

(1) *La pressione nell'azione dell'acqua sull'apofillite e sul vetro,* " Atti R. Acc. di Torino „, vol. XXX, pag. 455.

(2) *Beiträge zur Lehre von der Regionalmetamorphose,* " Neues Jahr. f. Min. Geo. Pal. „, IX Beilage-Band, 1894, pag. 101.

(3) *Osservazioni geologiche fatte nella valle del Sacco,* " Boll. R. Com. geol. d'Italia „, 1896, pag. 4.

“ sè che in geologia è inutile, ed anzi è dannosa la distinzione
“ tra pressione statica e pressione dinamica „.

A me pare che le seguenti considerazioni potranno dimostrare che il giudizio suespresso poteva essere meno conciso e più ragionato.

Supponiamo uno strato di roccie sottoposto alla pressione data semplicemente dal peso di una massa rocciosa in quiete, ossia con posizione invariabile rispetto allo strato, il quale a sua volta trovi resistenza al moto in altri strati o masse rocciose.

Io credo che, in tal caso, la pressione pur dando luogo ad una deformazione molecolare non produrrà lavoro e calore come ritiene il Viola, ma produrrà invece un lavoro potenziale in causa dell'elasticità, della quale nessun minerale è privo, precisamente perchè, come disse il Viola, non si conosce nessun corpo rigido facente parte della crosta terrestre. Producendosi tale lavoro potenziale non vi sarà calore libero che possa servire ad iniziare reazioni chimiche nello strato sottoposto alla pressione puramente statica.

Ma voglio considerare anche il principio su cui si fonda il Viola, che cioè ogniqualvolta vi sia deformazione si debba produrre lavoro e calore.

In tal caso il calore sarà dato da una forza viva, nella quale dovrà entrare come fattore la velocità, alla cui grandezza sarà corrispondente la rapidità di deformazione.

Nella supposizione fatta è naturale che la pressione data dalla massa rocciosa avrà dovuto crescere colla stessa lentezza con cui nel tempo geologico si sovrappongono i materiali minerali; oltre a ciò la pressione, propagandosi ovunque in causa dell'elasticità di compressione, dovrà agire in ogni senso intorno ai minerali costituenti lo strato; perciò la deformazione molecolare non potrà essere che lentissima.

Quindi la velocità inerente alla forza viva che dovrebbe produrre calore sarà piccolissima; e siccome non si conoscono corpi non conduttori del calore (nel senso assoluto o relativo dato alla parola *rigido* dal Viola) facenti parte della crosta terrestre, così la piccolissima quantità di calore, corrispondente alla lentissima deformazione, dovrà diffondersi man mano che si produce e non giungere mai alla temperatura necessaria ad una reazione chimica.

Laddove, supponendo che sullo strato agisca la pressione della massa rocciosa associata con rapido movimento di questa, il calore prodotto ed inerente a rapida deformazione, sarà tale da fornire la temperatura necessaria per le reazioni chimiche, anche ammettendo che una parte si perda per diffusione.

Quindi trovo opportuno per la geologia la distinzione fra pressione statica e pressione dinamica. Se poi le mie espressioni sono difettose, accetterò volentieri altre più peculiari che mi sieno proposte, ma non posso essere del parere del Viola che non debba farsi e che sia dannosa la distinzione. La distinzione sarà forse dannosa per coloro i quali non saprebbero più da quale parte appoggiare quelle loro ipotesi, che si fondano sulla confusione delle due specie di pressione.

La mia distinzione, che si riferisce alla causa, corrisponderebbe a quella, che si riferisce all'effetto, data da Milch (1) colle espressioni di metamorfismo di carico (*Belastungs-Metamorphismus*) e metamorfismo di dislocazione (*Dislocations-Metamorphismus*); e la distinzione è necessaria anche per fissare l'argomento di discussione, che sarebbe per me soltanto quello del metamorfismo di carico causato dalla pressione che io chiamo statica.

Ora che mi fu data l'occasione di avere ancora per argomento di scritto il metamorfismo, non posso a meno di occuparmi a considerare un' ipotesi, colla quale il Viola nel suo lavoro vorrebbe spiegare la presenza di un plagioclasio secondario trovato in alcune roccie vulcaniche degli Ernici da lui studiate, nelle quali roccie il plagioclasio è associato con leucite e pirosseno.

Per la formazione di detto plagioclasio, l'autore rifiuta il concorso di soluzioni mineralizzate, come fu da altri supposto per casi analoghi, asserendo (2): " che sarebbe un ripiego ab-
" bastanza artificioso, poichè non è probabile che acque cir-
" colino entro roccie fresche e compatte „. Poi espone il suo pensiero dicendo: " Io perciò ritengo che sia semplicemente
" l'azione del pirosseno sulla leucite la causa fondamentale del

(1) Loc. cit., pag. 121.
(2) Loc. cit., pag. 25.

“ fenomeno „. Infine conchiude che la metamorfosi è prodotta da lavoro dinamico e che: “ è la pressione la quale è sempre “ unita ad una diminuzione di volume della roccia sottopostavi “ che ha determinato questo lavoro „.

Appare quindi che il Viola sostenga una nuova specie di metamorfismo, che io sono obbligato pure a distinguere col nome di metamorfismo di carico per via secca, per differenziarlo da quello che sostengono altri e nel quale fanno intervenire il concorso dell'acqua, che essi suppongono riscaldata e soprariscaldata dalla pressione statica degli strati, per agevolare il movimento degli elementi chimici.

Esaminerò l'effetto di tale specie di metamorfismo sia nelle conseguenze della causa, sia nelle conseguenze che derivano dalle reazioni chimiche stabilite dal Viola.

Bisogna anzitutto ammettere che la leucite ed il pirosseno non potranno dar luogo a plagioclasio senza reazioni chimiche.

Ora le numerosissime esperienze eseguite da Raoul Pictet hanno dimostrato come legge, che senza calore non havvi reazione chimica e che questa comincia soltanto ad apparire ad una temperatura limite, la quale dipende naturalmente dalla natura dei corpi posti in contatto fra loro.

E basta, per indicare una delle tante interessantissime esperienze, quella per cui Pictet (1) ponendo dell'acido solforico concentrato e congelato colla temperatura di —125° a contatto con della soda caustica ridotta in polvere e parimente avente la temperatura di —125°, trovò che, anche comprimendo fortemente l'acido solforico congelato nella polvere di soda, non appariva reazione alcuna, la quale invece diventava vivissima quando lasciando aumentare la temperatura questa arrivava a —80°.

Quindi per la legge di Pictet affinchè la leucite ed il pirosseno entrino per contatto in mutua reazione chimica per mezzo della pressione prodotta dagli strati sovrapposti, bisogna che detta pressione produca un calore tale da raggiungere la temperatura limite necessaria alla reazione chimica fra i due minerali.

---

(1) “ Comp. Rendus Ac. Paris „, 1892, 2° sem., pag. 814.

Non vi sono esperienze le quali indichino la quantità di pressione per avere la temperatura limite, alla quale possono reagire fra loro la leucite ed il pirosseno; ma io credo che si possa prendere norma da quelle eseguite per studiare se la pressione abbia diretta azione nelle reazioni chimiche.

A Spring si debbono molte esperienze eseguite per detto scopo, anzi i sostenitori del metamorfismo di carico credettero di trovare appoggio in alcune di esse, p. es.: in quelle che si riferiscono alla formazione del biioduro di mercurio e del solfuro di rame, ottenuta sottoponendo alla pressione di 2000 atm. pel primo composto e di 5000 atm. pel secondo rispettivamente una miscela di ioduro potassico e bicloruro di mercurio ed una miscela di solfo e di rame.

Ma io non credo che il risultato di dette esperienze debba ascriversi alla pressione, bensì al fatto che la temperatura ordinaria dell'ambiente, in cui furono eseguite le esperienze, era già per sè sufficiente ad iniziare la reazione chimica.

In appoggio di tale mia credenza indicherò alcune esperienze da me fatte in proposito e che ora trovano l'occasione di essere pubblicate.

Presi due vetrini d'orologio, io posi in uno del ioduro potassico e nell'altro del bicloruro di mercurio; entrambi i sali erano ridotti in fina polvere. Quindi i due vetrini con le rispettive sostanze vennero messi in uno stesso recipiente di vetro di piccola profondità e mantenni il tutto alla temperatura di 130° per un'ora, poi chiusi il recipiente col coperchio pure di vetro che era rimasto alla stessa temperatura, e ponendo il recipiente in un essiccatore lasciai che si raffreddasse. Detta operazione fu fatta per escludere ogni traccia di umidità.

Avvenuto il raffreddamento, con un movimento oscillatorio feci sì che le polveri dei due vetrini escissero da essi e si mescolassero nel recipiente senza che questo venisse aperto. Allora vidi che tosto apparve una leggera tinta rosea ed alcune ore dopo tutta la massa della polvere aveva il colore rosso del biioduro di mercurio.

Un'altra esperienza per eguale reazione chimica fu pure da me eseguita.

Io suddivisi in tre tubi di vetro, chiusi da un capo, del ioduro potassico ridotto in polvere ed in ognuno di essi posi

un tubetto di vetro contenente bicloruro di mercurio pure in polvere. I sali erano stati essiccati a 120° prima di porli nei rispettivi tubi, poi riscaldai nuovamente questi col contenuto, producendo contemporaneamente una rarefazione d'aria sino alla pressione di 16 centimetri di mercurio e saldai alla lampada l'altro capo di ogni tubo.

Dei tre tubi così preparati uno fu lasciato alla temperatura dell'ambiente, che era di 22°, e gli altri due vennero messi in un refrigerante. Quando la temperatura di questo fu di —7° capovolsi uno dei due tubi agitandolo in modo che le polveri dei sali si mescolassero e lo rimisi immediatamente nel refrigerante. Parimenti capovolsi l'altro tubo che era alla temperatura a 22° per mescolare le polveri.

L'effetto di dette operazioni fu che la miscela del tubo a 22° divenne leggermente rosea sul principio e poi man mano prese il colore rosso del biioduro di mercurio, invece la miscela del tubo del refrigerante rimaneva di color bianco.

Quindi estrassi dal refrigerante detto tubo e poi mescolai le polveri del secondo tubo che era nel refrigerante, lasciandolo in questo.

Il tubo estratto fu posto vicino a quello la cui miscela aveva già il colore rosso e vidi che, per effetto della temperatura dell'ambiente, anche la sua miscela prese a poco a poco il colore rosso.

Dopo due ore osservai il terzo tubo che avevo lasciato nel refrigerante in cui la temperatura era nel frattempo scesa a —13°; la miscela dei sali era sempre bianca. Tolto tale tubo dal refrigerante e lasciatolo alla temperatura dell' ambiente, dopo venti minuti la sua miscela prese il colore rosso come negli altri due tubi.

In un'altra esperienza presi della limatura di rame e del solfo in polvere e dopo avere riscaldato le sostanze e lasciatele raffreddare in un essiccatore, le versai rapidamente in un tubo di vetro che saldai alla lampada; quindi movendo il tubo procurai che la limatura di rame si mescolasse colla polvere di solfo, poi diedi alcune leggere scosse al tubo in direzione della sua lunghezza affinchè i granuli dei due corpi andassero a maggior contatto fra loro. Dopo alcune ore mi parve che il rame, pur mantenendo ancora lo splendore metallico, fosse mu-

tato di colore. Dopo alcuni giorni vidi che i granuli metallici di rame avevano preso un colore nero. Dopo 15 mesi tagliato il tubo, ne estrassi un poco di sostanza per esaminare al microscopio i granuli nerastri. Essi si presentavano con un colore nero azzurro e con superficie come di concrezione e con aspetto vellutato. Compressi tali granuli fra due vetri, mi accorsi che si staccava un involucro lasciando nei granuli più grossi un nucleo di rame metallico. Detto involucro presentava nella rottura ancora il colore azzurrognolo, ma con aspetto metallico come la calcosina e lo spessore dell'involucro era di 18 micromillimetri.

I risultati da me ottenuti possono quindi lasciarmi credere, che nelle due citate esperienze di Spring la causa essenziale della reazione chimica non poteva essere la pressione.

La pressione avrà favorito la reazione aumentando il contatto dei corpi che dovevano fra loro reagire; avrà favorito la reazione se il volume molecolare del composto risultante era minore della somma dei volumi molecolari delle singole sostanze separate; avrà infine anche favorita la reazione di massa, che segue la fase chiamata di reazione lenta dal Pictet, per iniziare la quale è indispensabile la temperatura limite.

Ma non si ha, per le due esperienze, ragione di asserire, che in esse la pressione abbia fornito calore per raggiungere la temperatura limite, dal momento che il grado di questa poteva già esistere nel calore dell' apparecchio e dell' ambiente dove si eseguiva l'esperienza.

Ed a prova di ciò stanno le altre esperienze pure di Spring eseguite sopra altre sostanze, la cui mutua reazione chimica necessitava una temperatura limite di molto maggiore della temperatura così detta ordinaria.

Per es. Spring trovò che sottoponendo alla pressione di 7000 atm. la polvere pirica, ossia la miscela meccanica di nitrato potassico, solfo e carbone, non avvenne alcuna reazione chimica, mentre questa succede ad una temperatura vicina ai 300°. Parimenti la segatura di pioppo asciutta portata alla pressione di 20000 atm., costituiva una massa più coerente e di maggior densità del pioppo, ma non mutò colore, nè mostrò traccia alcuna di reazione chimica. E lo stesso Spring (1) per

(1) " Bull. de la Soc. chim. de Paris „, 1884, pag. 497.

tali esperienze dichiarò: che non bisogna perdere di vista che la pressione non è un agente chimico dello stesso titolo che è il calore.

Mi fermo un momento sui predetti due risultati delle esperienze di Spring per dimostrare meglio la risposta da me data sul principio di questo scritto alla sentenza del Viola.

La pressione negli esperimenti di Spring era lentamente trasmessa da una forza applicata ad una vite, perciò è certo che si era prodotto una forza viva. Ma siccome la velocità, uno dei fattori della forza viva, era piccolissima, ne avveniva che la trasformazione della forza viva in energia termica era lentissima, e perciò il calore che man mano si produceva si diffondeva attraverso l'apparecchio od in altri termini la forza viva si disseminava. Mentre se l'apparecchio fosse stato assolutamente coibente del calore, questo si sarebbe accumulato elevando la temperatura al grado necessario per la reazione chimica.

Ora io ritengo che per quanto sia stata piccola la velocità impiegata nell'esperienza di Spring, sarà sempre stata maggiore di quella che si vuole attribuire alla pressione di una roccia in quiete in causa del non essere i minerali assolutamente rigidi. Perciò il calore prodotto dalla massa rocciosa con movimento così piccolo si disseminerà man mano che si produce, perchè se i minerali non sono perfettamente rigidi non sono anche perfettamente coibenti del calore.

Rimane poi da sè evidente che per coloro i quali, come il Viola, vogliono porre come causa di reazione chimica, non il calore, ma la diminuzione di volume molecolare prodotto dalla pressione, servono di risposta anche le esperienze di Pictet e di Spring. Perchè le une dimostrano che riducendo il volume con bassissime temperature la reazione chimica non avviene; le altre fanno palese che le pressioni di 7000 e di 20000 atmosfere non furono sufficienti a diminuire il volume molecolare in modo che la reazione chimica avesse luogo fra i componenti sia della polvere pirica, sia del legno.

Mi pare che ora, in base di dette esperienze, si possa esaminare la reazione fra la leucite ed il pirosseno, la quale dovrebbe, secondo Viola, succedere per la pressione fornita dagli strati di roccia in quiete che soprastavano a quello, in cui l'autore trovò il prodotto metamorfico dei due minerali.

Come già dissi non si sa, nè il Viola suppone, quale pressione potrà essere necessaria per la suindicata reazione fra la leucite ed il pirosseno; ma io credo che, in base delle esperienze sulla polvere pirica e sul pioppo si possa, trattandosi di due silicati, ritenere che la pressione, supponendo possibile l'effetto chimico di essa, non sarà inferiore alle 9000 atmosfere.

Capisco che mi si potrà rispondere che se la reazione non avviene a 9000 atm. avverrà a 100000 atm.; ma ad ogni modo esaminiamo le conseguenze anche col supporre semplicemente che la reazione fra leucite ed il pirosseno avvenga a 9000 atm. È evidente che per tale supposizione, ponendo che le leucititi e leucotefriti degli Ernici abbiano un peso specifico di 3, lo strato di roccia che doveva, soprastando allo strato della metamorfosi, esercitare semplicemente col suo peso la pressione di 9000 atm., non poteva avere una potenza minore di 30000 m.; perchè sarebbe ben maggiore se invece di supporre come faccio io ora, la pressione data alla base da una massa rocciosa libera, si dovesse tener conto dell' attrito laterale cui sarebbe soggetta tale massa nella crosta terrestre.

In questo caso a me pare che sarebbe stato di grande interesse geologico, un cenno del Viola sulla scomparsa del materiale roccioso, vulcanico o non, il quale doveva con una potenza di 30000 metri soprastare allo strato lavico esaminato e appartenente soltanto all'epoca terziaria. Notando poi che se la supposta pressione di 9000 atm. non fosse sufficiente e bisognasse supporla maggiore, sarebbe naturalmente necessario di aumentare in proporzione la potenza dello strato di roccia, il quale, stando in quiete e colla pressione esercitata dal solo peso ossia dalla sola pressione che io chiamo statica, dovrebbe fornire la temperatura limite per iniziare la reazione chimica fra la leucite ed il pirosseno.

Le esperienze, i cui risultati si possono applicare allo studio degli effetti chimici, che si vogliono attribuire alla semplice pressione degli strati rocciosi in quiete, pur troppo hanno un limite di esecuzione. Ma tuttavia tali esperienze hanno il vantaggio che, se non si ritengono valevoli per risolvere il problema geologico per oltre il confine cui può giungere l' esperienza, stabiliscono dei limiti alle ipotesi; perchè la potenza degli strati, che bisogna supporre per la pressione, dà luogo

ad altro più difficile problema quando si debba spiegare la scomparsa di essi o la loro relativa posizione nella crosta terrestre.

Esaminerò ora altre conseguenze del metamorfismo che io chiamai per via secca, inerenti al processo chimico indicato dal Viola per spiegare la formazione del plagioclasio per mezzo della leucite e del pirosseno.

L'autore (1) per dar ragione della reazione chimica assume, come egli dichiara, soltanto la molecola di leucite che contiene la soda e soltanto quelle molecole del pirosseno, che si possono utilizzare per la cessione della calce e dell'allumina e scrive l'equazione chimica:

$$z\,\underbrace{Na\,Al\,Si_2\,O_6}_{\text{leucite}} + y\,[\underbrace{Ca\,Fe\,Si_2\,O_6 + Ca\,Al_2\,Si\,O_6}_{\text{pirosseno}}] + y\,CO_2 =$$

$$= \underbrace{z\,Na\,Al\,Si_3\,O_8 + y\,Ca\,Al_2Si_2\,O_8}_{\text{plagioclasio}} + \underbrace{y\,Ca\,CO_3}_{\text{calcite}} + \underbrace{(y-z)\,Si\,O_2}_{\text{quarzo}} + y\,FeO$$

Non mi permetto di fare osservazioni sulle formole chimiche, le quali oggigiorno da alcuni mineralogi si costruiscono a scopo speculativo e non per rappresentare la composizione data dall'analisi dei minerali. Nè indagherò p. es. la ragione per cui il Viola (2) in un'altra equazione costituì una molecola di pirosseno colla formola $Ca\,Al_2\,Si_2\,O_6$ ossia mancante di due atomi di ossigeno; forse sarà stato per la soddisfazione di porre nella stessa equazione la quantità $x\,O_2$.

Ma io credo che quando si premettono condizioni sotto le quali sia stabilita un'ipotesi, la probabilità di questa scompare se non viene dimostrato che le conseguenze dell'ipotesi concordano con le condizioni fissate; o in più brevi parole: le contraddizioni non sostengono un'ipotesi.

Il Viola pose per condizione della sua ipotesi che le acque non potevano circolare nelle roccie fresche e compatte, asserendo che l'ammettere la circolazione delle acque fosse un ripiego artificioso. In pari tempo a riguardo del quarzo scrive (3):

---

(1) Loc. cit., pag. 26.
(2) Loc. cit., pag. 24.
(3) Loc. cit., pag. 27.

" in quanto al quarzo secondario che comparisce nella reazione, " questo si può osservare nelle fenditure delle lave ".

Ma in che modo tale quarzo, resto di reazione avvenuta nell'interno delle roccia fresca e compatta, potè andare nelle fenditure? Per soluzione non certamente, perchè l'autore ritenne la roccia permeabile bensì ai gas, come risulta dalla quantità y CO_2 introdotta nell'equazione, ma la suppose invece impermeabile all'acqua.

D'altronde se il quarzo avesse potuto per soluzione, e s'intende anche per diffusione nell'acqua così detta di roccia o di cava, portarsi nelle fenditure, è naturale che l'autore non avrebbe considerato come ripiego artificioso il fare entrare nella roccia dalla fenditura, e in modo analogo, anche soluzioni di altri composti chimici contenenti, p. es., l'allumina e la calce necessarie per il plagioclasio.

Quindi se per la condizione premessa, il quarzo non poteva andare nelle fenditure per mezzo di soluzioni, rimane, a mio avviso, assai difficile trovare qualche altro più probabile modo; perciò l'autore per avvalorare la sua ipotesi doveva dimostrarlo.

Parimenti nel lavoro di Viola sta scritto (1): " Il pirosseno che risulta con l'uscita della calce e del ferro, sarà " quindi più ricco di magnesia, e questo pirosseno dà luogo " alla formazione della clorite e anche della mica ".

È bene anzitutto ricordare che l'autore adoperò nell'equazione chimica le molecole di pirosseno che si potevano utilizzare per la cessione della calce e dell'allumina, vale a dire che l'allumina del pirosseno passò al plagioclasio; allora si comprenderà come appaiano ovvie due domande. Prima: dove la clorite e la mica abbiano preso l'allumina, che è parte costantemente integrante ed abbondante della loro composizione. Seconda: come ha potuto entrare l'allumina nella roccia per costituire la clorite e la mica in essa esistenti. Per questa seconda domanda è evidente che l'allumina non poteva penetrare nella roccia in soluzione per la premessa che la roccia era impermeabile all'acqua; d'altronde l'autore stesso avrebbe ritenuto come ripiego ancora più artificioso di farvi entrare l'allumina

(1) Loc. cit., pag. 26.

soltanto per la clorite e la mica e non anche l'allumina necessaria al plagioclasio.

A me pare che le due conseguenze dell'ipotesi, l'uscita del quarzo e l'entrata dell'allumina dovevano essere in qualche modo dimostrate dall'autore per sostenere la probabilità dell' ipotesi ammessa sotto la condizione che l'acqua non concorresse nel processo chimico.

A mio avviso, quando si vogliono emettere ipotesi sopra un processo di metamorfismo chimico avvenuto in una roccia, è necessario, per dare probabilità all' ipotesi, che si stabilisca con analisi chimica la composizione dei minerali, s' intende di quelli che possono avere variabile composizione, sia preesistenti nella roccia, sia susseguenti al processo metamorfico. E ciò è anche indispensabile per arguire se determinati elementi chimici preesistevano nei minerali della roccia, ovvero se vi furono condotti durante la metamorfosi.

Ogni caso di speciale metamorfismo deve essere studiato da sè e non si può ammettere senza prova, che i minerali di una roccia abbiano la stessa composizione di quelli esistenti in altra roccia di diversa località. Il supporre, p. es., che una leucite sia eccezionalmente sodica, mentre potrebbe avere appena 4 o 5 millesimi di soda, o che un pirosseno sia molto sodico mentre potrebbe essere privo di soda, sarà comodo per una dimostrazione grafica dell'ipotesi, ma non può rendere questa probabile.

I processi chimici inerenti al metamorfismo sono già per sè così difficili a spiegarsi, che le ipotesi loro possono acquistare probabilità soltanto dai dati positivi forniti dalla chimica analitica e dalle induzioni autorizzate dalle esperienze, e mai da una semplice dimostrazione grafica basata sopra ipotetiche composizioni dei minerali inerenti al caso di metamorfismo che si considera.

Confesso che non riesco a comprendere come una reazione chimica possa avvenire per mezzo soltanto della pressione esercitata da strati di roccia in quiete, e che io continuo a chiamare, in attesa di altro nome, pressione statica; ma confesso pure che trovo più incomprensibile, come possano accadere metamorfosi chimiche, con separazione e trasporto di composti chimici, escludendo il concorso dell'acqua così importante per l'evoluzione della materia minerale.

L'ammettere come sorgente di calore, necessario alle reazioni chimiche, la pressione statica degli strati di roccia in quiete è un'ipotesi che abbisogna una conferma dalla fisica; come pure richiede una conferma dalla chimica l'ipotesi, alla quale aderisce il Viola, che le sostanze debbano reagire chimicamente fra loro senza l'intervento del calore e soltanto diminuendo il loro volume molecolare mediante la pressione.

La geologia non può essere indipendente dalla fisica e dalla chimica.

Il volere poi con le suddette ipotesi spiegare le reazioni chimiche avvenute in una lava, come quella studiata dal Viola, mi pare perfettamente inutile.

Io credo che se si considerasse meglio quello stadio, che presenta una lava dal suo efflusso al completo raffreddamento, si potrebbe trovare una causa prima di metamorfosi e di formazioni secondarie di minerali nel calore della lava stessa. Questa, quando sia in massa di grande potenza, può, massime negli strati più profondi, mantenere per tempo sufficiente la temperatura necessaria a molte reazioni chimiche; le quali troverebbero aiuto per l'evoluzione della materia minerale nell'acqua inchiusa nella lava.

E la pressione statica, dovuta allo spessore della lava, per quegli effetti che ad essa spettano, p. es.: mantenere liquida l'acqua soprariscaldata del calore della lava, porgerebbe il suo concorso pel metamorfismo al calore indispensabile per le reazioni chimiche e già esistente nella lava.

Se nei laboratorii con la temperatura di 150° a 250° e soltanto 2 mesi di tempo si ottiene la decomposizione del vetro coll'acqua, non si potranno forse supporre numerose metamorfosi in una lava che fosse stata analoga a quella eruttata nel 1759 dal Iorullo, la quale possedeva (1) 21 anni dopo l'eruzione ancora la temperatura di accendere un sigaro nelle fenditure?

---

(1) De Lapparent, *Traité de Géologie,* 1893, I, pag. 390.

Saggio di calcolo geometrico;

Nota del Socio G. PEANO.

Il Calcolo geometrico differisce dalla Geometria cartesiana in ciò che questa opera analiticamente sulle coordinate, mentre quello opera direttamente sugli enti geometrici.

Un primo tentativo di Calcolo geometrico spetta a Leibniz, la cui vasta mente aprì varie nuove vie alla Matematica.

L'analisi infinitesimale si sviluppò per la prima, per cura dei suoi coetanei e discepoli. Il calcolo geometrico, di cui qui ci occupiamo, si è sviluppato nel corrente secolo, quantunque non ancora sufficientemente diffuso. La logica matematica, i cui principii furono chiaramente esposti dal Leibniz, solo ora va rapidamente sviluppandosi, e risolvendo le varie difficoltà che si presentano sul suo cammino.

Su questi varii punti Leibniz si limitò a scrivere dei cenni. Del calcolo geometrico parlò con enfasi nella sua lettera a Huyens (8 sett. 1769) spiegandone i grandi vantaggi.

Dopo Leibniz, sorvolando sull' interpretazione geometrica degli immaginarii di Argand, troviamo Möbius ad occuparsi assai felicemente della stessa questione col *Calcolo baricentrico* (1827), che applicò a più questioni, e di cui fece uso costante nella sua *Meccanica celeste* (1842).

Contemporaneamente, e per via affatto indipendente, Bellavitis espose il *Metodo delle equipollenze* (1854), le cui origini trovansi già in suoi lavori del 1832, facendone numerose applicazioni.

Nel 1844 H. Grassmann pubblicò l'*Ausdehnungslehre,* opera poco letta e non apprezzata dai suoi contemporanei, trovata poi ammirabile da numerosi scienziati, e di cui ci occuperemo specialmente in questo scritto.

E, per finire questi sommarii cenni storici, Hamilton creò

per via affatto indipendente la teoria dei quaternioni, che è un nuovo metodo di calcolo geometrico; un cenno di questa teoria fu pubblicato nel 1843: l'esposizione completa fu fatta nel 1853. L'opera di Hamilton ebbe fortuna presso i contemporanei; fortuna dovuta in parte alla chiarezza dell'esposizione, ed alla felice nomenclatura introdotta. I quaternioni furono usati in molti lavori e trattati sia di matematica pura che applicata, fra cui ad esempio il *Trattato di elettricità e di magnetismo* di Maxwell. Ma ai nostri giorni si cerca da molti di semplificare la teoria dei quaternioni (Macfarlane), e da altri di ritornare alle idee di Grassmann, o di combinare fra loro i varii metodi di calcolo geometrico.

Ed invero questi varii metodi di calcolo geometrico non si contraddicono punto fra loro. Essi sono le varie parti di una stessa scienza, ovvero i varii modi sotto cui si presenta lo stesso soggetto a più autori, ciascuno dei quali lo studia indipendentemente dagli altri.

Poichè il calcolo geometrico, come ogni altro metodo, non è già un sistema di convenzioni, ma un sistema di verità. Così il metodo degli indivisibili (Cavalieri), degli infinitesimi (Leibniz), delle flussioni (Newton) sono la stessa scienza, più o meno perfetta, ed esposta sotto forme diverse.

La teoria di Grassmann è oggigiorno, dai varii autori che l'hanno riesposta ed applicata, giudicata coi più grandi elogi. Il lettore può consultare l'Elenco bibliografico sull'*Ausdehnungslehre* di H. Grassmann, pubblicato nella Rivista di Matem., a. 1895, p. 179; e specialmente il recente ed importantissimo opuscolo *Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre* di V. Schlegel.

Pure, se tanto tardò quest'opera a farsi conoscere, e se tanta difficoltà presenta tuttora nel diffondersi, la ragione ci dev'essere; e, secondo me, essa sta nella forma dell'esposizione, forma metafisica e nebulosa, lontana dal linguaggio solito dei matematici, e che fin da principio, invece di attirare i lettori, li stanca ed allontana. Ed anch'io, nello studio di quest'opera, rilevai la potenza del nuovo metodo solo nell'esame delle applicazioni, specialmente quelle pubblicate nel 1845 nell''Archiv' di Grunert (*H. Grassmann's Werke,* I, p. 297).

Partendo da queste applicazioni mi fu possibile il ricostrurne la teoria, e dare le definizioni degli enti introdotti, fa-

cendo uso della sola geometria elementare. Pubblicai questa teoria, facendone numerose applicazioni, nel mio " *Calcolo geometrico,* secondo l'*Ausdehnungslehre* di H. Grassmann, Torino, 1888 „. Le stesse definizioni furono subito adottate dal signor Carvallo (Nouvelles Annales de Mathématiques, 1892, p. 8-37) in uno scritto, *La méthode de Grassmann,* notevole per chiarezza e semplicità d'esposizione. In seguito (*Lezioni di analisi infinitesimale,* 1893) espressi coi simboli della logica matematica le proposizioni di questa teoria. Sicchè, per opera di varii autori, da una parte si è resa semplicissima l'esposizione del metodo di Grassmann, dall'altra si sono sempre estese le sue applicazioni alle varie parti della matematica.

Le esposizioni complete del calcolo geometrico, in cui si presuppone nota la sola matematica elementare, sono necessariamente alquanto voluminose. D'altra parte molti procedimenti di questo calcolo sono affini a processi introdotti, spesso posteriormente, in geometria analitico-proiettiva, in analisi, in meccanica, e parecchi teoremi sono noti da queste scienze sotto forma alquanto diversa. Quindi, indirizzandomi non ad allievi, ma a colleghi, credo di soddisfare ad un desiderio da più manifestato, coll'esporre in breve le definizioni e le proprietà fondamentali degli enti su cui opera il calcolo geometrico, confrontandoli cogli enti analoghi che sono considerati in varie parti della matematica.

Saranno qui definiti gli enti introdotti, cioè le forme geometriche di 1°, 2°, 3° e 4° grado, di cui sono casi particolari i vettori, bivettori e trivettori; la relazione d'eguaglianza, unica relazione che qui figuri; le operazioni di addizione e moltiplicazione, e le due operazioni indicate coi segni ω ed $|$. Questo sistema completo di operazioni permette di trattare tutte le questioni di geometria. In un insegnamento particolare si possono considerare solo alcuni di questi enti e di queste operazioni.

§ 1. — Tetraedri.

Essendo A, B, C, D dei punti, ABCD indica il tetraedro di vertici i punti dati.

$ABCD = 0$ significa che i quattro punti giacciono in un piano.

In un tetraedro non nullo considereremo, seguendo Möbius, il senso. Il tetraedro ABCD si dice *destrorso,* se una persona col capo in A, coi piedi in B e rivolta verso CD ha alla sua sinistra C e alla sua destra D. Si dirà sinistrorso nel caso contrario.

Il concetto di senso d'un tetraedro, quantunque assai semplice, riducendosi a quello di destra e sinistra, non trovasi nei libri di Euclide; lo si deve spiegare immaginando una persona disposta nel modo indicato. Una volta introdotto il concetto fisico di senso d'un tetraedro, si potrà definire il senso degli altri enti che introdurremo.

Due tetraedri diconsi *eguali* se hanno la stessa grandezza e lo stesso senso. I tetraedri si possono sommare e moltiplicare per numeri reali, positivi o negativi, e si ha sempre un tetraedro. Sicchè, essendo $t_1, \ldots t_n$ dei tetraedri, $x_1 \ldots x_n$ dei numeri reali, $x_1 t_1 + \ldots + x_n t_n$ è un tetraedro, e questo polinomio ha tutte le proprietà dei polinomii algebrici; cioè si può invertire l'ordine dei termini; e la moltiplicazione d'un numero per un tetraedro ha la proprietà distributiva rispetto ad ambi i fattori.

Il tetraedro ABCD cambia segno se si invertono fra loro due vertici, cioè (Möbius, *Werke,* p. 41):

$$\mathrm{ABCD} = -\mathrm{BACD} = -\mathrm{ACBD} = -\mathrm{ABDC}.$$

Per rapporto $\frac{t}{u}$ di due tetraedri t ed u, di cui il secondo non nullo, si intende il numero reale per cui moltiplicando u si ottiene t. Questo rapporto dicesi anche il numero che misura t essendo u l'unità di misura. In più questioni invece di tetraedri si può parlare dei numeri che li misurano.

Il tetraedro ABCD si dirà anche il prodotto dei quattro punti A, B, C, D, ovvero del punto A pel triangolo BCD, ovvero della linea AB per la linea CD, ovvero del triangolo ABC pel punto D. Questo prodotto non ha la proprietà *commutativa,* ma invertendo due vertici si produce un cambiamento di segno, proprietà che fu detta *alternata.* Vedremo però delle ragioni che giustificano il nome di prodotto.

§ 2. — Forme geometriche.

Siano $x_1, x_2, \dots x_r$ numeri reali; e indichiamo con lettere maiuscole dei punti. Porremo per definizione:

$$(x_1 A_1 + \dots + x_r A_r) BCD = x_1 A_1 BCD + \dots + x_r A_r BCD$$

$$(x_1 A_1 B_1 + \dots + x_r A_r B_r) CD = x_1 A_1 B_1 CD + \dots + x_r A_r B_r CD$$

$$(x_1 A_1 B_1 C_1 + \dots + x_r A_r B_r C_r) D = x_1 A_1 B_1 C_1 D + \dots + x_r A_r B_r C_r D.$$

I primi membri di queste eguaglianze non hanno finora significato; noi attribuiremo loro il valore rappresentato dai secondi membri, che sono somme di tetraedri.

Dicesi *forma di primo grado* ogni espressione della forma:

$$x_1 A_1 + \dots + x_r A_r,$$

cioè l'insieme dei punti $A_1 \dots A_r$ coi coefficienti, o masse, $x_1 \dots x_r$; dicesi *forma di secondo grado* ogni espressione della forma:

$$x_1 A_1 B_1 + \dots + x_r A_r B_r;$$

dicesi *forma di terzo grado* ogni espressione della forma:

$$x_1 A_1 B_1 C_1 + \dots + x_r A_r B_r C_r.$$

Potremo chiamare *forma di quarto grado* ogni somma di tetraedri, la quale è poi riduttibile ad un tetraedro unico.

Moltiplicando adunque una forma di primo grado per tre punti, o una forma di secondo per due punti, o una forma di terzo per un punto, si hanno tetraedri.

Una forma s di $\left\{\begin{matrix}\text{primo}\\ \text{secondo}\\ \text{terzo}\end{matrix}\right\}$ grado si dice nulla, e si scrive $s = 0$, quando moltiplicandola per $\left\{\begin{matrix}\text{tre punti}\\ \text{due punti}\\ \text{un punto}\end{matrix}\right\}$ presi ad arbitrio si ha per prodotto zero.

Due forme s ed s' di $\left\{\begin{matrix}\text{primo}\\ \text{secondo}\\ \text{terzo}\end{matrix}\right\}$ grado si dicono eguali, e si scrive $s = s'$, quando moltiplicandole per $\left\{\begin{matrix}\text{tre}\\ \text{due}\\ \text{un}\end{matrix}\right\}$ punti arbitrarii, si ottengano prodotti eguali.

Queste definizioni dell'annullarsi d'una forma, e dell'eguaglianza di due forme, sono fondamentali nella nostra teoria; ad esse si deve sempre ricorrere quando sorga qualche dubbio sull'interpretazione d'una formula.

Il prodotto d'una forma geometrica di primo grado per un triangolo BCD è proporzionale, col variare della forma, al momento di quella forma rispetto al piano del triangolo, cioè alla somma delle distanze dei punti di quella forma dal piano, moltiplicate per le rispettive masse. Quindi due forme di primo grado si dicono eguali quando hanno lo stesso momento rispetto ad ogni piano.

Se una linea AB rappresenta una forza, il prodotto ABCD è proporzionale a ciò che si chiama momento di quella forza rispetto all'asse CD; quindi due forme di secondo grado diconsi eguali quando hanno lo stesso momento rispetto ad ogni asse.

Si vede così l'analogia delle forme di primo grado colla teoria dei baricentri, e delle forme di secondo colla riduzione delle forze applicate ad un corpo rigido.

§ 3. — Operazioni sulle forme.

Già dicemmo *linea* il prodotto AB di due punti, e *triangolo* il prodotto ABC di tre punti. Però qui queste parole hanno un significato affatto speciale, e sono casi particolari di forme di secondo e terzo grado. Quindi l'eguaglianza $ABC = A'B'C'$ significa, per la definizione data, che comunque si prenda il punto D si ha sempre $ABCD = A'B'C'D'$ il che equivale a dire che i due triangoli giacciono in un medesimo piano, hanno la stessa grandezza e lo stesso senso. Analogamente $AB = A'B'$ significa che i due segmenti stanno sulla stessa retta, hanno la stessa grandezza, e lo stesso senso; e ciò non per definizione, ma come conseguenza immediata della definizione.

Daremo ora della somma e del prodotto di forme geometriche le seguenti definizioni intuitive:

Somma di due forme dello stesso grado è la forma che si ottiene scrivendo dopo i termini della prima quelli della seconda.

Prodotto d'una forma di grado i per una di grado j, supposto $i+j \leq 4$, è la somma dei prodotti d'ogni termine della prima per ogni termine della seconda.

Conseguenza immediata di queste definizioni, si è che il calcolo geometrico che ne risulta differisce dal calcolo algebrico in ciò che

1° Possiamo moltiplicare solo due, o tre, o quattro punti: non si hanno forme di grado superiore al quarto.

2° Si ha $AB = -BA$, e quindi $AA = 0$.

In tutto il resto il calcolo geometrico ha tutte le proprietà del calcolo algebrico sui polinomii.

L'addizione è commutativa ed associativa, la moltiplicazione è associativa, e distributiva rispetto ad ambi i fattori. Dovunque ad una forma possiamo sostituirne una eguale.

Questa coincidenza dei due calcoli costituisce l'immenso vantaggio del metodo di Grassmann. Esso permette di operare e ragionare con un grande risparmio di sforzo e di memoria; poichè in questo nuovo calcolo si opera come in un calcolo già conosciuto. Questo metodo risponde quindi al principio del minimo sforzo, il quale sussiste non solo in meccanica, ma anche in didattica.

Reciprocamente, attribuendo ad ABCD il significato già detto, e volendo che sussistano le dette regole algebriche, si ottiene di necessità il calcolo di Grassmann, che risulta così definito. Però siffatta definizione sarebbe sovrabbondante; essa equivale ad un gruppo di proposizioni, alcune delle quali sono vere definizioni, e le altre ne sono conseguenza.

§ 4. — Vettori.

Fra le forme di primo grado merita menzione speciale la differenza $B-A$ di due punti, cioè l'insieme di due punti A e B coi coefficienti -1 e $+1$. Siffatta differenza dicesi *vettore*.

Due vettori $B-A$ e $B'-A'$ sono eguali quando, per la definizione data, comunque si prendano i punti PQR, si ha

$$BPQR - APQR = B'PQR - A'PQR.$$

Ma questa condizione si trasforma facilmente nell'altra: " i due vettori sono eguali quando hanno la stessa lunghezza, sono paralleli, e diretti nello stesso verso ".

A e B diconsi l'*origine* e il *termine* del vettore B—A.

L'origine d'un vettore si può prendere ad arbitrio.

Per sommare un punto A con un vettore I, si determini il punto B tale che B—A=I. Trasportando si ha B=A+I.

Per sommare due vettori I ed J, preso ad arbitrio il punto A, si costruisca il punto A+I, poi il punto A+I+J; il vettore (A+I+J)—A vale I+J. Sicchè la somma di due vettori è un vettore.

Moltiplicando un vettore per un numero reale si ha un vettore parallelo al primo.

Data una forma di primo grado

$$x_1 A_1 + \dots + x_n A_n$$

ed un punto O, si ha l'identità:

$$x_1 A_1 + \dots + x_n A_n = (x_1 + \dots + x_n) O +$$
$$+ x_1 (A_1 - O) + \dots + x_n (A_n - O),$$

cioè " ogni forma di primo grado è riduttibile ad un punto arbitrario O con coefficiente la somma dei coefficienti della forma data, più un vettore ".

" Ogni forma di primo grado, in cui la somma dei coefficienti sia nulla, è riduttibile ad un vettore ".

" Ogni forma di primo grado, in cui la somma dei coefficienti non è nulla, divisa per questa somma stessa, dà un punto ".

Questo punto è il *baricentro* dei punti dati colle rispettive masse. Così ne vien fuori il calcolo baricentrico; e precisamente la teoria delle forme di primo grado coincide sia nella sostanza che nelle notazioni col calcolo di Möbius.

Però il Möbius si limitò a pochi cenni del caso in cui la forma si riduce ad un vettore, non rilevando l'importanza grandissima di questo caso.

Il termine *vettore* fu introdotto dall' Hamilton; esso corri-

sponde esattamente al *segmento* di Bellavitis; ma il primo nome, che esclude ogni equivoco, è quello il cui uso va sempre più generalizzandosi.

Però questi A. considerarono direttamente il vettore, senza farlo dipendere dalle forme di primo grado, assumendo come definizioni dell'eguaglianza e della somma, quelle proprietà che abbiamo testè esposte. Del resto il concetto dei vettori, e della loro somma, o composizione, è assai più antico, poichè già esso comparisce nelle velocità e forze; però spetta sempre a questi A. il merito di aver fatto vedere come, sulla loro composizione, si possa fondare un calcolo geometrico.

Tanto Bellavitis quanto Hamilton indicano con AB il vettore di origine A e di termine B, e che noi indichiamo, secondo Grassmann, con B—A. Anche Hamilton notò il vantaggio di indicarlo con B—A, ma senza poi far uso di questa notazione.

Secondo le nostre notazioni, B—A ed AB sono enti affatto distinti. Indipendentemente da ciò, le formule di Hamilton (A, B, C sono punti)

$$BA = -AB, \qquad AB + BC + CA = 0$$

esprimono quanto quelle di Grassmann

$$A - B = -(B - A) \qquad (B - A) + (C - B) + (A - C) = 0;$$

e si vede che queste ultime hanno la forma di identità algebriche; mentre le prime hanno forma diversa, e bisogna fare un nuovo sforzo per ricordarle. Si vede così come il calcolo di Grassmann presenti su quello di Hamilton maggiore economia.

Il Bellavitis introduce un segno per indicare l'equipollenza di due segmenti; sicchè per i segmenti si ha a considerare l'eguaglianza e l'equipollenza. Due segmenti equipollenti si possono sostituire l'uno all'altro in certe formule, che bisogna ricordare. Invece, avendo noi un sol segno d'eguaglianza, possiamo sempre in ogni formula, ad ogni ente, sostituire un suo eguale; regola questa che non potrebbe essere più semplice.

§ 5. — Forme di 2° e 3° grado.

La teoria delle forme di secondo grado coincide colla teoria dei sistemi di forze applicate ad un corpo rigido; però nella prima compaiono puri concetti geometrici, e le operazioni si fanno coll'algoritmo algebrico.

Eccone qualche saggio. Si ha $A(B-A) = AB$, ossia ogni linea è il prodotto d'un punto per un vettore; e viceversa. Per vettore d'una linea AB si intende il vettore $B-A$. Per vettore d'una forma di secondo grado si intende la somma dei vettori dei suoi termini.

Si ha identicamente

$$AB_1 + AB_2 + \ldots + AB_n = A[A + (B_1 - A) + \ldots + (B_n - A)],$$

cioè la somma di più linee aventi la stessa origine è una linea avente ancora la stessa origine, e il cui termine è il punto racchiuso entro parentesi.

Il prodotto di due vettori dicesi *bivettore*. È questa una forma di secondo grado, che corrisponde alla coppia della meccanica. La somma di due bivettori è un bivettore. Ogni forma di secondo grado è riduttibile in infiniti modi alla somma d'una linea e d'un bivettore.

Le forme di terzo grado non hanno interpretazione meccanica. Si ha il teorema:

" Ogni somma di triangoli è riduttibile o ad un triangolo unico, ovvero al prodotto di tre vettori ".

Il prodotto di tre vettori dicesi *trivettore*.

Se si aggiunge un trivettore ad un triangolo, si trasporta questo parallelamente a sè stesso.

Un breve esercizio può bastare ad impratichirci di questo calcolo, che differisce dal calcolo algebrico per ciò solo che la moltiplicazione è alternata.

Non saranno forse inutili le seguenti osservazioni:

Il vettore $B-A$ è una forma di primo grado; la linea AB è una forma di secondo grado.

Due vettori $B-A$ e $B'-A'$ sono eguali quando moltiplicati per tre punti arbitrarii dànno volumi eguali; due linee AB e $A'B'$ sono eguali quando moltiplicate per due punti arbitrarii dànno volumi eguali.

Da $AB = A'B'$ si deduce $B-A = B'-A'$, ma non viceversa.

Il bivettore $(B-A)(C-A) = BC + CA + AB$ è una forma di secondo grado, il triangolo ABC è una forma di terzo grado. Moltiplicando quel bivettore pel punto A si ha il triangolo ABC.

Due bivettori $AB + BC + CA$ e $A'B' + B'C' + C'A'$ sono eguali quando moltiplicati per due punti arbitrarii dànno prodotti eguali; due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono eguali se moltiplicati per uno stesso punto arbitrario dànno prodotti eguali. L'eguaglianza $ABC = A'B'C'$ dice che i due triangoli giacciono in un medesimo piano, hanno aree eguali, e dello stesso senso. L'eguaglianza $AB + BC + CA = A'B' + B'C' + C'A'$ dice che i due triangoli giacciono in piani paralleli, hanno aree eguali e dello stesso senso.

Da $ABC = A'B'C'$ si deduce $AB + BC + CA = A'B' + B'C' + C'A'$, ma non viceversa.

Un trivettore è riduttibile alla forma $(B-A)(C-A)(D-A)$, o sviluppando,

$$BCD - ACD + ABD - ABC,$$

cioè alla superficie del tetraedro $ABCD$. Moltiplicando quel trivettore per un punto arbitrario si ha questo tetraedro. Se due tetraedri sono eguali, sono pure eguali i loro trivettori, e viceversa.

Abbiasi in un piano fisso una forma di secondo grado, cioè un sistema di linee

$$A_1 B_1 + A_2 B_2 + \ldots + A_n B_n.$$

Supposto, ad esempio, che il vettore di questa forma non sia nullo, essa è riduttibile ad una linea sola CD, sicchè, comunque si prenda, nel piano, il punto P, si avrà

$$PA_1 B_1 + PA_2 B_2 + \ldots + PA_n B_n = PCD.$$

La costruzione della linea CD che risulta dalla nostra teoria è identica alla costruzione della risultante delle forze $A_1B_1 + A_2B_2 + \ldots$, e della trasformazione d'una somma di triangoli in un triangolo, e come caso particolare, della trasformazione d'un poligono in un triangolo, che si insegna in statica grafica. Però noi abbiamo ammesso il concetto di aree eguali senza analizzarlo. Ora è facile il vedere che questa trasformazione basa sulla identità fra tre vettori IJK:

$$(I + J)K = IK + JK,$$

che costituisce il teorema di *Varignon*.

I bivettori, o aree dei due membri, si possono scomporre in parti sovrapponibili. Quindi il poligono dato si può effettivamente scomporre in parti che diversamente disposte formino il triangolo che dicemmo suo eguale. Si ha così una via per risolvere la questione, in questi anni assai dibattuta, che poligoni eguali secondo Euclide, si possono scomporre in parti sovrapponibili; e questa dimostrazione coincide in sostanza con quella del sig. L. Gérard, *Sur la mesure des polygones* (Bull. de Math. élém., 1896, p. 102).

§ 6. — **Coordinate.**

Siano A_1 A_2 A_3 A_4 quattro forme di primo grado, il cui prodotto non sia nullo. Le diremo forme di riferimento. Allora ogni forma di primo grado si può ridurre alla forma:

$$x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + x_4 A_4,$$

ove $x_1 \ldots x_4$ sono numeri, detti *coordinate* di quella forma.

Ogni forma di secondo grado è una funzione lineare dei sei prodotti a due a due delle forme di riferimento, cioè si può scrivere:

$$y_{12} A_1 A_2 + y_{13} A_1 A_3 + \ldots + y_{34} A_3 A_4.$$

I sei numeri $y_{12} \ldots y_{34}$ diconsi le coordinate della forma di secondo grado.

Ogni forma di terzo grado è una funzione lineare dei prodotti a tre a tre delle forme di riferimento, cioè si può eguagliare a:

$$z_1 A_2 A_3 A_4 - z_2 A_1 A_3 A_4 + z_3 A_1 A_2 A_4 - z_4 A_1 A_2 A_3.$$

I quattro numeri $z_1 \dots z_4$ sono le coordinate della forma.

Le coordinate d'una forma si esprimono facilmente come rapporti di tetraedri. Invero, pongasi

$$S = x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + x_4 A_4.$$

Si moltiplichi per $A_2 A_3 A_4$; nel secondo membro rimarrà solo il primo termine, onde, ricavando x_1,

$$x_1 = \frac{S A_2 A_3 A_4}{A_1 A_2 A_3 A_4},$$

e analogamente si hanno le altre coordinate.

Consideriamo una forma di secondo grado.

$$s = y_{12} A_1 A_2 + y_{13} A_1 A_3 + \dots$$

Moltiplico per $A_3 A_4$, e ricavo:

$$y_{12} = \frac{s A_3 A_4}{A_1 A_2 A_3 A_4}.$$

Analogamente per le forme di terzo grado.

Sulle cordinate si risolvono con grande semplicità varii problemi, quali quelli di trovare le coordinate di somme o prodotti di forme di date coordinate; basta invero eseguire le operazioni indicate.

Ad esempio, vogliasi calcolare il volume del tetraedro prodotto di quattro forme di prima specie di date coordinate $(x_1, \dots x_4)$, $(y_1, \dots y_4)$, $(z_1, \dots z_4)$, $(t_1, \dots t_4)$.

Le forme date hanno adunque per espressione:

$$\begin{aligned} &x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + x_4 A_4 \\ &y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3 + y_4 A_4 \\ &z_1 A_1 + z_2 A_2 + z_3 A_3 + z_4 A_4 \\ &t_1 A_1 + t_2 A_2 + t_3 A_3 + t_4 A_4. \end{aligned}$$

Moltiplichiamo questi polinomii. Il prodotto consterà di più termini; ora quando si moltiplicano due termini appartenenti alla stessa verticale si ha per prodotto zero. Bisognerà adunque moltiplicare i termini presi in orizzontali e verticali diverse. Un termine del prodotto sarà $x_1\, y_2\, z_3\, t_4\, A_1\, A_2\, A_3\, A_4$; ogni altro termine si otterrà da questo permutando gli indici 1, 2, 3, 4; e se vogliamo far comparire fattor comune $A_1 A_2 A_3 A_4$, bisognerà dare al coefficiente il segno $+$ o $-$ secondochè il numero delle inversioni è pari o dispari. Si ha così per prodotto

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \end{vmatrix} A_1\, A_2\, A_3\, A_4\,,$$

e ciò per la definizione di *determinante.*

Si vede qui comparire il concetto di determinante, la cui teoria si può tutta sviluppare coi metodi generali del Grassmann, ma su cui basti questo cenno, poichè qui intendiamo parlare delle applicazioni geometriche.

Gli elementi di riferimento $A_1\, A_2\, A_3\, A_4$ possono essere qualunque. Merita menzione speciale il caso in cui si prendano per elementi di riferimento un punto O e tre vettori, non complanari, I, J, K. Il sistema di coordinate si dirà *cartesiano.* Ogni forma di primo grado è riduttibile alla forma

$$m\mathrm{O} + x\mathrm{I} + y\mathrm{J} + z\mathrm{K},$$

ogni punto alla forma

$$\mathrm{O} + x\mathrm{I} + y\mathrm{J} + z\mathrm{K},$$

ogni vettore alla forma

$$x\mathrm{I} + y\mathrm{J} + z\mathrm{K}.$$

Ogni forma di secondo grado è riduttibile a

$$l\mathrm{OI} + m\mathrm{OJ} + n\mathrm{OK} + p\mathrm{JK} + q\mathrm{KI} + r\mathrm{IJ}.$$

Se la forma rappresenta un sistema di forze, le sei coordinate della forma diconsi in meccanica le *caratteristiche* del sistema.

Il prodotto della forma per sè stessa vale

$$(lp + mq + nr)\,\mathrm{OIJK};$$

l'annullarsi di questa quantità è la condizione affinchè la forma si riduca ad una linea o ad un bivettore.

Ogni bivettore è riduttibile alla forma:

$$p\,\mathrm{JK} + q\,\mathrm{KI} + r\,\mathrm{IJ}.$$

Ecc.

§ 7. — Applicazione alla Geometria analitico-proiettiva.

Le forme geometriche finora considerate sono in stretta relazione con enti noti. Una forma di primo grado, non nulla, è riduttibile ad un punto con massa, o ad un vettore. Se la si moltiplica per un numero, non nullo, la posizione del punto, o la direzione del vettore non viene alterata. Quindi una forma di primo grado determina un punto o una direzione, cioè determina in ogni caso un punto proiettivo. Le quattro coordinate della forma di primo grado diconsi le coordinate omogenee di questo punto. Se si moltiplicano le coordinate per uno stesso numero, la forma risulta moltiplicata per questo numero, ma il punto proiettivo non varia.

Se gli elementi di riferimento $A_1 A_2 A_3 A_4$ sono quattro forme qualunque, le coordinate furono dette *proiettive;* se essi sono quattro punti, si hanno le coordinate *baricentriche;* se un punto e tre vettori, le *cartesiane.*

Una forma di secondo grado, non nulla, ma tale che sia nullo il prodotto della forma per sè stessa, è riduttibile ad una linea o ad un bivettore; determina quindi una retta o una giacitura; cioè determina in ogni caso una retta al finito o all'infinito.

Le sei coordinate della forma diconsi le sei coordinate omogenee della retta.

Una forma di secondo grado, tale che il prodotto di essa per sè stessa non sia nullo, determina un *complesso lineare.*

Una forma di terzo grado non nulla, è riduttibile o ad un triangolo o ad un trivettore; nel primo caso determina un piano al finito; il trivettore corrisponde al piano all' infinito. Le quattro coordinate della forma sono le coordinate omogenee del piano (*).

§ 8. — **Prodotti regressivi.**

Abbiansi due forme di primo grado (o punti) A e B; ed un triangolo (o piano) π. Vogliamo trovare il punto d'incontro della retta AB col piano π. Perciò ogni punto della retta avrà un'espressione della forma $x\mathrm{A} + y\mathrm{B}$; e dovendo esso giacere in π, dovrà essere

$$(x\mathrm{A} + y\mathrm{B})\pi = 0,$$

cioè

$$x\mathrm{A}\pi + y\mathrm{B}\pi = 0.$$

Quest' equazione è soddisfatta se prendo x ed y proporzionali ai volumi $\mathrm{B}\pi$ e $-\mathrm{A}\pi$. Quindi indicando con $[t]$ il numero che misura il tetraedro t rispetto ad un tetraedro fisso, la forma:

$$[\mathrm{B}\pi]\,\mathrm{A} - [\mathrm{A}\pi]\,\mathrm{B}$$

giace sulla retta AB e sul piano π; il punto che determina è l'intersezione di quella retta con questo piano.

Ora si può dimostrare che questa forma, che si presenta come funzione di A e di B, è in realtà funzione del solo prodotto AB, cioè che essa non varia ponendo al posto di A e B altre forme A′ e B′ tali che $\mathrm{AB} = \mathrm{A'B'}$. Perciò chiameremo l'espressione trovata il prodotto di AB per π, e scriveremo

$$\mathrm{AB}\,.\,\pi = [\mathrm{B}\pi]\,\mathrm{A} - [\mathrm{A}\pi]\,\mathrm{B}.$$

(*) Un più ampio sviluppo delle coordinate projettive, dedotte dal calcolo geometrico, trovasi in C. Burali-Forti, *Il metodo del Grassmann nella Geom. proj.* (“ Rend. circ. Palermo „, a. 1896, p. 177).

Il prodotto d'una forma di secondo grado per una di terzo è quindi una forma di primo grado, pienamente determinata. Il punto che questa determina è l'intersezione della retta e del piano determinati dalle forme date.

Analogamente si definisce il prodotto di due forme di terzo grado (piani), che è una forma di grado $3+3-4=2$ (una retta); e il prodotto di tre forme di terzo grado che è una forma di grado $3+3+3-8$.

Questi prodotti, che diconsi regressivi, hanno ancora la proprietà distributiva rispetto ad ambi i fattori; passano notevoli relazioni fra questi prodotti ed i prodotti progressivi prima considerati. Siffatto studio è interessante per la Geometria superiore, poichè il metodo di Grassmann permette di indicare in simboli ogni costruzione ottenuta proiettando e segando, di poter ragionare sopra queste formule, onde ad es. trasformare una costruzione in un'altra, e riconoscere il grado d'un luogo così definito. Molti autori, che trovansi menzionati nel mio *Calcolo geometrico,* proseguirono per questa via, arrivando a notevoli risultati. Ma, essendo questi prodotti regressivi un po' meno semplici delle altre operazioni, basti su loro questo cenno.

§ 9. — Operazione ω sulle forme.

Importante è il caso del prodotto regressivo, in cui un fattore sia un trivettore fisso ω, assunto come unità. Ma non volendo parlare di prodotti regressivi, daremo le definizioni seguenti:

Se s è una forma di primo grado, con ωs ne indichiamo la *massa,* cioè la somma dei coefficienti.

Se s è una forma di secondo grado, con ωs indichiamo il *vettore* di s, cioè la somma dei vettori dei suoi termini: sicchè, se A e B sono punti, $\omega(AB) = B - A$.

Se s è una forma di terzo grado, con ωs indichiamo il *bivettore* di s; sicchè, essendo A, B, C dei punti, sarà

$$\omega(ABC) = (B - A)(C - A) = BC + CA + AB.$$

E analogamente $\omega(ABCD)$ indicherà il trivettore del tetraedro ABCD, cioè

$$BCD - ACD + ABD - ABC.$$

L'operazione ω è distributiva, cioè $\omega(s+s') = \omega s + \omega s'$; vale a dire in tutti i calcoli il segno ω si comporta come un fattore costante. L'operazione ω, eseguita su d'un vettore, o un bivettore, o un trivettore, dà per risultato 0.

§ 10. — Operazione Indice sui vettori e bivettori.

Dicasi *metro* l'unità di misura delle lunghezze.

Per *modulo* d'un vettore I si intende la sua lunghezza misurata in metri.

Per *modulo* d'un bivettore IJ si intende l'area del parallelogrammo di lati i vettori I e J, misurata in metri quadrati.

Il modulo d'un vettore, o d'un bivettore, è perciò un numero positivo o nullo.

Dato un trivettore IJK, oltre alla sua grandezza, cioè al volume del parallelepipedo costrutto sui tre vettori dati, misurato in metri cubi, si ha pure a considerarne il senso. Il trivettore si dirà positivo, se ad es. il tetraedro OIJK è destrorso.

Per comodità di scrittura identificheremo un trivettore col numero che lo misura, preceduto dal segno conveniente.

In altri termini, sia ω il trivettore prodotto di tre vettori, di lunghezza il metro, a due a due ortogonali, e tali che il tetraedro $O\omega$ sia destrorso. Allora nel rapporto $\frac{IJK}{\omega}$ noi sopprimeremo (quando non siavi pericolo d'ambiguità) il denominatore, e scriveremo semplicemente IJK.

Dicesi *indice* d'un bivettore IJ, e si indica con $|(IJ)$ quel vettore K che è normale ad IJ, nel verso che rende $IJK = KIJ$ positivo, e il cui modulo è eguale a quello di IJ.

Se $K = |(IJ)$, si dice anche che IJ è l'indice di K, e si scrive $IJ = |K$.

Adunque l'indice d'un bivettore è un vettore, e viceversa.

Se il bivettore rappresenta una coppia di forze, l'indice dicesi in Meccanica l'*asse momento* della coppia.

L'operazione | è distributiva, e nei calcoli questo segno si comporta come un fattore costante.

L'operazione | determina quella polarità che da alcuni autori chiamasi l'*assoluto*. Essa permette di studiare le proprietà metriche delle figure. Eccone alcune conseguenze:

$$\mathrm{I} \mid \mathrm{I} = (\mathrm{mod}\ \mathrm{I})^2 \tag{1}$$

cioè il prodotto d'un vettore per l'indice di sè stesso vale il quadrato del suo modulo. Grassmann abbrevia I | I in $\mathrm{I}^{\underline{2}}$. Potremo scrivere senza ambiguità I^2, e leggerlo il quadrato di I, col che si intende I | I e non II = 0. Dall'equazione precedente si può ricavare mod I. Le stesse cose sussistono se invece di I si legge un bivettore.

$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{mod}\ \mathrm{I}}$ rappresenta un vettore di lunghezza l'unità, e che ha la direzione e il verso di I.

Siano I e J due vettori di lunghezza l'unità. IJ è un bivettore, e mod(IJ) è un numero, che dicesi *seno* dell'angolo dei due vettori. Se I, J non sono eguali all'unità di misura, prima li si ridurranno, e si avrà

$$\mathrm{sen}\,(\mathrm{I}, \mathrm{J}) = \frac{\mathrm{mod}\,(\mathrm{IJ})}{\mathrm{mod}\,\mathrm{I}\ \mathrm{mod}\,\mathrm{J}}\,.$$

Il seno dell'angolo di due vettori è un numero sempre compreso fra 0 e 1.

Sia I un vettore, j un bivettore, i cui moduli siano l'unità. Il numero Ij si dirà *seno* del loro angolo. Se i moduli di I e j sono qualunque, si avrà

$$\mathrm{sen}\,(\mathrm{I}, j) = \frac{\mathrm{I}j}{\mathrm{mod}\,\mathrm{I}\ \mathrm{mod}\,j}\,.$$

Il seno dell'angolo d'un vettore con un bivettore è un numero compreso fra —1 e +1.

Per coseno dell'angolo di due vettori I e J si intende il seno di I e | J, cioè

$$\cos\,(\mathrm{I}, \mathrm{J}) = \frac{\mathrm{I} \mid \mathrm{J}}{\mathrm{mod}\,\mathrm{I}\ \mathrm{mod}\,\mathrm{J}}\,.$$

Il coseno dell'angolo di due vettori è compreso fra -1 e $+1$.

Questa formula, fatti sparire i denominatori, dice che il prodotto d'un vettore per l'indice d'un altro vale il prodotto dei moduli pel coseno dell'angolo compreso.

Il prodotto $I \mid J$ fu dal Grassmann chiamato *prodotto interno* dei due vettori. Egli disse loro *prodotto esterno* il bivettore IJ. Questo prodotto interno comparisce in Meccanica, poichè è il lavoro fatto dalla forza I ove il punto d'applicazione abbia ricevuto lo spostamento J; e in più trattati di Meccanica si è proposto per questo prodotto un segno speciale.

Così le operazioni della matematica elementare: distanza di due punti, area d'un triangolo, seno, coseno d'un angolo, le quali operazioni non sono distributive, ma hanno proprietà complesse, si esprimono mediante prodotti esterni ed interni di Grassmann, sui quali si opera con regole pressochè identiche alle regole algebriche.

§ 11. — Applicazioni alla Geometria cartesiana.

Siano I, J, K tre vettori, di lunghezza l'unità, a due a due ortogonali, e tali che $IJK = +1$. Sarà

$$I \mid I = J \mid J = K \mid K = 1, \quad I \mid J = I \mid K = J \mid K = 0,$$
$$\mid (JK) = I, \quad \mid (KI) = J, \quad \mid (IJ) = K. \tag{1}$$

Un vettore U di coordinate x, y, z ha per espressione

$$U = xI + yJ + zK. \tag{2}$$

Moltiplico U per $\mid U$, cioè ne faccio il quadrato. Esso vale $(\text{mod } U)^2$; nel secondo membro sviluppo il quadrato colle regole algebriche, tenendo conto delle identità (1), ed ho:

$$(\text{mod } U)^2 = x^2 + y^2 + z^2. \tag{3}$$

Se i vettori I, J, K non fossero ortogonali, si presentano ancora i termini $2xy\, I \mid J + \ldots$; ove $I \mid J = \cos(I, J)$.

La condizione affinchè il punto

$$P = O + xI + yJ + zK \tag{4}$$

giaccia nel piano del triangolo di coordinate $a, b, c, d,$ cioè

$$\pi = aOJK - bOIK + cOIJ - dIJK \tag{5}$$

è che il loro prodotto $P\pi = 0$; sviluppando e sopprimendo il fattor comune OIJK, si ha:

$$ax + by + cz + d = 0 \tag{6}$$

equazione del piano di date coordinate.

L'area del triangolo π è la metà del modulo del suo bivettore $\omega\pi$

$$\omega\pi = aJK + bKI + cIJ,$$

onde

$$\text{area } \pi = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \tag{7}$$

Vogliasi la distanza δ del punto P dal piano π.

Si ha $$P\pi = \frac{1}{3}\,\delta\,\frac{1}{2}\,\text{mod}\,(\omega\pi)\,m^3\,,$$

ove per omogeneità s'è scritto il fattore m^3 (metro cubo).

Osservo che $$OIJK = \frac{1}{6}\,m^3, \qquad \text{onde:}$$

$$\delta = \frac{P\pi}{\text{mod}(\omega\pi)\,OIJK}\,,$$

e sostituendo a $P\pi$, $\omega\pi$ i loro valori, si ha la formula cercata.

Come ultimo esempio, abbiasi una forma di secondo grado s, di coordinate $l, m, n, p, q, r,$ cioè

$$s = lOI + mOJ + nOK + pJK + qKI + rIJ.$$

Dice questa formula che s è la somma della linea $O(l\mathrm{I}+m\mathrm{J}+n\mathrm{K})$ di origine il punto O, e il cui vettore ha per coordinate l, m, n, e del bivettore di coordinate p, q, r. Si vuol trasformare s nella somma d'una linea i e d'un bivettore u fra loro ortogonali

$$s = i + u.$$

Deduco $\omega s = \omega i$, poichè $\omega u = 0$. Quindi u, che deve essere normale ad $\omega i = \omega s$, sarà della forma $u = x \mid \omega s$, ove x è un numero (reale).

Deduco $s - x \mid \omega s = i$; moltiplico questa equazione per sè stessa, osservando che $(\mid \omega s)(\mid \omega s) = 0$, e $ii = 0$; ricavo

$$ss - 2xs \mid \omega s = 0,$$

onde

$$x = \frac{ss}{2s \mid \omega s}$$

e infine

$$u = \frac{ss}{2s \mid \omega s} \mid \omega s.$$

Si ha così il bivettore u, detto in Meccanica " il momento principale del sistema di forze ", espresso mediante la sola forma s. Introdotte le coordinate si ricava:

$$u = \frac{lp + mq + nr}{l^2 + m^2 + n^2} (l\mathrm{JK} + m\mathrm{KI} + n\mathrm{IJ}).$$

La linea i si può ottenere per differenza: $i = s - u$.

Questi esempi elementari provano che il metodo di Grassmann non esclude punto la Geometria analitica ordinaria; ma anzi indica vie semplicissime per trovare le formule in ogni sistema di coordinate. Inoltre per questa via si ha il significato geometrico separato del numeratore, del denominatore, di ogni fattore e di ogni termine delle formule di geometria analitica.

§ 12. — Geometria infinitesimale.

Dicesi che la forma variabile di primo grado S ha per limite la forma fissa S_0, se, comunque si prenda il triangolo PQR, si ha

$$\lim SPQR = S_0PQR.$$

Analogamente per le forme di grado superiore.

Se una forma $S(t)$ è funzione d'una variabile numerica t, si pone

$$\frac{dS(t)}{dt} = \lim_{h=0} \frac{S(t+h)-S(t)}{h}$$

ove, nel secondo membro, tutti i segni introdotti già furono definiti.

Sussistono per le somme e per i prodotti di forme le regole comuni di derivazione; i simboli ω ed $|$ si comportano come fattori costanti. Si baderà però solo a non invertire l'ordine dei fattori.

Le definizioni di derivate successive e di integrali sono qui applicabili. La formula di Taylor sussiste sotto la forma ad es.

" Se $S(t)$ è una forma geometrica, funzione di t, avente per $t = t_0$ le derivate prima e seconda, si ha:

$$S(t_0 + h) = S(t_0) + hS'(t_0) + \frac{h^2}{2!} S''(t_0) + R,$$

ove R è una forma infinitesima con h d'ordine superiore al secondo ".

Non si ha bisogno di ammettere p. es. la continuità di $S''(t)$, come provai nei miei trattati.

L'espressione del resto, sotto forma d' integrale, sussiste senza variazione alcuna.

Quella di Lagrange ha bisogno di leggera modificazione: e siccome nel mio *Calcolo geometrico* (Cap. VIII) enunciai il risultato, senza scriverne la dimostrazione, non sarà inutile di qui esporla:

Definizione: " Dicesi che una forma geometrica S è media fra più altre A, B, ... dello stesso grado, p. e. del 1° grado, se, comunque si prendano i punti PQR, si ha che SPQR è medio fra APQR, BPQR, ... ".

Teorema: " Data la forma $S(t)$ funzione della variabile reale t, avente le successive derivate fino all'n^a, nell'intervallo da t a $t+h$, si ha:

$$S(t+h) = S(t) + hS'(t) + \ldots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} S^{(n-1)}(t) + \frac{h^n}{n!} K,$$

ove K è una forma geometrica media fra i valori di $S^{(n)}(t+\theta h)$, ove θ varii fra 0 ed 1 ".

Vale a dire, mentre per le funzioni numeriche, K è uno dei valori della derivata n^a, qui per le forme geometriche, K è solo un valor medio fra quelli che assume la derivata n^a.

Infatti, la formula è vera se $S(t)$ è un numero funzione di t, poichè K è allora uno dei valori assunti dalla derivata n^a, e quindi è medio fra quelli che può assumere. Essa è anche vera se $S(t)$ è un tetraedro, o forma di quarto grado, poichè i tetraedri sono misurati da numeri reali.

Se $S(t)$ è una forma di primo grado, si moltiplichi la formula scritta per un triangolo arbitrario PQR; siamo ridotti a tetraedri; si deduce che KPQR è medio fra i valori di $S^{(n)}(t)$PQR, onde K è medio fra i valori di $S^{(n)}(t)$.

Se P è un punto funzione della variabile reale t, le sue derivate sono vettori. La tangente alla curva descritta da P è la retta PP'' e il piano osculatore è il piano PP'P'' Si suppone che quella linea e questo triangolo non siano nulli; altrimenti si presentano singolarità studiate ad es. nelle mie *Applicazioni geometriche.*

Se il punto P è funzione delle due variabili t e u, il piano $P\frac{dP}{dt}\frac{dP}{du}$ è tangente alla superficie descritta da P.

Sull' α aminoetilidensuccinimide e sull'acetilsuccinimide;

Nota del Socio ICILIO GUARESCHI.

In seguito allo studio della reazione generale da me trovata, e che ha luogo tra gli eteri chetonici e l'etere cianacetico in presenza di ammoniaca, sono stato condotto ad esaminare anche l'azione dell' ammoniaca in soluzione acquosa sull' etere acetosuccinico:

$$\begin{array}{l} CH^3CO\,.\,CH\,.\,CO\,.\,OC^2H^5 \\ \qquad\qquad\;\; | \\ \qquad\qquad CH^2.\,CO\,.\,OC^2H^5 \end{array}$$

Conrad ed Epstein (1) per l'azione dell'ammonica gasosa sulla soluzione eterea dell'etere acetosuccinico ottennero l'*etere α aminoetilidensuccinico:*

$$\begin{array}{l} CH^3.\,C = C\,.\,CO\,.\,OC^2H^5 \\ \qquad\;\; | \qquad\;\; | \\ \qquad NH^2 \;\; CH^2.\,CO\,.\,OC^2H^5 \end{array}$$

in prismi splendenti fusibili a 72°.

William O. Emery (2) studiò poi l'azione dell' ammoniaca alcolica, satura a 0°, sullo stesso etere acetosuccinico, ed ottenne anche in questo caso l'etere α aminoetilidensuccinico di Conrad ed Epstein; pel quale però dà il punto di fusione 62°. L'etere α aminoetilidensuccinico scaldato per qualche tempo a 145°—150° fornisce il lattam:

$$\begin{array}{l} CH^3.\,C \equiv\equiv C\,.\,COOC^2H^5 \\ \qquad\;\; | \qquad\;\; | \\ \qquad NH\,.\,CO\,.\,CH^2 \end{array}$$

che cristallizza dall'etere in aghi fusibili a 133°—134°.

(1) " Berichte d. deut. Chem. Gesell. „, 1887, XX, pag. 3058.

(2) " Ann. d. Chem. „, 1890, t. 260, pag. 137 e " Berichte „, 1891, Ref. pag. 27.

Composti analoghi O. Emery ottenne colla metilamina.

Io ho avuto risultati diversi adoperando l'ammoniaca acquosa concentrata. Quando si mescola l'etere acetosuccinico con poco più di tre volte il suo peso d' ammoniaca acquosa, a 0.914, e si dibatte per poco tempo, tutto l'etere si discioglie e si ottiene un liquido giallognolo che poi inverdisce per passare ad un colore rossastro stabile.

La soluzione completa alle volte avviene dopo una mezza ora, alle volte occorrono anche due ore. Poco dopo scioltosi l'etere acetosuccinico, incomincia a depositarsi dei bei cristalli che vanno mano a mano aumentando. Dopo circa 6—8 giorni, ed alle volte anche prima, non si formano più cristalli. Raccolti questi su filtro, furono lavati più volte con poca acqua e poi ricristallizzati dall'acqua bollente. Si possono cristallizzare anche dall'alcool diluito e bollente.

Il liquido limpido ammoniacale dal quale furono separati i cristalli accennati, trattato con etere cianacetico, fornisce dei prodotti che descriverò in altra nota.

In questa breve nota non mi occupo che dei cristalli ottenuti nel modo che ho descritto.

Dopo alcune cristallizzazioni si ha il nuovo composto perfettamente puro. Questo prodotto si forma piuttosto in piccola quantità; circa 4—5 p. 100 dell'etere acetosuccinico impiegato.

Questi cristalli diedero all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0,1366 di sostanza secca a 100°—105° fornirono 0,2564 di CO^2 e 0,0711 di H^2O.

II. Gr. 0,1345 fornirono 24,7 cm^3 di N a 18°,5 e 742 mm.; volume corr. = 22 cm^3.

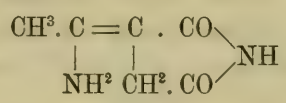
Da cui la composizione centesimale:

		I	II
C	=	51.19	—
H	=	5.78	—
N	=	—	20.45

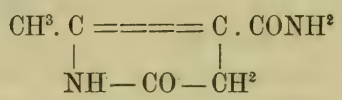
Numeri che conducono alla formola $C^6H^8N^2O^2$ per la quale si calcola:

C	=	51.42
H	=	5.71
N	=	20.00

Le proprietà ed i derivati, che descriverò, di questo composto dimostrano, mi pare, che esso deve essere considerato come α *aminoetilidensuccinimide:*



Poco probabile, mi sembra, possa essere un lattam della forma:



L' α *aminoetilidensuccinimide* cristallizza dall' acqua in bei prismi aghiformi, incolori, pesanti; fonde a 274°—275° scomponendosi e dando un liquido quasi nero; già a 235°—240° imbrunisce alquanto. È poco solubile nell'acqua fredda, 1 p. in circa 195 p. di acqua a 15°, solubile nell' acqua bollente; poco solubile nell'alcol, quasi insolubile nell'etere. Solubilissima nella potassa anche diluita. Per ebollizione prolungata con acqua sviluppa ammoniaca; sviluppa ammoniaca anche quando si scalda con potassa. Non sviluppa ammoniaca a freddo coll' idrato di magnesio. Nell' acido cloridrico si scioglie e quasi subito fornisce del cloruro di ammonio che precipita col cloruro platinico. La soluzione acquosa si colora in rosso-violetto col cloruro ferrico, ma probabilmente questa colorazione è dovuta ad un prodotto di decomposizione perchè la soluzione appena trattata col cloruro ferrico si colora pochissimo e la colorazione aumenta molto lasciando al liquido a sè alcuni minuti; colla

soluzione di acetato ferrico non si colora; inoltre il liquido proveniente dalla prolungata ebollizione di questo composto o le acque madri evaporate si colorano subito ed intensamente col cloruro ferrico.

Col solfato di rame inverdisce ma non precipita.

La soluzione acquosa ha reazione neutra e precipita col nitrato d'argento quando si alcalinizza lievemente il liquido con ammoniaca.

Nè col nitrito potassico nè coll'acqua di bromo fornisce le reazioni colorate da me indicate pei composti cianpiridinici derivanti dall'etere cianacetico.

Esposta ai vapori rossi che si sviluppano dal nitrito potassico coll'acido solforico diluito si colora in rosso-bruno.

Derivato argentico. Sciogliendo a caldo 0,5 gr. di sostanza in acqua cui s'aggiunge alcune goccie di ammoniaca si ha un liquido incoloro che per aggiunta di un lieve eccesso di soluzione al 5 % di nitrato d' argento, dà, a poco a poco, un bel precipitato bianco cristallino di un composto argentico. Questi cristalli sono costituiti di lunghe laminette prismatiche, incolore, setacee, quasi affatto insolubili nell'acqua fredda ed anche nell'acqua bollente; dopo prolungata ebollizione imbruniscono.

All'analisi questo derivato argentico diede i risultati seguenti:

I. Gr. 0,4525 di sostanza secca prima nel vuoto e poi a 100°—105° fornirono 0,1987 di Ag.

II. Gr. 0,1822 di sale disseccato a 180°, proveniente da una seconda preparazione, e meno bene cristallizzato del precedente, fornirono 0,0799 di Ag.

III. Gr. 0,1737 di sale secco, fornirono 17,5 cm^3 di N a 25° e 745 mm. Vol. corr. = 15.15 cm^3.

Da cui:

	trovato			calcolato per $C^6H^7AgN^2O^2$
	I	II	III	
Ag =	43.88	43.85	—	43.72
N =	—	—	10.90	11.3

Ho voluto dosare in questo derivato anche l'azoto perchè per il composto argentico $CH^3 CO CH . CO$ ⟨ NAg si calcolerebbe
$CH^2 . CO$

43.54 % di argento.

Per 0,5 gr. di α aminoetilidensuccinimide ho ottenuto 0.9 gr. di derivato argentico che è appunto la quantità teorica.

Azione dell' acido cloridrico. — Dosamento dell' ammoniaca prodotta. — Acetilsuccinimide. Ho già detto che la α aminoetilidensuccinimide fatta bollire con acqua sviluppa ammoniaca. Coll'acido cloridrico la decomposizione è pronta, avviene già a freddo e si mette in libertà esattamente una molecola di ammoniaca. Infatti:

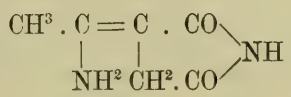
I. Gr. 0.3081 di sostanza in sottile polvere furono trattati a freddo con 10 cm^3 di acido cloridrico di 1,06 densità; già a freddo la sostanza si scioglie ed aggiungendo del cloruro di platino in lieve eccesso incomincia subito a depositarsi del cloroplatinato di ammonio; dopo poco tempo aggiungo al liquido una miscela di alcol ed etere e raccolgo il precipitato. Il cloroplatinato ottenuto pesava 0.4738, corrispondente a 0.0365 di NH^3. Il liquido alcolico-etereo essendo molto acido lasciò col tempo depositare ancora un poco di cloroplatinato di ammonio.

II. Gr. 0.3699 di sostanza secca sul cloruro di calcio poi a 110°, sciolti in poco acido cloridrico a 1.06 e dopo mezz'ora trattati con cloruro platinico, dànno un precipitato giallo di cloroplatinato di ammonio; aggiungo al liquido 4—5 vol. di alcol assoluto e un poco di etere, lascio a sè per 16 ore poi raccolgo il cloroplatinato che lavo con miscela alcolico-eterea. Il cloroplatinato pesava 0.5844 corrispondente a 0.0450 di NH^3.

Da cui:

	trovato	
	I	II
NH^3 %	11.84	12.16

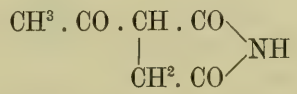
Per l'eliminazione di una sola molecola di ammoniaca dal composto:



si calcola:

$$NH^3\ \% = 12.14$$

Probabilmente si è formata l'acetilsuccinimide;



È noto che anche gli aminoeteri derivanti dagli eteri chetonici si decompongono in modo simile coll'acido cloridrico.

Ho trattato la α aminoetilidensuccinimide con la quantità teorica di acido cloridrico diluito, per trasformare una molecola di ammoniaca in cloruro di ammonio; evaporai la soluzione nel vuoto sopra calce viva ed il residuo bianco cristallino fu ripetutamente estratto con etere. Rimase insolubile nell'etere il cloruro di ammonio, in quantità teorica. La soluzione eterea filtrata, lasciata evaporare spontaneamente, fornì una sostanza in bei cristalli incolori, trasparenti, solubili nell'acqua e la cui soluzione si colora *subito* in violetto intenso col cloruro ferrico; la soluzione acquosa ha reazione acida, non precipita col nitrato d'argento, ma bensì dopo reso alcalino il liquido con poca ammoniaca. A caldo riduce il nitrato d'argento ammoniacale.

Il composto così ottenuto fonde a 84°—87°, e diede all'analisi i risultati seguenti:

I. Gr. 0.1478 di sostanza secca nel vuoto fornirono 14,3 cm^3 di N a 27° e 744 mm. Vol. corr. = 12.2.

II. Gr. 0,1177 di sostanza secca nel vuoto fornirono 0.2208 di CO^2 e 0.0542 di H^2O.

Da cui la composizione centesimale:

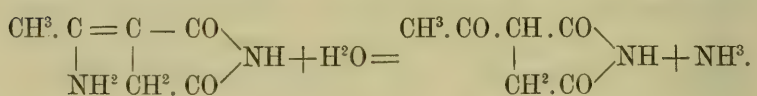
		I	II
C	=	—	51.16
H	=	—	5.12
N	=	10.32	—

Numeri che concordano sufficientemente colla formola dell'*acetilsuccinimide* $C^6H^7NO^3$, per la quale si calcola:

C	=	51.06
H	=	4.92
N	=	9.93

I limiti un po' larghi nel punto di fusione, mi lasciano il dubbio che il composto ottenuto non fosse assolutamente puro, non avendo potuto, stante la piccola quantità, farlo ricristallizzare.

L'acetilsuccinimide si sarebbe formata nel modo seguente:



Derivato etilico. Il composto argentico dell'α aminoetilidensuccinimide in presenza di etere e di joduro di etile reagisce assai lentamente anche scaldando a b. m. in apparecchio a ricadere. Dopo alcuni giorni, a temperatura ordinaria ed aggiunto dell'alcol, il precipitato che prima era bianco si fa giallo. Evaporato l'etere e l'alcol per scacciare anche l'eccesso di joduro di etile si ha un residuo da cui non mi fu possibile avere un prodotto analizzabile.

α *Acetilaminoetilidensuccinimide.* Scaldando l'α aminoetilidensuccinimide con circa 10 volte il suo peso di anidride acetica, si scioglie dopo alcuni minuti di ebollizione; dopo raffreddamento la massa cristallizza. Riprendendo il tutto con acqua, rimane un poco di derivato acetilico, bruno, impuro. Il liquido

acquoso-acetico filtrato lasciato a sè deposita dei bei cristalli incolori che ricristallizzati dall'acqua si hanno purissimi. All'analisi diedero il risultato seguente:

Gr. 0.1221 di composto secco fornirono 17.3 cm^3 di N a 20° e 743 mm.; volume corr. = 15.3 cm^3.

Da cui:

	trovato	calcolato per $CH^3C{=}C.CO{>}NH$ (NHC^2H^3O, $CH^2.CO$)
N %	15.66	15.38

Questo derivato acetilico è pochissimo solubile nell' acqua fredda, ma si scioglie bene nell'acqua bollente da cui si ha in lunghissimi aghi brillanti, pesanti; fonde a 233°—234°, imbrunendo.

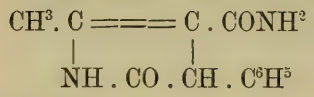
La sua soluzione acquosa non si colora col cloruro ferrico o solo lievemente e dopo lunghissimo tempo. La soluzione acquosa calda di questo composto trattata con alcune goccie di ammoniaca e poi con nitrato d'argento dà un precipitato bianco di un *sale d'argento* che fatto bollire con acqua imbrunisce; non l'ho potuto ottenere puro perchè è sempre mescolato con qualche cristallo dell'acetilderivato inalterato. In una analisi trovai più dell'1 % in meno di Ag. della quantità calcolata per la formola:

$$CH^3.C{=}C.CO{>}NAg.$$
(NHC^2H^3O, $CH^2.CO$)

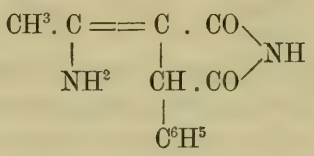
Queste esperienze mi pare non lascino alcun dubbio che il composto ch'io ottengo per l'azione dell' ammoniaca sull'etere monoacetosuccinico sia veramente l'α *aminoetilidensuccinimide.* La sua formazione si spiega ammettendo che per l'azione dell'ammoniaca acquosa sull' etere monoacetosuccinico si produca prima l'α aminoetilidensuccinimide, dalla quale poi per eliminazione di ammoniaca trarrebbe origine il mio composto imidico:

$$CH^3.C{=}C.CONH^2 \; (NH^2,\ CH^2.CONH^2) = NH^3 + CH^3.C{=}C.CO{>}NH. \; (NH^2,\ CH^2.CO)$$

Secondo Weltner (1) per l'azione dell' ammoniaca alcolica, in tubi chiusi, sull'etere fenilacetosuccinico si formerebbe direttamente il lattam:



Se nelle esperienze di W. O. Emery è molto probabile si sia formato il lattam indicato, non è niente affatto provato che ciò sia pel composto di Weltner; a me anzi sembra molto più probabile, benchè le condizioni dell'esperienza siano diverse, che il corpo ottenuto da Weltner sia analogo al mio, cioè debba considerarsi come α *aminoetilidenfenilsuccinimide:*



Beilstein nel suo *Hand. d. org. Chem.* Ed. 3ª, II, pag. 1965, descrive il composto $C^{12}H^{12}N^2O^2$, ma non ne dà la formola di costituzione, come invece dà quella del lattam di Emery.

Non avendo però esperienze mie proprie su questo argomento non voglio ora entrare in maggiori particolari.

Sulla trasformazione dei chetoni in α-dichetoni;

Nota del Socio M. FILETI e G. PONZIO.

Continuando le ricerche sulla trasformazione dei chetoni in α-dichetoni, abbiamo fatto agire l'acido nitrico sopra il dietil-, dipropil-, etilpropil-, etilisopropil-, etilisobutilchetone e sul palmitone.

(1) " Berichte „, t. XVIII, pag. 793.

Le nostre precedenti esperienze riguardavano chetoni della formola generale $CH_3 . CO . CH_2 . R$, contenenti cioè un radicale metile unito col carbonile; da tali esperienze abbiamo concluso che si ossida il gruppo metilene legato al carbonile e non il metile, che si forma quindi un α- dichetone e mai una chetoaldeide, e che infine si produce il dinitroderivato del radicale alcoolico più ricco in carbonio.

Se però col gruppo CO si trovano legati due gruppi metilenici, se si hanno cioè, come nel caso del quale ora ci occupiamo, chetoni della formola $R . CH_2 . CO . CH_2 . R'$, allora alcune volte si forma il miscuglio dei due dichetoni $R . CO . CO . CH_2 . R'$ e $R . CH_2 . CO . CO . R'$ e dei dinitroderivati corrispondenti ai due radicali alcoolici $R . CH_2$ e $R' . CH_2$, ma in altri casi non abbiamo ottenuto che un dichetone ed un dinitroidrocarburo.

Il dietilchetone $CH_3 . CH_2 . CO . CH_2 . CH_3$ dà l'acetilpropionile $CH_3 . CO . CO . CH_2 . CH_3$ e il dinitroetano, nè si può prevedere la formazione di altro α-dichetone o di un diverso dinitroidrocarburo. Egualmente dal dipropilchetone $C_3H_7 . CO . C_3H_7$ si ottengono gli unici prodotti prevedibili, cioè propionilbutirile $CH_3 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3$ e dinitropropano. Il palmitone non dà nè dichetoni nè dinitroidrocarburi.

Dall'etilpropilchetone $CH_3 . CH_2 . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3$ si formano i due dichetoni $CH_3 . CO . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3$ e $CH_2 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_3$, il dinitroetano e il dinitropropano.

Dall'etilisopropilchetone $CH_3 . CH_2 . CO . CH \begin{cases} CH_3 \\ CH_3 \end{cases}$, che contiene un solo gruppo metilene, non si può prevedere che la formazione di un solo α- dichetone $CH_3 . CO . CO . CH \begin{cases} CH_3 \\ CH_3 \end{cases}$, eppure noi abbiamo ottenuto, assieme a dinitroetano, un miscuglio di due α- dichetoni isomeri (allo stato di diossima) senza che ci sia stato sin' ora possibile di trovare una spiegazione di questo fatto.

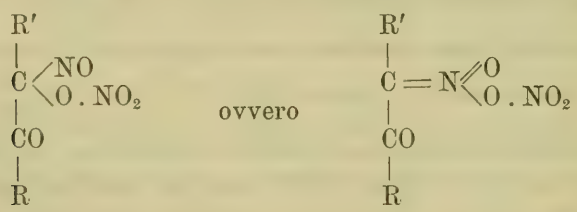
Finalmente l'etilisobutilchetone $CH_3 . CH_2 . CO . CH_2 . CH \begin{cases} CH_3 \\ CH_3 \end{cases}$ diede dinitroetano ed un α-dichetone la cui diossima si fonde a 171°—72° come quella dell' acetilisovalerile $CH_3 . CO . CO . CH_2 . CH \begin{cases} CH_3 \\ CH_3 \end{cases}$.

Dai prodotti dell'azione dell'acido nitrico sull'etilisopropilchetone abbiamo potuto inoltre separare una sostanza di odore canforato, fondente a 58°; essa ha la formola $C_6H_{10}N_2O_5$ e per idratazione si decompone facilmente in dinitroetano ed acido isobutirrico.

Egualmente dall'etilisobutilchetone si ottiene una sostanza fusibile a 64°—65° della formola $C_7H_{12}N_2O_5$ che cogli alcali si decompone analogamente alla prima.

Nella letteratura chimica non abbiamo trovato nessun corpo che abbia il comportamento di questi ora accennati. Probabilmente uno dei cinque atomi di ossigeno in essi contenuti sarà allo stato di carbonile CO, ed inoltre la facilità colla quale da queste sostanze si ottengono quelle dette, forse impropriamente, dinitroidrocarburi e la cui costituzione non è ancora nota, fa pensare che nelle due serie di composti i due atomi di azoto e quattro di ossigeno si trovino legati nello stesso modo; anzi, considerata appunto la netta decomposizione per idratazione in acidi grassi e dinitroidrocarburi, non crediamo improbabile di aver per le mani acilderivati di questi ultimi, e siamo ora occupati colla preparazione sintetica di tali composti.

D'altra parte il Dr Ponzio ha cominciato lo studio dell'azione dell' ipoazotide sugli isonitrosochetoni ed ha ottenuto corpi della stessa natura di quelli sopra accennati, ai quali con molta probabilità spetteranno formole di struttura come:



ma naturalmente noi non siamo per ora in grado di pronunciarci in favore di una di esse o di altre possibili.

Di una nuova interpretazione dell'architettonica florale delle Crocifere e generi affini;

Nota del Dott. EDOARDO MARTEL.

Quantunque studi numerosi e serissimi sieno, dai più valenti botanici, stati fatti allo scopo d'indagare le cause che rendono irregolare la simmetria florale nelle Crocifere e generi affini, pure la discussione intorno a queste cause è, ancora adesso, lontana di essere chiusa per la ragione che le varie teorie sinora escogitate non possono reggersi se non puntellate da ipotesi più o meno giustificate.

Le lacune che rimangono da colmarsi mi spinsero ad occuparmi di quella spinosa questione, persuaso che anche i più umili cultori della scienza possono, coi loro sforzi, contribuire efficacemente alla ricerca del vero.

L'intenzione mia nel presentare all'Accademia queste poche linee è quella, semplicemente, di consegnare i risultati finali sinora ottenuti.

A tempo opportuno presenterò la memoria particolareggiata delle mie osservazioni.

Rammento che pel massimo numero dei botanici il fiore delle Crocifere comprende 6 Verticilli con foglie così disposte:

1°	verticillo	2	sepali	ant. p.
2°	„	2	„	trasversi.
3°	„	4	petali	diagonali.
4°	„	2	stami	trasversi.
5°	„	4	„	diagonali.
6°	„	2	carpelli.	

I due carpelli sarebbero finalmente fra loro legati da un replo ant. posto ai lati dei quali sono inseriti gli ovoli.

La irregolarità, com'è facile vederlo, consiste nell'assenza di un verticillo di due stami a. p. da alternare cogli stami trasversi.

Il tema da svolgersi consta non solo nello stabilire un diagramma razionale per le Crocifere, ma siccome questa fa-

miglia è strettamente legata a quella delle Cleomacee e delle Fumariacee da molti caratteri affini, occorre ancora cercare le cause delle differenze che separano un gruppo dall'altro.

La questione essendo posta in questi termini, è chiaro che gli altri quesiti, quali il significato morfologico da darsi al replo ed alla tetradimia per quello che si riferisce alle Crocifere, il significato da darsi alle falange tristaminali per quello che si riferisce alle Fumariacee, vanno inclusi nella prima.

Nel corso delle mie osservazioni passai in rassegna un gran numero di generi per le Crocifere, mi fermai specialmente sulla Cleome spinosa per le Cleomacee e per quanto riguarda le Fumariacee, esaminai pure varî generi ma in special modo, la Dicentra spectabilis e l'Hypecoum procumbens.

Vengo senz'altro alla esposizione dei risultati ottenuti:

Crocifere.

1° L' innervazione generale del fiore ha origine da 4 tronchi vascolari di cui due posti nel piano di simmetria a. p. e due in quello trasverso.

Dai primi ha origine la sola costola principale dei sepali a. p. e indi i tronchi s'incurvano ambedue verso il centro per rialzarsi dopo breve tratto e proseguire fra le due valve della siliqua sino nello stigma. Giunti a questo punto si biforcano e si ramificano. È al dissopra di questi tronchi e nel tratto di essi, compreso fra il punto in cui danno origine al sepalo a. p. e quello in cui si rialzano per disporsi fra le due valve, che spicca generalmente quella ghiandola alla quale varî autori diedero il significato di organo abortito.

Dai 2 tronchi vascolari trasversi ha origine l' armatura degli altri organi florali e cioè per ciascuno dei due tronchi:

1 sepalo trasverso
2 petali
1 stame corto
2 stami lunghi
1 carpello.

Questi organi formano in conseguenza due sistemi opposti di cinque verticilli ognuno, fra loro separati dai sepali a. p. e dai tronchi vascolari corrispondenti.

2° Dal fatto verificato in tutti i generi da me esaminati, che cioè l'armatura vascolare dei sepali trasversi si porta all'infuori assai prima di quella dei sepali a. p., concludo, contrariamente all'opinione generale, che i sepali trasversi appartengono ad un verticillo inferiore, a quello di cui fanno parte i sepali a. p.

3° Il fiore è collocato alla estremità di un ramo nudo raccorciato, ma però distintissimo in alcuni casi (Sysimbrium alliaria). Ramo siffatto occupa spessissimo il posto d'un ramo ordinario, all'ascella di una foglia regolarmente sviluppata.

4° Gli stami lunghi, nella loro parte libera possono fra loro venire a contatto in seguito ad una incurvatura dei fasci che le innervano, ma questi nel ricettacolo rimangono nettamente separati l'un dall'altro dal tronco vascolare a. p.

5° Le valve sono indipendenti dal replo e ciò facilmente può mettersi in rilievo per mezzo di sezioni trasversali e longitudinali. Ciò è spiccatissimo in varî generi, specialmente nell' Hesperis triste e nel Nasturtium off.

6° Il replo risulta dall' unione nel piano di simmetria trasverso di due parti distinte. Ciascuna di queste è regolarmente innervata e l'orientazione che assumono i fasci nello spostarsi, dalla base dell' ovario all'insù, onde prendere posizione definitiva è quella che si verifica in una gemma in via di formazione. Da notarsi inoltre che i fasci che concorrono a questa innervazione sono propriamente quelli del tronco a. p.

7° Il cosidetto becco che si osserva in un gran numero di Crocifere (Brassica, Sinapis, Eruca Vella, ecc.), si deve al differenziarsi delle gemme a. p. che formano il replo al dissopra delle valve.

8° La differenza in lunghezza che si nota generalmente fra gli stami laterali e quelli diagonali (tetradinamia) è di poca entità, morfologicamente parlando, e si deve alla presenza di un apparato ghiandolare sviluppatissimo in questa famiglia.

9° In tutti i rami ordinari la 1ª foglia alterna sempre colla foglia ascellante e ciò induce ancora a credere che la 1ª foglia del ramo florale, di posizione analoga a quella del ramo ordinario, debba presentare disposizione di foglie analoghe. Siccome i sepali a. p. sono sovraposti alla foglia ascellante mentre i sepali trasversi alternano con essa, si deve ammettere che la

prima foglia del ramo florale, ossia di tutte la più inferiore, sia rappresentata da un sepalo trasverso.

Dalle osservazioni che precedono e da altre che non è il caso di presentare in una semplice nota preventiva, del genere di questa, nonchè dalle analogie indiscutibili che legano i rami ordinari ai florali, credo di dovere concludere che ogni fiore ha nelle Crocifere il significato di ramo ascellare e ch'esso è munito di 4 foglie (sepali) apparentemente disposte su due verticilli ma teoricamente alterne. Di queste 4 foglie, le due inferiori o trasverse (alterne colla foglia ascellante) portano alla loro ascella un ramo le cui foglie sono rappresentate dai varî organi florali (petali, stami, carpelli), mentre le due superiori (sovrapposte alla foglia ascellante) portano una gemma che si differenzia nei suoi elementi (2 foglie) solo dopo di avere raggiunto il livello superiore delle valve e cioè nel becco o nello stigma. Come già ebbi a dirlo, le due gemme non ancora differenziate e fra loro a contatto, in tutta la lunghezza dell'ovario, formano il replo.

La teoria del fiore delle Crocifere si troverebbe pel fatto di queste osservazioni alquanto diversa da quella professata sin qui. L'architettura del fiore quale l'ho concepita per le Crocifere differisce singolarmente da quella professata comunemente, dapoichè, secondo me, a costituire quel fiore contribuirebbero assi di varî ordini, e non più un solo.

Cleoma spinosa.

Benchè il fiore di questa pianta per l'allargamento straordinario del ricettacolo e per la presenza del ginoforo, nei suoi caratteri superficiali, si allontani da quello delle Crocifere, pure i legami di struttura fra l'uno e l'altro rimangono strettissimi.

Il piano generale del fiore infatti è esattamente quello delle Crocifere e aggiungerò anzi che l' interpretazione che poc'anzi diedi del replo per le Crocifere, si trova convalidata dalle osservazioni fatte sulla Cleoma. Le due gemme a. p. essendo in questo genere relativamente enormi, è assai più facile studiarne la struttura anatomica. Le due parti del replo, nelle Crocifere rimanendo a contatto in tutta la lunghezza dell'ovario, contribuirono a indurre in errore gli autori che riten-

nero il replo di un pezzo solo, mentre nelle Cleome le due parti rimangono a contatto per solo un piccolo tratto e indi si separano nettamente. La maggior mole che le due gemme a. p. acquistano nella Cleome fa sì che maggiore debba essere lo spazio interposto ai due sistemi trasversi, epperciò maggiore lo spazio che separa le paia di stami lunghi sul piano di simmetria a. p. A quest'allontanamento degli stami lunghi l'un dall'altro si deve la conformazione esagonale che nella sezione assume il tubo staminifero che avvolge il ginoforo.

Osservo inoltre che se nel maggior numero delle Crocifere le valve concorrono all' armatura vascolare dello stigma per mezzo del prolungamento della costola media delle valve; nel Cleome, lo stigma è innervato solo dalle biforcazioni vascolari delle due gemme a. p.

Dicentra spectabilis.

I due tronchi vascolari trasversi assumono tale direzione obliqua dall'alto in basso e dall'infuori all'indentro da stringere fortemente fra loro la gemma a. p., la quale perciò non acquista più lo sviluppo ch'essa raggiunge nelle Crocifere e nella Cleome. I due petali situati da una stessa parte del piano di simmetria trasverso in seguito a quella semiattrofizzazione delle gemme a. p. si avvicinano al punto da saldarsi fra loro nella parte libera. Ciò fa sì che i 4 petali delle Crocifere, nella Dicentra e nella Fumaria si riducono apparentemente a due, di posizione a. p. Questi due petali poi nella loro parte superiore, cioè al dissopra dello stigma, fra loro si saldano così da formare una specie di vôlta che ripara sotto di sè, androceo e gineceo. Gli stami lunghi rimangono ancora fra loro separati come nei due gruppi precedenti, ma per causa dell'ostacolo che il loro allungamento nel senso verticale incontra nella vôlta che risulta dalla saldatura di due petali a. p., essi s'incurvano a destra ed a sinistra e vanno adagiarsi ai lati degli stami trasversi, coi quali contraggono aderenza parziale. Da questa disposizione traggono origine le due falange tristaminali delle Fumariacee.

È poi probabile che l'intoppo che gli stami lunghi incontrano nel loro sviluppo verticale, contribuisca non poco ad affievolirne la robustezza. Ciò spiegherebbe la gracilità della loro

armatura vascolare nonchè la riduzione delle logge anteriche. Alla stessa causa bisogna poi attribuire lo sviluppo straordinario che il fiore acquista nel senso trasversale e la forma a cuore che va graduatamente assumendo.

Hypecoum procumbens.

Questo genere ci offre una semplice esagerazione di quanto abbiamo osservato nel genere precedente.

I due tronchi vascolari trasversi si fanno così obliqui da trasmettere al ricettacolo florale la forma conica. Le due gemme a. p. abortiscono completamente, epperciò i due sistemi trasversi di organi florali vengono fra loro a contatto. Per causa di questo ravvicinamento dei due sistemi, non solo fra loro si saldano a paia i petali come ciò già si verificò nella Dicentra, ma bensì ancora gli stami lunghi, cosicchè se i petali si riducono da 4 a 2, gli stami si riducono da 6 a 4; il replo manca completamente e le due valve della siliqua nella parte superiore si separano completamente. Il piano del fiore in seguito alle saldature di cui è parola sopra, si trova nel fatto modificato sensibilmente ed assume una regolarità apparente assai superiore a quella che aveva nei gruppi precedenti. Si deve osservare però che la saldatura fra gli stami è lontana di essere così generale come quella che si verifica fra i petali e non mancano casi in cui gli stami lunghi conservano la loro indipendenza come mi fu dato di constatarlo per un certo numero di esemplari che il professore Gibelli si compiacque di porre a mia disposizione.

Riassumerò dicendo che il fiore delle Crocifere, delle Cleomacee e delle Fumariacee appartiene secondo me ad un tipo unico che risulta da un ramo munito di 4 gemme ascellari. Di queste, due si differenziano completamente nelle loro foglie, mentre le due altre si differenziano incompletamente come nelle Crocifere e nelle Cleomacee, o si atrofizzano come nelle Fumariacee o ancora abortiscono completamente come nell' Hypecoum.

Al vario sviluppo che le gemme a. p. acquistano, vanno, credo, attribuite le differenze essenziali che si osservano fra i generi esaminati.

Osservazioni mineralogiche su alcune sabbie della collina di Torino;

Nota del Dottor LUIGI COLOMBA
(Assistente presso il Museo di Mineralogia dell'Università di Torino).

I.

Un ordine di studî che, per quanto sia finora completamente o quasi lasciato in disparte dai geologi, tuttavia, a parer mio, presenta una grande importanza per la geologia stratigrafica è quello che riguarda i caratteri litologici, mineralogici e strutturali dei depositi sedimentarî, in quanto che può sempre, in modo più o meno completo, concorrere a fornirci delle indicazioni sulla origine e sulla provenienza dei varî depositi.

Credo quindi non prive d'interesse le osservazioni da me fatte su alcune sabbie caratteristiche per la loro composizione mineralogica e per la loro struttura; tanto più che, provenendo esse dalla Collina di Torino, appartengono ad un complesso di formazioni le cui origini sono tutt'ora molto discusse.

Provengono queste sabbie da Marentino e le ebbi dalla cortesia del signor Lodovico Audenino, dottore in scienze naturali. Per quanto riguarda la loro giacitura, la loro posizione ed i loro caratteri paleontologici, riferisco qui le sue parole: " I banchi sabbiosi che si hanno sulle colline di Marentino e " che si possono osservare fino a Montaldo ad ovest e fino a " Moncucco ad est, al contrario di quanto ordinariamente si " nota nelle altre formazioni del Tortoniano in cui i fossili " sono sempre irregolarmente disposti nella roccia, sono caratterizzati da un aspetto zonato derivante dall' alternarsi di " strati fossiliferi e non fossiliferi. I primi, ricchissimi in fossili, hanno un'altezza variabile da 5 a 50 centimetri, con " inclinazione di 20 o 25 gradi, e si differenziano molto bene " dal resto della formazione che è invece dotata di una tinta

" verdognola uniforme; fra queste sabbie sono intercalati alcuni
" strati di un' arenaria poco compatta, di poco spessore, con
" lenti ghiaiose e ciottolose (porzione orientale). Talora in-
" vece le dette sabbie affiorano fra le consuete marne cineree.
" Presentano una *facies* litologica che molto si avvicina a
" quella Elveziana o di litorale o di deposizione tumultuosa,
" caratteristica appunto di quest'orizzonte, mentre il Tortoniano
" è essenzialmente costituito da marne che ci indicano un de-
" posito di mari più profondi. Al contrario i fossili (d'ordinario
" rappresentati da giovani individui di lamellibranchi o di ga-
" steropodi) ci dànno in complesso una fauna tortoniana per
" l'abbondanza delle *Pleurotome*, della *Turritella vermicularis*, del-
" l'*Ervilia pusilla*, della *Mactra triangula*, della *Loeda minuta* e
" specialmente poi per la presenza del *Solen subfragilis*, della
" *Ringiculella auriculata* e del *Pectunculus nummarius* „.

" Si possono considerare, al pari delle analoghe formazioni
" di Varga Stazzano nel Tortonese, come rappresentanti un pe-
" riodo di transizione fra l'Elveziano superiore ed il Tortoniano
" inferiore „.

II.

Queste sabbie sono ricchissime in minerali e fra questi ve ne sono alcuni interessanti per i loro caratteri e perchè la loro presenza può servire, come cercherò di dimostrare, ad indicarne la provenienza.

Per quanto riguarda la loro struttura sono queste sabbie costituite oltre che da una quantità non grande di granuli non completamente rotolati, da proporzioni variabili di grani poco o nulla arrotondati e di frammenti a spigoli vivi appartenenti a determinate specie minerali, essendo abbastanza comuni in questa porzione e specialmente nella parte più fine delle sabbie, i cristalli senza traccia di fluitazione; essi talvolta presentano delle faccie dotate ancora di una vera lucentezza speculare, spesso sono completi e terminati alle estremità; quando sono rotti non presentano vere traccie di corrosione ed al massimo si ha sugli spigoli una leggera smussatura che si manifesta generalmente in una sola direzione. Altri minerali sono quasi sempre rotolati; altri infine lo sono talvolta e talvolta no.

Fra gli strati fossiliferi e quelli non fossiliferi si nota una sola differenza e si è che gli elementi a spigoli vivi ed i cristalli sono più abbondanti nei secondi che non nei primi. Gli interstrati di arenaria poi sono a cemento calcareo molto scarso, si rompono e si disaggregano con la massima facilità; per quanto riguarda la loro composizione mineralogica non differiscono per nulla dagli strati sabbiosi.

I minerali contenuti sono i seguenti: *quarzo, feldispato, talco, clorite, serpentino, pirosseno, muscovite, biotite, epidoto, granato, glaucofane, anfibolo, tormalina, magnetite, pirite, cromite, spinello, zircone, rutilo, ottaedrite, baritina e menaccanite.*

Non tutti questi minerali hanno però, per quanto riguarda lo scopo del presente studio, uguale interesse poichè se alcuni (quarzo, feldispati, talco, clorite, serpentino, pirosseno, miche, epidoto, granato, magnetite) appartengono a specie assai comuni per modo che la loro presenza in una sabbia non può aver nulla di notevole, non così avviene per gli altri i quali sono relativamente più rari.

III.

Il *quarzo* si presenta in granuli trasparenti o bianchicci, generalmente a spigoli vivi o poco arrotondati, raramente in cristalli definiti.

Il *feldispato* si presenta in grani fusibili, più o meno arrotondati; sono solo degni di nota alcuni cristalli di albite in cui si mantiene ancora parzialmente la forma primitiva, poichè, pur essendo rotti secondo le direzioni di sfaldatura, per modo da presentare quasi solo più l'aspetto di frammenti a spigoli vivi, è ancora in essi visibile talvolta la geminazione secondo la legge dell'albite e talvolta la geminazione caratteristica dell'albite dei calcari albitiferi.

Il *talco*, la *clorite*, il *serpentino* ed il *pirosseno* non presentano nessun carattere interessante; il primo è in piccole masserelle verdi o grigiastre, con colori di polarizzazione poco alti e con estinzione d'aggregato; la clorite è in rare laminette verdi con pleocroismo poco sensibile e che si comportano come uniassiche; il serpentino, in granuli gialli o verdognoli, è ricco in inclusioni di magnetite. Il pirosseno si presenta in granuli più

o meno rotolati, appena colorati in verde od in brunastro, con evidente sfaldatura; essi presentano vivi colori di polarizzazione ed un elevato angolo di estinzione.

Fra le miche la *muscovite* è la più comune e si presenta in laminette incolori o verdognole, sfaldabilissime, biassiche e poco ricche in inclusioni di rutilo; la *biotite* è più rara, è in lamine verdi brune o giallo-brune e si comporta come uniassica.

L'*epidoto*, da giallo a giallo verdiccio, può essere sia in cristalli, sia in grani più o meno rotolati; il suo colore è più o meno intenso a seconda dei casi; ha un pleocroismo debolissimo ed i frammenti allungati presentano vivi colori di polarizzazione ed estinzione retta.

Il *granato* poco comune, sebbene non scarso, si presenta per lo più in cristalli rombododecaedrici che solo talvolta hanno gli spigoli smussati; anche in granuli più o meno rotolati.

Il suo colore rosso chiaro ed anche un po' tendente al gialliccio mi fa credere che sia da considerarsi come grossularia.

La *glaucofane* si presenta sempre in frammenti di cristalli generalmente a spigoli vivi ed eccezionalmente a contorni, meno che rotolati, appena smussati.

A luce naturale è sempre azzurra; però questa colorazione può essere più o meno intensa indipendentemente dallo spessore dei frammenti; mentre in certi frammenti essa si presenta molto marcata, in altri invece assume una tinta pallidissima.

Ciò mi fa supporre che nelle dette sabbie si trovi della glaucofane di due provenienze diverse, il che è anche appoggiato dal fatto che la glaucofane a tinta intensa è sempre in frammenti più voluminosi ed in prismi quasi completi, mentre l'altra si presenta sempre in minute scheggie, come se la separazione della prima dalle roccie che la contenevano sia stata molto più facile che non per la seconda.

Mantiene la glaucofane di queste sabbie il suo caratteristico pleocroismo ed esso è più o meno intenso a seconda del grado della colorazione primitiva; i colori che più comunemente si osservano sono l'azzurro ed il violetto; potei però anche vedere nettamente in alcuni casi dei frammenti disposti in modo da presentare i colori verde-giallo ed azzurro e più raramente delle sezioni grossolanamente rombiche dicroiche sui toni del verde giallo e del violetto e dotate della caratteristica struttura reticolata proveniente dalle sfaldature secondo le faccie 110.

In quella a colorazione intensa che, come dissi si presenta in frammenti di cristalli più voluminosi e più definiti, notai le faccie del prisma 110, le quali sono sempre striate parallelamente all'allungamento; più raramente quelle del pinakoide 010.

Ho pure trovato, sebbene molto di rado, fra i grani delle sabbie, dei prismetti verdi, spezzati, aventi una forma determinata analoga a quella della glaucofane e costituiti da un finissimo intreccio di sostanza cloritosa; riferisco questi aghetti ad una alterazione della glaucofane analoga a quella notata nei calcari glaucofanitici della Beaume (1).

La presenza, nelle dette sabbie, di questa glaucofane inalterata potrà servire, come cercherò di dimostrare, ad indicare la provenienza delle sabbie in cui è contenuta, ma ha pure, secondo me, un'altra importanza assai grande.

Nel mio già citato lavoro sulla glaucofane della Beaume, ho notato a proposito di un lavoro di Bundjiro Kōto (2) in cui descriveva una glaucofane secondaria di una instabilità veramente eccezionale, come la sua ipotesi di considerare detta glaucofane come uno stadio effimero di equilibrio instabile in un processo di alterazione, difficilmente potesse applicarsi al solo caso speciale da lui considerato, ma piuttosto venisse ad infirmare completamente la stabilità chimica e mineralogica della glaucofane in generale.

E ciò perchè come dissi allora, se si eccettuano alcuni minerali che sebbene indicati dagli autori che li studiarono col nome di glaucofane, non hanno chimicamente nulla di comune con essa (3), in generale la sua composizione mineralogica è relativamente poco variabile (4) per modo che non è possibile, a parer mio, dare ad una glaucofane dei caratteri chimici straordinariamente differenti da quelli di un' altra.

---

(1) L. Colomba, *Sulla glaucofane della Beaume;* " Atti Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXIX, Seduta 11 marzo 1894.

(2) B. Kōtō, *A note on Glaucophane;* " Journ. of the Coll. of Scien. Imp. Univ. Japan ", vol. 1°, parte 1ª (1886), pag. 85.

(3) Tali sono i minerali studiati da Barrois ed Offret, da Liversidge e da Foullon, le cui analisi ho citato nel mio lavoro sulla glaucofane della Beaume.

(4) Ciò risulta dalle analisi di glaucofane riportate dal Dana (*The System of Mineralogy*, 1892, pag. 399) e dal Lacroix (*Minéralogie de la France et de ses colonies;* Tome 1r, 2e partie, 1895, pag. 699).

Avevo pure allora indicato alcune prove dirette ad appoggiare la stabilità di detta specie mineralogica e ad esse dovevo pure aggiungere la presenza di glaucofane inalterata negli schisti, con le linee di schistosità che attraversano i cristalli, il che mentre per un lato indica che la schistosità deve considerarsi come un fenomeno posteriore alla formazione del minerale, indica pure che le azioni a cui i detti schisti debbono la loro struttura, non ebbero nessuna azione decomponente sulla glaucofane.

Ma fra tutte le prove possibili questa dell'esistenza di glaucofane inalterata in una sabbia miocenica, contenente fossili di mare profondo, è tale che dinota in essa una stabilità assai grande per modo che riesce difficile il supporre che ve ne sia di quella che possa alterarsi completamente in poche settimane come il detto autore asserisce.

Escludendo però che la glaucofane sia da considerarsi come un minerale poco stabile, non voglio però escludere che in determinate condizioni possa alterarsi; io stesso ho allora segnalato varî casi di alterazione ed anche in queste sabbie ho notato dei prodotti di alterazione proveniente da essa; credo solo si possa ammettere che la sua stabilità non è inferiore a quella delle altre specie del gruppo dell'anfibolo.

L'*anfibolo*, abbondantissimo, si presenta sotto vario aspetto. Di *tremolite* è specialmente ricca la parte minuta della sabbia; si presenta sempre sotto forma di cristalli allungati, incolori ed intatti, con le faccie lucentissime; in essi si notano le faccie del prisma 110 e quelle del pinakoide 010 per modo che assumono l'apparenza di prismi esagonali; quando i cristalli sono un po' voluminosi, appaiono rotti e spezzati e le faccie del prisma presentano delle striature parallele all'allungamento, cosa comune nell'anfibolo. Raramente i contorni sono smussati e rarissimi sono i frammenti aventi gli spigoli un poco arrotondati, sebbene anche in questo caso si manifesti ancora la forma primitiva dei cristalli.

L'estinzione misurata sulle faccie 010 dà un angolo di 15°, corrispondente precisamente a quello della tremolite.

Oltre a questo anfibolo incoloro sonvi pure degli altri cristalli, abbondanti pure nella sabbia minuta, che sono certo di anfibolo, ma che differiscono dalla sopradescritta tremolite per il colore un po' verdognolo; credo debbansi considerare come

tremolite ferrifera poichè il loro angolo di estinzione sulle faccie 010 supera di poco i 15° e raramente giunge a 17° o 18°; presentano un pleocroismo poco sensibile sui toni del verde e del verde gialliccio.

Meno comune è una terza varietà di anfibolo che differisce dalle altre due per il colore e per l'angolo di estinzione.

È essa colorata in verde erba od in verde smeraldo e la colorazione può alle volte assumere una notevole intensità ed anche avere delle sfumature azzurre avendosi in tale caso una tinta fra il verde ed il bleu; il suo pleocroismo poco marcato varia sui toni del verde più o meno intenso e raramente giunge ad un colore verde bruno. L'angolo di estinzione varia da 18° a 22° a seconda della intensità della colorazione.

Credo sia da considerarsi come *actinolite* e si presenta in frammenti di cristalli un po' voluminosi, striati, ma raramente arrotondati.

La *tormalina*, abbondante assai e facilmente separabile dalle sabbie con altri minerali, per l'azione dell'acido fluoridrico, si presenta sempre in cristalli od in frammenti di cristalli; quando essi sono intatti non mancano le faccie terminali e si rende manifesto il suo caratteristico emimorfismo non solo nelle faccie dei romboedri ma anche in quelle dei prismi; quando sono rotti si presentano sotto forma di prismi e solo raramente sotto forma di scheggie dotate di frattura quasi concoidale.

Questa tormalina si può trovare sotto varî aspetti.

La più comune è una tormalina verdognola a luce naturale e dicroica sui toni del giallo bruno (o giallo rossiccio) e del bruno schietto con leggere sfumature verso il verde bruno ed il bruno azzurro.

È sempre in cristalli le cui faccie conservano completamente la loro lucentezza.

Un'altra tormalina, più rara, è in cristalli minutissimi, allungati, costituiti dal prisma esagono e da romboedri terminali; differisce da quella sopra descritta per il suo colore e per le sue tinte di dicroismo, poichè a luce naturale è quasi incolora, con leggere sfumature sul giallo ed il suo dicroismo va dall'incoloro al giallo bruno, mantenendosi in questo caso la tinta di una intensità media.

In parte analoga a questa è una terza varietà che si pre-

senta in cristalli piuttosto grossi, con le faccie del prisma striate secondo l'asse di allungamento e che differisce perchè il suo dicroismo va dall'incoloro al verde bruno.

Un ultimo modo di presentarsi della tormalina è in frammenti, raramente aventi ancora la forma di cristalli, a frattura subconcoidale; quest'ultima tormalina è dicroica sui toni del bruno chiaro un po' verdognolo e del bruno violetto intenso. È poco abbondante, e come dissi, raramente conserva la forma prismatica ed in tal caso le faccie sono sempre striate parallelamente all'asse d'allungamento.

La *magnetite* si presenta in granuli per lo più a spigoli vivi, sebbene ve ne siano anche di quelli rotolati; inoltre sono pure comuni gli ottaedri completi e senza traccia alcuna di fluitazione; spesso è inclusa nel serpentino.

Trattata con acido cloridrico concentrato a caldo si scioglie incompletamente lasciando un residuo bianco quasi gelatinoso e che diviene pulverulento in seguito a disseccamento. Questo residuo volatilizza completamente quando viene trattato con acido fluoridrico; il che indica che è costituito da silice. Credo che la presenza di questa silice nella magnetite possa spiegarsi secondo quanto il Cossa disse per la magnetite del serpentino di Verrayes (1); cioè ammettendo che si tratti di olivina inclusa nella magnetite.

La *pirite*, rarissima, è in piccoli pentagonododecaedri superficialmente alterati in limonite.

La *cromite* in granuli senza forma determinata, che col sal di fosforo dànno la perla caratteristica, si può separare mediante la calamita, contemporaneamente alla magnetite; e si distingue facilmente da essa, poichè trattando il complesso dei grani separati con la calamita con acido cloridrico concentrato a caldo, rimane completamente inalterata.

Lo *spinello* è assai comune e si trova in frammenti a spigoli vivi leggermente colorati in rosa od in ottaedri piccolissimi, isotropi e quasi incolori; al pari della cromite e di altri minerali rimane inalterato trattando le sabbie con acido fluoridrico; così pure fondendo i suoi cristalli con carbonato sodico potas-

---

(1) Cossa A., *Ricerche chimiche e microscopiche su roccie e minerali d'Italia*; Torino, 1881, pag. 114.

sico. È invece facilmente decomposto per fusione con bisolfato potassico.

Lo *zircone* è pure comunissimo e si presenta in piccoli cristalli allungati, incolori od appena colorati in bruno; questi cristalli sono terminati alle estremità e raramente sono rotolati; credo però, visto che lo zircone è molto raro nella sabbia prima del trattamento con acido fluoridrico, che esso sia per la massima parte incluso in qualche altro minerale e che solo in seguito alla detta azione i cristalli vengano ad essere liberati.

Questo zircone è ricchissimo in inclusioni; alle volte queste assumono la forma di cristalli negativi disposti sull'asse di allungamento del cristallo includente; alle volte sono globulari e presentano una colorazione bruno-rossa e sono dicroiche.

Non mancano, sebbene rari, dei cristalli di zircone incolori i quali hanno nel loro interno una fascia colorata in giallo, pleocroica, coincidente perfettamente col loro asse di allungamento.

Il *rutilo* si presenta per lo più in cristalli bacillari, allungati, fibrosi, colorati in giallo od in giallo rossastro; sono abbondantissimi i geminati e per il complesso dei caratteri questo rutilo credo si possa riferire alla *sagenite*, ed anzi credo interessante il segnalare come nel residuo del trattamento delle sabbie con acido fluoridrico, abbia trovato alcuni finissimi aggregati di cristallini fibrosi di rutilo poligeminati, perfettamente paragonabili per l'aspetto agli aggregati di sagenite della Savoia e che io pure ho trovato ad Oulx nell'alta valle della Dora Riparia.

In generale questi cristallini mancano di traccie di fluitazione ed al massimo presentano talvolta una forma affusolata e delle striature parallele all'allungamento.

Riferisco anche al rutilo dei cristalli e dei frammenti rosso-scuri, un po' gialli, che presentano pure tutti i caratteri distintivi di tale minerale.

Nè credo che tutto l'ossido di titanio si presenti nelle dette sabbie sotto forma di rutilo, poichè ho notato talvolta, sebbene raramente, dei piccoli frammenti a spigoli vivi, gialli, un po' grigiastri, tabulari, mancanti completamente dell'aspetto affusolato del rutilo e che tuttavia sono costituiti da ossido di titanio, poichè sono infusibili, inattaccabili dall'acido fluoridrico e col sal di fosforo dànno la perla caratteristica.

Credo che si possano i detti frammenti considerare come *ottaedrite*, sebbene il loro colore non sia quello presentato dal detto minerale; e ciò perchè ho potuto in alcuni casi constatare la forma dei cristalli e le caratteristiche striature sulle faccie 111; in quanto al colore esso è identico a quello d' una ottaedrite della Valle di Susa che sto attualmente studiando.

Rara è la *baritina*, sotto forma di minuti frammenti striati, incolori, ad estinzione retta; essi si presentano nel residuo del trattamento delle sabbie con acido fluoridrico, sotto forma corrosa ed arrotondata e credo che tale modificazione alla loro forma (che prima di tale trattamento è a spigoli vivi) dipenda da una parziale loro soluzione nell' acido solforico concentrato usato per scomporre i fluoruri provenienti dal sopraindicato trattamento.

Diffatti essi presentano delle superficie ondulate e come costituite da piccole cavità disposte in serie e parallelamente alle direzioni di estinzione; fenomeno perfettamente analogo a quello osservato facendo agire l'acido solforico concentrato su frammenti di baritina. Stante la rarità del detto minerale, nelle sabbie, ho dovuto limitarmi a determinare il bario mediante l'analisi spettrale, decomponendo il residuo, inattaccabile dall'acido fluoridrico, mediante fusione con carbonato sodico potassico.

Alla baritina credo pure si possano riferire delle sottilissime laminette incolori o bianchiccie, ad estinzione retta, che si trovano nel detto residuo, e che presentano delle caratteristiche figure di erosione, aventi l'aspetto di esagoni a simmetria rombica e disposti in serie e cogli assi di simmetria paralleli alle direzioni di estinzione. Queste figure di erosione si avvicinano diffatti molto a quelle prima notate nella baritina e solo ne differiscono perchè sono più marcate e regolari.

La *menaccanite* è anche piuttosto rara e si presenta in minuti granuli, senza forma determinata, ma a spigoli vivi, poco o nulla magnetici. Essi sono in parte solubili nell'acido cloridrico concentrato a caldo lasciando un residuo bianco che dà la perla del titanio.

IV.

Sulla scorta delle precedenti osservazioni credo si possa indicare con grande probabilità la provenienza di un certo numero di detti minerali e precisamente di quelli più caratteristici per la loro struttura e per il loro modo di presentarsi.

E ciò perchè si tratta di un'associazione perfettamente analoga ad una che io ho osservato sulle Alpi, nell'alta valle della Dora Riparia; questa analogia non esiste solo per quanto riguarda la natura dei minerali che entrano a formare la detta associazione, ma anche per ciò che si riferisce ai loro caratteri esterni, il che è necessario perchè realmente si possa stabilire una corrispondenza fra due giacimenti; diffatti il solo fatto di trovare in una sabbia determinate specie minerali che pure si riscontrano, in posto, in qualche località, non è sufficiente per stabilire che i minerali delle sabbie provengono dal detto giacimento; è necessario anche di stabilire, mediante un accurato confronto, che i minerali delle due località presentino uguaglianza per il complesso dei loro caratteri morfologici e strutturali come sarebbero il colore, le dimensioni, l'aspetto, ecc.

Ora questo è appunto il caso dei minerali componenti le sabbie che formano oggetto del presente studio; i minerali caratteristici di cui intendo parlare specialmente, sono la glaucofane, il rutilo, l'ottaedrite, la menaccanite, la baritina, la tormalina ed in parte anche il feldispato; mi sarà facile anche in seguito di far vedere come altri minerali si prestino pure ad appoggiare le mie idee sulla provenienza dei materiali componenti queste sabbie; ed in quanto a quelli di cui non mi occuperò sono in generale dei minerali non caratteristici e comuni a qualunque sabbia di qualsiasi provenienza. Tali sono il quarzo, il feldispato, le miche, la clorite, il talco, il serpentino, il pirosseno, ecc.

Nel già citato mio lavoro sulla glaucofane della Beaume ho segnalato come caratteristici delle roccie glaucofanitiche di detta località, la glaucofane, la tormalina, la ematite e l'albite; di più secondo studî che ho attualmente in corso e riguardanti dei minerali contenuti entro ad alcune litoclasi che tagliano la

parete quarzitica della Beaume, ho constatato la presenza di altre specie interessanti fra cui l'albite, il rutilo (sagenite), l'ottaedrite, l'ematite titanifera, la menaccanite, la baritina, la pirite, accompagnati da dolomite, siderite, calcite, rodocrosite e da alcune zeoliti. Ora è facile il vedere come tutti i minerali stabili del giacimento della Beaume abbiano i loro corrispondenti nelle sabbie di Marentino; e non solo ciò ma con caratteri di somiglianza perfetta.

Difatti nel mio lavoro è detto che la glaucofane dei calcari è intensamente colorata e pure intenso è il suo pleocroismo; e la stessa cosa avviene per la massima parte della glaucofane trovata nelle sabbie; ed in quanto a quella poco colorata si potrebbe anche paragonare a quella che alla Beaume è contenuta negli schisti. Ma non credo che sia necessario questo, poichè qualunque e per quanto speciale sia stata la causa che determinò il trasporto dei detti minerali dall' alta valle della Dora Riparia alla collina di Torino, non dovette certo agire solo su una zona tanto ristretta quanto è la parete della Beaume; certo fu tale da agire per lo meno su tutta l'alta valle in cui sono abbondanti le anfiboliti glaucofanitiche e le glaucofaniti in cui la glaucofane ha un colore poco intenso.

Lo stesso dicasi per la tormalina della Beaume, che risulta affatto simile a quella più comune delle sabbie in questione; anch'essa, come dissi quando ebbi occasione di studiarla, è colorata in verdognolo, con sfumature azzurrognole ed è dicroica sui toni del giallo bruno o rosso bruno e del bruno schietto; ed anche per le dimensioni dei cristalli e per i varî altri caratteri esterni, l'analogia, anzi l'uguaglianza è completa.

Ad uguali conclusioni conduce il confronto per quanto riguarda il rutilo (sagenite), l'ottaedrite, la baritina e la menaccanite; i caratteri che questi minerali presentano alla Beaume (e di essi mi occuperò quando avrò finito gli studî che attualmente ho incominciato) sono perfettamente simili a quelli dei minerali corrispondenti contenuti nelle sabbie. Il rutilo è colorato in giallo miele od in giallo rosso ed ha struttura fibrosa tanto in un caso che nell'altro ed i gruppi di cristalli di sagenite comuni nel feldispato delle dette litoclasi sono perfettamente simili a quelli trovati nelle sabbie; l'ottaedrite della Beaume ha lo stesso colore giallo grigiastro che ha nelle sabbie ed i

cristalli hanno pure lo stesso abito appiattito che così bene serve a distinguerla da quella del Delfinato; la menaccanite nera, a lucentezza metallica, pochissimo o punto magnetica, conserva inalterati tali caratteri nelle sabbie; la baritina in lamine striate è pure simile a quella delle sabbie.

Per quanto riguarda l'albite così comune alla Beaume sia nei calcari sia nelle litoclasi e così raramente determinabile nelle sabbie, mi limiterò qui a ricordare i frammenti già segnalati che ancora conservano traccie di geminazione; e se questi si trovano in piccolo numero, ciò dipende, credo, essenzialmente dalla facile sfaldatura del detto minerale.

Tali fatti sono sufficienti a stabilire, secondo il mio modo di vedere, una intima corrispondenza fra i minerali delle due località; corrispondenza che solo si può spiegare ammettendo che i minerali delle sabbie provengano dal già indicato giacimento della Beaume. Nè la mancanza nelle sabbie degli altri minerali proprii del detto giacimento può contrastare a quanto ho detto poichè per lo più si tratta di minerali dotati di poca stabilità oppure facilmente asportabili; diffatti è difficile che in una sabbia marina si possano mantenere i carbonati, l' ematite (che anche quando è titanifera, da quanto ho visto, ha pure tendenza a decomporsi dando della limonite), la pirite e le zeoliti.

Posso però citare ancora fra i minerali dell'alta valle della Dora Riparia e quelli delle sabbie, altre corrispondenze, le quali servono pure a confermare quanto dissi ed indicano, fino ad un certo punto, che il fenomeno fu comune a tutta l'alta zona alpina di detta valle.

Piolti ha trovato al Monte Tabor ed alla Tête Pierre Muret dei calcari che fra gli altri minerali contengono della tormalina la quale si presenta in cristalli minutissimi, quasi incolori a luce naturale, e pleocroici dall'incoloro al giallo bruno; un altro modo di presentarsi della tormalina nei detti calcari è in cristalli più voluminosi e che solo differiscono da quelli piccoli, oltre che per le dimensioni, per il dicroismo che varia dall'incoloro al verde bruno.

Ora basta confrontare queste tormaline con la seconda e la terza varietà che ho segnalato nelle sabbie di Marentino per vedere la esatta rassomiglianza. In quanto alla quarta varietà

trovata nelle sabbie per tutti i suoi caratteri corrisponde perfettamente alla tormalina di Borgone e Villarfocchiardo.

Parimenti Piolti ha pure trovato al Truc Castelletto, sopra a Mocchie, un'anfibolite che contiene un anfibolo colorato in verde smeraldo intenso con sfumature azzurre ed il cui pleocroismo, come il colore e gli altri caratteri, sono perfettamente uguali a quelli dell'anfibolo verde intenso trovato nelle sabbie.

La magnetite è abbondantissima nella zona serpentinosa della bassa valle e nell'alta valle nei serpentini che da Oulx vanno al colle di Sestrières, formando la base del Monte Fraiteve; così pure la cromite che oltre ad essere abbondante nel distretto del G. Gimont, è pure comune in tutti i serpentini e le lherzoliti della valle.

Analogamente la tremolite e l'asbesto sono comunissimi nell'alta valle, nella già citata zona serpentinosa, dove si presentano comunemente sotto forma di fibre bianche o verdognole. Anche il granato è comune specialmente nella bassa valle.

Fra i minerali caratteristici soli rimangono senza che sia possibile trovare alcuna corrispondenza lo zircone e lo spinello; ciò non deve far stupire quando si pensi che moltissime fra le roccie della valle della Dora Riparia sono ancora da studiare.

V.

Se alle osservazioni mineralogiche da me fatte si aggiungono quelle che riguardano i caratteri paleontologici e di posizione delle sabbie studiate, credo che si possa giungere a delle conclusioni assai interessanti specialmente per quanto riguarda il loro modo di formazione.

Diffatti mentre per un lato queste sabbie contengono una fauna di mare profonda, pur presentando una *facies* di litorale o di deposizione tumultuosa, per altro lato contengono una grande quantità di minerali che non presentano quasi traccia di fluitazione; questi minerali provengono dall'alta valle della Dora Riparia per la massima parte e solo si può spiegare la loro presenza ammettendo che per qualche causa speciale siano stati sottratti all'azione erodente delle acque superficiali e marine.

Ora questi fatti credo siano difficili a spiegarsi mediante un fenomeno normale di sedimentazione, sia ammettendo che si tratti di formazioni che già inizialmente fossero allo stato di sabbie, sia ammettendo che esse provengano da frammenti disgregatisi in seguito.

Poichè nel primo caso non si potrebbe spiegare la mancanza di fluitazione negli elementi dell'alta valle i quali invece dovrebbero essere quelli più rotolati; nel secondo caso non si potrebbe spiegare la presenza di grossi frammenti in un mare profondo; e notiamo che sarebbe necessario di ammettere che la loro disgregazione, con successiva formazione delle sabbie, sia avvenuta in fondo al mare poichè i fossili sono intimamente mescolati ad esse senza che si scorgano traccie di rimescolamento.

Al complesso dei caratteri mineralogici, paleontologici e strutturali osservati in queste sabbie meglio corrisponderebbe un'origine derivante da un fenomeno glaciale; ammettendo che all'epoca in cui esse si depositarono, dei ghiacciai occupassero le valli alpine, giungendo fino al mare, essi dovevano avere maggior sviluppo in alto che non in basso, per modo che mentre in basso i materiali disgregatisi per azione della degradazione meteorica subivano i soliti fenomeni di fluitazione, in alto invece erano i detti fenomeni molto più limitati perchè i frammenti ed i detriti appena staccati venivano ad incorporarsi nel ghiacciaio e quindi ad esser per la massima parte sottratti ad ogni azione erosiva; è naturale quindi che alla base dei detti ghiacciai venissero a trovarsi mescolati materiali rotolati e non rotolati e fra questi ultimi in modo speciale quelli provenienti dall'alta zona alpina.

E se dalle fronti di questi ghiacciai, sboccanti in mare, si staccavano, analogamente a quanto ora avviene nei ghiacciai nordici, delle zattere di ghiaccio, queste, cariche di detriti, venendo a contatto con delle correnti calde, dovevano fondere facilmente depositando in posto tutti i materiali che tenevano sospesi.

Con tale origine concorderebbero pure altri fatti osservati nelle dette sabbie; così concorderebbe il carattere tumultuoso della deposizione, proveniente dalla rapida sedimentazione; così l'alternarsi di strati fossiliferi e non fossiliferi, corrispondenti i

primi a dei periodi di ritiro dei ghiacciai ed i secondi a dei periodi di avanzata; il che sarebbe anche confermato dalla minore quantità di elementi a spigoli vivi (cioè di elementi di origine glaciale) negli strati più ricchi in fossili.

L'ipotesi di un periodo glaciale miocenico e la possibilità di spiegare con esso varî fatti attinenti alla collina di Torino fu emessa dal Gastaldi, sostenuta dal Baretti e dal Portis e combattuta da varî geologi fra cui Sacco e Virgilio (1). È però degno di nota l'osservare che il Sacco stesso (2) riconosce come sianvi sulla collina di Torino dei fenomeni che la appoggiano singolarmente, prestandosi difficilmente ad una spiegazione differente.

Tali sono i massi a spigoli vivi sparsi sulla collina e che da alcuni si vorrebbero considerare come ultimi residui di conglomerati erosi e come provenienti dalle piene dei torrenti alpini miocenici (3). Tali sono pure a parer mio le sabbie che ho studiato; e se da sole non possono considerarsi come argomento decisivo, è fuori d'ogni dubbio che per lo meno ci permettono, unitamente agli altri fatti osservati, di stabilire come nell'Elveziano e nei terreni di transizione fra l'Elveziano ed il Tortoniano sianvi delle formazioni la cui origine richiede una causa speciale. E questa a parer mio potrebbe, con grande probabilità dipendere da un fenomeno glaciale; tanto più che gli

---

(1) Un'accurata e completa bibliografia dei lavori riguardanti l'origine della collina di Torino è data dal Virgilio nel suo lavoro: *La collina di Torino in rapporto alle Alpi, all'Appennino ed alla pianura del Po*, Torino, 1895.

(2) Sacco, *Il bacino terziario del Piemonte*, 1889.

(3) Sebbene il Surell (*Études sur les torrents des Hautes Alpes*, t. II, 1872) ammetta che i torrenti alpini possano trasportare dei grandi massi senza che essi perdano i loro spigoli vivi, tuttavia è lecito di dubitare che questo trasporto possa farsi per un tragitto molto lungo, ed ammessa anche tale possibilità è dubbio che questi massi non finiscano per arrotondarsi. Nè occorre dimenticare che secondo i detti autori questi massi derivano dalla bassa valle in cui certo era minore l'impeto dei torrenti e tanto più in quanto che la catena alpina era meno elevata.

Di più, ammessa questa origine per i detti massi, come mai si spiegherebbe che le potenti piene dei torrenti pliocenici, i quali hanno con i loro coni di dejezione determinata la formazione della pianura padana, non abbiano trasportato uno solo di tali massi?

argomenti addotti dal Sacco (1) contro all'ipotesi del Gastaldi, non sono, secondo me, tali da togliere ogni verosimiglianza all'ipotesi stessa, poichè mentre per un lato anche attualmente abbiamo delle prove di immediato contatto fra ghiacciai e terre a vegetazione tropicale (2), per altra parte solo con accurate indagini petrografiche e con un esatto studio di confronto si potrà stabilire se realmente le eufotidi, le anfiboliti ed i serpentini della Collina di Torino siano originarie della parte bassa della valle, oppure della parte alta dove pure abbondano tali roccie specialmente nel massiccio diabasico del Gran Gimont.

E quand'anche si potesse provare la prima opinione, nessuna migliore confutazione potrebbe farsi all'obbiezione di Sacco, di quella fatta da Virgilio (3), certo non sospetto in tale questione.

Per quanto riguarda l'argomento contrario che l'ipotesi glaciale non serve a spiegare tutti i fatti osservati sulla collina di Torino, secondo me, esso non prova nulla, poichè dall' ammettere che nel miocene sia esistito un periodo glaciale e che esso abbia contribuito alle tanto discusse formazioni, ad ammettere che esso ne sia stata l'unica causa, passa una notevole differenza. E non bisogna scordare che un fenomeno così complesso come è quello della formazione della collina di Torino, solo può dipendere da un complesso di cause, come del resto deve accadere per tutti i fenomeni geologici, date le circostanze in cui si svolgono e date pure la loro natura e la loro durata.

---

(1) Sacco, *Les rapports géo-tectoniques entre les Alpes et les Apennins;* " Bull. de la Soc. Belge de Géol., Paléont. et d'Hydr. „, t. IX, Bruxelles, 1895.

(2) Il ghiacciaio di Wajau nella Nuova Zelanda scende fino a 212 m. sul livello del mare, in mezzo ad una vera vegetazione tropicale, da cui solo è separato da una stretta zona di poche centinaia di metri di larghezza, occupata da una flora speciale essenzialmente costituita da conifere (De Lapparent, *Traité de Géologie*, 1893, pag. 270). Qui, come si vede, si tratta di un contatto immediato, cosa ben differente dal caso considerato dall'ipotesi di Gastaldi, in cui invece fra i ghiacciai e le terre a vegetazione tropicale esisteva un mare la cui funzione regolatrice in fatto di temperature doveva rendere molto minore il contrasto.

(3) Virgilio, *Sulla origine della collina di Torino;* " Boll. Soc. Geol. Italiana „, XV (1896), 1°, pag. 49.

Integrazione dell'equazione $\Delta^2(\Delta^2 u) = 0$ *in un campo di forma circolare;*

Nota del Prof. GIUSEPPE LAURICELLA.

Il MATHIEU nella sua *Mémoire sur l'équation aux différences...* (1) ha integrata l'equazione:

$$\Delta^2(\Delta^2 u) = 0, \tag{1}$$

nel caso che il campo che si considera fosse circolare e che al contorno fossero dati i valori della funzione incognita e quelli della sua derivata normale, esprimendone la soluzione mediante serie. In questa Nota io risolvo la medesima quistione, applicando il metodo generale che ho indicato nell'art. I della mia Memoria: *Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* (2). La soluzione che io trovo è formata di soli integrali definiti e si presta bene alla verifica delle condizioni che devono essere soddisfatte nei punti del contorno.

1. Sia σ un campo piano circolare di raggio R, s il suo contorno, $P \equiv (x_1, y_1)$ un punto nel suo interno, P′ un punto preso sul prolungamento di OP e tale che, posto:

$$OP = \rho', \qquad OP' = \rho'',$$

sia:

$$\rho' \rho'' = R^2.$$

Se indichiamo con r, r_1, ρ le distanze dei punti P, P′, O ad un altro punto qualsiasi $M \equiv (x, y)$ e se poniamo:

(1) " Journal de Mathématiques pures et appliquées ", 2e série, t. XIV, année 1869.

(2) " Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino ", serie II, t. XLVI.

$$r_2 = \frac{R}{\rho''} r_1 ,$$

avremo che la funzione:

$$H = r_2^2 \log r_2$$

è regolare in tutti i punti M del campo σ insieme alle sue derivate dei varii ordini, soddisfa in questi punti all'equazione:

$$\Delta^2(\Delta^2 H) = 0$$

e nei punti di s alle altre:

$$H = r^2 \log r ,$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = r \left\{ 1 + 2 \log r \right\} \left(\frac{\partial r_2}{\partial n} \right)_s ,$$

dove n indica la direzione positiva della normale nei punti del contorno s.

Detti θ e θ' gli angoli che i raggi vettori ρ e ρ' fanno coll'asse x che parte dal centro O, sarà:

$$r_1 = \sqrt{\rho^2 + \rho''^2 - 2\rho\rho'' \cos(\theta - \theta')} = \sqrt{\rho^2 + \frac{R^4}{\rho'^2} - 2\rho \frac{R^2}{\rho'} \cos(\theta - \theta')},$$

$$\frac{\partial r_2}{\partial n} = - \frac{\partial r_2}{\partial \rho} = - \frac{R}{\rho''} \frac{\partial r_1}{\partial \rho} = - \frac{R}{\rho''} \cdot \frac{\rho - \rho'' \cos(\theta - \theta')}{r_1} =$$

$$= - \frac{\rho' \left\{ \rho\rho' - R^2 \cos(\theta - \theta') \right\}}{r_2 \cdot R^2}$$

$$\left(\frac{\partial r_2}{\partial n} \right)_s = - \frac{\rho' \left\{ \rho' - R \cos(\theta - \theta') \right\}}{r \cdot R} ,$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = - \frac{(1 + 2 \log r) \left\{ \rho'^2 - R\rho' \cos(\theta - \theta') \right\}}{R} .$$

2. La funzione:

$$\Psi = \frac{(1 + 2 \log r_2)(\rho'^2 - R^2)}{2R^2}$$

è regolare in tutti i punti M del campo σ e soddisfa all'equazione indefinita:

$$\Delta^2 \Psi = 0;$$

allora, posto:

$$K = (R^2 - \rho^2)\Psi,$$

si avrà che la funzione K è regolare essa pure in tutto il campo σ e soddisfa nei punti di questo campo all'equazione:

$$\Delta^2(\Delta^2 K) = 0,$$

nei punti di s alle altre due:

$$K = 0,$$

$$\frac{\partial K}{\partial n} = 2R\Psi = \frac{(1 + 2\log r)(\rho'^2 - R^2)}{R}.$$

3. Ciò posto, si consideri l'espressione:

$$g = \frac{1}{4}(H + K).$$

Da quanto precede risulta che g è una funzione regolare in tutto il campo σ, che nei punti di questo campo soddisfa all'equazione:

$$\Delta^2(\Delta^2 g) = 0$$

e nei punti del contorno s alle altre due:

$$g = \frac{1}{4} r^2 \log r,$$

$$\frac{\partial g}{\partial n} = \frac{1}{4}\left\{\frac{-(1+2\log r)\{\rho'^2 - R\rho'\cos(\theta-\theta')\} + (1+2\log r)(\rho'^2 - R^2)}{R}\right\} =$$

$$= -\frac{1}{4}(1 + 2\log r)\{R - \rho'\cos(\theta - \theta')\} = \frac{1}{4}\frac{\partial(r^2 \log r)}{\partial n}.$$

Secondo i risultati della mia cit. Mem. la g è quella fun-

zione che serve a darci l'integrale dell'equazione (1), corrispondente a dati valori di u e di $\frac{\partial u}{\partial n}$ nei punti di s, mediante la formola:

$$(2) \quad u' = \frac{1}{2\pi}\int_s \left\{ (\log r + 1 - \Delta^2 g)\frac{\partial u}{\partial n} - \left(\frac{\partial \log r}{\partial n} - \frac{\partial \Delta^2 g}{\partial n}\right) u \right\} ds.$$

4. Andiamo ora a verificare se nei punti di s la funzione u' e la sua derivata normale coincidono rispettivamente coi valori dati di u e di $\frac{\partial u}{\partial n}$.

Anzitutto osserviamo che si ha:

$$\Delta^2 g = \frac{1}{4}\Delta^2 \mathrm{H} + \frac{1}{4}\Delta^2 \mathrm{K} = \frac{\rho'^2}{\mathrm{R}^2}(\log r_2 + 1) - \Psi - \Sigma x \frac{\partial \Psi}{\partial x} =$$

$$= \frac{\rho'^2 + \mathrm{R}^2}{2\mathrm{R}^2} + \log r_2 + \rho \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2} \frac{\partial \log r_2}{\partial n},$$

$$\frac{\partial \Delta^2 g}{\partial n} = \frac{\partial \log r_2}{\partial n} - \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2}\frac{\partial \log r_2}{\partial n} + \rho \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2}\frac{\partial^2 \log r_2}{\partial n^2} =$$

$$= \frac{\partial \log r_2}{\partial n} - \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2}\frac{\partial \log r_2}{\partial n} + \rho \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2}\left\{ -\frac{1}{2\mathrm{R}^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\mathrm{R}^2 + \rho'^2 - 2\mathrm{R}\rho'\cos(\theta - \theta')} - \frac{(\mathrm{R}^2 - \rho'^2)^2}{2\mathrm{R}^2\{\mathrm{R}^2 + \rho'^2 - 2\mathrm{R}\rho'\cos(\theta - \theta')\}^2} \right\};$$

sicchè nei punti di s sarà:

$$\Delta^2 g = \frac{\rho'^2 + \mathrm{R}^2}{2\mathrm{R}^2} + \log r + \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}}\frac{\partial \log r_2}{\partial n} =$$

$$= 1 + \log r - \frac{\mathrm{R}^2 - \rho'^2}{2\mathrm{R}^2} - \frac{\mathrm{R}^2 - \rho'^2}{2\mathrm{R}^2}\, 2\mathrm{R}\frac{\partial \log r_2}{\partial n} =$$

$$= 1 + \log r - \frac{\mathrm{R}^2 - \rho'^2}{2\mathrm{R}^2} \cdot \frac{\mathrm{R}^2 - \rho'^2}{\mathrm{R}^2 + \rho'^2 - 2\mathrm{R}\rho'\cos(\theta - \theta')},$$

$$\frac{\partial \Delta^2 g}{\partial n} = \frac{\partial \log r_2}{\partial n} - \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}^2}\frac{\partial \log r_2}{\partial n} - \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{2\mathrm{R}^3} +$$

$$+ \frac{\rho'^2 - \mathrm{R}^2}{\mathrm{R}\{\mathrm{R}^2 + \rho'^2 - 2\mathrm{R}\rho'\cos(\theta - \theta')\}} - \frac{(\rho'^2 - \mathrm{R}^2)^3}{2\mathrm{R}^3\{\mathrm{R}^2 + \rho'^2 - 2\mathrm{R}\rho'\cos(\theta - \theta')\}^2} =$$

$$= \frac{R^2-\rho'^2}{2R^3}\left(1+2R\frac{\partial \log r_2}{\partial n}\right)+\frac{\partial \log r}{\partial n}-\frac{(\rho'^2-R^2)^3}{2R^3\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}=$$

$$= \frac{\partial \log r}{\partial n}+\frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R^2\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}.$$

La (2) diviene allora:

$$(2')\quad \left\{\begin{aligned} u' &= \frac{1}{2\pi}\int_s \left\{\frac{(R^2-\rho'^2)^2}{2R^2\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\frac{\partial u}{\partial n}+\right.\\ &\left.+\frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R^2\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}u\right\}ds=\\ &=\frac{R^2-\rho'^2}{2R}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_s\frac{\partial u}{\partial n}\cdot\frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}ds+\\ &+\frac{1}{2\pi}\int_s u\,\frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R^2\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}ds. \end{aligned}\right.$$

5. La formola precedente serve a rappresentare nel campo circolare σ un qualunque integrale dell'equazione (1), regolare insieme alle sue derivate dei primi quattro ordini in tutto σ ed s, per mezzo dei valori al contorno s di questo integrale e della sua derivata normale. In particolare la funzione:

$$u = 1$$

deve potersi esprimere per mezzo della formola (2'); e poichè si ha allora:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0,$$

avremo dalla (2'):

$$(3)\qquad 1 = \frac{1}{2\pi}\int_s \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R^2\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}ds.$$

Ciò posto, si indichi con u_0 il valore della funzione data u in un punto Q del contorno s. La (2') e la (3) ci dànno:

$$u' = \frac{R^2-\rho'^2}{2R} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_s \frac{\partial u}{\partial n} \cdot \frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}} ds +$$

$$+ u_0 + \frac{1}{2\pi} \int_s (u-u_0) \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2} ds,$$

donde, *supponendo continua la funzione data* u, risulta con considerazioni note:

$$\lim_{P=Q} u' = u_0. \tag{4}$$

6. Per dimostrare ora che la derivata normale della funzione u' coincide nei punti di s con la funzione data $\frac{\partial u}{\partial n}$, sarà utile trasformare la (2').

Osserviamo anzitutto che, posto:

$$\cos(\theta - \theta') = t,$$

risulta:

$$d\theta = -\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}},$$

$$\int u \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2} d\theta = -\int u \frac{(R^2-\rho'^2)^2(R-\rho' t)}{R(R^2+\rho'^2-2R\rho' t)^2} \cdot \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}};$$

e quindi, se si fa la sostituzione:

$$\sqrt{1-t^2} = (1-t)x$$

e si pone:

$$\beta = \frac{R+\rho'}{R-\rho'},$$

abbiamo:

$$\int u \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2} d\theta =$$

$$= -2\int u \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{(R-\rho')x^2+(R+\rho')\}}{R\{(R-\rho')^2x^2+(R+\rho')^2\}^2} dx =$$

$$= -2\left\{\frac{\beta(R+\rho')}{R}\int u \frac{x^2 dx}{(x^2+\beta^2)^2} + \frac{\beta^2(R+\rho')}{R}\int u \frac{dx}{(x^2+\beta^2)^2}\right\},$$

donde, *ammesso che esista e sia sempre finita la derivata prima di* $u(\theta)$, segue:

$$\int u \frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}\, d\theta =$$

$$= -2u\left\{\frac{\beta(R+\rho')}{R}\left(\frac{-x}{2(x^2+\beta^2)}+\frac{1}{2\beta}\operatorname{arctang}\frac{x}{\beta}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{R+\rho'}{R}\left(\frac{x}{2(x^2+\beta^2)}+\frac{1}{2\beta}\operatorname{arctang}\frac{x}{\beta}\right)\right\}+$$

$$+2\left\{\frac{\beta(R+\rho')}{R}\int\frac{du}{dx}\left(\frac{-x}{2(x^2+\beta^2)}+\frac{1}{2\beta}\operatorname{arctang}\frac{x}{\beta}\right)dx+\right.$$

$$\left.+\frac{R+\rho'}{R}\int\frac{du}{dx}\left(\frac{x}{2(x^2+\beta^2)}+\frac{1}{2\beta}\operatorname{arctang}\frac{x}{\beta}\right)dx\right\}=$$

$$= -2u\left\{\frac{-\rho'(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{2R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{arctang}\left(\frac{(R-\rho')\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{(R+\rho')(1-\cos(\theta-\theta'))}\right)\right\}+$$

$$+2\int\frac{du}{d\theta}\left\{\frac{-\rho'(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{2R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{arctang}\left(\frac{(R-\rho')\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{(R+\rho')(1-\cos(\theta-\theta'))}\right)\right\}d\theta.$$

Da questa formola si trae indicando con u_0 il valore della funzione u per $\theta=\theta'$:

$$\int_0^{2\pi} u\frac{(R^2-\rho'^2)^2\{R-\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2}\, d\theta =$$

$$= 2\pi u_0 + 2\int_0^{2\pi}\frac{du}{d\theta}\left\{\frac{-\rho'(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{2R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}+\right.$$

$$\left.+\operatorname{arctang}\left(\frac{R-\rho'}{R+\rho'}\cot\frac{1}{2}(\theta-\theta')\right)\right\}d\theta;$$

e quindi:

$$u' = u_0 + \frac{R^2-\rho'^2}{2R} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_s \frac{\partial u}{\partial n} \cdot \frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\, ds +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{du}{d\theta} \left\{ \frac{-\rho'(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{2R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{arctang}\left(\frac{R-\rho'}{R+\rho'} \cot \frac{1}{2}(\theta-\theta')\right) \right\} d\theta \text{ (1)}.$$

7. La formola ottenuta ci dà:

$$\frac{\partial u'}{\partial n} = -\frac{\partial u'}{\partial \rho'} = \frac{\rho'}{R} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_s \frac{\partial u}{\partial n} \cdot \frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\, ds +$$

$$+ \frac{R^2-\rho'^2}{2R} \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \int_s \frac{\partial u}{\partial n} \cdot \frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\, ds +$$

$$+ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{R\{R'^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}} \frac{du}{d\theta}\, d\theta +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(R^2-\rho'^2)^2\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2} \cdot \frac{du}{d\theta}\, d\theta.$$

Ora, *se la funzione* u(θ) *ammette anche la derivata seconda sempre finita,* si ha integrando per parti:

$$2\int \frac{(R^2-\rho'^2)\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}} \frac{du}{d\theta}\, d\theta +$$

$$+ \int \frac{(R^2-\rho'^2)^2\operatorname{sen}(\theta-\theta')}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}^2} \frac{du}{d\theta}\, d\theta =$$

$$= \frac{R^2-\rho'^2}{\rho' R^2} \int \frac{d\log\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}{d\theta} \cdot \frac{du}{d\theta}\, d\theta -$$

$$- \frac{(R^2-\rho'^2)^2}{\rho' R^2} \int \frac{d\,\dfrac{1}{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')}}{d\theta} \cdot \frac{du}{d\theta}\, d\theta =$$

(1) Questa formola può servire a dedurre un'altra volta la (4).

$$= \frac{R^2-\rho'^2}{\rho' R^2}\left\{\log\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}-\frac{R^2-\rho'^2}{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')}\right\}\frac{du}{d\theta}+$$

$$+\frac{R^2-\rho'^2}{\rho' R^2}\int\left\{-\log\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}+\frac{R^2-\rho'^2}{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')}\right\}\frac{d^2u}{d\theta^2}\,d$$

per cui, *ammessa la continuità della* $\frac{du}{d\theta}$, avremo:

$$\frac{\partial u'}{\partial n} = \frac{\rho'}{R}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_s \frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\cdot\frac{\partial u}{\partial n}\,ds+$$

$$+\frac{R^2-\rho'^2}{2R}\cdot\frac{1}{2\pi}\frac{\partial}{\partial n}\int_s \frac{\partial u}{\partial n}\cdot\frac{R^2-\rho'^2}{R\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}}\,ds+$$

$$+\frac{R^2-\rho'^2}{2\pi\rho' R^2}\int_s\left\{-\log\{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')\}+\right.$$

$$\left.+\frac{R^2-\rho'^2}{R^2+\rho'^2-2R\rho'\cos(\theta-\theta')}\right\}\frac{d^2u}{d\theta^2}\,ds.$$

Questa ci dà finalmente, *supponendo continua la funzione* $\frac{\partial u}{\partial n}$ e indicando con $\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_0$ il valore di questa funzione nel punto Q:

$$\lim_{P=Q}\frac{\partial u'}{\partial n} = \left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_0.$$

Osservazioni sulla Nota precedente del Prof. Lauricella e sopra una Nota di analogo argomento dell'Ing. Almansi.

Nota del Socio VITO VOLTERRA.

Nella precedente seduta ho presentato una Nota dell'Ingegnere Almansi, nella quale è trattato lo stesso problema che il Prof. Lauricella ora risolve. Questa soluzione è stata ottenuta dal Lauricella indipendentemente dall'altra, che a lui era ignota, ed egli vi giunse applicando il procedimento da lui esposto nella prima parte della sua Memoria: *Sulle vibrazioni*

delle placche elastiche incastrate. La formula definitiva che egli trova è più simmetrica di quella corrispondente a cui pervenne l'Almansi e non contiene, come questa, le derivate della funzione G data al contorno. Però si può trasformare quest'ultima formola riducendola a quella del Lauricella. A tal fine, valendosi di una doppia integrazione per parti, si può ridurre l'espressione:

$$\int_0^{2\pi} \frac{G - G_\alpha - G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega - \alpha)}{1 - \cos(\omega - \alpha)} \, d\omega$$

all'altra

$$-2 \int_\alpha^{2\pi+\alpha} \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2} \log \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\omega - \alpha) \, d\omega ,$$

quindi invertire la doppia integrazione che comparisce nella formula definitiva in modo da sostituire a

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha} \int_0^{2\pi} \frac{G - G_\alpha - G'_\alpha \operatorname{sen}(\omega - \alpha)}{1 - \cos(\omega - \alpha)}$$

la espressione

$$-2 \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 G}{\partial \omega^2} \, d\omega \int_{\omega-2\pi}^{\omega} \frac{\log \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\omega - \alpha) \, d\alpha}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha}$$

e trasformarla finalmente con una nuova doppia integrazione per parti.

Ma si può evitare questo calcolo, e le relative derivazioni applicate alla funzione G, partendo direttamente dalla formula (4) dell'ing. Almansi.

Essa infatti può scriversi:

$$(\psi_1)_{r=R} = -\frac{H}{2R} - \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right)_{r=R}$$

o anche

$$\left(\psi_1 + \frac{r}{2R^2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \right)_{r=R} = -\frac{H}{2R} .$$

Posto

$$(a) \qquad \psi_1 + \frac{r}{2R^2}\frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \theta_1 ,$$

questa funzione, per un noto teorema, soddisferà la equazione $\Delta^2 = 0$, e poichè

$$(\theta_1)_{r=R} = -\frac{H}{2R} ,$$

avremo

$$\theta_1 = -\frac{1}{4\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{(R^2 - r^2)H}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega}\, d\omega ,$$

onde, a cagione della (a) e della (5) della Nota dell'Ingegnere Almansi,

$$\psi_1 = -\frac{1}{4\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{(R^2 - r^2)H}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega}\, d\omega -$$

$$-\frac{r}{R^2}\,\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{-r}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} - \frac{(R^2 - r^2)(r - R\cos\omega)}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega)^2}\right\} G\, d\omega$$

e per conseguenza

$$\Pi_2 = -(R^2 - r^2)\,\psi_1 + \varphi_1 = \frac{1}{4\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{(R^2 - r^2)^2 H}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega}\, d\omega +$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\frac{R^2 - r^2}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} - \frac{r^2(R^2 - r^2)}{R^2(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega)} -\right.$$

$$\left. -\frac{(R^2 - r^2)^2 r(r - R\cos\omega)}{R^2(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega)^2}\right\} G\, d\omega =$$

$$= \frac{1}{4\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{(R^2 - r^2)^2}{R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega} H\, d\omega + \frac{1}{2\pi R}\int_0^{2\pi}\frac{(R^2 - r^2)^2(R - r\cos\omega)}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\omega)^2} G\, d\omega ,$$

che è la elegante formola stabilita dal Prof. Lauricella.

Essa può quindi ottenersi direttamente anche senza ricorrere alla *seconda* funzione di Green. Il ricavarla dallo sviluppo

dato da O. Venske, giovandosi delle note formule della serie di Fourier, avrebbe condotto a calcoli complicati (*).

In modo analogo, valendosi del metodo dato dall'Ingegnere Almansi nel § 4 della sua Nota, si può risolvere il problema simile nel caso dello spazio limitato da una sfera σ di raggio R.

Preso un sistema di coordinate polari coll'origine nel centro della sfera in modo che sia

$$x = r \operatorname{sen} \omega \cos \rho, \quad y = r \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \rho, \quad z = r \cos \omega$$

e posto

$$\psi_1 + \frac{r}{2R^2} \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = \theta_1$$

avremo

$$(\varphi_1)_{r=R} = G, \quad (\theta_1)_{r=R} = -\frac{1}{2R} H$$

quindi nel punto A di coordinate r, ω_0, ρ_0, i valori di φ_1 e θ_1 saranno

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi R} \int_\sigma \frac{(R^2 - r^2) G d\sigma}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\gamma)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\theta_1 = -\frac{1}{8\pi R^2} \int_\sigma \frac{(R^2 - r^2) H d\sigma}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\gamma)^{\frac{3}{2}}}$$

essendo

$$\cos\gamma = \cos\omega \cos\omega_0 + \operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\omega_0 \cos(\rho - \rho_0),$$

da cui segue

$$\Pi_2 = \frac{1}{8\pi R^2} \int_\sigma \frac{(R^2 - r^2)^2}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\gamma)^{\frac{3}{2}}} H d\sigma +$$

$$+ \frac{1}{8\pi R^3} \int_\sigma \frac{(R^2 - r^2)^2 (2R^2 - r^2 - Rr\cos\gamma)}{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\gamma)^{\frac{5}{2}}} G d\sigma,$$

che può prestarsi ad una verifica diretta, come ha fatto il Prof. Lauricella nella sua Nota.

(*) Vedi *Nachrichten von der K. Ges. der Wiss. zu Göttingen aus dem Jahre 1891*, S. 27.

Per la storia della teoria delle superficie geoidiche;

Nota dell'Ing. OTTAVIO ZANOTTI BIANCO.

Fino ai tempi di Newton, tranne rare eccezioni, s'insegnava che la Figura della Terra era quella di una sfera perfetta: astraendo dalle irregolarità che la superficie fisica del nostro globo presenta, si assurgeva ad una superficie ideale e questa si cercava di conoscere e determinare. I lavori di Huygens e Newton fecero vedere, che la Terra animata come è da un moto di rotazione sopra se stessa, supposta omogenea e fluida, deve avere una figura ellissoidica di rivoluzione schiacciata ai poli.

Le ricerche posteriori (Clairant, Laplace) dimostrarono che la Terra, non essendo nè omogenea, nè interamente fluida, non poteva avere quella forma, cui conducevano solo approssimativamente certe ipotesi sulla sua costituzione fisica. Si riconobbe di più che, data la Terra quale è in realtà, non era possibile ammettere sotto l'azione delle forze naturali, che avesse potuto assumere in complesso una qualsiasi figura geometrica, e che quindi non era lecito anche per astrazione, accettare per essa una superficie geometricamente definita. Fatti di ciò certi, si pensò a stabilire qual cosa si dovesse intendere per figura della Terra ed a cercare se, pur non geometricamente, essa fosse rappresentabile con simboli matematici e come definibile.

Non trovando, per la forza delle cose, modo di valersi della geometria per rappresentare matematicamente la figura della Terra, si ricorse alla meccanica dei fluidi: a ciò indotti dall'essere la Terra in gran parte coperta da liquido, e dalle idee cosmogoniche che le assegnano una condizione iniziale fluida.

Dalla meccanica dei fluidi si prese ad imprestito la definizione di *superficie di livello* di un liquido, e la si applicò al mare che, per occupare tanta parte dello strato superficiale del globo terracqueo, si assunse come valevole a rappresentare, con

date condizioni, il tutto: seguendo in ciò fare le idee di Gauss (1) e Bessel (2).

Superficie di livello è quella secondo la quale si dispone un liquido in equilibrio sotto l'azione di date forze, la cui risultante è in ogni punto poi normale ad essa.

Sul mare agiscono molte forze. Le attrazioni delle parti componenti tutta la massa terrestre; l'attrazione dei corpi celesti; la forza centrifuga proveniente dal moto di rotazione della Terra intorno al proprio asse; poi l'azione dell'atmosfera, statica e dinamica (pressione, venti). Sulla massa d'acqua marina opera poi il Sole come fattore termico, cagionando coll'evaporazione, col congelamento e collo squagliamento dei ghiacciai marini, moti e correnti, e variazioni di salsedine, generanti a loro volta altre correnti. Perturbano poi in vario modo la stabilità del mare i movimenti del suo fondo e delle sue coste, e delle isole, le eruzioni dei vulcani sottomarini; i depositi organici e minerali che pei molluschi e pei fiumi vi si producono, pur astraendo da quelli irregolari ed a petto degli altri trascurabili, che avvengono per opera dell' uomo. Tutte queste forze sono diversamente variabili col tempo: il mare pertanto avrà esso pure una forma variabile col tempo, e non potrà mai disporsi secondo una *superficie di livello* fissa corrispondente a quelle forze. Pure per arrivare a qualche cosa di concreto si è di una superficie che si ha bisogno, la quale, pur accostandosi il più che è possibile alla natura, sia almeno per una prima approssimazione fissa e determinata. Si esaminò pertanto se non fosse possibile lo scartare talune delle accennate forze, come molto piccole rispetto alle altre, e tenendo conto solo delle preponderanti, tentare di accostarsi alla figura ideale voluta, per poi studiare colla teoria e coll'osservazione le deformazioni che in quella producono le forze da prima messe in disparte, ed acquistare così qualche cognizione circa la figura vera del mare.

Si suppose a tal fine nulla l'influenza di tutti i corpi celesti; così si trascurarono le maree non solo, ma anche quelle

---

(1) Gauss, *Ueber den Breitenunterschied der Sternwarten Göttingen und Altona*, 1828.

(2) Bessel und Baeyer, *Gradmessung in Ost Preussen*, 1838.

deformazioni che le masse da esse spostate causano, alterando nel muoversi le vicendevoli attrazioni delle parti della massa terrestre; si lasciarono poi anche da parte le azioni dell'atmosfera, quella termica del Sole, e delle forze molecolari. Con ciò le forze operanti sulla massa terrestre vengono ridotte a due: la mutua attrazione delle sue parti e la così detta *forza centrifuga,* originata dal suo moto di rotazione. La risultante di queste due forze è quella che può chiamarsi *gravità teorica,* che, naturalmente, l'uomo non potrà mai determinare coll'esperienza. La *gravità pratica,* che sola possiamo misurare col pendolo, e che perciò può chiamarsi *pendolare,* quella che si verifica in realtà, dipende a tutto rigore da tutte le forze attive sulla Terra, è quindi variabile con queste d'intensità e direzione; però queste variazioni nel tempo sono sommamente piccole, e certo per ora non avvertibili sperimentalmente. Circa le variazioni della gravità in direzione, se ne hanno prove nelle constatate oscillazioni di livelli a bolla d'aria, posti in condizioni opportune (Plantamour, D'Abbadie). Su questo argomento non debbono essere passate sotto silenzio le ricerche col pendolo orizzontale di Hengler e von Rebeur-Paschwitz e quelle di Pfaff con una specie di bilancia a molle: così van ricordati gli apparecchi immaginati e gli esperimenti istituiti per lo studio delle variazioni della gravità da Bohnenberger, Darwin C. H., Gruithuisen, Mascart, Perrot, Zöllner. La variazione secolare delle latitudini, se, come si spera, fra una cinquantina d'anni, coll'attuazione ora in corso del programma del Prof. Emanuele Fergola, sarà constatata oppure non; quella a corto periodo oramai confermata dalle osservazioni, ne additano pure variazioni della direzione della gravità. Esse dimostreranno, quando saranno ben conosciute, come ed in qual ragione varii la direzione della gravità col tempo. Le deviazioni della verticale fisica, rispetto alla geodetica di un dato ellissoide di riferimento, dipendono troppo e dalle costanti di esso, e dalle triangolazioni che ne forniscono la latitudine geodetica, per poter nello stato attuale della scienza darci mezzo di investigare le variazioni della direzione della gravità. È però ammissibile che la *gravità reale* e la *teorica* differiscono di poco sia per l'intensità che per la direzione.

Bessel definisce come segue la *figura matematica della Terra:*

" Quella superficie, in cui verrebbe a giacere la superficie dell'acqua di una rete di canali comunicanti col mare; cioè una delle superficie, alle quali è ovunque normale la risultante di tutte le forze d'attrazione e della forza centrifuga „ (1).

Listing (1872) chiamò *geoide* la *figura matematica della Terra* così definita. Taluni chiamano il *geoide, forma fisica,* e denotano la naturale coll' appellativo di *forma vera,* e dicono *forma matematica* quella dedotta colle misure geodetiche.

Come si vede facilmente, il *geoide* non è che una delle *superficie di livello della gravità teorica.* Di queste, quelle che passano per punti situati così da essere accessibili all'uomo, si dicono *superficie geoidiche.* Bruns (2) ed Helmert (3) hanno studiato le proprietà delle *superficie geoidiche.*

Poichè la Terra non è un corpo assolutamente rigido, ma soggetto, nella disposizione e distribuzione delle parti della sua massa a variazioni lente e rapide, periodiche e non, così a tutto rigore il geoide è anch'esso variabile col tempo. È appena necessario avvertire, che le deformazioni del geoide col tempo possono venir trascurate per lo scopo complessivo della determinazione geodetica della forma e grandezza della Terra: esse debbono venir studiate per scopi geologici e geofisici, ed a completare le nostre cognizioni intorno a quella forma stessa.

Il geoide è quello che fu sempre chiamato il *livello del mare,* anche quando questo non era nettamente definito: si sa ora che il geoide non molto si scosta da un'ellissoide di rivoluzione schiacciata ai poli.

In certe operazioni di geodesia (riduzioni delle basi al livello del mare, livellazioni) si era fino a pochi anni or sono ritenuto che la sfera potesse bastare quale forma del geoide, servendosi per le altre di un'ellissoide di rivoluzione. Helmert

---

(1) *Gradmessung in Ost Preussen,* p. 427.

(2) *Ueber einen Satz aus der Potentialtheorie.* Borchardt, " Journal für Mathematik „, LXXXI, 1876, p. 349 e nella sua classica memoria, *Die Figur der Erde,* 1878.

(3) Helmert, *Die mathematischen und physikalischen Theorieen der Höheren Geodäsie,* vol. II, 1885. — Vedasi anche Zanotti Bianco Ottavio, *Le livellazioni di precisione ed il livello del mare,* nell' " Ingegneria civile e le arti industriali „, Torino, 1892.

ha introdotto anche nella livellazione i più moderni ed esatti concetti.

Nello stato attuale della geodesia e delle misure della gravità, siamo lontani dal conoscere la forma del geoide quale fu definito, oggidì noi non ne conosciamo che una forma approssimata. Per poter imparare qualche cosa di più occorre avere qualche proprietà che colleghi quella forma approssimata alla reale, e più che altro importa il conoscere i sollevamenti e le depressioni che il geoide presenta rispetto a quella forma approssimata, o sferoide normale (sferoide di livello di egual potenziale del geoide) (1) in causa delle irregolarità della superficie terrestre, delle quali in quella forma approssimata non si tenne rigorosamente conto.

D'altra parte ancora il geoide essendo deformabile, in dipendenza dello spostarsi delle parti della massa terrestre, viene a rendersi necessaria la ricerca di un metodo per calcolare tali deformazioni, affine di potere, in qualche modo sia pur grossolano, dai fatti naturali che l'osservazione e la natura ci dimostrano, procedere verso la figura teorica che ad essi meglio s'attaglia (2).

Vale a dire occorre imparare a calcolare l'effetto che può produrre un'alterazione nella disposizione delle parti della massa terrestre sopra il geoide od una superficie geoidica qualunque ben individuata, e che per corrispondere ad una data o supposta distribuzione di massa che si assume come regolare, dicesi *normale* (sferoidi di livello, sferoidi normali di Helmert).

Sulla Terra (astraendo dai bolidi e stelle cadenti) non avvengono aggiunte di massa. I fenomeni geofisici non dànno luogo che a trasporti di massa od a cambiamenti di densità

---

(1) Vedi Helmert, Op. cit., vol. II, p. 89.

(2) Il geoide cambia di forma anche col variare della velocità di rotazione della Terra, velocità che l'attrito delle maree ed il raffreddamento terrestre vanno lentissimamente, ma sicuramente, alterando: pur non tenendo conto dell'aggiunta di massa per la caduta dei meteoriti e dell'azione del mezzo cosmico (siane qualsivuole la natura e non nulla la resistenza) nel quale la Terra si muove col sistema solare. Ma di queste cause, d'altronde oggidì ancora mal note, ora non si tien conto, certi che esse operano in modo estremamente lento e debole.

(alluvioni, frane, depositi fluviali, erosione, moto dei ghiacciai polari ed alpini, depositi organici, congelamento, squagliamento di nevi e ghiacciai, evaporazioni, fenomeni vulcanici, trasporti di sabbia, dune, ecc.).

Un cambiamento di densità equivale per l'effetto meccanico all' aggiunta od alla sottrazione di una certa porzione di massa.

E poichè lo sferoide normale, il quale quasi intieramente coincide con una ellissoide di rivoluzione (1), non è che una superficie geoidica normale, così lo studio dei distacchi del geoide dallo sferoide normale diviene quello delle deformazioni che le irregolarità dello strato superficiale terrestre producono nello sferoide normale; il geoide venendo così ad essere per queste ricerche considerato come la superficie geoidica dalle dette irregolarità perturbata rispetto alla sua corrispondente normale, che è lo sferoide normale.

Pertanto lo studio delle deformazioni delle superficie geoidiche normali, e, coll'avvertenza fatta poc' anzi, quella importantissima per la geodesia dei distacchi del geoide dallo sferoide normale, si riduce alla ricerca dell'effetto che vien prodotto da un'aggiunta od una sottrazione di massa, la combinazione dei due effetti darà poi la deformazione totale. — Diremo deformata la superficie geoidica che corrisponde alla nuova distribuzione di massa. — Per la ricerca della deformazione delle superficie geoidiche, vale il seguente teorema.

In un dato punto del geoide (superficie geoidica normale), l'elevazione della superficie deformata si ottiene dividendo il potenziale della massa perturbante su quel punto per la gravità alla superficie della Terra (sferoide normale o superficie geoidica normale secondo i casi, gravità normale).

Questo teorema si trova a pag. 20 della memoria di Enrico Bruns, intitolata *Die Figur der Erde,* nella quale non so se più ammirare la profondità dei concetti, o l'eleganza e concisione dell'analisi matematica. Helmert, che chiama il precedente enunciato *teorema di Bruns,* ne dà un'altra dimostrazione a pag. 147 del volume secondo del suo magnifico trattato *Die*

---

(1) Helmert, Op. cit., vol. II, p. 244.

Mathematischen und Physikalischen Theorieen der höheren Geodäsie. La dimostrazione di Helmert è riprodotta da H. Hergesell nel suo lavoro *Ueber die Aenderung der Gleichgewichtsflächen der Erde durch die Bildung polarer Eismassen im die dadurch verursachten Schwankungen des Meeresniveaus* (1). Egli dice pure che Enrico Bruns fu il primo a dare quel teorema: i brani che qui sotto riportiamo testualmente, ci sembra invece provino, se non prendiamo abbaglio, che quel teorema sia stato scoperto da Pratt, e che da questo insigne geodeta inglese debba quindi prendere il nome. Enrico Bruns ha troppo meritata fama di matematico ed astronomo valoroso, perchè l'attribuire a Pratt, come deve farsi, un teorema, del quale egli ha pur dato elegante dimostrazione, possa nuocergli menomamente. D'altronde Bruns non accenna neppur lontanamente a voler essere lo scopritore dell'enunciato teorema, del quale per altro non indica neppure l'autore, che egli sicuramente ignorava, e giunse al teorema stesso portatovi, per felice intuito del suo ingegno, dal corso naturale della ricerca.

Il primo lavoro del Sr J. H. Pratt, arcidiacono di Calcutta, trovasi nel volume 149 delle " Philosophical Transactions of the Royal Society of London ", che è per l'anno 1859, e ne occupa le pagine 779-796. Fu comunicato alla Società Reale di Londra da Stokes, segretario allora della Società medesima, nella seduta del 6 gennaio 1859: il teorema del quale si tratta ne occupa il capo 20, pp. 794-95. Esso serve a Pratt a calcolare, come ne dice il titolo del paragrafo 5, del quale il capo 20 fa parte, il *Change of the Sea-level produced by the Mountains and the Ocean,* e precisamente la sopraelevazione del mare a Karachi sopra il livello del mare al Capo Comorin (India inglese).

" 20. The equation to the surface of a fluid mass acted
" on by forces XYZ at the point xyz is,

$$\text{constant} = \int (\mathrm{X}dx + \mathrm{Y}dy + \mathrm{Z}dz).$$

---

(1) *Beiträge zur Geophysik. Abhandlungen aus dem geographischen Seminar der Universität Strassburg.* Stuttgart, 1887.

" In the case of the Ocean the forces are the centrifugal
" force, the attraction of the general mass of the Earth, and
" these three disturbing forces W, M_1 and M_2 which I have
" been calculating (1).

" Let ω be the angular velocity of the earth round its
" axis, θ the latitude of any point of the surface, r its distance
" from the earth's centre, a the semiaxis major of the mean
" meridian. Then $\omega^2 x$ and $\omega^2 y$ is the centrifugal force parallel
" to x and y, z beeing the earth's axis, and $\frac{1}{2}\omega^2 a^2 \cos^2\theta$ is the
" corresponding part of the above equation. Let V be the po-
" tential for the earth's mass, supposed a perfect spheroid of
" equilibrium differing little from a sphere; E the earth's mass.
" Then V differs from $\frac{E}{r}$ only by a small variable quantity
" depending upon the ellipticity: let it equal $\frac{E}{r}(1+U)$. Substi-
" tuting these and the three disturbing forces the equation of
" the surface now becomes

$$\text{const} = \frac{E}{r}(1+U) + \frac{1}{2}\omega^2 a^2 \cos^2\theta +$$

$$+ \int W d\lambda - \int M_1 du - \int M_2 du \quad (2)$$

" between the several limits, as already explained, or

$$\text{const} = \frac{E}{r}(1+U) + \frac{1}{2}\omega^2 a^2 \cos^2\theta + Lg\,;$$

$$\therefore \text{const} = \frac{a}{r}\left(1 + U + \frac{a^2\omega^2\cos^2\theta}{2E}\right) + L\frac{ag}{E} \quad (3).$$

---

(1) Le forze W, M_1, M_2, calcolate in paragrafi precedenti, rappresentano l'azione del mare, e delle due parti in cui l'autore divide la regione montuosa.

(2) λ ed u sono quantità che valgono a determinare la posizione del punto considerato.

(3) g è la gravità.

" But

$$1 = \frac{a}{r}(1 - \epsilon \operatorname{sen}^2\theta) = \frac{a}{r}(1 - \epsilon + \epsilon \cos^2\theta)$$

" is the equation to the surface, ϵ being the ellipticity, when
" there is no disturbing force.

" Hence the equation in the present case is

$$1 = \frac{a}{r}(1 - \epsilon \operatorname{sen}^2\theta) + \mathrm{L}\frac{ag}{\mathrm{E}};$$

$$r = a(1 - \epsilon \operatorname{sen}^2\theta) + \mathrm{L}, \text{ as } g = \frac{\mathrm{E}}{a^2}.$$

" Let ψ be the angle through which the normal to the surface
" is thrown backwards. Now the tangent of the angle between r
" and the normal

$$= \frac{1}{r}\frac{dr}{d\theta} = -\epsilon \operatorname{sen} 2\theta + \frac{1}{a}\frac{d\mathrm{L}}{d\theta} \therefore \psi = \frac{1}{a}\frac{d\mathrm{L}}{d\theta}$$

" and $ds = rd\theta = ad\theta$ being an element of the are of the sur-
" face, the Elevation of the surface of the sea in passing north-
" wards $= \int \psi ds = \mathrm{L}$, between the limits $\lambda = 0$ and $\lambda = 17$ „ (1).

Quindi, servendosi di calcoli precedenti, ottiene il valore numerico di L, e finalmente quello dell'elevazione del livello del mare a Karachi sopra quello del capo Comorin.

Nel 1860 apparve la prima edizione del libro di Pratt *A treatise on attractions, Laplace's functions, and the Figure of the Earth;* a pagine 108-109 troviamo il passo seguente, più generale:

" Prop. *To find the effect of a small disturbing force pa-*
" *rallel to the meridian in changing the Level of the Sea.*

" 106. Let U be the disturbing force and du an element

(1) Dipendenti dalle condizioni geografiche del problema.

" of the line u along vhich it acts. Then $\int U du$ must be added
" to the potential in the equation of fluid equilibrium of Art. 73.

$$\therefore \int \frac{dp}{\rho} = V + \frac{w^2}{2} r^2(1-\mu^2) + \int U du = \text{const. at the surface (1).}$$

" Putting $w^2 = m \frac{E}{a^2}$ and substituting for V from Art. 91;

$$\text{(A)} \qquad \text{const} = \frac{E}{r} + \left(\epsilon - \frac{m}{2}\right)\left(\frac{1}{3} - \mu^2\right)\frac{Ea^2}{r^3} + \\ + \frac{m}{2}\frac{E}{a^3}(1-\mu)^2 + \int U du.$$

" Now when the small force U is neglected

$$\frac{a}{r} = 1 + \epsilon\mu^2.$$

" Hence, neglecting small quantities of the second order and
" dividing by E, and multiplying by a,

$$\text{const} = \frac{a}{r} + \epsilon\left(\frac{1}{3} - \mu^2\right) + \frac{a}{E}\int U du;$$

$$\therefore \frac{a}{r} = \text{constant.} + \epsilon\mu^2 - \frac{a}{E}\int U du.$$

" Comparing this with the value of $\frac{a}{r}$ when U is neglected,
" we have

$$\frac{a}{r} = 1 + \epsilon\mu^2 - \frac{a}{E}\int U du.$$

" Now $\frac{1}{r}\frac{dr}{d\theta}$ is the tangent of the angle between r and
" the normal = tang. ψ suppose.

---

(1) w è la velocità angolare della Terra; $\mu = \cos\theta$, θ l'angolo che r fa coll'asse z di rotazione.

" Hence $\delta\psi$, or the angle through which the normal is " thrown back by the force U, being small,

$$= \delta \,.\, \text{tang}\,\psi = -\,\delta \,.\, r\,\frac{d}{d\theta}\,\frac{1}{r} = \frac{a}{\mathrm{E}}\,\mathrm{U}\,\frac{du}{d\theta}\,.$$

" Hence the element ds of the undisturbed meridian line " on the surface of the sea is elevated, on the side towards " which U acts, by the space,

$$ds \,.\, \delta\psi = \frac{a}{\mathrm{E}}\,\mathrm{U}\,\frac{du}{d\theta}\,ds = \frac{a^2}{\mathrm{E}}\,\mathrm{U}\,du = \frac{\mathrm{U}}{g}\,du;$$

$$\therefore \text{ whole elevation of the sea-level} = \frac{1}{g}\int \mathrm{U}\,du,$$

" integrated from the point where U begins up to the point " in question ".

Non potei consultare la seconda e la terza edizione del libro di Pratt, ma nella quarta (1871) il brano precedente è riprodotto con poca o punta alterazione, ma coll' aggiunta:

" This will be true of any small force acting in any di- " rection ", ed anche coll'omissione del fattore r^2 al terzo termine del secondo membro dell'equazione che abbiamo chiamata (A), che è comune alle due edizioni.

Nella quarta edizione poi al denominatore del secondo termine del secondo membro vi è r^2 invece di r^3 come sta nella prima e come deve essere.

Nella medesima quarta edizione a pag. 212 leggesi il brano seguente:

" Prop. *To prove that the effect of a mass at the earth's* " *surface, whether above or below is to make the sea level rise* " *at any place through a space* V/*g, where* V *is the potential of* " *the mass for a point on the disturbed sea level which is in the* " *same vertical line with the place.*

" 200. Suppose a line drawn from the given place to the " earth's centre, and θ the angle which a radius vector r to

" any point in the curve of the disturbed sea level makes with
" that line. Then $-\frac{1}{r}\frac{dr}{d\theta}$ is the tangent of the angle between
" the radius r and the normal to the curve. This angle is the
" deflection caused by the horizontal attraction of the mass;
" and its tangent equals the ratio of that attraction to gra-
" vity $= -\frac{1}{gr}\frac{dV}{d\theta}$, V being the potential of the mass for that
" point

$$\therefore \frac{dr}{d\theta} = \frac{1}{g}\frac{dV}{d\theta}$$

$$\therefore r + \text{cost} = \frac{V}{g}.$$

" Let $r = a$ (1), where $V=0$ or the horizontal attraction
" of the mass first becomes appreciable, and let V be the value
" of V at the place in question:

" $\therefore$ rise of sea level $= r - a + V : g$ ".

Pratt applica quindi il teorema agli Himalaya.

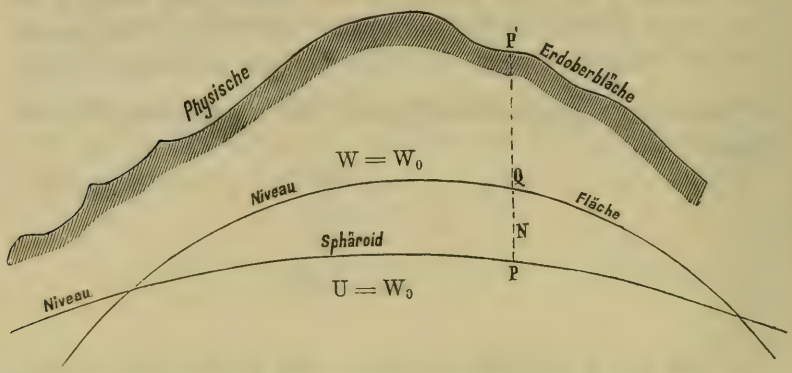
Il passo seguente che trascriviamo da Helmert (l. c.) ci farà vedere che il precedente risultato di Pratt è precisamente quello che ivi è chiamato *Teorema di Bruns.* Per la spiegazione dei simboli rimandiamo il cortese lettore al libro stesso di Helmert.

" Abstand von Niveausphaeroid und Niveauflaeche glei-
" chen potentialwertes.

" Im vorigen Kapitel ist für einen Näherungsausdruck U
" des Potentials W der Schwerkraft gezeigt worden, wie sich
" mit Hülfe von Schweremessungen die Gestalt der zugehörigen
" Niveausphäroide ausserhalb der mathematischen Erdoherfläche
" bestimmen lässt. Wir denken uns jetzt ganz allgemein unter U
" eine Funktion, welche einen Näherungsausdruck von W vor-
" stellt. Wir denken uns ferner zu den Gleichungen $W = W_0$
" und $U = W_0$, unter W_0 eine Konstante verstanden, die zu-

(1) a è il raggio del livello del mare non perturbato.

" gehörigen Flächen aufgesucht. Dann gilt es eine Beziehung
" zu ermitteln für den Abstand QP = N, um welchen sich, die
" Niveaufläche $W = W_0$ über das Niveausphäroid $U = W_0$ in der



" Normalen PQ des letzteren erhebt. Diese Beziehung kann
" dann selbstredend auch für die besonderen Formen von U
" Anwendung finden, die im vorigen Kapitel für Niveausphä-
" roide ausserhalb benutzt worden sind.

" Im allgemeinen wird nun in einem beliebigen Punkte
" der Wert der Funktion U von W abweichen um eine Grösse T:

$$W = U + T. \tag{1}$$

" Ist in dem Punkte insbesondere $W = U = W_0$, so hat T den
" Wert null. Wir sehen also zunächst, dass Niveaufläche und
" Niveausphäroid sich da schneiden, wo T = null ist. Ist T für
" einen Punkt Q der Niveaufläche $W = W_0$ nicht null, so hat U
" einerseits nach (1) den Wert $W_0 - T$. Andrerseits kann mann
" von P ausgehend U für Q nach *Taylor's* Satz herleiten und
" zwar für kleine N in erster Annäherung wenn beliebige
" Höhen über P mit h bezeichnet werden:

$$U = W_0 + \left(\frac{dU}{dh}\right)_0 N + \ldots\ldots$$

" Da aber auch $U = W_0 - T$ gefunden war, so folgt sofort
" aus der Gleichsetzung beider Ausdrücke

$$N = -\frac{T}{\left(\frac{dU}{dh}\right)_0} + \ldots\ldots$$

" oder mit Festsetzung, dass N nach aussen wie in Fig. positiv
" gezählt wird:

$$N = \frac{T}{\gamma} + \ldots\ldots \qquad (2)$$

" worin γ die der Funktion U in P entsprechende Beschleuni-
" gung der Schwere bedeutet.

" In den Fällen des vorigen Kapitels bezeichnet γ die *nor-*
" *male* Schwerkraft.

" Die Relation (2) hat *H. Bruns* in seiner *Figur der Erde*
" S. 20 angegeben und zwar in der Gestalt $h = -T : \gamma \cos \epsilon$.
" Hierbei bedeutet h die Tiefe des Sphäroids $U = W_0$ unter der
" Niveaufläche $W = W_0$, gemessen in der Lotrichtung von Q,
" wenn in Q die normale Schwerebeschleunigung gleich γ ist
" und die Lotrichtung, daselbst mit der Richtung der normalen
" Schwerkraft den Winkel ϵ einschliesst. Praktisch genommen
" laufen beide Formeln, die *Brunssche* und (2), auf dasselbe-
" hinaus. Doch ist bei *Bruns* die Entwiklung eine etwas andere.

" Da man die Werte von T im Niveau der Meeresfläche,
" welche einem wie in vorigen Kapitel auf grund der Schwe-
" remessungen zu bestimmenden Niveausphäroid U entsprechen,
" nicht kennt, so kann man von der Formel (2) allerdings kei-
" nen Gebrauch machen, um die Undulationen der Meeresfläche
" gegen ein Niveausphäroid gleichen Potentialwertes zu ermit-
" teln. Nichtsdestoweniger ist die Formel von hoher Bedeutung,
" wie aus den zahlreichen Anwendungen derselben in diesem
" Kapitel hervorgehen wird.

" Wir werden sie als das Theorem von *Bruns* bezeichnen „.

La magnifica e feconda *teoria della condensazione,* esposta in seguito da Helmert, si giova continuamente del teorema di Pratt-Bruns.

Di questa teoria l'astronomo francese Tisserand ha fatto una succinta esposizione nel volume secondo del suo grande trattato di meccanica celeste, nel quale, a pagine 354-355, espone egli pure il teorema che ci occupa, che anch'egli attribuisce a Bruns.

Ed ora ci si consenta di riprodurre la dimostrazione di Bruns (l. c.): anche qui per la spiegazione dei termini siamo costretti a rimandare alla memoria originale:

" Wir betrachten jetzt die Werthe der Function U als die
" eigentlich normalen Werthe und demgemäss die Differenzen
" T=W—U als Störungen oder Anomalien, welche durch die
" Unregelmässigkeiten in der Massenwertheilung der Erde her-
" vorgerufen werden. Die Grössen

$$\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}; \frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}; \frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\varrho y}, \frac{\partial T}{\partial z}$$

" stellen dann in jodem Punkte der Erdrinde die Componenten
" der theoretischen Schwere γ, der wirklichen Schwere g und
" der Störung dar.

" γ-g ist die Störung der Intensität der Schwere; der Win-
" kel ϵ zwischen γ und g oder die Lothablenkung ist durch
" die gleichung

$$\gamma g \cos\epsilon = \frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial W}{\partial z}$$

" bestimmt. ϵ ist ebenso wie g eine stetige Function des Ortes
" oder der Coordinaten; aher die ersten Ableitungen von ϵ än-
" dern sich ebenso wie die von g sprungweise, wenn sich die
" Dichtigheit sprungweise ändert „.

Qui seguono alcune considerazioni non necessarie al teorema, la cui dimostrazione si trova nelle linee seguenti a pagina 20:

" Die Hebungen und Senkungen eines Geoids relativ gegen
" ein Sphäroid ermittelt man am kürzesten auf folgende Weise.
" Es sei P(xyz), auf ein beliebiges Axensystem bezogen, ein
" Punkt des Geoids $W=U_0$, die Verticale in P treffe das Sphä-
" roid $U=U_0$ in Q, und es sei $PQ=h$, positiv gerechnet wenn
" die Streche von P nach Q nach aussen gerichtet ist. Die
" Coordinaten von Q sind dann,

$$x - \frac{h}{g}\frac{\partial W}{\partial x}, \; y - \frac{h}{g}\frac{\partial W}{\partial y}, \; z - \frac{h}{g}\frac{\partial W}{\partial z}.$$

" Hieraus folgt, da U in A gleich U_0 ist, unter Vernachläs-
" sigung der höheren Potenzen von h

$$U_0 = U - \frac{h}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial W}{dz}\right),$$

" oder da in P

$$U = W - T = U_0 - T \text{ ist},$$

$$h = -\frac{T}{\gamma \cos \epsilon} \quad (1)$$

" Der Werth der Function T misst also, abgesehen von den
" nahezu constanten Factor $\gamma \cos \epsilon$, unmittelbar die Hebungen
" und Senkungen des Geoids, und zwar bezogen auf dasjenige
" Sphäroid, welches mit dem Geoids den gleichen Potential-
" verth U_0 besitzt. Positiven Werthen von T entspricht eine
" Hebung, negativen eine Senkung „.

Colla scorta di questi documenti, giudichi il cortese lettore, se sia giusta ed accettabile la nostra proposta di denominare da Pratt, o per lo meno da Pratt e Bruns il teorema la cui storia forma l'oggetto della presente nota.

Per la deformazione delle superficie geoidiche, di uno sferoide di livello o della sferoide normale, sono importanti i lavori seguenti:

Saigey, *Petite Physique du globe.* Raro e poco noto libretto, pieno di vedute originali e di idee profonde. In due capitoli di esso si dànno, senza dimostrazione, formole per calcolare la sopraelevazione del livello del mare prodotte da masse perturbatrici: questi due capitoli sono il CXIX e CXX del volume secondo (1842), pp. 247 e 252;

Fischer Philipp, *Untersuchungen über die Gestalt der Erde* (1868), che, pur tenendo conto dei giusti appunti di Bruns ed Helmert, merita ancora oggidì di essere studiato.

Stokes, *On the variation of gravity at the surface of the Earth* (" Cambridge Philosophical Transactions „, VIII, 1849, pp. 672-95; " Philosophical Magazine „, XXXV, 1849, p. 228, e " Mathematical Papers „, vol. II).

---

(1) Si vedrà facilmente che l'U_0 di Bruns è il W_0 di Helmert.

Su questa memoria di Stokes vedasi HELMERT, *Theorieen der Höheren Geodäsie,* vol. II, e BRUNS, *Die Figur der Erde.* Sulla teoria di Stokes, ha pubblicato un lavoro il signor W. HERGESELL. Quel lavoro pubblicato nel 1890 a Buchsweiler in Germania, come aggiunta ai programmi ginnasiali, come suolsi fare in quel dotto paese, ha per titolo: *Ueber die Formel von G. G. Stokes zur Berechnung regionaler Abweichungen des Geoids vom Normalsphäroid.* Ci sembrano, circa questo lavoro, più che giustificate le osservazioni che vi fa il D^re^ Börsch in una recensione stampata nel " Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik „ pel 1890 (Berlin, 1893). Sulla formola di Stokes, ne piace qui menzionare due pregevoli scritti del chiar.^mo^ professore PIZZETTI: *Sulla espressione della gravità alla superficie del geoide supposto ellissoidico,* Note due; " Rendiconti R. Accademia dei Lincei „, 1894; *Intorno alla determinazione teorica della gravità alla superficie terrestre;* " Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino „, 1896.

HANN, *Ueber gewisse beträchtliche Unregelmässigkeiten des Meeres-Niveaus,* Gaea, 1876.

THOMSON and TAIT, *Natural Philosophy* (1883), vol. II, p. 351 e seguenti.

Il teorema di cui si trattò più sopra è dato anche da GÜNTHER, a p. 203 del volume primo del suo *Lehrbuch der Geophysik und Physikalischen Geographie;* nonchè a p. 444 del suo *Handbuch der Mathematischen Geographie* (1890).

La durata dello splendere del Sole sull'orizzonte di Torino;

Nota del Dott. GIOVANNI BATTISTA RIZZO
Assistente all'Osservatorio della R. Università di Torino.

La radiazione solare è la prima cagione dei fenomeni meteorologici, perciò questi diventano più chiari e se ne possono più razionalmente studiare le variazioni quando si studiano in relazione colla radiazione medesima.

Per la conoscenza esatta della quantità di energia che il sole irradia sopra una regione, in un determinato periodo di tempo, sarebbe necessario uno strumento che di istante in istante, senza interruzione, registrasse la quantità di calore raccolto da una superficie assorbente: tuttavia si possono già ottenere dei risultati importanti per la spiegazione dei fenomeni meteorologici più comuni determinando per quanto tempo il sole risplende sull'orizzonte nelle diverse ore del giorno e nei varî periodi dell'anno.

Per registrare lo splendere del sole si adopera uno strumento chiamato *eliofanometro*. Questo è formato da una lente sferica, dietro la quale si dispone, perpendicolarmente al meridiano, una striscia di carta in tale posizione che, cadendovi sopra l'immagine del sole, la faccia annerire o la bruci nel punto colpito. Se il sole risplendesse senza interruzione, l'immagine descriverebbe un arco di circonferenza (trascurando la piccola variazione del sole in declinazione) con una velocità di 15° all'ora. Resta perciò molto facile determinare per quanto tempo risplende il sole esaminando la porzione di carta annerita che corrisponde alle diverse ore della giornata.

I risultati contenuti in questa nota sono dedotti dalle determinazioni fatte dall'anno 1890 al 1895 e sono raccolti nelle tavole seguenti, che dànno per ogni decade il numero medio dei minuti in cui il sole risplende nelle diverse ore del giorno e poi la durata totale A dello splendere del sole nella giornata. A questi numeri è aggiunto il rapporto fra la durata dello splendere del sole e quella del tempo B in cui il sole rimane sull'orizzonte.

(Tempo vero locale)

DECADE		Ora del nascere del Sole	4-5h	5-6h	6-7h	7-8h	8-9h	9-10h	10-11h	11-1
Gennaio	1	7h 34m					2.2	7.0	8.9	10.
	2	7 27					0.7	2.0	3.6	9.
	3	7 15				0.6	6.1	10.0	14.2	17.
Febbraio	4	7 3				1.0	9.2	10.8	13.2	17.
	5	6 49				4.4	15.3	18.2	21.7	25.
	6	6 34				3.2	11.1	15.3	17.5	19.
Marzo	7	6 19			1.1	16.1	20.3	26.6	29.6	33.
	8	6 4			1.4	12.2	18.8	23.7	23.8	25.
	9	5 47			3.9	21.5	31.1	35.2	36.2	38.
Aprile	10	5 31			2.8	19.7	28.5	31.4	33.8	33.
	11	5 16			7.1	19.9	24.3	26.6	29.7	28.
	12	5 1		0.8	10.5	21.9	28.3	28.8	30.1	27.
Maggio	13	4 47			2.0	15.8	19.9	24.7	24.3	26.
	14	4 35		1.3	11.7	25.8	34.2	39.8	38.9	39.
	15	4 25		0.9	9.8	20.1	23.9	28.7	27.7	29.
Giugno	16	4 17		2.9	16.1	23.7	29.8	31.5	34.2	31.
	17	4 13		6.0	20.2	28.9	29.9	33.8	31.8	35.
	18	4 13		3.7	22.4	36.1	35.4	38.8	40.5	43.
Luglio	19	4 16		3.4	21.3	32.6	37.9	41.9	42.7	40.
	20	4 23		3.5	21.7	29.0	35.5	39.8	40.7	36.
	21	4 33		1.3	15.7	27.7	35.7	42.9	44.2	41.
Agosto	22	4 45		0.7	15.0	27.9	34.6	41.2	43.4	40.
	23	4 59			13.5	27.8	37.1	43.4	47.9	48.
	24	5 15			8.5	30.6	40.8	44.5	38.3	45.
Settembre	25	5 30			4.5	21.3	33.5	44.1	45.4	45.
	26	5 45			1.9	15.1	24.7	27.7	29.8	31.
	27	6 1			0.3	10.6	21.0	24.7	29.5	35.
Ottobre	28	6 16				5.2	11.9	15.8	20.1	24.
	29	6 32			0.1	8.3	18.7	22.6	26.6	30.
	30	6 48				1.8	7.1	11.9	15.2	20.
Novembre	31	7 2				1.0	5.9	8.9	13.3	15
	32	7 15				1.1	4.4	4.7	5.4	10.
	33	7 26					1.7	3.8	8.6	10
Dicembre	34	7 34				0.4	3.1	10.5	15.9	20
	35	7 38					2.9	8.9	15.7	18
	36	7 39					0.3	4.2	11.9	14

2-13h	13-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h	18-19h	19-20h	Ora del tramonto del Sole	A	B	$\frac{A}{B}$
1.3	14.0	14.5	9.7	0.4				16h 26m	1h 18m	8h 52m	0.146
9.8	11.9	10.9	5.2	0.2				16 34	0 54	9 7	0.097
0.8	23.0	24.3	17.4	5.2				16 45	2 21	9 30	0.247
4.0	25.3	25.8	26.7	13.3				16 57	2 47	9 54	0.281
3.8	27.5	30.8	32.8	21.9	1.7			17 10	3 43	10 21	0.359
0.9	20.7	19.2	19.3	17.7	5.2			17 25	2 49	10 51	0.259
5.9	38.0	39.0	36.3	34.1	10.8			17 42	5 21	11 23	0.470
5.7	25.8	26.6	25.4	21.2	8.0			17 57	3 58	11 53	0.333
1.4	40.6	39.5	38.3	32.8	10.2	0.1		18 13	6 9	12 26	0.501
7.6	41.5	40.0	38.0	27.4	7.2	0.1		18 29	5 42	12 58	0.440
7.8	28.3	31.6	30.6	22.0	9.6	0.2		18 45	4 45	13 29	0.352
8.5	29.7	27.3	26.3	23.2	14.9	1.2		19 00	4 58	13 59	0.355
7.2	25.3	23.8	24.6	22.2	11.0	0.5		19 13	4 8	14 26	0.286
7.1	33.8	32.7	33.3	26.3	13.2	1.0		19 26	6 9	14 51	0.414
7.3	25.9	24.9	24.9	22.7	12.2	1.2		19 36	4 40	15 11	0.307
6.8	28.7	27.1	24.9	24.6	20.0	4.1		19 43	5 26	15 26	0.352
3.0	33.8	29.7	31.3	29.1	27.3	7.1		19 46	6 18	15 33	0.405
7.7	34.4	31.3	30.2	31.5	26.3	5.6		19 46	6 57	15 33	0.447
9.2	37.4	33.9	29.7	28.1	25.3	2.2		19 43	6 56	15 27	0.449
3.0	29.0	29.7	29.2	26.7	23.8	5.9		19 37	6 24	15 14	0.420
2.3	41.0	33.9	33.6	29.8	24.2	2.3		19 26	6 57	14 53	0.466
9.5	38.5	34.7	35.9	32.5	21.9	3.2		19 13	6 49	14 28	0.471
6.3	41.8	40.1	39.7	35.1	23.0	2.6		18 59	7 27	14 0	0.532
5.1	42.1	41.8	39.3	38.2	22.2	1.0		18 45	7 18	13 30	0.540
3.6	41.8	39.2	42.7	36.4	16.1			18 28	6 54	12 58	0.532
2.0	32.3	29.5	29.1	26.2	7.8			18 14	4 48	12 29	0.390
7.5	34.4	30.7	33.2	25.7	2.2			17 58	4 45	11 57	0.397
8.5	26.4	23.8	19.6	17.7	0.5			17 42	3 14	11 26	0.282
0.9	32.6	32.8	32.6	19.1	0.9			17 26	4 15	10 54	0.390
2.3	26.2	23.2	18.8	8.2				17 11	2 35	10 23	0.248
18.2	20.7	19.9	17.2	3.7				16 56	2 4	9 54	0.209
14.7	17.3	15.7	10.8	1.2				16 43	1 26	9 28	0.151
12.5	14.7	15.6	7.7	0.5				16 34	1 15	9 8	0.137
20.4	23.9	20.1	7.6	0.5				16 26	2 3	8 52	0.231
21.1	22.7	21.1	10.2					16 22	2 1	8 44	0.231
16.8	18.6	16.2	7.2	0.1				16 21	1 30	8 42	0.172

Di qui si vede primieramente che nel periodo di un anno le ore di Sole non sono sempre ugualmente distribuite prima e dopo il mezzogiorno vero. E siccome queste variazioni si collegano colle più notevoli proprietà climatologiche di Torino, così, perchè riescano più evidenti, nella tavola I sono rappresentate le variazioni giornaliere dello splendere del Sole in alcuni mesi scelti ad esempio.

Nell'inverno il Sole risplende poco nelle ore mattutine, sopratutto a cagione della nebbia, e poi il cielo si va rasserenando nel pomeriggio. Nell'estate invece il cielo è più sereno nel mattino e il Sole raggiunge una massima durata di splendore fra le 8^h e le 9^h, per diminuire un poco in seguito e per raggiungere poi il massimo fra le 10^h e le 11^h.

La durata dello splendere del Sole in un giorno dipende naturalmente dalla stagione, ossia dalla declinazione solare che determina il tempo in cui il Sole rimane sull'orizzonte (1). Ma le particolari condizioni meteorologiche di una regione, le quali mutano in modo molto vario, fanno sì che il cielo sia talora coperto di nubi e perciò la massima e la minima durata dell'effettivo risplendere del sole non coincide con la massima e con la minima durata del sole medesimo sull'orizzonte. Anzi lo studio di queste variazioni dello splendere del Sole può servire a determinare la legge colla quale variano parecchie altre condizioni climatologiche, come sarebbero l'umidità dell'aria, la nebulosità, ecc.

La tavola seguente riassume quella che precede e indica per ogni decade dell'anno (*a*) la media durata del Sole sull'orizzonte di Torino in un giorno; (*b*) il numero medio delle ore in cui il Sole risplende, secondo le osservazioni fatte dal 1890 al 1895; (*c*) questo numero medesimo, quale risulterebbe per ciascuna decade calcolandolo con la formola periodica di cui dirò in seguito, e per ultimo (*d*) il rapporto fra il tempo in cui splende il Sole in un giorno e la durata di esso sull'orizzonte, rapporto che si può chiamare *durata relativa* dello splendere del Sole.

---

(1) Vi sono delle formole semplici, date dall'Astronomia sferica, che permettono di calcolare la durata giornaliera del sole sull'orizzonte ad ogni latitudine e per ogni valore della declinazione solare: i dati contenuti in questa nota sono estratti dalle *Effemeridi* calcolate dal Dott. V. Balbi.

DECADE		Durata del Sole sull'orizzonte (a)	Ore di Sole osservate (b)	Ore calcolate (c)	Durata relativa dello splender del Sole (d)
Gennaio . . .	1	$8^h\ 52^m$	$1^h\ 18^m$	$1^h\ 55^m.0$	0.216
	2	9 7	0 54	2 11.7	.241
	3	9 30	2 21	2 33.8	.270
Febbraio . .	4	9 54	2 47	2 56.1	.296
	5	10 21	3 43	3 18.1	.319
	6	10 51	2 49	3 39.6	.337
Marzo	7	11 23	5 21	4 1.7	.354
	8	11 53	3 58	4 26.0	.372
	9	12 26	6 9	4 49.4	.393
Aprile	10	12 58	5 42	5 8.7	.397
	11	13 29	4 45	5 21.9	.398
	12	13 59	4 58	5 29.7	.393
Maggio . . .	13	14 26	4 8	5 26.9	.377
	14	14 51	6 9	5 32.8	.374
	15	15 11	4 40	5 32.7	.365
Giugno . . .	16	15 26	5 26	5 35.9	.362
	17	15 33	6 18	5 43.8	.368
	18	15 33	6 57	5 51.6	.377
Luglio . . .	19	15 27	6 56	6 15.9	.405
	20	15 14	6 24	6 36.4	.434
	21	14 53	6 57	6 56.2	.466
Agosto . . .	22	14 28	6 49	7 8.8	.494
	23	14 00	7 27	7 10.3	.512
	24	13 30	7 18	6 57.3	.515
Settembre .	25	12 58	6 54	6 28.8	.500
	26	12 29	4 48	5 50.7	.474
	27	11 57	4 45	4 59.8	.418
Ottobre . . .	28	11 26	3 14	4 6.8	.360
	29	10 54	4 15	3 15.1	.298
	30	10 23	2 35	2 26.5	.235
Novembre .	31	9 54	2 4	1 44.5	.176
	32	9 28	1 26	1 24.6	.149
	33	9 8	1 15	1 17.2	.141
Dicembre . .	34	8 52	2 3	1 16.6	.144
	35	8 44	2 1	1 24.1	.161
	36	8 42	1 30	1 37.8	.187

I numeri della colonna (*b*) che esprimono il tempo per cui splende effettivamente il Sole in un giorno sono dedotti dalle osservazioni fatte in una breve serie di anni e perciò serbano le tracce di variazioni dovute a cause puramente accidentali e non possono esprimere la vera legge colle quali varia la durata dello splendere del Sole. Tuttavia questi numeri servono a determinare una formola periodica che rappresenta la legge medesima con sufficiente esattezza: e si trova così che la durata S dello splendere del Sole in un giorno determinato dall'arco z, nel periodo di un anno, si può esprimere con la formola:

$$\begin{aligned} S = 4^h\,21^m{,}81 &- 2^h\,30^m{,}39 \cos z &+ 0^h,\,10^m{,}59 \operatorname{sen} z \\ &- 0\quad 24{,}13 \cos 2z &+ 0\quad 51{,}65 \operatorname{sen} 2z \\ &- 0\quad 5{,}94 \cos 3z &- 0\quad 18{,}84 \operatorname{sen} 3z \end{aligned}$$

oppure:

$$\begin{aligned} S = 4^h\,21^m{,}81 &+ 2^h\,30^m{,}77 \operatorname{sen} (274^\circ\ 01' + z) \\ &+ 0\quad 57{,}01 \operatorname{sen} (334\quad 58 + 2z) \\ &+ 0\quad 19{,}75 \operatorname{sen} (107\quad 30 + 3z). \end{aligned}$$

Con queste formole sono calcolati i numeri della colonna (*c*) nella tavola precedente.

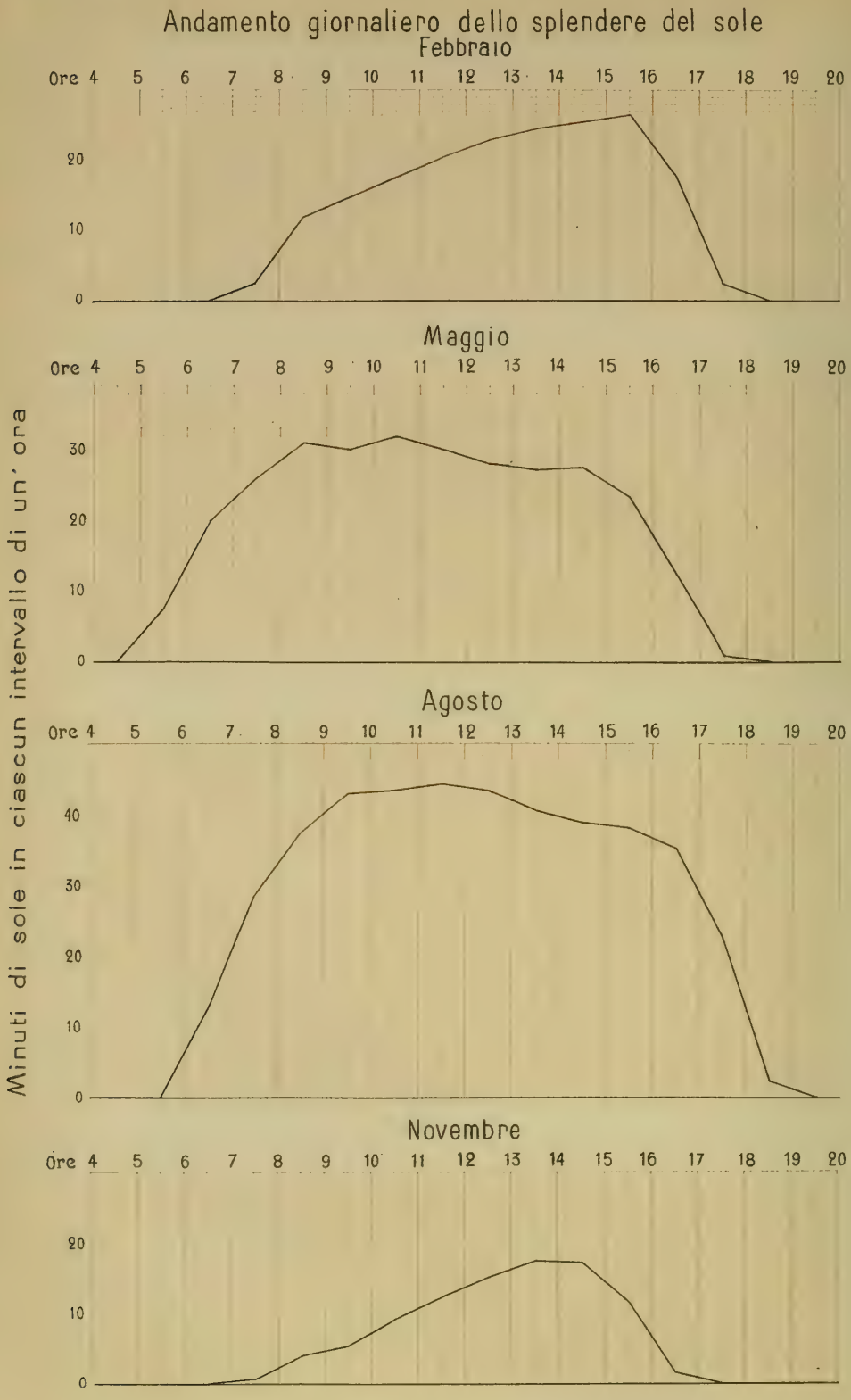
Per rendere più evidenti le variazioni dello splendere del Sole nel periodo annuo si sono costruiti i diagrammi della tavola II coi numeri contenuti nella tavola precedente.

La durata totale dello splendere del Sole in un giorno sull'orizzonte di Torino è minima tra la fine di novembre e il principio di dicembre, e aumenta rapidamente nei mesi di febbraio e di marzo. Sul finire di aprile e nel mese di maggio vi ha una nuova diminuzione che coincide col nostro periodo principale delle pioggie: e cresce poscia rapidamente fino a raggiungere il suo massimo annuale nel mese di agosto.

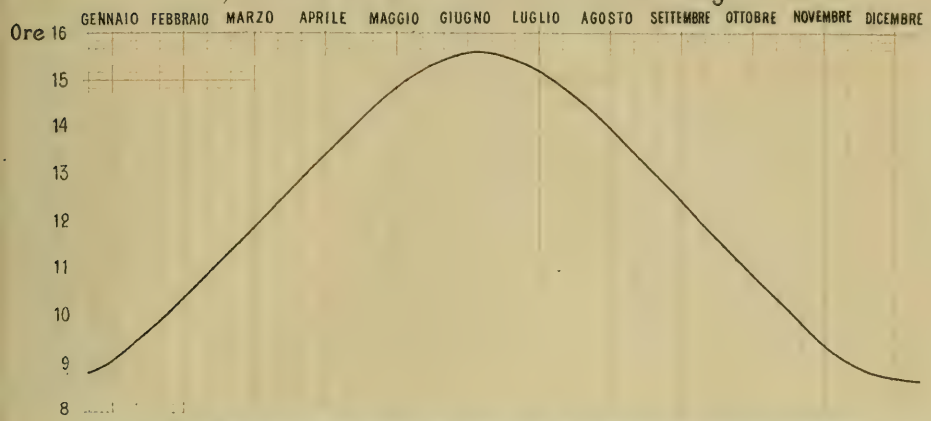
Il minimo della durata relativa dello splendere del Sole cade anch'esso fra il novembre e il dicembre in coincidenza col periodo delle maggiori nebbie; in maggio vi ha un altro minimo notevole e il massimo principale si ha sul finire di agosto.

È utile di confrontare la durata relativa dello splendere del Sole a Torino con quello di alcune altre città il clima delle

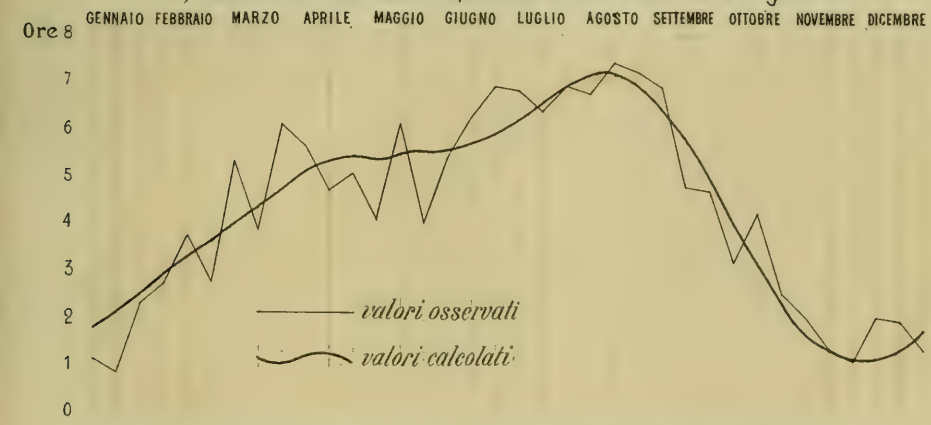
G.B.RIZZO · La durata dello splendere del sole sull'orizzonte di Torino



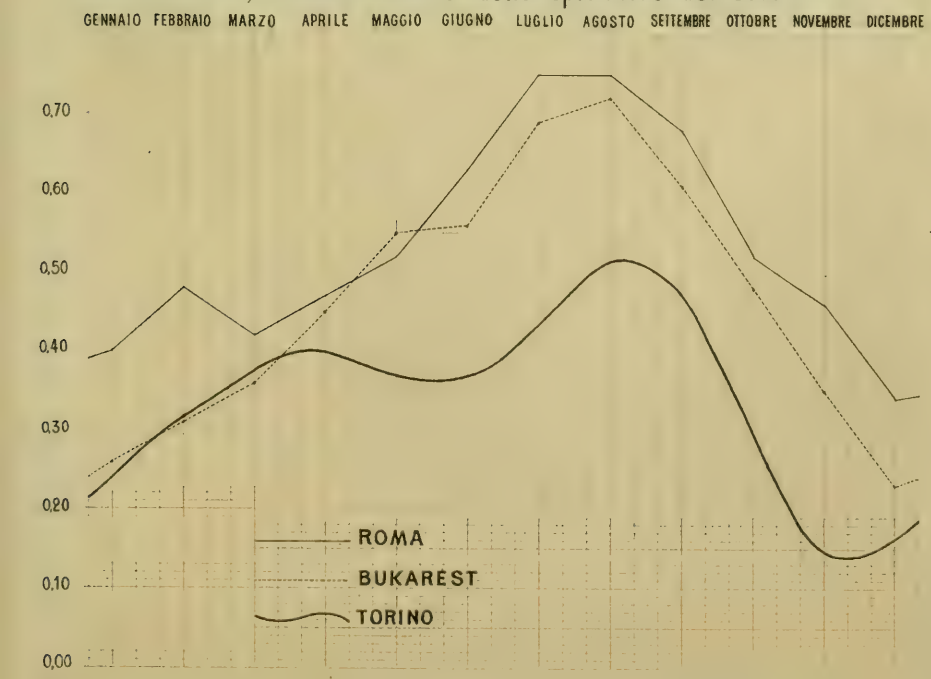
A). Durata del sole sull'orizzonte in un giorno



B). Media durata dello splendere del sole in un giorno



C). Durata relativa dello splendere del sole



quali è ben noto; e la tabella seguente contiene questi dati per Torino, Roma (1), Pietroburgo (2) e Bukarest (3).

	Torino	Roma	Pietroburgo	Bukarest
Gennaio	0.242	0.40	0.16	0.26
Febbraio	0.317	0.48	0.28	0.31
Marzo	0.373	0.42	0.36	0.36
Aprile	0.396	0.47	0.45	0.45
Maggio	0.372	0.52	0.46	0.55
Giugno	0.369	0.63	0.52	0.56
Luglio	0.435	0.75	0.49	0.69
Agosto	0.507	0.75	0.43	0.72
Settembre	0.464	0.61	0.37	0.61
Ottobre	0.298	0.52	0.23	0.48
Novembre	0.155	0.46	0.11	0.35
Dicembre	0.164	0.39	0.10	0.22

Di qui si vede che la durata dello splendere del Sole a Torino è molto breve, specialmente nell'estate, rispetto a quella che si ha altrove. E questo fatto che è dovuto alle nubi le quali occupano con grande insistenza la valle superiore del Po, dimostra quanto sia abbondante il vapor acqueo che quivi si raccoglie e spiega una delle più notevoli particolarità del clima di Torino, che è quella di avere la massima temperatura giornaliera notevolmente dopo l'ora ordinaria del massimo.

(1) P. Tacchini, " Rend. della R. Accademia dei Lincei „, vol. V, fasc. 5°, pp. 139, 1896.

(2) J. Schukewitsch, " Rep. für Meteorologie „, XVII, 1894.

(3) St-H. Hepites, " Meteorologische Zeitschrift „, XII, pag. 116, 1896.

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1897

calcolate dal Dott. VITTORIO BALBI

Assistente all'Osservatorio della R. Università.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO

PER L'ANNO 1897.

Anno 6610 del periodo Giuliano.

Anno 2650 della fondazione di Roma (secondo Varrone).

Anno 1897 del Calendario Gregoriano stabilito nell'Ottobre 1582; comincia il Venerdì 1° Gennaio.

Anno 1897 del Calendario Giuliano o Russo; comincia 12 giorni più tardi, il Mercoledì 13 Gennaio.

Anno 5657 dell'Era degli Ebrei; comincia il Martedì 8 Settembre 1895 e l'anno 5658 comincia il Lunedì 27 Settembre 1897.

Anno 1314 dell'Egira, calendario Turco; comincia il Venerdì 12 Giugno 1896 e l'anno 1315 comincia il Mercoledì 2 Giugno 1897, seguendo l'uso di Costantinopoli.

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	17
Epatta	26
Ciclo Solare	2
Indizione Romana . . .	10
Lettera Domenicale . .	C

Quattro Tempora.

Marzo . . .	10, 12 e 13
Giugno . . .	9, 11 e 12
Settembre . .	15, 17 e 18
Dicembre . .	15, 17 e 18

Feste Mobili.

Settuagesima	14 Febbraio
Ceneri.	3 Marzo
Pasqua	18 Aprile
Rogazioni	24, 25 e 26 Maggio
Ascensione	27 Maggio
Pentecoste	6 Giugno
SS. Trinità	13 Giugno
Corpus Domini.	17 Giugno
I Domenica dell'Avvento .	28 Novembre

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera . . .	20 Marzo	ore	9,	min.	16
Estate	21 Giugno	„	5	„	23
Autunno . . .	22 Settembre	„	19	„	49
Inverno	21 Dicembre	„	14	„	13.

Gennaio 1897.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
1	1	V	8 10	12 33 12,95	16 56	6 42	10 44,9	14 47	28
2	2	S	10	33 41,06	57	7 45	11 48,1	15 53	29
3	3	**D**	10	34 8,81	58	8 26	12 48,8	17 8	1
4	4	L	9	34 36,16	59	9 13	13 45,4	18 25	2
5	5	M	9	35 3,07	17 0	9 43	14 36,7	19 40	3
6	6	M	9	35 29,51	1	10 6	15 23,4	20 52	4
7	7	G	9	35 55,45	2	10 25	16 6,9	22 0	5
8	8	V	9	36 20,87	3	10 43	16 48,1	23 5	6
9	9	S	9	36 45,72	4	11 0	17 28,4	— —	7
10	10	**D**	8	37 10,00	6	11 17	18 9,0	0 9	8
11	11	L	8	37 33,67	7	11 36	18 51,0	1 14	9
12	12	M	7	37 56,71	8	12 0	19 35,3	2 18	10
13	13	M	7	38 19,11	9	12 27	20 22,5	3 24	11
14	14	G	6	38 40,83	10	13 2	21 12,9	4 29	12
15	15	V	6	39 1,88	12	13 47	22 6,8	5 30	13
16	16	S	5	39 22,22	13	14 41	23 0,7	6 27	14
17	17	**D**	5	39 42,86	14	15 46	23 55,4	7 15	15
18	18	L	4	40 0,77	16	16 57	— —	7 55	16
19	19	M	3	40 18,95	17	18 12	0 48,9	8 27	17
20	20	M	3	40 36,38	18	19 28	1 40,2	8 54	18
21	21	G	2	40 53,05	20	20 43	2 29,4	9 16	19
22	22	V	1	41 8,97	21	21 59	3 17,3	9 37	20
23	23	S	0	41 24,12	22	22 25	4 4,7	9 57	21
24	24	**D**	7 59	41 38,50	24	— —	4 53,0	10 19	22
25	25	L	58	41 52,11	25	0 33	5 43,2	10 43	23
26	26	M	57	42 4,93	27	1 52	6 36,6	11 12	24
27	27	M	57	42 16,95	28	3 12	7 33,5	11 50	25
28	28	G	56	42 28,19	29	4 28	8 33,7	12 37	26
29	29	V	54	42 38,62	31	5 34	9 35,2	13 37	27
30	30	S	53	42 48,24	32	6 28	10 35,5	14 47	28
31	31	**D**	52	42 57,05	34	7 10	11 32,7	16 2	29

Fasi della Luna.

3 Luna nuova alle $7^h\ 3^m$

10 Primo quarto „ $22^h\ 46^m$

18 Luna piena „ $21^h\ 17^m$

25 Ultimo quarto „ $21^h\ 9^m$

Il giorno nel mese cresce di $0^h\ 56^m$

11 La Luna è in Apogeo alle 21^h

25 Id. Perigeo „ 15^h

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 19 alle ore 19 min. 7.

Febbraio 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
32	1	L	7 51	12 43 5,05	17 35	7 42	12 25,6	17 18		30
33	2	M	50	43 12,22	37	8 7	13 14,2	18 31		1
34	3	M	49	43 18,58	38	8 28	13 59,3	19 42		2
35	4	G	47	43 24,12	39	8 47	14 41,7	20 48		3
36	5	V	46	43 28,83	41	9 4	15 22,8	21 54		4
37	6	S	45	43 32,71	42	9 22	16 3,7	22 58		5
38	7	**D**	44	43 35,77	44	9 40	16 45,3	——		6
39	8	L	42	43 38,03	45	10 1	17 28,5	0 4		7
40	9	M	41	43 39,48	47	10 27	18 14,3	1 8		8
41	10	M	39	43 40,12	48	10 58	19 2,8	2 13		9
42	11	G	38	43 39,98	49	11 37	19 54,3	3 16		10
43	12	V	37	43 39,06	51	12 27	20 47,7	4 15		11
44	13	S	35	43 37,36	52	13 26	21 42,1	5 6		12
45	14	**D**	33	43 34,91	54	14 45	22 36,2	5 49		13
46	15	L	32	43 31,73	55	15 48	23 28,8	6 25		14
47	16	M	30	43 27,81	57	17 5	——	6 54		15
48	17	M	29	43 23,19	58	18 23	0 19,8	7 19		16
49	18	G	27	43 17,86	59	19 40	1 9,4	7 41		17
50	19	V	26	43 11,87	18 1	20 59	1 58,3	8 2		18
51	20	S	24	43 5,21	2	22 19	2 47,6	8 24		19
52	21	**D**	22	42 57,92	4	23 40	3 38,6	8 47		20
53	22	L	21	42 50,01	5	——	4 32,2	9 15		21
54	23	M	19	42 41,49	7	1 1	5 28,9	9 50		22
55	24	M	17	42 32,39	8	2 19	6 28,2	10 35		23
56	25	G	15	42 22,72	10	3 27	7 28,9	11 30		24
57	26	V	14	42 12,50	11	4 25	8 28,8	12 36		25
58	27	S	12	42 1,75	12	5 9	9 26,0	13 48		26
59	28	**D**	10	41 50,47	14	5 44	9 19,2	15 3		27

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle $21^h\ 13^m$

9 Primo quarto „ $20^h\ 25^m$

17 Luna piena „ $11^h\ 11^m$

24 Ultimo quarto „ $4^h\ 44^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 22^m$

8 La Luna è in Apogeo alle 19^h
20 Id. Perigeo „ 14^h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 18 alle ore 9 min. 37.

Marzo 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
60	1	L	7 9	12 41 38,69	18 15	6 11	11 8,3	16 16		28
61	2	M	7	41 26,41	17	6 32	11 53,9	17 26		29
62	3	M	5	41 13,66	18	6 52	12 36,9	18 34		30
63	4	G	3	41 0,45	19	7 9	13 18,3	19 39		1
64	5	V	1	40 46,79	21	7 26	13 59,2	20 45		2
65	6	S	0	40 32,70	22	7 45	14 40,6	21 49		3
66	7	**D**	6 58	40 18,19	23	8 5	15 23,3	22 55		4
67	8	L	56	40 3,29	24	8 29	16 8,0	23 59		5
68	9	M	54	39 48,01	26	8 58	16 55,2	——		6
69	10	M	52	39 32,38	27	9 33	17 44,8	1 2		7
70	11	G	51	39 16,40	28	10 18	18 36,7	2 2		8
71	12	V	49	39 0,09	30	11 12	19 29,7	2 56		9
72	13	S	47	38 43,50	31	12 15	20 22,8	3 41		10
73	14	**D**	45	38 26,61	32	13 24	21 15,1	4 20		11
74	15	L	43	38 9,48	34	14 39	22 6,2	4 52		12
75	16	M	41	37 52,10	35	15 55	22 56,2	5 18		13
76	17	M	39	37 34,52	36	17 13	23 45,7	5 44		14
77	18	G	37	37 16,74	38	18 33	——	6 4		15
78	19	V	36	36 58,80	39	19 54	0 35,8	6 25		16
79	20	S	34	36 40,72	40	21 17	1 27,5	6 49		17
80	21	**D**	32	36 22,52	41	22 42	2 21,8	7 16		18
81	22	L	30	36 4,23	43	——	3 19,3	7 49		19
82	23	M	29	35 45,87	44	0 4	4 19,9	8 32		20
83	24	M	26	35 27,47	45	1 18	5 22,0	9 24		21
84	25	G	24	35 9,05	46	2 20	6 23,0	10 29		22
85	26	V	22	34 50,63	48	3 9	7 21,9	11 40		23
86	27	S	21	34 32,23	49	3 46	8 16,1	12 54		24
87	28	**D**	19	34 13,87	50	4 14	9 5,9	14 6		25
88	29	L	17	33 55,56	52	4 38	9 51,9	15 16		26
89	30	M	15	33 37,33	53	4 58	10 35,0	16 23		27
90	31	M	13	33 19,18	54	5 16	11 16,4	17 28		28

Fasi della Luna.

3 Luna nuova alle 12^h 56^m

11 Primo quarto „ 16^h 28^m

18 Luna piena „ 22^h 28^m

25 Ultimo quarto „ 13^h 0^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

8 La Luna è in Apogeo alle 14^h

20 Id. Perigeo „ 13^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 20 alle ore 9 min. 16.

Aprile 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
91	1	G	6 11	12 33 1,13	18 55	5 33	11 57,1	18 32		29
92	2	V	9	32 43,21	57	5 51	12 38,0	19 38		1
93	3	S	7	32 25,42	58	6 11	13 20,2	20 47		2
94	4	**D**	6	32 7,79	59	6 33	14 4,1	21 48		3
95	5	L	4	31 50,32	19 0	6 59	14 50,4	22 52		4
96	6	M	2	31 33,04	2	7 33	15 39,0	23 52		5
97	7	M	0	31 15,94	3	8 13	16 29,6	——		6
98	8	G	5 58	30 59,07	4	9 4	17 21,4	0 48		7
99	9	V	56	30 42,43	6	10 1	18 13,3	1 36		8
100	10	S	55	30 26,04	7	11 7	19 4,5	2 16		9
101	11	**D**	53	30 9,91	8	12 9	19 54,6	2 49		10
102	12	L	51	29 54,07	9	13 41	20 43,7	3 17		11
103	13	M	49	29 38,51	11	14 46	21 32,2	3 52		12
104	14	M	47	29 23,27	12	16 3	22 21,1	4 4		13
105	15	G	46	29 8,36	13	17 23	23 11,7	4 25		14
106	16	V	44	28 53,80	14	18 46	——	4 48		15
107	17	S	42	28 39,61	16	20 11	0 5,0	5 13		16
108	18	**D**	41	28 25,81	17	21 37	1 2,3	5 44		17
109	19	L	39	28 12,41	18	22 59	2 3,5	6 24		18
110	20	M	37	27 59,44	19	——	3 7,5	7 14		19
111	21	M	35	27 46,92	21	0 8	4 11,8	8 17		20
112	22	G	34	27 34,86	22	1 4	5 13,6	9 28		21
113	23	V	32	27 23,27	23	1 46	6 10,9	10 43		22
114	24	S	31	27 12,17	24	2 18	7 3,0	11 57		23
115	25	**D**	29	27 1,59	26	2 42	7 50,4	13 8		24
116	26	L	27	26 51,48	27	3 4	8 34,5	14 16		25
117	27	M	26	26 41,90	28	3 22	9 16,2	15 21		26
118	28	M	24	26 32,85	29	3 39	9 56,6	16 26		27
119	29	G	23	26 24,33	30	3 57	10 37,2	17 30		28
120	30	V	21	26 16,33	32	4 17	11 18,7	18 34		29

Fasi della Luna.

2 Luna nuova alle 5^h 24^m

10 Primo quarto „ 9^h 27^m

17 Luna piena „ 7^h 25^m

23 Ultimo quarto „ 22^h 48^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 30^m

5 La Luna è in Apogeo alle 3^h

17 Id. Perigeo „ 22^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 19 alle ore 21 min. 7.

Maggio 1897.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	S	5 20	12 26 8,87	19 33	4 38	12 1,9	19 39	30
122	2	**D**	18	26 1,96	34	5 3	12 47,4	20 43	1
123	3	L	17	25 55,60	35	5 34	13 35,3	21 45	2
124	4	M	15	25 49,79	37	6 13	14 25,4	22 42	3
125	5	M	14	25 44,54	38	7 0	15 16,7	23 32	4
126	6	G	12	25 39,82	39	7 55	16 8,2	——	5
127	7	V	11	25 35,67	40	8 57	16 58,9	0 15	6
128	8	S	10	25 31,97	42	10 5	17 48,3	0 50	7
129	9	**D**	9	25 29,02	43	11 15	18 36,2	1 18	8
130	10	L	7	25 26,53	44	12 27	19 23,2	1 43	9
131	11	M	6	25 24,59	45	13 41	20 10,1	2 5	10
132	12	M	5	25 23,22	46	14 56	20 58,1	2 26	11
133	13	G	3	25 21,98	48	16 15	21 48,8	2 47	12
134	14	V	2	25 22,12	49	17 38	22 43,2	3 11	13
135	15	S	1	25 22,41	50	19 3	23 42,3	3 39	14
136	16	**D**	0	25 23,26	51	20 29	——	4 13	15
137	17	L	4 59	25 24,66	52	21 46	0 45,8	4 58	16
138	18	M	58	25 26,64	53	22 50	1 51,9	5 57	17
139	19	M	57	25 29,18	54	23 40	2 57,2	7 6	18
140	20	G	56	25 32,28	55	——	3 58,7	8 24	19
141	21	V	55	25 35,93	56	0 16	4 54,9	9 41	20
142	22	S	54	25 40,13	58	0 45	5 45,6	10 55	21
143	23	**D**	53	25 44,79	59	1 7	6 31,7	12 6	22
144	24	L	52	25 50,18	20 0	1 27	7 14,7	13 13	23
145	25	M	51	25 55,90	1	1 45	7 55,9	14 18	24
146	26	M	51	26 2,31	2	2 3	8 36,5	15 22	25
147	27	G	50	26 9,13	3	2 22	9 17,6	16 26	26
148	28	V	49	26 16,43	3	2 43	10 0,2	17 31	27
149	29	S	49	26 24,20	4	3 7	10 44,9	18 35	28
150	30	**D**	48	26 32,41	5	3 36	11 32,2	19 38	29
151	31	L	47	26 41,06	6	4 13	12 21,7	20 37	30

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle $21^h\ 46^m$
9 Primo quarto „ $22^h\ 37^m$
16 Luna piena „ $14^h\ 55^m$
23 Ultimo quarto „ $10^h\ 35^m$
31 Luna nuova „ $13^h\ 26^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 8^m$

2 La Luna è in Apogeo alle 8^h
16 Id. Perigeo „ 8^h
29 Id. Apogeo „ 12^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 20 ad ore 21 min. 0.

Giugno 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE						Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA			
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta	
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	M	4 47	12 26 50,11	20 7	4 57	13 13,0	21 29	1
153	2	M	46	26 59,56	8	5 50	14 4,8	22 14	2
154	3	G	46	27 9,29	9	6 51	14 55,9	22 51	3
155	4	V	45	27 19,55	9	7 57	15 45,5	23 21	4
156	5	S	45	27 30,04	10	9 6	16 33,3	23 47	5
157	6	**D**	44	27 40,84	11	10 17	17 19,6	——	6
158	7	L	44	27 51,92	11	11 27	18 5,2	0 9	7
159	8	M	44	28 3,26	12	12 40	18 51,2	0 30	8
160	9	M	43	28 14,84	13	13 54	19 38,8	0 49	9
161	10	G	43	28 26,64	13	15 12	20 29,7	1 11	10
162	11	V	43	28 38,64	14	16 34	21 24,8	1 36	11
163	12	S	43	28 50,82	14	17 58	22 24,9	2 6	12
164	13	**D**	43	29 3,16	15	19 19	23 29,2	2 46	13
165	14	L	43	29 15,63	15	20 30	——	3 36	14
166	15	M	43	29 28,25	16	21 28	0 35,4	4 42	15
167	16	M	43	29 40,98	16	22 11	1 40,0	5 57	16
168	17	G	43	29 53,80	17	22 43	2 40,1	7 17	17
169	18	V	43	30 6,68	17	23 9	3 34,8	8 35	18
170	19	S	43	30 19,63	17	23 31	4 24,3	9 49	19
171	20	**D**	43	30 32,61	18	23 50	5 9,7	10 59	20
172	21	L	43	30 45,60	18	——	5 52,5	12 7	21
173	22	M	44	30 58,57	18	0 8	6 33,9	13 12	22
174	23	M	44	31 11,51	18	0 27	7 15,2	14 16	23
175	24	G	44	31 24,39	18	0 47	7 57,5	15 21	24
176	25	V	44	31 37,17	18	1 9	8 41,5	16 26	25
177	26	S	45	31 49,84	18	1 37	9 28,0	17 30	26
178	27	**D**	45	32 2,37	18	2 11	10 16,9	18 29	27
179	28	L	46	32 14,74	18	2 53	11 7,9	19 25	28
180	29	M	46	32 26,91	18	3 44	11 59,9	20 12	29
181	30	M	47	32 38,88	18	4 43	12 51,8	20 52	1

Fasi della Luna.

8 Primo quarto alle 8^h 3^m

14 Luna piena „ 22^h 2^m

22 Ultimo quarto „ 0^h 24^m

30 Luna nuova „ 3^h 55^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 12^m

13 La Luna è in Perigeo alle 17^h

25 Id. Apogeo „ 23^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 21 ad ore 5 min. 23.

Luglio 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
182	1	G	4 47	12 32 50,59	20 18	5 49	13 42,4	21 24		2
183	2	V	48	33 2,05	18	6 58	14 31,3	21 52		3
184	3	S	48	33 13,21	17	8 8	15 18,2	22 17		4
185	4	**D**	49	33 24,04	17	9 19	16 3,9	22 35		5
186	5	L	50	33 34,54	17	10 30	14 49,2	22 55		6
187	6	M	50	33 44,66	16	11 44	17 35,4	23 16		7
188	7	M	51	33 54,42	16	12 58	18 23,6	23 37		8
189	8	G	52	34 3,75	16	14 16	19 15,3	——		9
190	9	V	52	34 12,67	15	15 36	20 11,4	0 5		10
191	10	S	53	34 21,15	15	16 56	21 12,2	0 39		11
192	11	**D**	54	34 29,18	14	18 11	22 16,0	1 24		12
193	12	L	55	34 36,75	13	19 13	23 20,5	2 21		13
194	13	M	56	34 43,85	13	20 3	——	3 31		14
195	14	M	57	34 50,46	12	20 40	0 22,6	4 49		15
196	15	G	58	34 58,58	11	21 9	1 20,1	6 9		16
197	16	V	59	35 2,21	11	21 33	2 12,7	7 27		17
198	17	S	59	35 7,34	10	21 53	3 0,8	8 40		18
199	18	**D**	5 0	35 11,95	9	22 12	3 45,7	9 49		19
200	19	L	1	35 16,03	8	22 30	4 28,5	10 57		20
201	20	M	2	35 19,58	7	22 51	5 10,6	12 4		21
202	21	M	3	35 22,58	6	23 12	5 53,0	13 8		22
203	22	G	4	35 25,04	5	23 38	6 36,6	14 14		23
204	23	V	5	35 26,95	4	——	7 22,3	15 18		24
205	24	S	6	35 28,29	3	0 9	8 10,4	16 20		25
206	25	**D**	8	35 29,06	2	0 48	9 0,6	17 17		26
207	26	L	9	35 29,25	1	1 36	9 52,4	18 8		27
208	27	M	10	35 28,85	0	2 32	10 44,7	18 50		28
209	28	M	11	35 27,87	19 59	3 36	11 36,3	19 26		29
210	29	G	12	35 26,29	58	4 45	12 26,5	19 54		30
211	30	V	13	35 24,10	57	5 56	13 14,8	20 19		1
212	31	S	14	35 21,31	55	7 8	14 1,6	20 41		2

Fasi della Luna.

7 Primo quarto alle $14^h\ 32^m$

14 Luna piena „ $5^h\ 52^m$

21 Ultimo quarto „ $16^h\ 8^m$

29 Luna nuova „ $16^h\ 58^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $0^h\ 50^m$.

11 La Luna è in Perigeo alle 19^h
23 Id. Apogeo „ 16^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 22 alle ore 16 min. 17.

Agosto 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
213	1	**D**	5 15	12 35 17,89	19 54	8 21	14 47,6	21 1		3
214	2	L	16	35 13,86	53	9 33	15 33,9	21 22		4
215	3	M	17	35 9,22	52	10 55	16 21,6	21 44		5
216	4	M	18	35 3,96	50	12 4	17 11,8	22 9		6
217	5	G	20	34 58,07	49	13 23	18 5,6	22 40		7
218	6	V	21	34 51,58	48	14 42	19 3,3	23 20		8
219	7	S	22	34 44,46	46	15 57	20 4,5	——		9
220	8	**D**	23	34 36,74	45	17 3	21 7,2	0 11		10
221	9	L	25	34 28,43	43	17 56	22 8,7	1 14		11
222	10	M	26	34 19,54	42	18 37	23 7,1	2 27		12
223	11	M	27	34 10,06	40	19 9	——	3 45		13
224	12	G	28	34 0,01	39	19 34	0 1,1	5 3		14
225	13	V	29	33 49,42	37	19 56	0 50,9	6 18		15
226	14	S	31	33 38,29	36	20 16	1 37,2	7 30		16
227	15	**D**	32	33 26,63	34	20 35	2 21,4	8 39		17
228	16	L	33	33 14,46	32	20 54	3 4,2	9 47		18
229	17	M	34	33 1,79	31	21 15	3 47,0	10 53		19
230	18	M	35	32 48,62	29	21 39	4 30,3	11 59		20
231	19	G	37	32 34,98	28	22 8	5 15,7	13 4		21
232	20	V	38	32 20,87	26	22 44	6 2,9	14 7		22
233	21	S	39	32 6,32	24	23 27	6 52,2	15 6		23
234	22	**D**	40	31 51,32	22	——	7 43,2	16 0		24
235	23	L	41	31 35,88	21	0 19	8 35,0	16 45		25
236	24	M	43	31 20,04	19	1 20	9 26,8	17 23		26
237	25	M	44	31 3,80	17	2 27	10 17,5	17 55		27
238	26	G	45	30 47,17	16	3 38	11 7,0	18 21		28
239	27	V	46	30 30,16	14	4 51	11 55,0	18 45		29
240	28	S	47	30 12,79	12	6 4	12 42,2	19 7		1
241	29	**D**	49	29 55,05	10	7 18	13 29,4	19 27		2
242	30	L	50	29 36,97	8	8 34	14 17,5	19 49		3
243	31	M	51	29 18,57	6	9 51	15 8,0	20 14		4

Fasi della Luna.

5 Primo quarto alle 19^h 25^m
12 Luna piena „ 15^h 23^m
20 Ultimo quarto „ 9^h 29^m
28 Luna nuova „ 4^h 29^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 26^m.

7 La Luna è in Perigeo alle 22^h
20 Id. Apogeo „ 10^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 22 alle ore 22 min. 54.

Settembre 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
244	1	M	5 52	12 28 59,83	19 5	11 11	16 1,5	20 43		5
245	2	G	53	28 40,80	3	12 31	16 58,4	21 20		6
246	3	V	55	28 21,48	1	13 47	17 58,6	22 6		7
247	4	S	56	28 1,88	18 59	14 55	19 0,2	23 6		8
248	5	**D**	57	27 42,03	57	15 51	20 1,0	——		9
249	6	L	58	27 21,94	55	16 36	20 59.2	0 15		10
250	7	M	59	27 1,64	54	17 9	21 53,4	1 30		11
251	8	M	6 1	26 41,14	52	17 37	22 43,7	2 46		12
252	9	G	2	26 20,48	50	18 0	23 30,5	4 0		13
253	10	V	3	25 59,67	48	18 20	——	5 13		14
254	11	S	4	25 38,73	46	18 39	0 15,0	6 22		15
255	12	**D**	5	25 17,68	44	18 58	0 58,3	7 30		16
256	13	L	6	24 56,55	42	19 18	1 41,1	8 37		17
257	14	M	8	24 35,42	40	19 42	2 24,6	9 44		18
258	15	M	9	24 14,14	39	20 9	3 9,3	10 49		19
259	16	G	10	23 52,90	37	20 42	3 55,9	11 53		20
260	17	V	11	23 31,67	35	21 22	4 44,3	12 55		21
261	18	S	12	23 10,47	33	22 10	5 34,4	13 50		22
262	19	**D**	14	22 49,31	31	23 6	6 25,4	14 38		23
263	20	L	15	22 28,23	29	——	7 16,5	15 18		24
264	21	M	16	22 7,24	27	0 10	8 7,0	15 53		25
265	22	M	17	21 46,36	25	1 18	8 56,4	16 21		26
266	23	G	19	21 25,60	23	2 29	9 44,6	16 45		27
267	24	V	20	21 5,00	21	3 42	10 32,0	17 8		28
268	25	S	21	20 44,56	19	4 56	11 19,6	17 30		29
269	26	**D**	22	20 24,30	18	6 12	12 8,1	17 51		30
270	27	L	23	20 4,24	16	7 30	12 58,9	18 15		1
271	28	M	25	19 44,38	14	8 52	13 52,7	18 44		2
272	29	M	26	19 24,77	12	10 14	14 50,2	19 19		3
273	30	G	27	19 10,41	10	11 34	15 51,1	20 4		4

Fasi della Luna.

4 Primo quarto alle $0^h\ 13^m$

11 Luna piena „ $3^h\ 12^m$

19 Ultimo quarto „ $3^h\ 51^m$

26 Luna nuova „ $14^h\ 46^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 32^m$.

1 La Luna è in Perigeo alle 23^h
17 Id. Apogeo „ 6^h
29 Id. Perigeo „ 1^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 22 alle ore 19 min. 49.

Ottobre 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
274	1	V	6 28	12 18 46,28	18 8	12 46	16 53,7	21 0		5
275	2	S	30	18 27,46	6	13 47	17 55,6	22 7		6
276	3	**D**	31	18 8,93	4	14 35	18 54,7	23 21		7
277	4	L	32	17 50,72	2	15 11	19 49,7	——		8
278	5	M	33	17 32,86	1	15 40	20 40,4	0 35		9
279	6	M	35	17 15,36	17 59	16 4	21 27,4	1 50		10
280	7	G	36	16 58,25	57	16 25	22 11,9	3 2		11
281	8	V	37	16 41,54	55	16 44	22 54,8	4 10		12
282	9	S	38	16 25,26	53	17 3	23 37,2	5 18		13
283	10	**D**	40	16 9,44	52	17 23	——	6 24		14
284	11	L	41	15 54,09	50	17 45	0 20,2	7 30		15
285	12	M	42	15 39,24	48	18 11	1 4,3	8 36		16
286	13	M	44	15 24,91	46	18 41	1 50,3	9 41		17
287	14	G	45	15 11,12	44	19 19	2 28,1	10 43		18
288	15	V	46	14 57,89	43	20 4	3 27,5	11 40		19
289	16	S	47	14 45,24	41	20 57	4 17,9	12 31		20
290	17	**D**	49	14 33,19	39	21 56	5 8,4	13 14		21
291	18	L	50	14 21,77	38	23 1	5 58,3	13 50		22
292	19	M	52	14 10,97	36	——	6 47,0	14 20		23
293	20	M	53	14 0,83	34	0 9	7 34,5	14 46		24
294	21	G	54	13 51,36	32	1 20	8 21,0	15 8		25
295	22	V	56	13 42,57	31	2 31	9 7,5	15 30		26
296	23	S	57	13 34,48	29	3 45	9 54,9	15 51		27
297	24	**D**	58	13 27,11	27	5 2	10 44,4	16 14		28
298	25	L	7 0	13 20,04	26	6 22	11 37,2	16 41		29
299	26	M	1	13 14,53	24	7 46	12 34,3	17 14		1
300	27	M	2	13 9,34	23	9 10	13 35,7	17 56		2
301	28	G	4	13 4,90	21	10 29	14 40,1	18 49		3
302	29	V	5	13 1,20	20	11 37	15 44,9	19 55		4
303	30	S	7	12 58,25	18	12 30	16 47,1	21 09		5
304	31	**D**	8	12 56,08	17	13 12	17 44,8	22 23		6

Fasi della Luna.

3 Primo quarto alle $6^h\ 32^m$

10 Luna piena „ $17^h\ 42^m$

18 Ultimo quarto „ $22^h\ 9^m$

26 Luna nuova „ $0^h\ 28^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 34^m$.

14 La Luna è in Apogeo alle 23^h

27 Id. Perigeo „ 4^h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 23 alle ore 4 min. 21.

Novembre 1897.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	L	7 9	12 12 54,68	17 16	13 43	18 37,5	23 40	7
306	2	M	11	12 54,06	14	14 8	19 25,8	——	8
307	3	M	12	12 54,24	13	14 30	20 10,9	0 53	9
308	4	G	13	12 55,22	11	14 50	20 53,8	2 2	10
309	5	V	15	12 57,01	10	15 9	21 35,8	3 39	11
310	6	S	16	12 59,63	9	15 29	22 18,1	4 24	12
311	7	**D**	18	13 3,06	7	15 50	23 1,6	5 20	13
312	8	L	19	13 7,32	6	16 14	23 46,6	6 26	14
313	9	M	20	13 12,43	5	16 43	——	7 31	15
314	10	M	22	13 18,39	4	17 19	0 33,8	8 34	16
315	11	G	23	13 25,19	3	18 1	1 22,6	9 33	17
316	12	V	25	13 32,86	1	18 51	2 12,8	10 25	18
317	13	S	26	13 41,38	0	19 49	3 3,2	11 11	19
318	14	**D**	27	13 50,76	16 59	20 51	3 53,1	11 49	20
319	15	L	29	14 1,00	58	21 57	4 41,4	12 20	21
320	16	M	30	14 12,10	57	23 4	5 28,2	12 47	22
321	17	M	31	14 24,06	56	——	6 13,7	13 10	23
322	18	G	33	14 36,86	56	0 12	6 58,6	13 31	24
323	19	V	34	14 50,51	55	1 23	7 43,8	13 52	25
324	20	S	35	15 5,00	54	2 36	8 30,1	14 13	26
325	21	**D**	37	15 20,31	53	3 53	9 20,5	14 38	27
326	22	L	38	15 36,44	52	5 13	10 14,6	15 7	28
327	23	M	39	15 53,36	52	6 36	11 13,7	15 44	29
328	24	M	41	16 11,05	51	8 0	12 17,6	16 32	1
329	25	G	42	16 29,52	50	9 16	13 24,3	17 33	2
330	26	V	43	16 48,72	50	10 18	14 30,3	18 47	3
331	27	S	44	17 8,64	49	11 7	15 32,5	19 5	4
332	28	**D**	46	17 29,25	49	11 43	16 29,3	21 25	5
333	29	L	47	17 50,53	48	12 11	17 20,9	22 31	6
334	30	M	48	18 12,48	48	12 34	18 8,1	23 52	7

Fasi della Luna.

1 Primo quarto alle 15^h 37^m

9 Luna piena „ 10^h 50^m

17 Ultimo quarto „ 15^h 2^m

24 Luna nuova „ 10^h 20^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

11 La Luna è in Apogeo alle 11^h

24 Id. Perigeo „ 16^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 22 ad ore 1 min. 15.

Dicembre 1897.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
335	1	M	7 49	12 18 35,06	16 47	12 55	18 52,3	——		8
336	2	G	50	18 58,25	47	13 15	19 34,9	1 1		9
337	3	V	51	19 22,03	47	13 34	20 17,1	2 7		10
338	4	S	52	19 46,36	46	13 54	21 0,0	3 13		11
339	5	**D**	53	20 11,25	46	14 18	21 44,2	4 18		12
340	6	L	55	20 36,66	46	14 45	22 30,5	5 23		13
341	7	M	56	21 2,57	46	15 18	23 18,8	6 26		14
342	8	M	57	21 28,96	46	15 59	——	7 26		15
343	9	G	58	21 55,80	46	16 47	0 8,7	8 21		16
344	10	V	59	22 23,06	46	17 42	0 59,3	9 9		17
345	11	S	59	22 50,72	46	18 44	1 49,5	9 49		18
346	12	**D**	8 0	23 18,76	46	19 48	2 38,5	10 23		19
347	13	L	1	23 47,13	46	20 55	3 25,6	10 50		20
348	14	M	2	24 15,83	46	22 2	4 11,0	11 14		21
349	15	M	3	24 44,82	46	23 10	4 55,2	11 35		22
350	16	G	3	25 14,05	46	——	5 39,0	11 56		23
351	17	V	4	25 43,51	47	0 19	6 23,4	12 15		24
352	18	S	5	26 12,16	47	1 31	7 10,0	12 38		25
353	19	**D**	5	26 42,97	47	2 47	7 59,9	13 13		26
354	20	L	6	27 12,90	48	4 6	8 54,5	13 35		27
355	21	M	6	27 42,91	48	5 27	9 54,4	14 16		28
356	22	M	7	28 12,98	49	6 47	10 50,0	15 9		29
357	23	G	7	28 43,05	49	7 57	12 5,7	16 17		30
358	24	V	8	29 13,08	50	8 53	13 11,2	17 35		1
359	25	S	8	29 43,03	50	9 36	14 12,5	18 57		2
360	26	**D**	9	30 12,87	51	10 9	15 8,5	20 18		3
361	27	L	9	30 42,57	51	10 35	15 59,5	21 34		4
362	28	M	9	31 12,07	52	10 58	16 46,4	22 46		5
363	29	M	9	31 31,35	53	11 19	17 30,9	23 56		6
364	30	G	9	32 10,37	54	11 38	18 14,1	——		7
365	31	V	9	32 38,09	55	11 59	18 57,3	1 2		8

Fasi della Luna.

1 Primo quarto alle 4^h 15^m
9 Luna piena „ 5^h 54^m
17 Ultimo quarto „ 5^h 22^m
23 Luna nuova „ 20^h 55^m
30 Primo quarto „ 20^h 27^m

Il giorno nel mese diminuisce di 0^h 14^m.

8 La Luna è in Apogeo alle 12^h
23 Id. Perigeo „ 4^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 21 alle ore 14 min. 13.

ECCLISSI

1897

(Tempo medio dell'Europa centrale).

Nell' anno 1897 avverranno due Ecclissi di Sole.

I. *Ecclisse anulare di* Sole *il* 1° *Febbraio; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse è visibile nell'America centrale e meridionale, nella parte meridionale del Grand'Oceano e nel Sud-Est delle coste Australiane.

II. *Ecclisse anulare di* Sole *il* 29 *Luglio; invisibile a Torino.*

Quest'Ecclisse è visibile nell'Ovest dell'Africa, nell'Oceano Atlantico, nella parte meridionale del Nord-America, nell'America Centrale e a Nord del Sud-America.

Relazione intorno alla Memoria del Dott. Saverio Belli, intitolata: " *Sull'Endoderma e Periciclo nel Gen. Trifolium* ".

Questo lavoro è diviso in tre parti: Nella 1ª si fa la storia bibliografica e critica dei lavori antecedenti intorno a questo argomento. Nella 2ª viene esposta la serie delle ricerche originali dell'A. sui tessuti in quistione. Nella 3ª si discute la teoria sulla *Stelia* in generale e l'applicazione di essa al Gen. Trifolium.

Dal complesso di questo lavoro emergono principalmente le seguenti conclusioni generali:

1° Non esiste nel caule delle specie del Gen. *Trifolium* un periciclo nel senso di Van Tieghem, Douliot, Morot, ecc., cioè una regione caratterizzata *istogeneticamente* e *funzionalmente come tale.*

2° Le produzioni da questi Autori assegnate al periciclo (sempre nel Gen. *Trifolium*) appartengono invece al sistema libroso.

3° Le radici avventizie nascono nel fusto del *T. repens* dagli archi cambiali interfascicolari e dal tessuto parenchimatoso esterno ai tubi cribrosi. Manca la così detta *saccoccia digerente*, che da Van Tieghem e Douliot vien detta originarsi nell'endoderma. Manca altresì un endoderma caratteristico; esiste invece una guaina parziale.

4° Nel *T. repens* (e in molte altre specie di *Trifolium*) il fusto non può ascriversi a nessuna delle tre maniere di struttura, *astelica, stelica* o *polistelica* ammesse come definite da Van Tieghem. Poichè se si vuole interpretare la guaina, che sta a ridosso dei fasci vascolari delle foglie, come un *Endoderma* (Vuillemin), si andrebbe incontro all'assurdo, che da una struttura *astelica* possa originarsene un'altra pure *astelica*, e ciò in opposizione al dogma prestabilito da Van Tieghem, che una struttura *astelica* procede sempre da una *stelia* precedente.

5° La cosiddetta *zona perimedullare* di Flot, parallela al periciclo, e che questo A. ascrive a tutte le Dicotiledoni, non è

geneticamente dimostrabile in tutti i fasci vascolari iniziali delle specie del G. *Trifolium.*

6° I fasci caulinari interfascicolari si originano non dal periciclo, ma dagli archi cambiali interfascicolari.

7° Il fellogeno nel Gen. *Trifolium* non ha origine, come vuole Van Tieghem, nell'endoderma, bensì nell'epidermide stessa.

8° Nello sviluppo iniziale dei fasci vascolari non si incontra nel Gen. *Trifolium* uno stadio corrispondente al *Verdickungsring* di Sanio, o al *Mesistema* di Russow (inteso questo stadio come un *supermeristema* distinto dal *cambio* di Naegeli = *Cordoni procambiali*). E cioè, anche allorquando gli inizii dei fasci vascolari si presentano sotto forma di *anello chiuso*, si deve soltanto alla vicinanza delle iniziali dei cordoni stessi, già differenziati in cellule allungate nel senso dell'asse, *la illusione di un anello chiuso;* mentre in realtà ogni fascio è un centro di formazione isolato, e non si dà un mesistema di secondo ordine, continuo, in sè e per sè.

9° I cristalli di ossalato calcico sono localizzati nella guaina dei fasci, e sono avvolti in una sacca di cellulosi, che ben presto si inquina di lignina.

10° I cristalli di ossalato calcico si trovano già nella guaina parziale dei fasci (*endoderma* di Van Tieghem, Morot, ecc.) dell'asse ipocotile, cioè al disopra del colletto anatomico esterno.

11° Nel tratto, che corre tra l'apice vegetativo ed il primo internodio evoluto del caule, non si trovano cristalli. La zona, corrispondente al cosidetto *endoderma* parziale degli A.[i], contiene amido, ma non in quantità superiore agli altri strati.

12° È impossibile riconoscere una alternanza fra le cellule della così detta zona endodermica, o *fleoterma parziale dei fasci vascolari* (guaina parziale dei fasci), e le cellule della prima fila di cellule sottostanti, appartenenti al tessuto da interpretarsi come periciclo, come vorrebbero gli autori francesi Van Tieghem, Morot, ecc.

13° A proposito di *periciclo nel caule* parrebbe ormai tempo, che si abbandonasse una nomenclatura dogmatica, che in molti casi non ha per sè nè il suffragio dell'osservazione diretta, nè la dimostrata funzionalità, che manca insomma del *consensus omnium peritorum.*

L. Camerano.

G. Gibelli, *Relatore.*

Relazione sulla Memoria del Dott. De Agostini, avente per titolo: " *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta* ".

La Memoria presentata dal Dr G. De Agostini ha per titolo: *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta.*

Alcune ricerche sulla profondità del lago d'Orta erano già state eseguite dal Prof. Pavesi, il quale nel pubblicarle ne aggiunse altre, che erano rimaste inedite, del Conte Morozzo della Rocca. Mancava tuttavia una conoscenza esatta del fondo del lago, ed il De Agostini potè ora determinarla con una numerosa serie di scandagli, ed una carta diligentemente eseguita ed unita alla memoria, rappresenta colle curve di livello la forma del fondo del lago.

Anche sulla temperatura delle acque del lago il Ce Morozzo aveva nel 1788 rese pubbliche, colle Memorie della nostra Accademia, alcune osservazioni. Esse tuttavia, specialmente quelle degli strati profondi, potevano ritenersi difettose, perchè eseguite semplicemente con un termometro ordinario rivestito di sostanze isolanti. Il De Agostini invece eseguì molte osservazioni facendo uso di uno strumento speciale per tali ricerche, quale è il termometro a rovesciamento di Negretti-Zamba. Alcune tavole ed un diagramma indicano le varie temperature a seconda delle profondità osservate in diversi mesi negli anni 1894 e 1895.

Anche la trasparenza e la colorazione delle acque del lago d'Orta furono oggetto di studio adottando per le ricerche i metodi più moderni.

In complesso il De Agostini presenta col suo lavoro una serie di svariate osservazioni, le quali rendono la memoria interessante, sia per lo studio generale dei laghi, come per un confronto con altri laghi italiani. Perciò noi riteniamo che lo scritto del De Agostini sia meritevole della pubblicazione nelle Memorie dell'Accademia.

G. Ferraris.
Giorgio Spezia, *Relatore.*

Relazione sulla Memoria del Prof. F. Porro, intitolata: " *Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino ed a Soperga* ".

Vi è nel cielo una classe di stelle, la cui intensità luminosa varia gradatamente col tempo. Si chiamano perciò variabili e ve ne ha di differenti specie.

Lo studio di tali stelle può dirsi del tutto moderno, poichè fino all'anno 1844 gli astronomi non fecero altro che ammirare le fasi generali di alcune di esse e notare le loro diverse grandezze nelle diverse epoche.

Dal 1866 in poi lo spettroscopio ha aperto agli astronomi un campo più vasto di ricerche.

Furono immaginate diverse teorie per poter spiegare la grande varietà di fenomeni che presentano le stelle variabili, però finora nulla intorno ad esse si è stabilito con quel rigore che è proprio delle Osservazioni astronomiche, eccetto che per le variabili del tipo di Algol. Bisogna continuare le osservazioni con metodo scientifico seguendo i classici precetti indicati dall'Argelander.

Il Prof. Porro presenta tre serie di osservazioni di stelle variabili, due fatte all'Osservatorio di Torino, l'ultima fatta a Soperga in condizioni eccellenti. Esse sono un importante contributo per lo studio delle stelle variabili, ed è utile che sieno rese di pubblica ragione. I sottoscritti perciò propongono che la Memoria del Prof. Porro sia ammessa alla lettura e venga stampata nei volumi delle Memorie Accademiche.

A. Naccari.
N. Jadanza, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 28 Giugno 1896.

PRESIDENZA DEL SOCIO BARONE GAUDENZIO CLARETTA
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Peyron, Bollati di Saint-Pierre, Nani, Brusa, Allievo e Ferrero Segretario.

Il Direttore della Classe, a nome dell'autore, sig. Demetrio Marzi, offre le pubblicazioni: " *Notizie storiche di Monsummano e Montevettolini* „ (Firenze, 1896); " *Una questione libraria fra i Giunti ed Aldo Manuzio il Vecchio* „ (Milano, 1896).

Il Socio Nani, a nome del Presidente Prof. Carle, assente dall'adunanza, presenta la parte 2ª del vol. I (2ª ediz.) della *Storia del diritto romano* (Padova, 1896), di cui fa omaggio l'autore prof. Lando Landucci.

Il Socio Brusa legge una commemorazione del Socio straniero Adolfo Gneist.

Il Socio Segretario Ferrero legge parole commemorative sul Socio corrispondente Giuseppe Fiorelli.

Queste commemorazioni sono pubblicate negli *Atti*.

RODOLFO DI GNEIST

Commemorazione del Socio EMILIO BRUSA.

Nato a Berlino il 13 agosto 1816, peregrinò giovanetto col padre nelle varie sedi cui questo venne trasferito nella sua qualità di magistrato. Assolse gli studi classici ad Eisleben, la città di Lutero; quelli giuridici intraprese però a Berlino, quando nel 1833 vi fu restituito, e donde poi il neo giureconsulto non si dipartirà più, se non per quei viaggi scientifici, nei quali ha cercato ritrarre dal vivo la verità genuina, i pregi e difetti del diritto pubblico straniero.

Ebbe a maestri i più solenni giurisperiti della scuola storica allora regnante in quelle Università, fra i quali Rüdorff, Dirksen, e lo stesso Savigny che ne era il capo vivente. Di Gans, unico rappresentante della scuola filosofica, Gneist, pur tanto avido di sapere, non seguì i corsi. Da due anni appena Hegel, il fondatore della filosofia politica prussiana, era sceso nel sepolcro, l'eco della sua fatidica parola vibrava ancora negli animi giovanili, ma allora Gneist si sentiva poco attratto dalle pure astrazioni speculative, per quanto capaci di esercitare alla fine un influsso potente nella pratica.

Dedicatosi con tutta l'energia delle sue facoltà alle scienze giuridiche, sì grande alacrità egli vi ha adoperato, da meritarsi, un anno dopo l'altro, due premi accademici, il primo in diritto romano, il secondo in diritto penale sugli Specchi sassonico e svevico. Aveva allora appunto vent'anni, e subito dovette pensare a procurarsi un posto nella magistratura. Nelle nuove occupazioni di ascoltante e di referendario egli non perdette però di vista nemmeno per poco i suoi amati studi, e si diede a tutt' uomo a rifondere il primo di quegli scritti, *De recentiore literarum obligatione,* col quale si è poi guadagnato, il 20 no-

vembre 1838, l'onore del dottorato, e l'anno seguente la *venia docendi.*

Lunga, operosissima e luminosa è stata la carriera professorale di Gneist: cominciata nel 1839, essa non si è chiusa che con la vita. Il 22 luglio 1895 fu l'ultimo giorno dell'eminente maestro, di questo insigne uomo di bene.

Di ricco materiale, di pensieri profondi fu in ogni parte intessuto il vasto ordito delle sue lezioni al berlinese Ateneo. Egli vi ha dettato con eguale perizia diritto privato e diritto pubblico, e prima il privato prussiano, poscia il diritto e il processo penale ad una col processo civile, indi, dacchè nel 1842 Savigny venne assunto al Ministero di giustizia, precipuamente il romano diritto. Per cotal modo egli si vide anche una volta ricondotto a quel suo tema diletto dei contratti formali, che tanto ardore di critica doveva più tardi ispirare ad altri valorosi, ma nel quale nessuno aveva ancor saputo profondere una così grande dovizia di dottrina, di acume e di originalità. Meritata ricompensa a siffatto lavoro, il quale doveva assicurargli un nome duraturo fra i pandettisti alemanni, si fu la promozione a straordinario in Berlino e la vocazione al posto di ordinario in Kiel: vocazione, questa, che egli, benchè conscio del lungo periodo di attesa inevitabile per poter salire a uguale grado nella capitale prussiana, rifiutava per amore del luogo natio. E quando nel 1858 gli fu alla perfine concesso di toccare l'altissima meta, egli vi inaugurava il proprio corso con una orazione, *De causae probatione stipulatoris,* in difesa ancora dei concetti medesimi già sostenuti negli scritti precedenti. Dopo di allora nessun'altra sua pubblicazione è venuta fuori in diritto romano, tranne il parallelo sinottico intitolato *Institutionum et regularum iuris romani syntagma,* di cui nel 1880 uscì alla luce una seconda edizione.

Della rinunzia al posto di Kiel Gneist non ebbe poi a pentirsi. In codesto centro berlinese di studi, allora come adesso incomparabilmente più frequentato, al giovane professore non poteva mancare il sorriso della propizia fortuna. Coltura eccellente, inesauribile energia di lavoratore, ve lo avevano egregiamente predisposto. Ma, sopratutto, sì grande attrattiva seppe egli sin dal bel principio infondere alle proprie lezioni, che ben presto gliene venne alta fama di maestro altrettanto efficace

quant'egli era dotto, e nella facoltà giuridica furono quelle d'ora innanzi le lezioni le più ricercate. Alle medesime accennando, un eminente biografo, il Loening, ne ricorda la giovanile freschezza e vivacità, l'esposizione ingegnosa, la varietà dei punti di vista, il tutto animato dallo sforzo incessante di avviare i discepoli alla pratica, preparando i magistrati e patroni futuri a ricercare e a dirigersi da sè nel vastissimo campo delle fonti. Puchta, invece, il sapiente successore di Savigny, ne continuava il riserbo inverso gli alunni, quel riserbo che a pochi eletti soltanto doveva offrire modo di entrare in prezioso commercio scientifico col maestro. L'espositore rigorosamente logico e profondamente acuto dei dommi del giure romano, al calore e alla vita preferiva le finezze delicate, accessibili ai soli discepoli maturi.

Si è veramente con Gneist e dietro la sua potente iniziativa, che nelle facoltà germaniche ebbero principio e salirono in fiore quegli utilissimi esercizi pratici, che ognora più si riconoscono ai dì nostri come il naturale e necessario complemento delle lezioni teoretiche. Nè giuristi soltanto erano coloro che con la loro affluenza attestavano la virtù espansiva e quasi incoercibile di quei corsi universitarii. I più vari e importanti soggetti del diritto pubblico, ch'egli prendeva a trattare nel sagace intento di promuovere e preparare le riforme legislative richieste dai tempi nuovi, richiamavano l'attenzione presso ogni cerchia di persone colte e bramose di scienza praticamente efficace all'attuazione delle medesime. Frutto di meditazioni indefesse sui libri e, più ancora, sui fatti osservati da vicino nelle sue frequenti visite all' Inghilterra, alla Francia, al Belgio, all'Italia, le sue lezioni pubbliche sul giurì, sulla procedura pubblica e orale, intorno all' istituto del pubblico accusatore, intorno all' ordinamento giudiziario inglese e francese, segnano al pari, e più forse, di quegli esercizi, un'epoca nuova nell'insegnamento superiore prussiano, un'epoca luminosa che fa pensare a quella che in questa ospitale Torino fu inaugurata con la dotta e convinta parola del Mancini, del Ferrara, dello Scialoja e di altri che illustrarono la scienza moderna in Italia.

Lucida e sicura ebbe Gneist la visione della realtà. Il latente e grave contrasto fra la libertà tedesca e il costituzionalismo francese non era mai stato più nettamente e profon-

damente dimostrato prima di lui. Un nesso indissolubile ricollega infatti tra di loro la libera costituzione comunale e il giurì, la giustizia e l'autoreggimento. Cresciuti uniti, essi debbono uniti del pari costituire il granitico fondamento dell'edificio costituzionale germanico. Così egli ragionava. E poichè le idee francesi tenevano il campo a cagione della influenza allora prevalente dei giuristi renani, i suoi sforzi furono dapprima rivolti a combatterle adoperandovi quel vigore che nasce da profondo e saldo convincimento. La libertà non si può tradurre in atto, se non in uno Stato forte per elementi monarchici e aristocratici egualmente forti ed elevati su di una base democratica, costituita mercè l'autoreggimento da ottenersi nell'ordinamento per circoli e per comuni. Questo il fine, questi i mezzi.

Gneist appartenne alla politica militante, però tenendosi sempre al disopra dei partiti; onde non gli accadde mai, che, per la comunanza d'idee avuta con questi, dovesse rinunziare alla propria indipendenza e libertà di azione. Compagni e avversari poterono, così, trovarsi concordi talora nel riscontrare incoerenze nella sua condotta politica; ma nobili e pure erano sempre le sue vittorie come le sue sconfitte. Il trionfo finale de' suoi alti disegni apparve quindi quel che doveva, il premio migliore di una incrollabile fede nella verità dei principii professati. Convinto che l'autoreggimento inglese altro in sè non fosse che un prodotto naturale delle tradizioni anglo-sassoni, un prodotto domestico anzichè straniero alla sua patria, egli si diede a tutt'uomo a dimostrarlo adatto qual è veramente alla Germania, a farsene banditore instancabile, come, più tardi, penetrato che fu nella legislazione prussiana, a prestargli, nell'applicazione, opera efficace e autorevole.

Meravigliosa, benefica opera fu questa davvero; grazie alla medesima, la Prussia dapprima, gli altri Stati tedeschi di poi, si assicurarono un ordinamento dello Stato e dell'amministrazione pubblica in conformità alle inviolabili norme del diritto, quell'ordinamento, dal quale esimii uomini di Stato italiani, fra i quali primeggia Silvio Spaventa, trassero poi le loro ispirazioni per riforme più o meno consimili nel nostro paese, dove pochi anni or sono queste vennero infatti iniziandosi sulla base d'un principio distinto, quello della separazione dell' interesse dal diritto. Si è in cotale separazione che, com'è noto, il nuovo

regno ha cercato la soluzione del problema fondamentale intorno alle garanzie della giustizia nell'amministrazione pubblica. Non è questo il luogo di indagare le affinità e le divergenze fra il modello prussiano e il sistema italico, nè tampoco sembra che sia suonata l'ora, dopo la breve esperienza fatta, di affermare quale di essi meglio risponda al fine di attuare, tenuto conto delle diverse condizioni e tradizioni paesane, la giustizia nell'esercizio del pubblico potere amministrativo. Solo mi sia concesso qui esprimere la mia ammirazione per codesto ordinamento anglo-germanico: nel quale l'idea della legalità tocca l'apice della perfezione pratica, escludendo persino qualsiasi distinzione fra " diritto „ e " interesse legale „, e ad ogni interesse protetto dalla legge riconoscendo dignità giuridica; nel quale non trova posto neppur l'ombra di quel sedicente " potere politico „, che, chiamato da noi a correggere la stessa costituzione dei tre poteri pubblici mediante una responsabilità ministeriale sproporzionata oltre ogni misura ai mezzi, insidia la garanzia stessa dei rimedi di legge offerti agl'interessi soggettivi meritevoli di protezione, ne fa mancare l'intervento e le virtù nei casi più gravi, e genera la sfiducia e il malcontento dei cittadini verso l'opera dei pubblici amministratori; nel quale ordinamento anglo-germanico tu trovi, infine, riconosciuta al diritto soggettivo pubblico quella posizione che veramente gli spetta in un governo costituzionale, ponendola al coperto dalle estranee e sinistre ingerenze dei partiti, delle passioni, delle clientele politiche.

Oltre all'influenza assidua esercitata nella scuola e nei Parlamenti prussiano e germanico, Gneist ne spiegò una non minore con gli scritti numerosi e densi di pensiero e di realtà. Dagli studi suoi sull'autoreggimento inglese è scaturita quella sua opera grandiosa sull'odierno diritto costituzionale e amministrativo dell' Inghilterra, la cui eccellenza è dovunque riconosciuta e celebrata. La dottrina ch'egli erasi formata sullo Stato, non è una dottrina unilaterale: storica e razionalistica a un tempo, essa fa capo alle tradizioni per orientarsi praticamente, ma si muove, si agita e addentra senza posa nei fenomeni sociali che la vivificano, ond'essa ben a ragione ha potuto qualificarsi una dottrina sociale dello Stato. Tratta com'essa è dal diritto pubblico inglese, si presenta quale un sistema di politica

interna intesa a dirimere, secondo leggi determinate, i conflitti dei vari interessi sociali fra di loro. È il concetto geniale svolto dallo Stein nella storia del moto sociale in Francia, e che applicato da Gneist al proprio soggetto, gli ha permesso di assurgere allo studio della missione che spetta allo Stato moderno di fronte agl' interessi unilaterali di classe e alla ricerca dei mezzi per adempierla.

Per cotale guisa Gneist si vide condotto a collocare il suo autoreggimento sul terreno di uno Stato verso il quale i cittadini amministratori, penetrati dal sentimento del proprio dovere pubblico, si professano obbligati operando nel pubblico interesse. E quei cittadini dovevano, secondo il suo modo di vedere, appartenere alle classi possidenti, le sole consapevoli dei doveri civici nelle funzioni onorarie, le sole capaci di formare un nucleo di governo analogo alla *gentry* inglese.

Che questa bella concezione umana e previdente dello Stato abbia superate tutte quante le grandi difficoltà di una conciliazione degl'interessi politici con gl'interessi sociali, sarebbe soverchio affermare. Gneist ebbe però l'alta sodisfazione di cooperare all'attuazione dei propri pensamenti e di parteciparvi di poi fino alla morte mercè l'illuminato suo consiglio nel supremo tribunale amministrativo prussiano, come ebbe quella ancor più intima di vedere, da un canto, sorgere e fiorire sotto i suoi auspicii quei Congressi giuridici annui, che prepararono e fecondarono le riforme legislative della nuova Germania, e, dall'altro canto, le classi operaie, nel sodalizio centrale cui fu chiamato a presiedere per lunghi anni, avviarsi a quelle graduali migliorie intellettuali e morali donde più che mai deve dipendere l'accordo finale delle classi in una comune cooperazione agli uffici di pubblico interesse.

La memoria di Rodolfo di Gneist rimarrà perennemente scolpita nelle menti e nei cuori di quanti in Germania e fuori amano e ameranno, professano e professeranno con alto e nobile sentire il culto della giustizia nel diritto privato e pubblico, nella vita sociale e individuale, nella scienza, nella legislazione e nella pratica giurisprudenza e amministrazione.

GIUSEPPE FIORELLI

Parole commemorative del Socio ERMANNO FERRERO

Giuseppe Fiorelli, che noi iscrivemmo fra i nostri Socii corrispondenti il 20 di marzo 1880, fu uno di quegli uomini fortunati, che hanno legato il proprio nome ad una grande impresa della scienza.

Il Fiorelli legò il suo agli scavi di Pompei. Prima che, caduta la monarchia borbonica, egli fosse assunto alla loro direzione, si poteva dire che in generale la sepolta città era stata rovistata: con lui principiò ad essere scavata metodicamente, accuratamente, in modo che niun avanzo scompaia e che non si perda il più piccolo insegnamento utile per la scienza.

Questo è il titolo principale, che assicura al Fiorelli un posto onorato nella storia dell' archeologia in questo secolo: non è il solo. Insieme con la direzione degli scavi pompeiani egli ebbe quella del museo di Napoli, da lui riordinato, ampliato, dotato di cataloghi per certe collezioni, principali l'epigrafica e la numismatica.

Il Fiorelli fu pure esperto conoscitore delle antiche monete, sulle quali pubblicò negli anni giovanili (1) scritti pregiati (2). Al tempo della direzione degli scavi di Pompei spettano lavori

---

(1) Era nato a Napoli l'8 di giugno 1823. Nel 1846 prese parte al Congresso degli scienziati italiani a Genova, e vi fu nominato vice-presidente della sezione di geografia e di archeologia.

(2) *Osservazioni sopra talune monete rare di città greche*, Napoli, 1843; *Monete inedite dell'Italia antica*, Napoli, 1845; *Annali di numismatica*, Roma, 1846-Napoli, 1851, 2 vol.

sulla storia di questi, una descrizione della morta città (1) e l'educazione di discepoli, che abilmente lo coadiuvarono, e di cui quelli, che gli succedettero negli scavi e nel museo, affettuosamente ne ricordarono le benemerenze dinanzi all'Accademia napolitana di archeologia (2).

Fin da giovane il Fiorelli nutrì sentimenti liberali, che, nei tristi tempi succeduti al 48, gli procurarono carcere e poi perdita dell' ufficio, che già allora aveva nelle escavazioni pompeiane, e, come conseguenza, anni di povertà e di duro lavoro. Un membro della famiglia reale, il conte di Siracusa, che mostrava amore per gli studii e le ricerche archeologiche, lo prepose all'esplorazione della necropoli di Cuma (3), poscia lo ebbe suo segretario. Sono celebri le due lettere calde di sentimento italiano, che nell'agosto del 1860, il conte mandava al nipote Francesco II ed a Vittorio Emanuele II. È noto che esse furono scritte dal Fiorelli, il quale allora aveva parte d'intermediario fra il conte e chi rappresentava a Napoli la politica del Piemonte (4). Gl'imparziali non esitano nell'apprezzare al suo vero valore l'atto di facile coraggio del principe borbonico: niuno negherà però al Fiorelli il vanto di non aver atteso, per mostrare amore per la libertà e per l'indipendenza nazionale, il momento, in cui il trono dei Borboni si sfasciava, si moltiplicavano da ogni parte le diserzioni, nelle acque di Napoli erano ancorate le navi sarde, e dalla Calabria accorreva trionfante il vincitore di Calatafimi e di Milazzo.

---

(1) *Pompeianarum antiquitatum historia*, Neapoli, 1860-62, 2 vol.; *Gli scavi di Pompei dal 1861 al 1872*, Napoli, 1873; *Descrizione di Pompei*, Napoli, 1873; *Guida di Pompei*, Roma, 1877. Aveva già pubblicato: *Monumenta epigraphica Pompeiana*, pars prima: *Inscriptionum Oscarum apographa*, Neapoli, 1856, ed una grande pianta della città: *Tabula coloniae Veneriae Corneliae Pompeis.*

(2) *Società reale di Napoli. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell'Accademia di archeologia, lettere e belle arti.* Nuova serie, anno X, pag. 14-23 (tornata del 4 febbraio 1896), discorsi dei professori Sogliano e De Petra.

(3) *Monumenti antichi posseduti da S. A. R. il conte di Siracusa*, Napoli, 1853; *Notizia dei vasi dipinti rinvenuti a Cuma nel MDCCCLVI*, Napoli, 1857.

(4) Cfr. Persano, *Diario privato-politico-militare nella campagna navale degli anni 1860 e 1861*, 2ª parte, Torino, 1870, pag. 20, 40, 53; Nisco, *Francesco II re*, Napoli, 1887, pag. 126-129; Memor, *La fine di un regno*, Città di Castello, 1894, p. 423-425.

Nel 1860 il Fiorelli tornò alla sua Pompei: nel 63 ebbe anche la direzione del museo napolitano: tenne entrambi gli ufficii sino al 1875, in cui un ministro dell'istruzione pubblica, suo compaesano, Ruggero Bonghi, lo chiamò a presedere al servizio archeologico ed artistico del regno. Rimase fino al 1892 in tale importantissimo ufficio, del quale opere buone furono l'impulso agli scavi di Roma e di altri luoghi, l'ordinamento di collezioni, la creazione di una periodica raccolta d'informazione archeologica, le *Notizie degli scavi*. Nè mancò di cercare i mezzi per istabilire vigilanza sui monumenti venerandi del nostro passato e della nostra arte; problema gravissimo, che diede e darà ancora molto da studiare (1).

Lasciato nel 92 l'ufficio di direttore generale al Ministero, si ritrasse a vita privata: le condizioni cattive della sua salute peggiorarono ancora: cieco, infermo, trascinò vita miserabile sino al dì 29 del gennaio di quest'anno. Due giorni dopo, mentre a Napoli si tributavano solenni onoranze alla sua salma, nel Foro di Pompei s'inaugurava un busto del Fiorelli, che alle più lontane generazioni rappresenterà le sembianze dell'archeologo, la cui memoria non potrà essere mai scompagnata dalla vittima del Vesuvio.

---

(1) Per sua cura furono raccolti i *Documenti inediti per servire alla storia dei musei d'Italia*, Roma, 1878-80, 4 vol. Aveva stampato prima una relazione *Sulle scoverte archeologiche fatte in Italia dal 1846 al 1866*, Napoli, 1867.

PREMII DI FONDAZIONE GAUTIERI [1]

L'Accademia Reale delle Scienze ha stabilito di conferire nel 1897 due premii per le opere di filosofia e di storia della filosofia pubblicate negli anni 1891-96; nel 1898 due premii per le opere di storia politica e civile in senso lato pubblicate negli anni 1891-97, nel 1899 due premii per le opere di letteratura, storia letteraria e critica letteraria pubblicate negli anni 1891-98.

I premii saranno di circa L. 3000 caduno, dedotte le tasse e le spese di amministrazione.

A partire poi dal 1900 si conferirà ogni anno un premio della somma indicata nel seguente ordine per ciascun triennio: 1° anno Filosofia, 2° anno Storia, 3° anno Letteratura.

(1) Vedi R. decreto 15 settembre 1895 e il regolamento interno pubblicati a pag. 298 e segg.

L'Accademico Segretario
ERMANNO FERRERO.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 31 Maggio al 21 Giugno.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

* **Analele** Institutului Meteorologic al Romăniei. Tomul X, Anul 1894. Bucureşci, 1895; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega IV, V, t. XLI. Buenos Aires, 1896; 8°.

Anales del Museo Nacional de Montevideo, IV. 1896; 4°.

* **Annales** de la Société belge de Microscopie. T. XIX. Bruxelles, 1895; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XX, 4e livr.; XXII, 2e livr. Liège, 1892-1895; 8°.

* **Annals** of the New York Academy of Science late Lyceum of Natural history. VIII, 6-12. New York, 1885; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem; tome XXX, livr. 1. Harlem, 1896; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XLIX, sess. III. Roma, 1896; 4°.

Atti della Società Piemontese d'Igiene; Anno II, fasc. 2-4. Torino, 1896; 8°.

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali residente in Pisa. Processi verbali, vol. X, pp. 1-107; 1895-97.

* **Berichte** der Bayer. Botanischen Gesellsch. Bd. IV. München, 1896; 8°.

Boletín mensual del Observatorio Meteorológico Central de Mexico. Enero, Febrero, 1896; 4°.

Boletin mensual demográfico de Montevideo. Año II, April 1894, n. 32, 33, 35-40. Montevideo, 1895-96.

Boletin del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. I, n. 23, 24. Mexico, 1895; 4°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia e Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 40-48. Genova, 1896; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1896, n. 1; e Catalogo della Biblioteca, 1° Suppl°. Roma, 1896; 8°.

Bollettino della Società generale dei Viticoltori italiani. Anno X, n. 24; XI, n. 1-12. Roma, 1895-96; 8°.

* **Bollettino** medico-statistico dell'Ufficio d'igiene della città di Torino. Anno XXV, n. 1-17 e Rendiconto dei mesi di gennaio, maggio 1896.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XVI, n. 2-6. Torino, 1896.

* **Buletinul** Observatiunilor Meteorologice din Romania. Anul IV, 1895. Bucuresti, 1896; 4° (*dall'Istituto Meteorologico*).

Bulletin Mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Aires. Année IXe (1895), n. 9-12; Xe (1896), 1-4.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1895, n. 3. Moscou, 1896; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1894-95, n. 4; 8°.

* **Bulletins** du Comité Géologique de St-Pétersbourg, 1895. Supplément au T. XIV. St-Pétersbourg, 1895; 8°.

* **Bullettino** delle Scienze mediche pubblicato per cura della Società medico-chirurgica ecc. Serie VII, vol. VII, fasc. 3,5. Bologna, 1896; 8°.

* **Bullettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania, fasc. XLI-XLIII. Catania, 1896; 8°.

* **Bullettino** della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. T. VI, n. 2. Padova, 1896; 8°.

* **Compte-Rendu** sommaire de la séance de la Société philomatique de Paris. N. 5-16 février 1896. Paris; 8°.

* **Comptes-Rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Avril. Cracovie, 1896; 8°.

Comptes-Rendus des séances de la Commission permanente de l'Association Géodésique internationale. Berlin, 1895; 4°.

Field Columbian Museum:

Botanical series. Vol. I, n. 1. Geological series. Vol. I, n. 1. Zoological series. Vol. I, n. 1-2. Chicago, 1895; 8°.

* **Giornale** della R. Accademia di medicina. A. LIX, n. 4. Torino, 1896; 8°.

* **Johns Hopkins University:**

American Chemical Journal. N. 1 del vol. 7.
American Journal of Mathematics. Vol. III, 1880.
Bulletin of the Johns Hopkins Hospital. Vol. VII, n. 58-61.
Circulars. Vol. VI, n. 55; XIII, n. 108: XV, n. 124.
Geological Map of Baltimore and Vicinity.

* **Mémoires** du Comité Géologique de St-Pétersbourg. Vol. X, n. 4. 1895; 4°.

* **Memoirs** of the Boston Society of Natural history. Vol. V, n. 1, 2. Boston, 1895; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXV, disp. 13ª-15ª. Roma, 1896; 4°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 12 Bd. 2 Heft. Berlin, 1896; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LVI, n. 6-8. London, 1896; 8°.

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XXXVII, 1894-1895. Helsingfors, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Boston Society of Natural history. Vol. XXVI, part IV. Boston, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. New Series, vol. XXII. Boston, 1895; 8°.

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Session of 1893-94, 2e series, vol. I, part 4. Halifax N. S., 1895; 8°.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. XIV, Part III, n° 89. London, 1896; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Science of Philadelphia. Parts II, III, 1895; 8°.

* **Proceedings** of the Rochester Academy of Science. Broch. 3, 4, vol. II. Rochester, N. Y., 1893; 8°.

* **Proceedings** of the California Academy of Sciences. 2d Ser., vol. V, part I. San Francisco, 1895; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. X. Milano, 1896; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XV, n. 1-5. Torino, 1896; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 1re année, n. 5. Paris, 1896; 8°.

* **Smithsonian Institution:** The Composition of Expired Air and its Effects upon Animal Life. By J. S. Billings, S. W. Mitchell, and D. H. Bergey. Washington, 1895; 4°.

* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXIX, fasc. V. Modena, 1896; 8°.

* **Transactions** of the Wisconsin Academy of Sciences, arts, and lettres. Vol. IV, VI, IX, X. Madison, Wis., 1878-1895; 8°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXIV, Part VIII.

* **Transactions** of the New York Academy of Science. Vol. XIV. New York, 1894-95; 8°.

Tufts College Studies. N. IV. Tufts College, Mass., 1895; 8°.

* **Verhandlungen** des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. N. F., Bd. V, 4. 1896; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ; t. XXVIII, n. 3. 1896.

Rizzardi (U.). Contributo alla fauna tripolitana. Firenze, 1896; 8° (*dall'A.*).

Weingarten (J.). Sur la déformation des surfaces. Stockholm, 1896; 4° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 14 al 28 Giugno 1896.

Annali di Statistica. — Statistica industriale. Fasc. LVIII-LX. Roma, 1895-96; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

** **Bibliotheca** philologica classica. 1896. Erstes Quartal. Berlin; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la historia; t. XXVIII, cuad. IV. Madrid, 1896; 8°.

* **Bollettino** delle Pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa (*Bibl. Naz. Centr. di Firenze*); 1896, n. 240-251; 8°.

Bollettino di notizie sul credito e la previdenza. Anno XIII, n. 9-12 e indice; XIV, n. 1-4. Roma, 1895-96; 8° (*Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XII, ottobre-dicembre 1895 e indice; XIII, gennaio-marzo 1896. Roma, 1895-96; 8° (*Ministero delle Finanze*).

Bulletin de la Société de Géographie Commerciale de Bordeaux, n. 24, 1895; 1-5, 1896; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1896, n. 3; 8°.

* **Comptes-rendus** des séances de la Société de Géographie; 1895, n. 14-16; n. 1-12, 1896. Paris, 1896; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino; Sessione ordinaria di primavera 1896, n° V-XVII.

* **Leopoldina**. Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXXI Heft, 1895. Halle; 4°.

* **Monumenta** spectantia historiam slavorum meridionalium. Vol. XXVII. Tom. III. Zagabriae, 1895; 8°.

* **Rad** Jugoslavenske Akademije Znanosti i Umjetnosti. Knjiga CXXIV. Zagubu, 1895; 8°.

Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXIX, fasc. 11-12. Milano, 1896; 8°.

* **Rendiconto** delle tornate e dei lavori dell'Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti della Società Reale di Napoli. N. S., An. X. Gennaio a Marzo 1896; 8°.

* **Rječnik** hrvatskoga ili srpskoga jezika na svijet izdaje Jugoslavenska Akad. Znanosti i Umjetnosti obraduje P. Budmani. Svezak 15, 3 Cetvrtoga Dijela Zagrebu, 1895; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XIII, quad. IV-V. Valle di Pompei, 1896; 8°.

Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute. Woking, England, n. 3-4, 1896; 8°.

* **Starine** na sviet izdaje Jugoslavenska Akademija Zanosti i Umjenosti. Knjiga XXVIII. Zagrebu, 1895; 8°.

Statistica del Commercio speciale di importazione e di esportazione dal 1° gennaio-31 dicembre 1895; 1° gennaio-31 maggio 1896, 6 fasc. Roma, 1895-96; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XVII, fasc. 1-2°. Roma, 1896; 4° (*dall'Accademia di Conferenze Storico-giuridiche*).

Valle di Pompei; An. V, n. 1-3. 1896; fol.

Colombo (G.). Ancora del Maestro Syon. Torino, 1896; 8° (*dall'A.*).

Dante Allighieri. Il Trattato " *De vulgari eloquentia* ", per cura di Pio Rajna. Firenze, 1896; 8° (*dal Prof. Pio Rajna*).

Favaro (A.). Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini, fisico agordino del secolo XVII. Venezia, 1896; 4° (*dall'A.*).

— Amici e corrispondenti di Galileo Galilei. II. Ottavio Pisani. Venezia, 1896; 8° (*Id.*).

Foerster (W.). Kristian von Troyes Erec und Enide. Halle a. S., 1896; 8° (*Id.*).

Lagrange (G. L.). Fac-simili di lettere di G. L. Lagrange, le quali si conservano nel carteggio di Paolo Frisi posseduto dalla Biblioteca Ambrosiana di Milano (*dal prof. A. Favaro*).

Pagani (G.). Mario Nizzoli umanista e filosofo del secolo XVI. Roma, 1893; 8° (*dall'A.*).

** **Sanuto** (M.). Diari. Fasc. 198. Venezia, 1896; 4°.

INDICE

DEL VOLUME XXXI

Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti . . . . . *Pag.* III

Elezioni di Soci della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . „ 310, 853.

Elezioni di Soci della Classe di scienze morali, storiche e filologiche „ 579

Errata-Corrige . . . . . „ 1090

Fondazione Gautieri.

Regio Decreto del dì 15 di settembre 1895, col quale S. M. il Re ha approvato il disegno di Statuto organico . . . „ 298

Statuto organico della Fondazione Gautieri . . . „ 299

Regolamento interno per il conferimento del premio Gautieri „ 301

Premi di fondazione Gautieri . . . . . „ 1075

Premio Bressa.

Relazione sui lavori presentati per il IX premio Bressa . „ 291

Conferimento del IX premio Bressa . . . . . „ 358

Sunti degli Atti verbali delle adunanze a Classi Unite . . „ 291, 358, 844.

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . „ 1, 155, 205, 245, 309, 363, 439, 475, 555, 583, 619, 691, 803, 851, 937.

Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 84, 200, 239, 263, 325, 409, 471, 527, 579, 585, 625, 733, 824, 889, 1065.

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . „ 117, 201, 242, 303, 359, 436, 472, 551, 580, 615, 686, 800, 847, 931, 1076.

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . „ 143, 202, 243, 305, 361, 438, 473, 553, 581, 616, 688, 801, 848, 933, 1079.

Allievo (Giuseppe) — Sunto della Memoria: *Studi psicofisiologici* Pag. 287
— Peyron (Bernardino) e Brusa (Emilio) — Relazione sul lavoro manoscritto del Dott. Francesco Frigeri intitolato: *La filosofia e Pico della Mirandola* . . . . . „ 410
— La divisione del lavoro applicata alle Università . . „ 586
— Sunto della Memoria: *Federico Herbart e la sua dottrina pedagogica* . . . . . „ 612
— La libera attività dell'educando secondo Enrico Pestalozzi e Gian Giacomo Rousseau . . . . . „ 642
— Studio storico critico di pedagogia femminile . . „ 825
— Della educazione della donna secondo i pensatori francesi del secolo XVIII . . . . . „ 891
Almansi (Emilio) — Sull' integrazione dell' equazione differenziale $\Delta^2\Delta^2=0$ . . . . . „ 881
Arnò (Riccardo) — La radiazione di Röntgen con tubi di Hittorf ad idrogeno rarefatto . . . . . „ 620
Balbi (Vittorio) — Effemeridi astronomiche calcolate per l'anno 1897 e per l'orizzonte di Torino . . . . . „ 1046
Basso (Giuseppe) — V. Carle (Giuseppe), Cossa (Alfonso), e Ferraris (Galileo).
Bertrand (Giuseppe Luigi) — Eletto Socio straniero . . „ 310
Berzolari (Luigi) — Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto, oppure si osculano . „ 476
Bettazzi (Rodolfo) — Sulla catena di un ente in un gruppo . „ 446
— Gruppi finiti ed infiniti di enti . . . . . „ 506
Bizzozero (Giulio) — V. Mosso (Angelo) e Bizzozero (Giulio).
Bollati di Saint-Pierre (Emanuele) — V. Cipolla (Carlo), Bollati di Saint-Pierre (Emanuele) e Perrero (Domenico).
Boltzmann (Luigi) — Eletto Socio Corrispondente . . . „ 310
Bonghi (Ruggero) — V. Carle (Giuseppe).
Brioschi (Francesco) — Il risultante di due forme binarie biquadratiche e la relazione fra gli invarianti simultanei di esse . „ 441
Brusa (Emilio) — Di una sanzione penale alla convenzione ginevrina per i feriti in guerra . . . . . „ 326
— V. Allievo (Giuseppe), Peyron (Bernardino) e Brusa (Emilio).
— Commemorazione del Socio straniero Adolfo Gneist . „ 1066
Bryce (Giacomo) — Eletto Socio Corrispondente . . . „ 579
Calligaris (Giuseppe) — San Gregorio Magno e le paure del prossimo finimondo nel Medio-evo . . . . . „ 264

Camerano (Lorenzo) — Legge la commemorazione del defunto Presidente Michele Lessona, che sarà stampata nei volumi delle Memorie . . . . . *Pag.* 1

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Daniele Rosa, intitolato: *I Linfociti degli Oligocheti, ricerche istologiche* . . . . . „ 556

— Nuove ricerche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni e intorno alla respirazione negli Anfibi urodeli . „ 512

— e Salvadori (Tomaso) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa, intitolata: *I Linfociti degli Oligocheti, ricerche istologiche* . . . . . „ 584

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Ermanno Giglio-Tos, intitolato: *Sulle cellule del sangue della Lampreda* . . . . . „ 619

— e Salvadori (Tomaso) — Relazione intorno alla Memoria del Dott. Ermanno Giglio-Tos, intitolata: *Sulle cellule del sangue della Lampreda* . . . . . „ 731

— V. Gibelli (Giuseppe) e Camerano (Lorenzo).

— V. Naccari (Andrea) e Camerano (Lorenzo).

Campetti (Adolfo) — Sulla compressibilità dell' ossigeno a basse pressioni . . . . . „ 52

Cantoni (Carlo) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 579

Cantù (Cesare) — V. Cipolla (Carlo).

Carle (Giuseppe) — Annunzia la morte del Socio residente G. Basso, dei Soci stranieri Enrico Rodolfo Gneist, dei Soci corrispondenti Enrico von Sybel, Filippo Linati e Ruggero Bonghi „ 84

— Annunzia la morte del Socio Corrispondente Giuseppe De Leva „ 200

— Annunzia la morte del Socio Corrispondente Senatore Carlo Negroni . . . . . „ 325

— Annunzia la morte del Socio Corrispondente barone Cristoforo Negri . . . . . „ 527

— Parole di commemorazione del Socio Corrispondente Luigi Cossa . . . . . „ 844

— Annunzio della morte del Socio nazionale non residente Luigi Federico Menabrea, marchese di Val Dora . . . . „ 851

Catalogo Universale di bibliografia scientifica ecc. V. Naccari (Andrea).

Celoria (Giovanni) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 310

Chiappelli (Alessandro) — Eletto Socio Corrispondente . . . „ 579

Chini (Mineo) — Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine „ 568

Cipolla (Carlo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Luigi Schiaparelli: *Le origini del Comune di Biella* . . . . . „ 86

Cipolla (Carlo) — Cesare Cantù ed Enrico von Sybel; Cenni commemorativi . . . . . *Pag.* 87
— Sunto della Memoria: *Brevi appunti di Storia Novaliciense* „ 240
— Bollati di Saint-Pierre (Emanuele) e Perrero (Domenico) — Relazione sul lavoro del Dott. Luigi Schiaparelli, intitolato: *Origini del Comune di Biella* . . . . . „ 432
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Carlo Merkel, intitolato: *Nicolò Scillacio e la relazione intorno al secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America* „ 626
— Giuseppe De Leva. Commemorazione . . . . . „ 735
— Nuovi appunti di storia Novaliciense . . . . . „ 756
— Claretta (Gaudenzio) e Ferrero (Ermanno) — Relazione sul lavoro del Prof. Carlo Merkel: *Niccolò Scillacio e le relazioni sul secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America* . „ 797
Claretta (Gaudenzio) — Annunzia la morte del Socio Nazionale non residente marchese Matteo Ricci . . . . . „ 471
— Filippo Linati. Commemorazione . . . . . „ 627
— Lo stato di alcuni archivi comunali della provincia di Susa ai tempi di Re Vittorio Amedeo III . . . . . „ 775
— V. Cipolla (Carlo), Claretta (Gaudenzio) e Ferrero (Ermanno).
Cognetti de Martiis (Leonardo) — Gli infortunii sul lavoro. Appunti d'igiene sociale . . . . . „ 345
Colomba (Luigi) — Osservazioni mineralogiche su alcune sabbie della collina di Torino . . . . . „ 993
Congresso Storico. V. Ferrero (Ermanno).
Cordone (Girolamo) — Intorno al gruppo di sostituzioni razionali e lineari . . . . . „ 804
Cossa (Alfonso) — Annunzia la morte del Socio Giuseppe Basso e di Luigi Pasteur avvenute durante le ferie dell'Accademia „ 1
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Icilio Guareschi, intitolato: *Sintesi di composti piridinici degli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine* . . . . . „ 2
— e Spezia (Giorgio) — Relazione sulla Memoria del Prof. Icilio Guareschi, presentata nell'adunanza del 17 Novembre 1895, intitolata: *Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle amine* „ 198
— Annunzia la morte del Socio Corrispondente Gabriele Augusto Daubrée . . . . . „ 937
— Comunicazione . . . . . „ 938
Cossa (Luigi) — V. Carle (Giuseppe).
Dana (James Dwigt) — V. Spezia (Giorgio).
Daubrée (Gabriele Augusto) — Vedi Cossa (Alfonso).

De-Alessandri (Giulio) — Ricerche sui pesci fossili del Paranà, *Repubblica Argentina* . . . . . *Pag.* 715

De Leva (Giuseppe) — V. Carle (Giuseppe); V. Cipolla (Carlo).

Delponte (Giovanni Battista) — V. Gibelli (Giuseppe).

D'Ovidio (Enrico) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Rodolfo Bettazzi, intitolato: *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi* . . „ 310

Fano (Gino) — Aggiunta alla Nota: " Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare „ . . . . . „ 708

Favaro (Antonio) — Sette lettere inedite di Giuseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi, tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano . . . . . „ 182

Felici (Riccardo) — Eletto Socio Nazionale non residente . „ 310

Fergola (Emanuele) — Eletto Socio Nazionale non residente . „ 310

Ferraris (Galileo) — Giuseppe Basso. Commemorazione . . „ 3

— V. Spezia (Giorgio) e Ferraris (Galileo).

Ferrero (Ermanno) — Presenta una fotografia, donata dal Prefetto della biblioteca Nazionale di Torino, del busto di Gaspare Gorresio . . . . . „ 85

— Informa sulla rappresentanza dell'Accademia al VI Congresso Storico tenutosi in Roma . . . . . „ 85

— Presenta un manoscritto inviato per la stampa nelle pubblicazioni accademiche dal sig. Giovanni Frigeri, intitolato: *La filosofia di Giovanni Pico della Mirandola* . . . „ 86

— Presenta la collezione del Tripitaka dei Buddisti meridionali, dono di S. M. il Re del Siam . . . . . „ 527

— Un ripostiglio di monete della repubblica romana scoperto a Romagnano Sesia . . . . . „ 766

— V. Cipolla (Carlo), Claretta (Gaudenzio) e Ferrero (Ermanno).

— Parole commemorative sul Socio Corrispondente Giuseppe Fiorelli . . . . . „ 1072

Fileti (Michele) — Eletto Socio Nazionale residente . . „ 853

— e Ponzio (Giacomo) — Sulla trasformazione dei chetoni in α-dichetoni . . . . . „ 984

Fiorelli (Giuseppe) — V. Ferrero (Ermanno).

Gatti (Giuseppe) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 579

Gibelli (Giuseppe) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del sig. Ugolino Martelli, intitolato: *Flora della Sardegna in continuazione di quella del Moris (Orchidee)* „ 2

— G. B. Delponte. Commemorazione . . . . . „ 18

— e Camerano (Lorenzo) — Relazione sulla Memoria del signor Enrico Martelli, intitolata: *Monocotyledones Sardoœ Josephi Hyacinthi Moris " Florae Sardoœ. Continuatio* „ . . „ 260

Gibelli (Giuseppe) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Saverio Belli, intitolato: *Endoderma e periciclo nel genere Trifolium in rapporto colla teoria della Stelia di V. Tieghem e Douliot* . . . . . *Pag.* 853

— e Camerano (Lorenzo) — Relazione sulla Memoria del Dottor Saverio Belli, intitolata: *Endoderma e periciclo nel genere Trifolium in rapporto alla teoria della Stelia di V. Thieghem e Douliot* . . . . . „ 1061

Giglio-Tos (Ermanno) — Sull'origine dei corpi grassi negli anfibi „ 251

Gneist (Enrico Rodolfo) — V. Carle (Giuseppe), e Brusa (Emilio).

Guareschi (Icilio) — Eletto Socio residente . . . . . „ 310

— Alcune osservazioni sulla difenilurea e sulle ditolilurée . „ 854

— Sull'α-aminoetilidensuccinimide e sull'acetilsuccinimide . „ 976

Guidi (Camillo) — Eletto Socio Nazionale residente . . . „ 853

Helmert (F. Roberto) — Eletto Socio Corrispondente . . . „ 310

Jadanza (Nicodemo) — Influenza dell'errore di verticalità della stadia sulla misura delle distanze e sulle altezze . . . . „ 376

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro intitolato: *Per la storia del cannocchiale* . . „ 853

— e Naccari (Andrea) — Relazione sulla memoria del Prof. Francesco Porro, intitolata: *Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino e a Soperga* . . . . . „ 1064

Jordan (Camillo) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 310

Lattes (Elia) — Il " vino di Naxos „ in un'iscrizione preromana dei Leponzii in Val d'Ossola . . . . . „ 102

Lauricella (Giuseppe) — Integrazione dell'equazione $\Delta^2(\Delta^2 u) = 0$ in un campo di forma circolare . . . . . „ 1010

Lessona (Michele) — V. Camerano (Lorenzo).

Levi (Alberto) — Sulle singolarità della jacobiana di quattro superficie „ 502

Levi-Civita (Tullio) — Sull'inversione degli integrali definiti nel campo reale . . . . . „ 25

— Sugli integrali algebrici delle equazioni dinamiche . „ 816

Linati (Filippo) — V. Carle (Giuseppe).

Martel (Edoardo) — Di una nuova interpretazione dell'architettonica florale delle crocifere e generi affini . . . . . „ 987

Martelli (Ugolino) — Ritira la sua Memoria: *Monocotyledones Sardoœ Josephi Hyacinthi Moris Floræ Sardoœ Continuatio* . „ 475

— V. Gibelli (Giuseppe).

Menabrea marchese di Val Dora (Luigi Federico) — V. Carle (Giuseppe).

Mercati (Giovanni) — D'un palimpsesto Ambrosiano contenente i Salmi esapli e di un'antica versione latina del commentario perduto di Teodoro di Mopsuestia al Salterio . . . *Pag.* 655

Mittag-Leffler (Gustavo) — Eletto Socio Corrispondente . „ 310

Monti (Virgilio) — Sulla variazione di densità di un liquido presso alla superficie . . . . . „ 194

Mosso (Angelo) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. A. Benedicenti, intitolato: *Sulle leggi del tono muscolare nell'uomo* . . . . . „ 2

— e Bizzozero (Giulio) — Relazione sulla Memoria del Dottor Alberico Benedicenti, intitolata: *Sulla tonicità dei muscoli studiata nell'uomo* . . . . . „ 259

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro intitolato: *Descrizione di un miotonometro per studiare la tonicità dei muscoli dell'uomo* . . . . . „ 309

Naccari (Andrea) — Sulla trasmissione della elettricità da un conduttore all'aria nel caso di piccola differenza di potenziale „ 67

— Relazione sui lavori presentati per il IX premio Bressa „ 291

— Comunica una lettera dei Segretarii della Società Reale di Londra circa la pubblicazione di un catalogo universale di bibliografia scientifica . . . . . „ 364

— Presenta per l'inserzione le *Osservazioni meteorologiche fatte durante l'anno 1895 all'Osservatorio della Regia Università di Torino*, calcolate dal Dott. G. B. Rizzo . . . . . „ 440

— Comunica la lettera del Ministero della Pubblica Istruzione in cui annunzia di aver proposto il delegato italiano alla Conferenza di Londra per un catalogo universale di bibliografia „ 555

— Comunica un invito dell'Università e del Municipio di Glasgow all'Accademia perchè elegga un suo rappresentante alle feste che si celebreranno in onore di Lord Kelvin . . . „ 583

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Antonio Garbasso, intitolato: *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* . . „ 619

— e Camerano (Lorenzo) — Relazione sulla Memoria del Professore Antonio Garbasso intitolata: *Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti* . . . „ 732

— Presenta per l'inserzione nelle *Memorie* un lavoro del Professore Francesco Porro, intitolato: *Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino e a Soperga* . . . . . „ 853

— V. Jadanza (Nicodemo) e Naccari (Andrea).

Nani (Cesare) — Antonio Pertile. Cenno necrologico . . „ 534

Negri (Cristoforo) — V. Carle (Giuseppe).

Negroni (Carlo) — V. Carle (Giuseppe).

Osasco (Elodia) — Di alcuni corallari pliocenici del Piemonte e della Liguria . . . . . *Pag.* 225

Ovazza (Elia) — Sul metodo di falsa posizione pel calcolo degli archi elastici . . . . . „ 206

Parona (Carlo Felice) e Rovereto (G.) — Diaspri permiani a radiolarie di Montenotte, Liguria occidentale . . . . . „ 167

Pascal (Carlo) — L'iscrizione sabellica di Castignano . . . „ 109

Pasteur (Luigi) — V. Cossa (Alfonso).

Patetta (Federico) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 579

Peano (Giuseppe) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Francesco Giudice, intitolato: *Sulle equazioni di quinto grado* . . . . . „ 2

— Trasformazioni lineari dei vettori di un piano . . . „ 157

— e D'Ovidio (Enrico) — Relazione sulla Memoria del Professore Francesco Giudice, intitolata: *Sull'equazione del 5° grado* „ 199

— Saggio di calcolo geometrico . . . . . „ 952

Perrero (Domenico) — I regali di prodotti nazionali invalsi nella diplomazia piemontese dei secoli XVII e XVIII . . „ 411

— Un segreto episodio della vita ministeriale del Marchese D'Ormea e del Cav. Ossorio (1740-1750) . . . . . „ 592

— V. Cipolla (Carlo), Bollati di Saint-Pierre (Emanuele) e Perrero (Domenico).

Pertile (Antonio) — V. Nani (Cesare).

Peyron (Bernardino) — Matteo Ricci. Commemorazione . . „ 529

— V. Allievo (Giuseppe), Peyron (Bernardino) e Brusa (Emilio).

Pieri (Mario) — Sui principii che reggono la geometria di posizione. Nota 2ª e 3ª . . . . . „ 381, 457

Pinlochie (Augusto) — Eletto Socio Corrispondente . . . . „ 579

Pizzetti (Paolo) — Intorno alla determinazione teorica della gravità alla superficie terrestre . . . . . „ 859

Ponzio (Giacomo) — V. Fileti (Michele) e Ponzio (Giacomo).

Rayleigh (Lord J. W. Strutt) — Gli è conferito il IX premio Bressa „ 358
Ringrazia . . . . . „ 325, 363

Ricci (Matteo) — V. Claretta (Gaudenzio); e V. Peyron (Bernardino).

Ricci (Serafino) — Di una stele con iscrizione trilingue rinvenuta a File in Egitto . . . . . „ 677

Rizzo (Gio. Battista) — La durata dello splendere del Sole sull'orizzonte di Torino . . . . . „ 1039

Rossi (Francesco) — Di un coccio copto del Museo egizio di Torino con caratteri crittografici . . . . . „ 914

Rovereto (G.) — V. Parona (Carlo Felice) e Rovereto (G.).

Sacerdotti (Cesare) — Sulla rigenerazione dell' epitelio muciparo del tubo gastro-enterico degli anfibi . . . . . *Pag.* 870

Salvadori (Tomaso) — V. Camerano (Lorenzo) e Salvadori (Tomaso).

Schiaparelli (Luigi) — Diploma inedito di Berengario I (a. 888) in favore del monastero di Bobbio . . . . . „ 538

Segre (Corrado) — Annunzia che il Prof. Rodolfo Bettazzi ha ritirata la Memoria intitolata: *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi*, presentata per essere inserita nei volumi delle *Memorie* . . . . . „ 439

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Gino Fano, intitolato: *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè* „ 556

— Intorno ad un carattere delle superficie e delle varietà superiori algebriche . . . . . „ 485

— D'Ovidio (Enrico) e Volterra (Vito) — Relazione sulla Memoria del Dott. Gino Fano, intitolata: *Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè* „ 623

Spezia (Giorgio) — James Dwight Dana. Commemorazione . „ 22

— La pressione nell'azione dell'acqua sul quarzo . . „ 206

— V. Cossa (Alfonso) e Spezia (Giorgio).

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dott. Giovanni De Agostini, intitolato: *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta* . . . . . „ 853

— Sul metamorfismo delle roccie . . . . . „ 939

— e Ferraris (Galileo) — Relazione sulla Memoria del Dottor Giovanni De Agostini, intitolata: *Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta* . . . . . „ 1063

Sybel (Enrico von) — V. Carle (Giuseppe) e Cipolla (Carlo).

Sylvester (Giacomo Giuseppe) — Eletto Socio straniero . . „ 310

Thomson (Giuseppe Giovanni) — Eletto Socio Corrispondente . „ 310

Tocco (Felice) — Eletto Socio Corrispondente . . . . . „ 579

Valmaggi (Luigi) — Del luogo della così detta prima battaglia di Bedriaco . . . . . „ 920

Voglino (Pietro) — Sullo sviluppo della " Stropharia merdaria „ Fries . . . . . „ 365

Volterra (Vito) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Giuseppe Lauricella, intitolato: *Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* . „ 205

Volterra Vito — Sulla inversione degli integrali definiti; Nota I, II, III, IV . . . . . *Pag.* 311, 400, 557, 693

— e Ferraris (Galileo) — Relazione sulla Memoria del Prof. Giuseppe Lauricella, intitolata: *Sull' equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate* . . . . . „ 323

— Osservazioni sulla Nota precedente del Prof. Lauricella e sopra una nota di analogo argomento dell'Ing. Almansi „ 1018

Zanotti-Bianco (Ottavio) — Per la storia della teoria delle superficie geoidiche . . . . . „ 1022

ERRATA-CORRIGE

A pagina 579, invece di Antonio Pinloche leggasi Augusto Pinloche.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXI, Disp. 1ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1895

DISTRIBUZIONE DELLE SEDUTE

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

nell'anno 1895-96

divise per Classi

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali	Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
1895 - 17 Novembre	1895 - 24 Novembre
» - 1 Dicembre	» - 8 Dicembre
» - 15 »	» - 22 »
» - 29 »	1896 - 5 Gennaio
1896 - 12 Gennaio	» - 19 »
» - 26 »	» - 2 Febbraio
» - 9 Febbraio	» - 16 »
» - 23 »	» - 1 Marzo
» - 8 Marzo	» - 15 »
» - 22 »	» - 29 »
» - 12 Aprile	» - 19 Aprile
» - 26 »	» - 3 Maggio
» - 10 Maggio	» - 17 »
» - 31 »	» - 14 Giugno
» - 21 Giugno	» - 28 »

SOMMARIO

ELENCO degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti . . . . . *Pag.* III

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 17 Novembre 1895 . . . . . *Pag.* 1

FERRARIS — Commemorazione di Giuseppe BASSO . . . . „ 3
GIBELLI — Commemorazione di G. B. DELPONTE . . . . . „ 18
SPEZIA — Commemorazione di James DWIGHT DANA . . . . „ 22
LEVI-CIVITA — Sull'inversione degli integrali definiti nel campo reale „ 25
CAMPETTI — Sulla compressibilità dell'ossigeno a basse pressioni „ 52
NACCARI — Sulla trasmissione della elettricità da un conduttore all'aria nel caso di piccola differenza di potenziale . . . „ 67

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 24 Novembre 1895 . . . . . *Pag.* 84

CIPOLLA — Cenni commemorativi di Cesare CANTÙ ed Enrico von SYBEL „ 87
LATTES — Il " vino di Naxos " in un'iscrizione preromana dei Leponzii in Val d'Ossola . . . . . „ 102
PASCAL — L'iscrizione sabellica di Castignano . . . . . „ 109

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 1° Luglio al 17 Novembre 1895 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 117
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 1° Luglio al 24 Novembre 1895 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 148

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXI, Disp. 2ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1895

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 1° Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 155

Peano — Trasformazioni lineari dei vettori di un piano . . „ 157
Parona e Rovereto — Diaspri permiani a radiolarie di Montenotte (Liguria occidentale) . . . . . „ 167
Favaro — Sette lettere inedite di Giuseppe Luigi Lagrange al P. Paolo Frisi, tratte dagli autografi nella Biblioteca Ambrosiana di Milano „ 182
Monti — Sulla variazione di densità di un liquido presso alla superficie . . . . . „ 184
Cossa — Relazione sulla Memoria del Prof. Icilio Guareschi, presentata nell'adunanza del 17 Novembre 1895, e che ha per titolo: " Sintesi di composti piridinici dagli eteri chetonici coll'etere cianacetico in presenza dell'ammoniaca e delle ammine „ . „ 198
Peano — Relazione sulla Memoria del Prof. Giudice, intitolata: " Sull'equazione del 5° grado „ . . . . . „ 199

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA dell'8 Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 200

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 17 Novembre al 1° Dicembre 1895 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 201
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 24 Novembre all'8 Dicembre 1895 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 202

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

R. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES.

VOL. XXXI, DISP. 3ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1895

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 15 Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 205

Ovazza — Sul metodo di falsa posizione pel calcolo degli archi elastici . . . . . „ 206
Osasco — Di alcuni corallari pliocenici del Piemonte e della Liguria „ 225

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 22 Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 239

Cipolla — Sunto della Memoria: " Brevi appunti di Storia Novaliciense „ . . . . . „ 240

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 1° al 15 Dicembre 1895 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 242

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dall'8 al 22 Dicembre 1895 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 243

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 4ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 29 Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 245

SPEZIA — La pressione nell'azione dell'acqua sul quarzo . . „ 246
GIGLIO-TOS — Sull'origine dei corpi grassi negli anfibi . . „ 251
MOSSO — Relazione sulla Memoria del Dottore Alberico BENEDICENTI presentata nell'adunanza del 17 Novembre 1895 che ha per titolo: " Sulla tonicità dei muscoli studiata nell'uomo „ . . . „ 259
GIBELLI — Relazione sulla Memoria del Prof. H. MARTELLI, intitolata: " Monocotyledones Sardoæ Josephi Hyacinthi Moris " Floræ Sardoæ „ — Continuatio „ . . . . . „ 260

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 5 Gennaio 1896 . . . . . *Pag.* 263

CALLIGARIS — San Gregorio Magno e le paure del prossimo finimondo nel Medio-evo . . . . . „ 264
ALLIEVO — Sunto della Memoria: " Studi psicofisiologici „ . . „ 287

Classi unite.

ADUNANZA del 29 Dicembre 1895 . . . . . *Pag.* 291

NACCARI — Relazione sul nono premio Bressa . . . . . „ 291
GAUTIERI (Fondazione) — Decreto e Regolamento . . . . „ 298

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 15 al 29 Dicembre 1895 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 303
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 22 Dicembre 1895 al 5 Gennaio 1896 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 305

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 5ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 12 Gennaio 1896 . . . . . *Pag.* 309

VOLTERRA — Sull'inversione degli integrali definiti . . . . „ 311
— Relazione sulla Memoria del Prof. LAURICELLA: " Sull'equazione delle vibrazioni delle placche elastiche incastrate „ . . . „ 323

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 19 Gennaio 1896 . . . . . „ 325

BRUSA — Di una sanzione penale alla convenzione ginevrina per i feriti in guerra . . . . . „ 326
COGNETTI DE MARTIIS — Gli infortunii sul lavoro (Appunti d'igiene sociale) . . . . . „ 345

Classi unite.

ADUNANZA del 12 Gennaio 1896 . . . . . *Pag.* 358

Conferimento del nono premio Bressa a Lord John WILLIAM STRUTT RAYLEIGH . . . . . „ 358

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 29 Dicembre 1895 al 12 Gennaio 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 359

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 5 al 19 Gennaio 1896 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 361

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 6ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 26 Gennaio 1896 . . . . . *Pag.* 363

Voglino — Sullo sviluppo della " Stropharia merdaria „ Fries „ 365
Jadanza — Influenza dell'errore di verticalità della stadia sulla misura delle distanze e sulle altezze . . . . . „ 376
Pieri — Sui principii che reggono la geometria di posizione . „ 381
Volterra — Sulla inversione degli integrali definiti . . . „ 400

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 2 Febbraio 1896 . . . . . *Pag.* 409

Perrero — I regali di prodotti nazionali invalsi nella diplomazia piemontese dei secoli XVII e XVIII . . . . . „ 411
Cipolla — Relazione sul lavoro del Dott. Luigi Schiaparelli " Origini del Comune di Biella „ . . . . . „ 432

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 12 al 26 Gennaio 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 436
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 19 Gennaio al 2 Febbraio 1896 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* . . . . . „ 438

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 7ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 9 Febbraio 1896 . . . . . *Pag.* 439

Brioschi e D'Ovidio — Il risultante di due forme binarie biquadriche e la relazione fra gli invarianti simultanei di esse . . „ 441

Bettazzi — Sulla catena di un ente in un gruppo . . . . „ 446

Pieri — Sui principii che reggono la geometria di posizione . „ 457

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 16 Febbraio 1896 . . . . . *Pag.* 471

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 26 Gennaio al 9 Febbraio 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . „ 472

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 2 al 16 Febbraio 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 473

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 8ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 23 Febbraio 1896 . . . . . *Pag.* 475

Berzolari — Sulle curve piane che in due dati fasci hanno un semplice o un doppio contatto oppure si osculano . . . . „ 476
Segre — Intorno ad un carattere delle superficie e delle varietà superiori algebriche . . . . . „ 485
Levi — Sulle singolarità della jacobiana di quattro superficie . „ 502
Bettazzi — Gruppi finiti ed infiniti di enti . . . . . „ 506
Camerano — Sulle ricerche intorno ai Salamandridi normalmente apneumoni e intorno alla respirazione negli anfibi urodeli „ 512

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 1° Marzo 1896 . . . . . *Pag.* 527

Peyron — Commemorazione di Matteo Ricci . . . . . „ 529
Nani — Cenno necrologico di Antonio Pertile . . . . . „ 534
Schiaparelli — Diploma inedito di Berengario I (a. 888) in favore del monastero di Bobbio . . . . . „ 538

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 9 al 23 Febbraio 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) . . . . . „ 551
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 16 Febbraio al 1° Marzo 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) . . . . . „ 553

Tip. Vincenzo Bona — Torino.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 9ª E 10ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA dell'8 Marzo 1896 . . . . . *Pag.* 555

VOLTERRA — Sulla inversione degli integrali definiti; Nota III . „ 557

CHINI — Sulle equazioni a derivate parziali del 2° ordine . . „ 568

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 15 Marzo 1896 . . . . . *Pag.* 579

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 23 Febbraio all'8 Marzo 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 580

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 1° al 15 Marzo 1896 *(Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche)* „ 581

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 22 Marzo 1896 . . . . . *Pag.* 583

Relazione intorno alla Memoria del Dott. Daniele Rosa intitolata: " I Linfociti degli Oligocheti — Ricerche istologiche „ . . „ 584

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 29 Marzo 1896 . . . . . *Pag.* 585

ALLIEVO — La divisione del lavoro applicato alle Università . „ 586

PERRERO — Un segreto episodio della vita ministeriale del Marchese D'Ormea e del Cav. Ossorio (1740-1750) . . . . . „ 592

ALLIEVO — Sunto della Memoria: " Federico Herbart e la sua dottrina pedagogica „ . . . . . „ 612

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dall'8 al 22 Marzo 1896 (*Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*) „ 615

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 15 al 29 Marzo 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 616

Tip. Vincenzo Bona — Torino

(45,M)

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXI, DISP. 11ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 12 Aprile 1896 . . . . . *Pag.* 619

Arnò — La radiazione di Röntgen con tubi di Hittorf ad idrogeno rarefatto . . . . . „ 620

Relazione sulla Memoria del Dott. Gino Fano, intitolata: " Sulle varietà algebriche con un gruppo continuo non integrabile di trasformazioni proiettive in sè „ . . . . . „ 623

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 19 Aprile 1896 . . . . . *Pag.* 625

Claretta — Commemorazione di Filippo Linati. . . . . „ 627

Allievo — La libera attività dell'educando secondo Enrico Pestalozzi e Gian Giacomo Rousseau . . . . . „ 642

Mercati — D'un palimpsesto Ambrosiano contenente i Salmi esapli e di un'antica versione latina del commentario perduto di Teodoro di Mopsuestia al Salterio . . . . . „ 655

Ricci — Di una stele con iscrizione trilingue rinvenuta a File in Egitto . . . . . „ 677

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 22 Marzo al 12 Aprile 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 686

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 29 Marzo al 19 Aprile 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 688

Tip. Vincenzo Bona — Torino.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXI, Disp. 12ª, 1895-96

N.Y. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES.

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 26 Aprile 1896 . . . . . *Pag.* 691

Volterra — Sulla inversione degli integrali definiti. Nota IV . „ 693

Fano — Aggiunta alla Nota: " Sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare „ . . . . . „ 708

De-Alessandri — Ricerche sui pesci fossili del Paranà (Repubblica Argentina) . . . . . „ 715

Relazione sulla Memoria del Dott. Giglio-Tos intitolata: " Sulle cellule del sangue della Lampreda „ . . . . . „ 731

Relazione sulla Memoria del Prof. A. Garbasso intitolata: " Sopra alcuni fenomeni luminosi presentati dalle scaglie di certi insetti „ „ 732

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 3 Maggio 1896 . . . . . *Pag.* 733

Cipolla — Commemorazione di Giuseppe De Leva . . . . „ 735

— Nuovi appunti di storia Novaliciense . . . . . „ 756

Ferrero — Un ripostiglio di monete della repubblica romana scoperto a Romagnano Sesia . . . . . „ 766

Claretta — Lo stato di alcuni archivi comunali della provincia di Susa ai tempi di Re Vittorio Amedeo III . . . . . „ 775

Relazione sul lavoro del Prof. Carlo Merkel: " Niccolò Scillacio e le relazioni sul secondo viaggio di Cristoforo Colombo in America „ 797

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 12 al 26 Aprile 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 800

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 19 Aprile al 3 Maggio 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 801

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

N.Y. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES

VOL. XXXI, DISP. 13ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 10 Maggio 1896 . . . . . *Pag.* 803

CORDONE — Intorno al gruppo di sostituzioni razionali e lineari *Pag.* 804

LEVI-CIVITA — Sugli integrali algebrici delle equazioni dinamiche „ 816

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 17 Maggio 1896 . . . . . *Pag.* 824

ALLIEVO — Studio storico critico di pedagogia femminile . . „ 825

Classi unite.

ADUNANZA del 17 Maggio 1896 . . . . . „ 844

CARLE — Commemorazione di LUIGI COSSA . . . . . „ 844

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 26 Aprile al 10 Maggio 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 847

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 3 al 17 Maggio 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 848

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

N. Y. ACADEMY LIBRARY OF SCIENCES.

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXI, Disp. 14ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 31 Maggio 1896 . . . . . *Pag.* 851

Guareschi — Alcune osservazioni sulla difenilurea e sulle ditolilureе „ 854

Pizzetti — Intorno alla determinazione teorica della gravità alla superficie terrestre . . . . . „ 859

Sacerdotti — Sulla rigenerazione dell'epitelio muciparo del tubo gastro-enterico degli anfibi . . . . . „ 870

Almansi — Sull'integrazione dell'equazione differenziale $\Delta^2\Delta^2 = 0$ „ 881

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 14 Giugno 1896 . . . . . *Pag.* 889

Allievo — Della educazione della donna secondo i pensatori francesi del secolo XVIII . . . . . „ 891

Rossi — Di un coccio copto del Museo egizio di Torino con caratteri crittografici . . . . . „ 914

Valmaggi — Del luogo della così detta prima battaglia di Bedriaco „ 920

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 10 al 31 Maggio 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 931

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 17 Maggio al 14 Giugno 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 933

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES LIBRARY

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXI, Disp. 15ª, 1895-96

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1896

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 21 Giugno 1896 . . . . . *Pag.* 937

Spezia — Sul metamorfismo delle roccie . . . . . „ 939

Peano — Saggio di calcolo geometrico . . . . . „ 952

Guareschi — Sull'α-aminoetilidensuccinimide e sull'acetilsuccinimide „ 976

Fileti e Ponzio — Sulla trasformazione dei chetoni in α-dichetoni „ 984

Martel — Di una nuova interpretazione dell'architettonica florale delle crocifere e generi affini . . . . . „ 987

Colomba — Osservazioni mineralogiche su alcune sabbie della collina di Torino . . . . . „ 993

Lauricella — Integrazione dell'equazione $\Delta^2(\Delta^2 u) = 0$ in un campo di forma circolare . . . . . „ 1010

Volterra — Osservazioni sulla nota precedente del Prof. Lauricella e sopra una nota di analogo argomento dell'Ing. Almansi . „ 1018

Zanotti Bianco — Per la storia della teoria delle superficie geoidiche „ 1022

Rizzo — La durata dello splendere del Sole sull'orizzonte di Torino „ 1039

Balbi — Effemeridi astronomiche calcolate per l'anno 1897 e per l'orizzonte di Torino . . . . . „ 1046

Gibelli — Relazione intorno alla Memoria intitolata: " Endoderma e periciclo nel genere Trifolium in rapporto colla teoria della Stelia di V. Thieghem e Douliot „, del Dott. Saverio Belli „ 1061

Spezia — Relazione sulla Memoria del Dott. Giovanni De Agostini, intitolata: " Ricerche batometriche e fisiche sul lago d'Orta „ „ 1063

Jadanza — Relazione sulla Memoria del Prof. Francesco Porro intitolata: " Osservazioni di stelle variabili eseguite a Torino e a Soperga „ . . . . . „ 1064

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 28 Giugno 1896 . . . . . *Pag.* 1065

Brusa — Commemorazione di Rodolfo Gneist . . . . . „ 1066

Ferrero — Parole commemorative su Giuseppe Fiorelli . . „ 1072

Premii di Fondazione Gautieri . . . . . „ 1075

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 31 Maggio al 21 Giugno 1896 *(Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali)* . . . . . „ 1076

Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze dal 14 al 28 Giugno 1896 (*Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche*) „ 1079

Indice del volume XXXI . . . . . „ 1081

Tip. Vincenzo Bona — Torino

rino, Vol. 31, 1895-96
29-113142
6
22 1957
959
5 1961
2 2 1971

AMNH LIBRARY
100125211